Analyse surfacique de données 3-D non structurées : Une approche basée sur les graphes

Surface Analysis of 3-D Scattered Data : A Graph-Based Approach

R. CHAINE[1] S. BOUAKAZ[1]

[1] LIGIM
Bât710, Université Lyon1
69622 Villeurbanne FRANCE
rchaine@bat710.univ-lyon1.fr

Résumé

Les techniques de prototypage rapide permettent une description numérique des surfaces physiques par des nuages de points non organisés. Nous apportons une réponse au problème clef de l'interprétation et de la description symbolique de ces données grâce à un processus de segmentation des points. Notre approche permet une coordination d'informations surfaciques locales sans recourir à des modèles globaux contraignants pour les régions. Dans cette approche, le pouvoir de représentation associé aux graphes joue un rôle essentiel. Les Arbres d'Escarpement Extrémaux introduits permettent la mise en place d'opérations de diffusion simples et peu gourmandes en temps de calcul. Ces opérations conduisent à une organisation des points en régions de forme libre bordées par des non-homogénéités de la surface. D'autre part, nous montrons qu'une évolution hiérarchique des structures introduites débouche sur une description symbolique de l'objet étudié.

Mots Clef

Analyse surfacique, Segmentation, Diffusion anisotrope, Arbres d'Escarpement Extrémaux, Contraction, Etiquetage.

Abstract

Given an unorganized set of 3-D points scanned on an object surface, we propose an adaptable framework for the segmentation of the input data points into smooth regions bounded by non-homogeneities. The particularity of our segmentation approach consists in a simplification of the usual treatments, due to the introduction of meaningful, graph-based representations. We denote "Extremal Escarpment Trees" two particular trees that locally represent the object shape and that embody implicit dual constraints that must be satisfied. The Extremal Escarpment Trees permit to solve the segmentation problem with a contextual anisotropic diffusion scheme. During the segmentation process, these representations evolve towards an interesting qualitative description of the object.

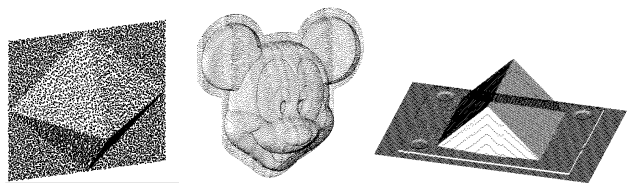
Keywords

Surface Analysis, Segmentation, Anisotropic Diffusion, Extremal Escarpment Trees, Contraction, Labeling.

1 Introduction

Dans le domaine de l'industrie, certains outils ont été développés pour répondre à un souci de prototypage virtuel. Ainsi, un nombre croissant de techniques de numérisation permettent de passer d'un objet physique à une représentation "simple" de celui-ci sous forme d'un ensemble de points échantillonnés sur sa surface $X = \{x_1, \cdots, x_s, \cdots, x_n\} \subset IR^3$. Quand l'objet est complexe, cet ensemble de points peut résulter de la fusion de plusieurs opérations de saisie [1]. Dans ce cas, X est un ensemble non organisé. Les points ne sont pas ordonnés en grille régulière et la densité n'est pas constante (fig. 1). Nous nous intéressons au problème très général de l'analyse de ce type de données [2]. Il s'agit d'une information 3-D, nous voulons donc privilégier une approche basée sur l'aspect 3-D de l'objet, qui respecte au mieux la forme de cet objet. Plus précisément, notre travail correspond à la proposition d'un processus de segmentation, doublé de la construction hiérarchique d'une description symbolique pour les ensembles de points non organisés appartenant à la surface d'un objet. L'approche que nous proposons privilégie un aspect qualitatif et ne repose pas seulement sur une information quantitative. Ainsi, nous constatons que certaines contraintes rencontrées

par les techniques d'analyse existantes peuvent être satisfaites de manière implicite. Pour cela, nous avons mis en place une séquence de traitement des points qui dépend essentiellement de caractéristiques géométriques et topologiques de l'objet.
Dans la partie 2, nous soulignons les différents niveaux qui interviennent généralement dans les processus de segmentation. Ensuite, nous introduisons deux structures inspirées de la théorie des graphes, les Arbres d'Escarpements Extrémaux (partie 4). La segmentation de l'ensemble X s'opère à travers un processus de diffusion anisotrope le long de ces deux représentations (partie 3,5). Ce processus de diffusion est composé de deux étapes principales. La première consiste à regrouper les points en régions atomiques et la seconde permet de fusionner les régions atomiques en régions significatives. Dans la partie 6, nous montrons que notre approche peut être vue comme une méthode originale de résolution d'un problème markovien. Enfin, nous montrons dans la partie 7 que l'évolution hiérarchique des Arbres d'Escarpement Extrémaux au cours du processus de segmentation débouche sur une description symbolique de l'objet décrit par X.



(a) 'Pyramide1' (b) 'Masque' (c) 'Pyramide2'

FIG. 1 – *Ensembles de points 3-D traités : a)'Pyramide1', ensemble synthétique de 10000 points non organisés, auxquels on a ajouté un bruit Gaussien, b) 'Masque', ensemble de 53330 points non organisés, saisis sur un objet réel (Matradatavision), c)'Pyramide2', ensemble de 38750 points saisis sur un objet réel (image de profondeur non exploitée comme telle)*

2 Niveaux d'homogénéité intervenant dans la segmentation

Globalement, le processus de segmentation se ramène à un processus d'étiquetage des points, de telle manière que les points appartenant à une même région reçoivent la même étiquette.

- L : ensemble des étiquettes correspondant aux régions.
- l : fonction d'étiquetage

$$\begin{array}{llll} l: & X & \longrightarrow & L \\ & x_s & \longmapsto & l(x_s) \end{array}$$

2.1 Critère d'homogénéité globale

Les contraintes locales à satisfaire consistent à attribuer des étiquettes différentes à deux points voisins quand ils sont séparés par une non-homogénéité de la surface. Cependant, la segmentation n'est pas un problème simple à résoudre car il n'y a pas toujours de frontière naturelle pour souligner la nécessité d'un changement de région, soit qu'il n'y ait pas de singularité franchement marquée le long de cette zone, soit qu'elle n'ait pas été détectée. Le principal obstacle rencontré par les techniques de segmentation consiste à éviter le contournement et l'inclusion progressive d'un bord au sein d'une même région (fig. 2). Les techniques

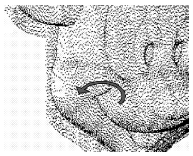


FIG. 2 – *'Masque' Risque de contournement.*

de segmentation peuvent être réparties en plusieurs classes suivant la manière dont elles abordent ce problème. Ces techniques ont principalement été développées dans le cadre du traitement des données structurées en grille.

