INRIA

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

Projet prisme

Géométrie, Algorithmes et Robotique

Sophia Antipolis

THÈME 2B

Rapport d'Activité

2002

Table des matières

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique
Jean-Daniel Boissonnat [DR]
Responsable permanent
Olivier Devillers [DR]
Assistante de projet
Agnès Clément-Bessière [TR, assistante des projets PRISME, REVES et du comité des projets]
Personnel Inria
Pierre Alliez [CR]
Frédéric Cazals [CR]
Mariette Yvinec [CR]
Personnel UNSA
Raphaëlle Chaine [Maître de conférences]
Chercheur invité
Jean-Marie Morvan [en délégation de l'Université Claude Bernard]
Chercheur associé
Andreas Fabri
Ingénieur associé
Radu Ursu [ODL]
Chercheurs doctorants
Louai Adhami [en collaboration avec CHIR]
Dominique Amar [ENS Cachan, jusqu'au 30 septembre]
David Cohen-Steiner [détaché du corps des Telecom]
Julia Flötotto [allocataire MENRT, jusqu'au 30 septembre 2002, ATER depuis]
Philippe Guigue [allocataire MENRT]
Steve Oudot [allocataire moniteur MENRT, depuis octobre 2002]
Laurent Rineau [normalien, depuis octobre 2002]
Thomas Lewiner [AMX, depuis octobre 2002]
Chercheurs post-doctorants
Menelaos Karavelas
Sylvain Pion [jusqu'au 31 mars 2002]
Stagiaires
Larvi Debiane [en collaboration avec l'IFP, juin]
Steve Oudot [DEA Algorithmique, avril-août 2002]
Laurent Rineau [DEA Algorithmique, avril-août 2002]
Edgar Seeman [École Polytechnique, mai-août 2002]
Mario Trentini [École Polytechnique, avril-juin 2002]

2 Présentation et objectifs généraux

De nombreux domaines d'application demandent de savoir construire et traiter de manière efficace des objets géométriques. Citons, parmi beaucoup d'autres, la robotique, l'informatique graphique et la conception assistée par ordinateur.

L'objectif général du projet PRISME consiste à développer, dans le domaine de la géométrie, une algorithmique effective. Nos recherches portent en premier lieu sur les *aspects combinatoires et algorithmiques*, et se fondent sur des analyses réalistes. Ceci nous a conduits à mener des analyses en moyenne plutôt que dans le pire des cas (randomisation), à prendre en compte des paramètres significatifs autres que la taille des entrées, notamment la taille du résultat (algorithmes adaptatifs) et à définir de nouveaux modèles de calcul fidèles à l'arithmétique des ordinateurs.

Nous abordons de manière systématique, depuis quelques années, les questions liées au *calcul géométrique* : robustesse, programmation et analyse expérimentale des algorithmes, conception et développement d'une bibliothèque d'algorithmes (CGAL). Ces recherches devraient largement faciliter, à moyen terme, la diffusion et l'impact des techniques de la géométrie algorithmique et de nos résultats.

Le placement et le déplacement de robots nous ont fourni un sujet d'études et d'applications depuis de nombreuses années. Nos domaines d'application et nos collaborations industrielles se sont également développés au delà de la robotique. Les succès les plus marquants concernent la modélisation géométrique dans le domaine médical, en CAO et en géologie (commercialisation des logiciels NUAGES et NUAGES-PC).

3 Fondements scientifiques

3.1 Géométrie Algorithmique

Mots clés : algorithme randomisé, algorithme adaptatif, triangulation, diagramme de Voronoï, triangulation de Delaunay, planification de trajectoires.

Résumé : *La géométrie algorithmique [4] a pour objet l'étude systématique des algorithmes géométriques, de leur conception et de leur analyse. C'est un domaine relativement récent né autour des années 1975. Le projet* PRISME *s'intéresse aux principales structures géométriques : triangulations, arrangements et diagrammes de Voronoï, étudie des techniques algorithmiques générales et efficaces et cherche à résoudre quelques problèmes clé, comme la planification de trajectoires de robots et la modélisation géométrique.*

3.1.1 Géométrie combinatoire

Élucider la combinatoire des objets géométriques est l'un des pré-requis indispensables à la conception d'algorithmes efficaces pour résoudre les problèmes de nature géométrique. L'un des apports majeurs de la géométrie algorithmique est d'avoir mis en évidence le rôle central joué par un petit nombre de structures fondamentales : polytopes, triangulations, arrangements et diagrammes de Voronoï. Dans ce domaine, les membres du projet PRISME ont notamment étudié la complexité des arrangements dans le plan, l'enveloppe convexe d'un ensemble de sphères en toutes dimensions ou encore différents diagrammes de Voronoï. Nous nous sommes également intéressés à des problèmes combinatoires liés à certains problèmes d'optimisation géométrique (percement et couverture).