- D'une part, les approches orientées contours procèdent par fermeture de morceaux locaux de bords préalablement détectés. Il existe différentes méthodes qui permettent d'interpoler des points de contour par des modèles actifs [3, 4] ou de les fermer après un processus de chainage [5]. Pour ce faire, il est nécessaire de disposer d'outils pour déceler qu'une région est globalement non-homogène, c'est à dire "sous-segmentée" [5], et pour la morceler en régions plus petites le cas échéant. Cette opération de morcellement est alors effectuée le long des indices de contours existants.
- D'autre part, les techniques de segmentation orientées régions exploitent l'idée qu'un ensemble de points peuvent être rassemblés dans une région commune sous réserve d'homogénéité globale de l'ensemble. Dans ce type d'approche, les méthodes les plus populaires sont le "region-growing" [6] et le "split & merge" [7].
- Certaines méthodes s'appuient sur une coopération entre les deux approches précédentes. Ainsi, Lejeune et Ferrie [8] effectuent une première segmentation grossière des images de profondeur en zones convexes (approche région). Ensuite, ils utilisent un processus de relaxation où l'information locale d'indices de bords (préalablement détectés) intervient pour supporter ou rejeter les frontières.

Dans tous les cas, nous constatons que les techniques de segmentation existantes nécessitent la définition d'un critère d'homogénéité globale pour les régions [9]. La mise en œuvre de ce critère permet de tester la validité d'une région. Pour les images de profondeur, l'évaluation d'un tel critère se fait généralement sur la base d'un calcul d'erreur après approximation polynomiale de la région traitée [6, 5]. Ce critère peut également être calculé d'après la répartition d'une propriété caractéristique donnée, après analyse statistique de sa distribution [10].

L'évaluation systématique d'un critère d'homogénéité globale pour les régions est-elle indispensable? Cette opération peut se révéler coûteuse et elle est parfois répétée à de nombreuses reprises. Pour apporter une réponse à ce propos, nous introduisons des structures particulières qui permettent d'éviter une évaluation systématique de l'homogénéité globale des régions émergentes. Dans l'approche proposée, les contraintes d'homogénéité globale des régions se trouvent satisfaites de manière sous-jacente. Pour cela, les points sont traités dans un ordre particulier qui prend en compte les non-homogénéités de la surface et qui permet d'éviter le contournement de singularités. Cet ordre de traitement dépend de caractéristiques intrinsèques à l'objet. Ainsi, le résultat de la segmentation est indépendant vis-à-vis de l'ordre d'acquisition des points traités.

2.2 Critère d'homogénéité locale

Dans le traitement proposé, le seul critère d'homogénéité que nous utilisons est un critère d'homogénéité locale. Le critère d'homogénéité locale permet de caractériser les paires de points voisins qui ne sont pas séparés par une non-homogénéité de la surface. Le critère d'homogénéité locale est calculé à partir des propriétés différentielles, mais il peut également se baser sur d'autres caractéristiques.

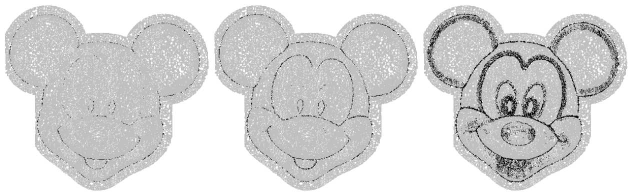
D'un point de vue formel, nous désignons par h_ϵ une fonction permettant de mesurer le degré d'homogénéité différentielle entre deux points voisins. Il n'est pas restrictif de faire les hypothèses suivantes sur h_ϵ:

- $h_\epsilon : \begin{array}{ccc} X * X & \longrightarrow & [-1, 1] \\ (x_s, x_r) & \longmapsto & h_\epsilon(x_s, x_r) \end{array}$
- $h_\epsilon(x_s, x_r)$ est une fonction croissante de la similarité d'une propriété donnée aux points x_s et x_r.

Le signe de $h_\epsilon(x_s, x_r)$ permet de juger de l'homogénéité locale des points x_s et x_r. Le paramètre ϵ intervient sur le caractère plus ou moins strict du critère d'homogénéité locale. Il s'agit le plus souvent d'un paramètre de seuillage. Dans le cas des images d'intensité lumineuse, le critère d'homogénéité locale s'appuie sur l'importance du saut qualitatif d'intensité entre des points voisins de la grille de données. Ce saut qualitatif souligne localement les accidents de type "marche" (C^0). Le filtre de Canny-Deriche [11] permet de détecter ce type de non-homogénéité. Dans le cas des images de profondeur, il est également nécessaire de pouvoir déceler les discontinuités d'orientation (C^1). Pour cela, le même principe est appliqué à l'image de gradient. Dans le cas plus général des données non structurées en grille que nous traitons ici, la notion de non-homogénéité locale correspond à une discontinuité locale du plan tangent (C^1) ou à la présence d'une zone de forte courbure entre deux points voisins (C^2). Nous désignons par n_s le vecteur normal calculé au point x_s (voir 2.3). L'expression de h_ϵ est alors la suivante:

$$h_\epsilon(x_s, x_r) = (n_s.n_r - \epsilon)/(1 + \epsilon)$$

Le critère d'homogénéité locale peut également être estimé à partir d'une information différentielle d'ordre supérieur. Ainsi, il peut se baser sur un changement de signe des courbures moyenne ou gaussienne qui permet de caractériser le passage d'une zone elliptique, hyperbolique, parabolique ou plane à une autre.



(a) $\epsilon = 0.91$ (b) $\epsilon = 0.95$ (c) $\epsilon = 0.993$

FIG. 3 – *'Masque', Homogénéités et non-homogénéités locales. En gris (resp. noir) sont représentés les segments $[x_s x_r]$ correspondant à une homogénéité (resp. non-homogénéité) locale des points voisins x_s et x_r.*

La figure 3 représente l'ensemble des segments $[x_s x_r]$ qui correspondent à la détection d'une non-homogénéité locale entre deux points voisins x_s et x_r (pour des valeurs différentes de ϵ). Sur ces figures, il est clair que la description locale de la surface correspondant à cette information n'est pas complète et qu'elle est erronée par endroits. Le rôle du processus de segmentation est de coordonner ces informations locales et de produire une interprétation cohérente de la surface.

2.3 Structuration des données et estimation des propriétés différentielles

La notion d'homogénéité locale est définie sur des paires de points voisins. D'autre part, les propriétés différentielles sont des propriétés locales attachées au point. Pour calculer ces propriétés, il faut connaître le comportement local de la surface au voisinage du point.

Nous nous appuyons donc sur une notion de voisinage qui correspond à une structuration préalable de l'ensemble des points. Si l'information en entrée provient d'une unique image de profondeur, une structuration en grille des données est fournie de façon immédiate. Dans les autres cas, nous utilisons une méthode adaptative pour déterminer les relations de voisinage. Les voisins d'un point sont déterminés parmi un nombre fixé de ses plus proches voisins et la méthode prend en compte les variations locales de densité dans le nuage [12]. La détermination des relations de voisinage permet la définition d'une topologie et une structuration de l'ensemble des points que nous modélisons à l'aide d'un graphe de voisinage Γ.

Γ est un graphe non orienté composé de n nœuds $1, ..., s, ..., n$ et d'un ensemble d'arêtes Γ_{ARETES}. La présence d'une arête entre les nœuds s et r traduit l'existence d'une relation de voisinage entre les points x_s et x_r.

Le calcul des propriétés différentielles s'appuie sur cette structuration préalable de l'ensemble des points. Si les données traitées sont structurées en grille, l'utilisation de filtres basés sur la notion de séparabilité permet l'estimation de propriétés différentielles d'ordre variable [11]. Dans les autres cas, certaines techniques locales d'analyse en composantes principales [13] ou d'approximations surfaciques [14] permettent d'obtenir des informations similaires. L'objet de cet article n'est pas de présenter les méthodes optimales de calculs des propriétés différentielles. Il traite plutôt de la manière d'organiser ces propriétés. En ce qui concerne les données traitées ici, nous avons localement estimé le plan tangent à la surface en utilisant les résultats de l'analyse en composantes principales des coordonnées d'un point et de ses voisins [13].

3 Notion de diffusion anisotrope

Connaissant le graphe de voisinage Γ et les propriétés différentielles en tout point, notre but est de construire l'étiquetage qui optimise une notion de consistance globale (voir partie 6). L'homogénéité locale d'un point avec chacun de ses voisins pris dans des directions différentes n'est pas forcément uniforme. Notre approche consiste à exploiter cette anisotropie du critère d'homogénéité locale pour établir un processus de croissance anisotrope de région.

L'idée d'un traitement anisotrope a déjà été abordée dans certains domaines comme celui de la restauration des images de niveau de gris. L'équation de diffusion de la chaleur permet d'exprimer sous une forme dynamique la redondance qui résulte de l'observation d'une même image à des échelles différentes (convolution avec des filtres gaussiens). L'idée générale de Perona & Malik [15] puis d'Alvarez, Lions & Morel [16] a été de transformer cette équation afin de rendre la diffusion anisotrope. Dans les solutions qu'ils proposent, la diffusion est régulée dans la direction du gradient par ajout d'un terme de viscosité dans l'équation de la chaleur. L'idée principale de la diffusion anisotrope est de favoriser la propagation d'une information dans les directions de faible courbure et de restreindre, voire bloquer, sa propagation dans les zones de forte courbure.

En général, les modèles d'évolution décrits par les équations de diffusion sont dédiés à des applications de restauration et non de segmentation. Pourtant, il y a des analogies très fortes entre ces modèles d'évolution et les algorithmes de résolution généralement utilisés pour résoudre la segmentation dans le cas d'une formulation markovienne. Dans les deux cas, l'évolution de l'état d'un pixel est liée à l'état de ses voisins. Dans les deux cas, le modèle peut déboucher sur la minimisation d'une énergie globale résultant de l'intégration d'une information locale [17]. La principale différence entre ces deux approches est que la formalisation de l'une se fait dans un cadre continu et déterministe, alors que la formalisation de l'autre se fait dans un cadre discret et probabiliste. L'intérêt du cadre équationnel est qu'il permet une modélisation naturelle et implicite de contraintes directionnelles.

Dans la partie 6, nous montrons que notre approche peut être vue comme la résolution d'un problème markovien. L'information de contrainte directionnelle intervient dans la modélisation de ce problème, mais aussi dans sa résolution. Notre méthode consiste à reprendre la notion d'anisotropie locale portée par le terme de viscosité des équations de diffusion et à la formuler dans le cadre de la théorie des graphes. Les représentations par graphes constituent souvent des outils adaptés pour la description des images. Ainsi, dans [18], Tupin et al étendent les champs de Markov à des graphes non réguliers. Ici, nous montrons que les représentations par graphes peuvent également être utiles dans les processus de résolution.

4 Arbres d'Escarpement Extrémaux

L'idée retenue consiste à favoriser la diffusion des régions dans les directions de faible courbure et de contrôler, voire bloquer, leur propagation dans les directions de forte courbure. L'estimation du réseau des lignes de courbure d'une surface numérisée est très instable numériquement [14]. Nous avons choisi d'éviter le calcul de ces lignes et de transposer l'information directionnelle qu'elles modélisent sur d'autres structures plus adaptées à nos données éparpillées. Les représentations de type arbre couvrant nous ont paru un bon support pour ce type d'information.

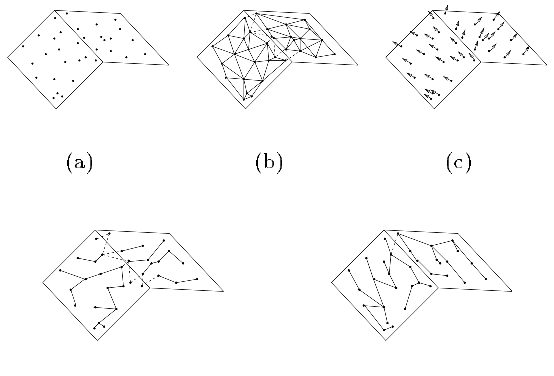
Pour cela, nous associons une énergie de déformation $co\hat{u}t(s,r) = -h_0(x_s, x_r)$ à chacune des arêtes (s,r) du graphe de voisinage Γ. Cette énergie peut-être vue comme une estimation de la déformation locale de la surface au voisinage des points x_s et x_r. L'énergie de déformation d'une arête (s,r) diminue avec l'homogénéité locale des points x_s et x_r correspondant à cette arête. Par extension, il est possible d'associer une énergie de déformation à tout sous graphe de Γ, comme somme des énergies de déformation des arêtes qui le composent. Un arbre couvrant de Γ est un sous graphe de Γ dont l'ensemble des sommets est celui de Γ, et dont l'ensemble des arêtes ne forme pas de cycle. Dans l'ensemble des arbres couvrants du graphe Γ nous caractérisons deux types d'arbres au comportement 'géométrique' optimal.

- Nous appelons Arbre d'Escarpement Maximal ($AE_{\max}$) un arbre couvrant de Γ dont l'énergie de déformation est maximale. Dans les zones accidentées, le plongement géométrique [1] de cet arbre dans l'ensemble des points tend à chevaucher les non-homogénéités de la surface.
- Nous appelons Arbre d'Escarpement Minimal ($AE_{\min}$) un arbre couvrant de Γ dont l'énergie de déformation est minimale. Le plongement géométrique dans X de cet arbre tend à éviter les non-homogénéités de la surface, en épousant localement les lignes de courbure minimale.

La notion d'Arbre d'Escarpement Extrémal est étroitement liée à la notion d'énergie de déformation. Ici, la notion de déformation a été calculée à partir de l'information de vecteur normal (voir 2.2). Une information différentielle d'ordre supérieur peut être nécessaire pour le traitement de surfaces plus complexes.

L'obtention des Arbres d'Escarpement Extrémaux (fig. 4 et 5) correspond à la détermination des arbres couvrants minimum et maximum du graphe Γ valué par la fontion $co\hat{u}t()$. Ceci peut être réalisé au moyen de l'algorithme de Kruskal dont la complexité est ici en $O(nlogn)$. La complexité de cet algorithme se ramène à celle du tri des arêtes du graphe Γ par ordre croissant (ou décroissant) de coût. L'algorithme de Kruskal consiste ensuite à progressivement éliminer ou sélectionner les arêtes qui se présentent dans la liste triée, suivant qu'elles forment ou non un cycle avec l'ensemble des arêtes déjà sélectionnées.

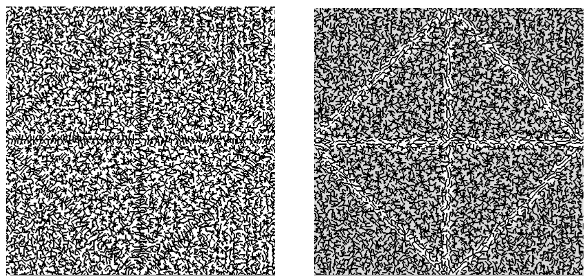
Les arbres d'escarpement extrémaux modélisent les contraintes directionnelles sur lesquelles se base notre



(a) (b) (c)

(d) (e)

FIG. 4 – *Passage d'un ensemble de points non organisé aux arbres d'escarpement extrémaux: Un exemple simple, a) Ensemble de points X saisis à la surface d'un objet, b) Graphe de voisinage Γ, c) Inférence de propriétés différentielles locales (ici les normales) permettant l'association d'une énergie de déformation à chaque arête de Γ, d) Arbre d'escarpement maximum (ici, cet arbre rassemble toutes les arêtes traversant le pli de la surface) e) Arbre d'escarpement minimum (ici, cet arbre ne possède qu'une arête traversant l'irrégularité de la surface)*



(a) Arbre d'Escarpement Maximal

(b) Arbre d'Escarpement Minimal

FIG. 5 – *Arbres d'escarpement extrémaux de l'ensemble de points 'pyramide1'. La figure a (resp b) représente l'ensemble des segments $[x_s x_r]$ correspondant à des arêtes (s,r) du graphe d'escarpement maximal (resp. minimal).*

algorithme de segmentation par diffusion anisotrope d'étiquette. Ces deux structures sont des structures anisotropes duales représentant localement la forme de l'objet. Au cours du traitement, ils permettent une réalisation implicite de la dualité contour-région.

5 Etiquetage anisotrope

Le processus de segmentation par diffusion anisotrope d'étiquette se compose ensuite de deux étapes principales.

Etant donné un critère d'homogénéité locale, la première étape de diffusion correspond à la détection des

1. Nous désignons par plongement géométrique d'un arbre couvrant T de Γ, l'ensemble des segments $[x_s x_r]$ correspondant à des arêtes (s,r) de T

non-homogénéités de la surface. Cette détection s'opère grâce au partitionnement de la surface en régions dites atomiques. Une région atomique est un sous-ensemble connexe de X qui ne peut inclure ou contourner de singularité. Dans la partie 5.1, nous montrons que la détection de ces régions est réalisée à partir d'une exploration de l'$AE_{\max}$. Au cours de la seconde étape, les régions atomiques sont combinées en régions plus importantes. Comme cela a été souligné, les conditions d'homogénéité globale des régions fusionnées sont réalisées de manière implicite (partie 5.2). Ces opérations de fusion sont effectuées à partir de l'exploration de l'$AE_{\min}$.

5.1 Détection des régions atomiques

Au début du processus de segmentation, les points ne possèdent pas d'étiquette a priori (NIL). La détection des régions atomiques s'opère par propagation et inhibition de l'étiquetage depuis un point initial le long de l'$AE_{\max}$. t représente l'indice d'un point quelconque pris comme origine de l'exploration. Le choix d'une racine entraîne celui d'une orientation des arêtes de l'$AE_{\max}$ (notion d'arborescence). L'étiquetage des points est diffusé le long de l'$AE_{\max}$ suivant l'algorithme récursif suivant (parcours en profondeur d'abord) appliqué au sommet d'indice t [12].

Algorithme 1 *Etiquetage*(x_s)

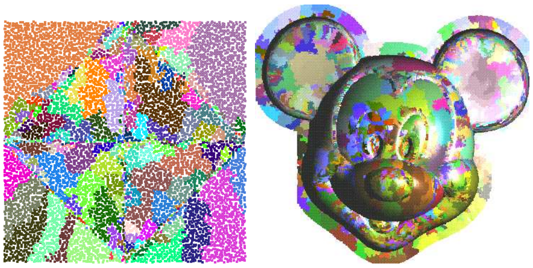
pour tout r successeur de s dans l'$AE_{\max}$
  si $h_\epsilon(x_s, x_r) > 0$ **alors** $l(x_r) \leftarrow l(x_s)$
  {Propagation d'étiquetage}
  sinon {Blocage de la diffusion par changement d'étiquette :}
    1. Soit $x_k \in V_r$ tel que
    $$h_\epsilon(x_r, x_k) = \max_{\substack{x_l \in V_r \\ l(x_l) \neq l(x_s)}} (h_\epsilon(x_r, x_l))$$
    2. **si** $h_\epsilon(x_r, x_k) > 0$ **et** $l(x_k) \neq$NIL **alors** $l(x_r) \leftarrow l(x_k)$
    sinon $l(x_r) \leftarrow$ nouvelle étiquette.
    3. Enregistrement de la présence d'une frontière réelle entre les régions d'étiquettes $l(x_s)$ et $l(x_r)$.
  fin
  Etiquetage(x_r)
fin

La complexité de cet algorithme est en $O(n(1+neigh^2))$, où $neigh$ désigne le nombre moyen de voisins pour un point. L'exploration de l'$AE_{\max}$ constitue une heuristique idéale pour la détection des singularités. En effet, cette structure arborescente a structurellement été définie pour couvrir l'ensemble des accidents de la surface. Ainsi, on évite le contournement et l'inclusion progressive d'une singularité par croissance "malheureuse" d'une même région. Tant que l'homogénéité locale est satisfaite le long des arcs il y a transmission de l'étiquetage. Au contraire, le passage à travers une non-homogénéité locale provoque une inhibition de la diffusion avec un changement d'étiquette.

A la fin de cette étape, nous pouvons distinguer deux types de frontières entre les régions atomiques (fig. 6).

- Les frontières réelles soulignent une non homogénéité effective entre régions atomiques adjacentes. Ces frontières sont traversées par des arêtes de l'$AE_{\max}$ qui ont permis leur détection.
- Au contraire, les frontières artificielles sont créées aux feuilles de l'$AE_{\max}$ par manque de propagation au delà de ces feuilles. Les frontières artificielles ne sont donc pas traversées par des arêtes de l'$AE_{\max}$.

Cette classification des frontières est proche de celle proposée par Lejeune et Ferrie dans [8]. Une seconde étape est ensuite indispensable pour fusionner les régions atomiques de part et d'autre des frontières artificielles. Le processus de fusion doit garder en mémoire l'information de frontière réelle afin de garantir leur maintien au cours des fusions consécutives.



(a) 'Pyramide1' (b) 'Masque'

FIG. 6 – *Détection des régions atomiques par exploration de l'$AE_{\max}$.*

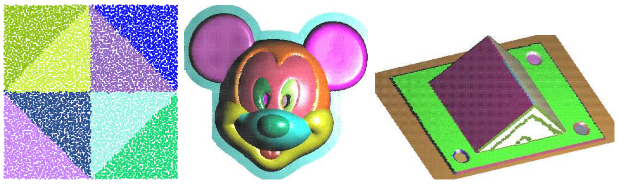
5.2 Phase de fusion

La phase de fusion peut être abordée de la même manière que la précédente, à un niveau symbolique supérieur. La notion de région se substitue à celle du point. Il faut cependant apporter une nuance à la similarité entre les deux étapes. L'information de frontière réelle a été apportée par une exploration de l'$AE_{\max}$. Les régions situées de part et d'autre d'une telle frontière ne peuvent être fusionnées. Elles sont dites incompatibles. Disposant de cette information, la phase de fusion est ciblée sur la détection des frontières artificielles, sans dresser une liste exhaustive et comparative de l'ensemble de ces frontières. Nous avons souligné que les régions à fusionner ne sont pas séparées par des arêtes de l'$AE_{\max}$. Par conséquent, une exploration duale au parcours précédent peut permettre la mise en évidence des adjacences entre régions atomiques fusionnables. Une telle exploration correspond naturellement à l'$AE_{\min}$. Les régions atomiques sont donc fusionnées au cours d'une exploration de l'$AE_{\min}$ chaque fois qu'il n'y a pas d'incompatibilité des régions de part et d'autre des frontières traversées. L'algorithme de fusion a été implanté de façon récursive grâce à l'algorithme suivant appliqué au sommet d'indice t.

Algorithme 2 $FusionRégions(x_s)$

> **pour** tout r successeur de s dans l'$AE_{\min}$
>   **si** $l(x_r) \neq l(x_s)$
>   **et si** $h_\epsilon(x_s, x_r) > 0$
>   **et si** Absence de frontière réelle entre les régions d'étiquettes $l(x_s)$ et $l(x_r)$
>   {Passage à travers une frontière artificielle}
>   **alors** fusion des régions d'étiquettes $l(x_s)$ et $l(x_r)$.
> $FusionRégions(x_r)$
> **fin**

La complexité de cet algorithme est en $O(n(1+neigh^3))$.

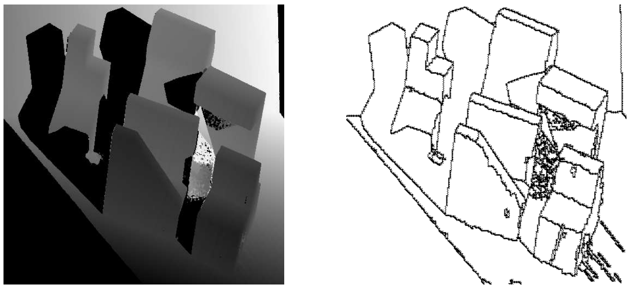


(a) 'Pyramide1' (b) 'Masque' (c) 'Pyramide2'

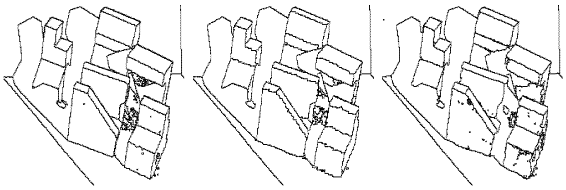
FIG. 7 – *Résultat de la segmentation, a)ϵ décroit entre 0.97 et 0.71 (2 passages), b)ϵ décroit entre 0.994 and 0.91 (11 passages), c)ϵ décroit entre 0.99 et 0.85 (6 passages)*

En pratique, il peut être nécessaire d'effectuer la fusion des régions en plusieurs temps, selon un procédé d'hystérésis. En effet, il est souhaitable de commencer à fusionner les régions dans les zones de faible courbure avant d'aborder les zones de forte courbure. Pour résoudre ce problème, la phase de fusion s'effectue en plusieurs passages successifs [19, 20] avec un relachement progressif du critère d'homogénéité. Ce procédé d'hystérésis [12] permet de contrôler la fusion des régions en supprimant certaines frontières devenues inconsistantes, à moins qu'elles n'aient contribué au prolongement progressif de frontières réelles significatives. Le choix du caractère plus ou moins strict du critère d'homogénéité locale fait intervenir le réglage du paramètre ϵ. Actuellement, la valeur donnée à ce paramètre s'opère sur la base d'un contrôle visuel. Le critère d'arrêt du procédé d'hystérésis correspond à une stabilisation du nombre de régions.

Dans la figure 7, nous présentons les résultats de la segmentation des ensembles de points de la figure 1. Nous présentons également (fig. 8) le résultat de notre méthode sur une des images de profondeur de la base rendue disponible par l'Université de South Florida. Cette base a permis la mise en place d'un programme de comparaison des méthodes de segmentation plane [21]. A titre de comparaison, nous présentons donc les résultats des méthodes de segmentation qui ont fait l'objet de ce programme.



(a) 'abw.train.0' (image de profondeur) (b) Segmentation par diffusion anisotrope d'étiquette



(c) Université d'Edinbourg (d) Université de Berne (e) Université de South Florida

FIG. 8 – *Segmentation d'une image de profondeur*

6 Formalisation du problème à l'aide d'un modèle markovien

Dans cette partie, nous montrons que notre approche peut être vue comme la résolution d'un problème markovien. Par conséquent, notre travail illustre le fait que l'utilisation de structures particulières peut permettre une simplification des opérations classiques de relaxation. L'ensemble des données d'entrée $X = \{x_s, s \in [1, n]\}$ peut être interprété comme la réalisation d'un champ aléatoire χ. De même, le processus de segmentation peut être vu comme l'estimation d'un processus d'étiquetage $\mathcal{L}$ à partir d'un processus point χ.

D'autre part, nous rappelons que le graphe Γ définit un système de voisinage sur l'ensemble des sites $\{s, s \in [1,n]\}$. Localement, l'étiquette $l_s = l(x_s)$ au site s dépend de l'étiquetage des sites voisins (régularisation) et de la configuration locale des points au voisinage de x_s (information contextuelle). Les modèles markoviens fournissent un cadre de modélisation adapté pour ce type de dépendance locale. Ainsi, le champ des étiquettes $L = \{l_s, s \in [1,n]\}$ peut être vu comme la réalisation d'un champ aléatoire markovien $\mathcal{L}$ du système de voisinage modélisé par Γ.

Le recours aux champs markoviens en analyse d'image est possible partout où les techniques de relaxation ont déjà été employées avec succès [7]. De nombreux modèles markoviens ont été développés dans le domaine de la segmentation (classification) des images d'intensité non texturées [22, 20, 23]. Dans ces modèles, la part d'énergie qui correspond au terme d'attache aux données contient généralement un terme gaussien. Ce terme correspond à la définition implicite d'un modèle plan pour les régions issues de la segmentation [2]. Ces modèles ne sont donc pas directement utilisables pour un objectif de segmentation de X en parties lisses bordées par des non-homogénéités.

L'énergie associée au modèle markovien que nous proposons est définie à partir des cliques d'ordre 2 du système de voisinage. L'énergie de ce modèle s'écrit :

$$U(L|X) = \sum_{(s,r)\in\Gamma_{ARETES}} V(s,r)$$

$$\text{où} \quad V(s,r) = (1_{l_s \neq l_r} - 1_{l_s = l_r}) * h_\epsilon(x_s, x_r)$$

$$\text{et} \quad 1_P = \begin{cases} 1 & \text{si la propriété P est vraie} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Cette expression de l'énergie présente des analogies avec un des termes introduits par Geman [22] (interaction entre les bords et l'image restaurée). Pour chaque clique $(s,r) \in \Gamma_{ARETES}$, $V(s,r)$ constitue un terme de régularisation dont l'action est modulée par $h_\epsilon(x_s, x_r)$ qui joue un rôle d'attache aux données. $h_\epsilon(x_s, x_r)$ est une information indépendante de l'étiquetage qui permet d'estimer la déformation locale de la surface autour des points x_s et x_r (voir 4). Ici, l'influence de ce terme consiste à favoriser une égalité d'étiquetage entre les points qui sont séparés par une zone de faible courbure. A l'inverse, ce terme tend à favoriser une rupture d'étiquetage dans les zones de forte courbure. ϵ est un paramètre qui permet de fixer le seuil au delà duquel la présence d'une forte courbure est synonyme de non-homogénéité. Ainsi, l'étiquetage d'un point tient compte de l'anisotropie locale de la surface au voisinage du point.

2. Dans une région, les valeurs des pixels sont proches d'une valeur moyenne caractérisée par la gaussienne

En pratique, l'estimation de L peut être mise en œuvre à l'aide d'un modèle d'évolution dit de relaxation. Au cours de ce processus, chaque valeur l_s est itérativement modifiée selon les lois de probabilité conditionnelle modélisant les dépendances locales. La lourdeur combinatoire de ce type de méthode a parfois été soulignée [24]. D'autre part, ces méthodes doivent écarter les problèmes de convergence vers des minima locaux. Ces problèmes sont évités si on part d'une solution approchée ou si on a affaire à une énergie convexe, ne présentant pas d'ambiguïtés entre différents minima locaux. Ce n'est guère le cas de l'énergie présentée ici, qui correspond à un modèle peu restrictif.

La complexité des opérations de relaxation peut être réduite grâce à des opérations de simplification des dépendances locales. Ainsi, Provost et al ont effectué une linéarisation du problème de la segmentation d'images multicanaux. Dans [25], ils transforment une image bidimensionnelle en un vecteur mono-dimensionnel (parcours fractal de Hilbert-Peano) et se ramènent au traitement d'une chaîne de Markov. Cette réduction dimensionnelle, bien qu'artificielle, permet d'obtenir des résultats probants. L'approche que nous proposons correspond également à une simplification des opérations de relaxation. L'introduction des Arbres d'Escarpement Extrémaux permet la mise en place d'opérations de diffusion simples et peu coûteuses en temps de calcul. Chaque mise à jour de l'ensemble des étiquettes s'opère en quelques secondes [3] nécessaires au parcours des Arbres d'Escarpement Extrémaux.

7 Evolution hiérarchique des Arbres d'Escarpement

Les Arbres d'Escarpement Extrémaux ont été introduits afin de caractériser localement la forme de l'objet. Au cours de l'algorithme de segmentation, les points sont regroupés en régions formant des parties connexes homogènes. Par conséquent, le parcours des portions d'arbres internes aux régions devient inutile pour la suite de la segmentation. Sur ces portions, tous les points possèdent une même étiquette. Leur parcours ne permet plus la détection de non-homogénéité ou d'adjacence entre régions fusionnables.

D'un point de vue numérique, cela entraîne des coûts qui pourraient être évités. Les arêtes de l'$AE_{\max}$ qui nous intéressent sont celles qui permettent la mise en évidence de frontières réelles entre régions. De même, les arêtes pertinentes de l'$AE_{\min}$ sont celles qui soulignent des adjacences entre régions fusionnables.

Sur un plan sémantique, la notion de région se substitue peu à peu à celle du point. Il est donc intéres-

3. Sur une HP-UX B10.20

sant que les Arbres d'Escarpement Extrémaux participent à cette évolution de manière à déboucher sur une représentation symbolique et compacte de la surface d'un objet. Cependant, il est essentiel de conserver la nature d'arbre de ces représentations à chacun des niveaux de la segmentation.
Nous proposons donc une évolution hiérarchique des Arbres d'Escarpement Extrémaux vers des arbres duaux de taille plus réduite permettant de caractériser l'objet. L'évolution hiérarchique de structures issues de la théorie des graphes a déjà prouvé son efficacité dans le domaine du traitement et de la représentation d'images [26] ou de séquences d'images [27]. L'évolution naturelle et directe que nous proposons pour les Arbres d'Escarpement Extrémaux correspond à une contraction d'arbre le long des régions émergentes. Ce mécanisme de contraction s'opère au cours des opérations de diffusion, pendant le parcours des arbres (fig. 9).

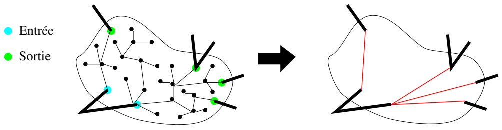
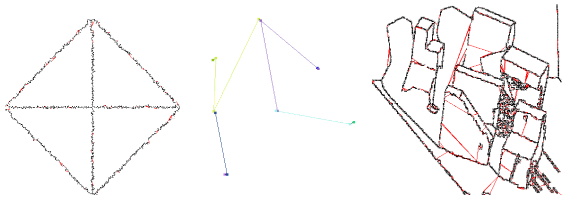


FIG. 9 – *Contraction d'une portion d'arbre le long d'une région (évolution hiérarchique), les arêtes traversant une frontière sont représentées en noir et les arêtes de connexion résultant de la contraction sont représentées en rouge.*

Les algorithmes d'exploration d'un arbre déterminent une orientation de l'ensemble de ses arêtes. A l'intérieur d'une région, les chemins élémentaires entre un sommet d'entrée et une feuille de l'arbre sont supprimés. En revanche, les chemins élémentaires joignant un sommet d'entrée et un sommet de sortie de la région sont remplacés par des arêtes dites de connexité. Ces arêtes maintiennent la structure de l'arbre aux différents niveaux de la segmentation. Enfin, les opérations de contraction préservent les arêtes traversant les frontières entre deux régions. Une formalisation plus générale des processus de contraction pour les Graphes d'Adjacences de Région est présentée dans [26].
La contraction hiérarchique des Arbres d'Escarpement Extrémaux aux différentes étapes de notre processus d'analyse permet de diminuer sensiblement le temps de parcours des arbres. En fin de segmentation, ces arbres constituent des structures anisotropes duales caractérisant l'objet (fig.10).

- L'état final de l'$AE_{\max}$ constitue une représentation de l'objet proche d'une représentation par frontière, à la différence qu'aucun processus de chaînage de contour n'est mis en oeuvre.
- L'état final de l'$AE_{\min}$ est proche de celui d'un arbre couvrant du graphe d'adjacence des régions. L'avantage de cet arbre est qu'il permet de construire une représentation éclatée de l'objet. Cette propriété peut être intéressante pour la recherche d'un espace de paramétrisation de la surface.

Nous obtenons ainsi une représentation symbolique de l'objet basée sur des propriétés intrinsèques et qui s'articule autour d'une segmentation de la surface.



(a) 'Pyramide1', $AE_{\max}$ final (b) 'Pyramide1', $AE_{\min}$ final (c) 'abw.train.0', $AE_{\max}$ final

FIG. 10 – *Des Arbres d'Escarpement Extrémaux à une description symbolique, (en noir les arêtes frontières, en couleur les arêtes de connexité)*

8 Conclusion

La méthode que nous proposons correspond à une approche nouvelle et originale du problème de l'analyse des surfaces numérisées. La mise en œuvre des résultats repose sur un modèle d'évolution discret, inspiré des idées de diffusion anisotrope qui ont été développées pour résoudre le problème de la restauration des images de niveau de gris. A la différence que notre approche ne se base plus sur l'exploitation d'une formulation variationnelle dérivée de l'équation de la chaleur. Les structures d'Arbres d'Escarpement Extrémaux que nous avons introduites sont adaptées au caractère non organisé des données d'entrée traitées. Elles constituent des outils appropriés pour effectuer des opérations de diffusion. Ces structures optimales expriment une certaine connaissance globale sur l'ensemble des points et permettent au système d'être contraint convenablement. Dans le processus de segmentation, ces structures modélisent les dépendances qui permettent de coordonner l'étiquetage de deux points voisins en respectant les contraintes implicites d'homogénéité globale des régions. La complexité numérique des opérations mises en oeuvre peut encore être réduite grâce au processus de contraction hiérarchique des Arbres d'Escarpement Extrémaux. Ce processus préserve la structure d'arbre et permet de faire évoluer les Arbres d'Escarpement Extrémaux vers une description symbolique de plus haut niveau.
Les différents résultats obtenus sont satisfaisants. A présent, une analyse plus fine en terme de choix des paramètres s'impose. Notre méthode est adaptée au

traitement de données éparpillées mais elle est tributaire de la qualité de la relation de voisinage. En ce qui concerne le critère d'homogénéité locale, sa justesse dépend étroitement de la qualité de l'estimation des propriétés différentielles. L'intérêt fourni par l'exploration et la contraction des Arbres d'Escarpement Extrémaux peut être coordonné avec des critères de segmentation plus robustes dans le cas du traitement de données très perturbées.

Remerciements

Ce travail bénéficie du soutien financier de la région Rhône Alpes, dans le cadre du projet ACTIV.

Références

[1] R. BENJEMAA and F. SCHMITT. Fast global registration of 3d sampled surfaces using a multi-z-buffer technique. In *Prodeedings of the IEEE International Conference on Recent Advances in 3-D Digital Imaging and Modeling*, pages 113–120, May 1997.

[2] N. LOMENIE, G. STAMON, L. GALLO, and N. CAMBOU. Structuration plane d'un nuage de points 3d non structuré et détection des zones d'obstacle. In *VISION INTERFACE*, Québec, 1999.

[3] M. KASS, A. WITKIN, and D. TERZOPOULOS. Snakes : Active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 1:321–331, 1987.

[4] I. COHEN, L.D. COHEN, and N. AYACHE. Introducing deformable surfaces to segment 3d images and infer differential structures. Technical report, INRIA, 1991.

[5] X. JIANG and P. KUHNI. Search-based contour closure in range images. *ICPR*, 1:16–18, august 1998.

[6] P.J. BESL and R.C. JAIN. Segmentation through variable-order surface fitting. *IEEE Trans. on PAMI*, 10(2):167–192, march 1988.

[7] J.-P. COCQUEREZ and S. PHILIPP. *Analyse d'images: Filtrage et segmentation*. MASSON, 1995.

[8] A. LEJEUNE and F.P. FERRIE. Finding the parts of objects in range images. *Computer Vision and Image Understanding*, 64(2):230–247, september 1996.

[9] F. ARMAN and J.K. AGGARWAL. Model-based object recognition in dense-range images - a review. *ACM Computing surveys*, 25(1):5–43, march 1993.

[10] J.M. JOLION, P. MEER, and S. BATAOUCHE. Robust clustering with applications in computer vision. *IEEE Trans. on PAMI*, 13(8):791–802, august 1991.

[11] R. DERICHE. Using canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector. *International Journal of Computer Vision*, 1(2):167–187, 1987.

[12] R. CHAINE, S. BOUAKAZ, and D. VANDORPE. A graph-based anisotropic approach to 3-d data segmentation. *IEEE Proc. of SIBGRAPI, IMPA, Rio de Janeiro, BRAZIL*, pages 262–269, october 1998.

[13] H. HOPPE, T. DEROSE, T. DUCHAMP, J. MCDONALD, and W. STUETZLE. Surface reconstruction from unorganized points. *Computer Graphics*, pages 71–77, july 1992.

[14] P.T. SANDER and S.W. ZUCKER. Inferring surface trace and differential structure from 3d images. *IEEE Trans. on PAMI*, 12(9):833–854, september 1990.

[15] P. PERONA and J. MALIK. Scale space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Trans. on PAMI*, 12(7):629–639, July 1990.

[16] L. ALVAREZ, P.L. LIONS, and J.M. MOREL. Image selective smoothing and edge detection by non linear diffusion. *SIAM J Numer Anal*, 29(3):845–866, june 1992.

[17] P. KORNPROBST, R. DERICHE, and G. AUBERT. Edp, débruitage et rehaussement en traitement d'images : analyse et contributions. In *RFIA*, pages 277–286, Clermont-Ferrand, 1998.

[18] F. TUPIN, H. MAITRE, J.-F. MANGIN, J.-M. NICOLAS, and E. PECHERSKY. Detection of linear features in sar images: application to road network extraction. *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sensing*, 36(2), 1998.

[19] A. GAGALOWICZ and O. MONGA. A new approach for image segmentation. *Proc. ICPR*, pages 265–267, 1986.

[20] R. AZENCOTT and C. GRAFFIGNE. Non supervised segmentation using multilevel markov random fields. In *Proc. ICPR*, The Hague, 1992.

[21] A. HOOVER, G. JEAN-BAPTISTE, X. JIANG, P. FLYNN, H. BUNKE, D. GOLDGOF, K. BOWYER, D. EGGERT, A. FITZGIBBON, and R. FISHER. An experimental comparison of range image segmentation algorithms. *IEEE Trans. on PAMI*, pages 1–17, july 1996.

[22] S. GEMAN and D. GEMAN. Stochastic relaxation, gibbs distributions and the bayesian restoration of images. *IEEE Trans. on PAMI*, 6:721–741, 1984.

[23] J. ZERUBIA and R. CHELLAPPA. Mean field annealing using compound gauss-markov random fields for edge detection and image estimation. *IEEE Transactions on Neural Network*, 4:703–709, 1993.

[24] N. PAL and S. PAL. A review on image segmentation techniques. *Pattern Recognition*, 26(9), 1993.

[25] J.-N. PROVOST, C. COLLET, P. PEREZ, and P. BOUTHEMY. Segmentation d'images radiométriques multispectrales pour l'obtention de cartes bathymétriques. In *Proc. ORASIS*, pages 311–320, Aussois, 1999.

[26] J-G. PAILLONCY, W. KROPATSCH, and J-M. JOLION. Object matching on irregular pyramid. *ICPR*, page 1721, 1998.

[27] P. BERTOLINO and S. RIBAS. Image sequence segmentation using a single evolutionary graph pyramid. *IAPR-TC15 Workshop on Graph based Representations*, 1997.