3.1.2 Techniques algorithmiques

Glossaire :

Algorithmes randomisés Les algorithmes randomisés sont des algorithmes qui effectuent des choix aléatoires au cours de leur déroulement[MR95].

Contrairement aux algorithmes probabilistes (dits de Monte Carlo) les algorithmes randomisés (encore appelés algorithmes de Las Vegas) fournissent la solution exacte d'un problème déterministe et ne font aucune hypothèse statistique sur les données traitées. Seule leur complexité dépend des choix aléatoires effectués et s'analyse en moyenne. En conférant aux situations défavorables un poids statistique négligeable, la randomisation conduit à des algorithmes simples et efficaces, notamment en géométrie [CS89]. La randomisation est aussi devenue une méthode de preuve permettant d'établir certains résultats combinatoires. Enfin, et ce n'est pas le moindre des paradoxes, la dérandomisation d'algorithmes randomisés permet, dans certains cas, d'établir des algorithmes déterministes optimaux.

Le projet Prisme s'est plus particulièrement spécialisé dans les algorithmes randomisés incrémentaux et a développé la méthode du graphe d'influence [4, 3, 10]. Le graphe d'influence est une structure de données qui retrace l'histoire de la construction d'un objet. L'utilisation d'une telle structure conduit à des algorithmes semi-dynamiques capables d'insérer en ligne des données qui ne sont pas connues au départ. Pour la plupart des problèmes fondamentaux, on peut même obtenir un algorithme dynamique traitant non seulement les insertions mais aussi les suppressions de données.

Une autre utilisation de techniques randomisées a récemment été développée pour la recherche de voisins dans des espaces de très grandes dimensions en algorithmique moléculaire.

Glossaire :

Algorithmes adaptatifs Algorithmes dont la complexité est fonction de la valeur effective de certains paramètres significatifs (la taille de l'objet calculé, par exemple) et non de la valeur de ces paramètres dans le pire des cas.

Pour la plupart des problèmes géométriques, la taille du résultat est très variable, non seulement en fonction du nombre de données traitées mais aussi en fonction du jeu de données lui-même. Par exemple, l'enveloppe convexe d'un ensemble de n points en dimension d est un polytope dont le nombre de faces peut varier de $(d+1)!$ (pour un $(d+1)$-simplexe) à $\Omega(n^{\lfloor \frac{d+1}{2} \rfloor})$ (pour un polytope maximal à n sommets) ; le nombre d'intersections d'un ensemble de n segments du plan peut varier de 0 à $\frac{n(n-1)}{2}$. Pour ces exemples, il est donc particulièrement intéressant de disposer d'algorithmes adaptatifs dont la complexité dépend de la taille du résultat. Dans d'autres problèmes, ce sont d'autres paramètres qui peuvent jouer un rôle crucial.

[MR95] R. Motwani, P. Raghavan, *Randomized Algorithms*, Cambridge University Press, New York, NY, 1995.

[CS89] K. L. Clarkson, P. W. Shor, « Applications of random sampling in computational geometry, II », *Discrete Comput. Geom. 4*, 1989, p. 387–421.

La contribution du projet PRISME dans ce domaine concerne essentiellement les problèmes d'enveloppes convexes d'objets plans et de percement (ou, par dualité, de couverture).

3.1.3 Triangulations et diagrammes de Voronoï

Glossaire :

Diagramme de Voronoï Soit $\mathcal{S}$ un ensemble de n sites de l'espace euclidien $\mathbf{E}^d$. Pour chaque site p de $\mathcal{S}$, la cellule de Voronoï $V(p)$ de p est l'ensemble des points de $\mathbf{E}^d$ qui sont plus proches de p que de tous les autres sites de $\mathcal{S}$. Le diagramme de Voronoï de $\mathcal{S}$ est la décomposition de $\mathbf{E}^d$ formée par les cellules de Voronoï des sites. Voir la figure 1.

Triangulation de Delaunay Soit $\mathcal{S}$ un ensemble de n points de $\mathbf{E}^d$. La triangulation de Delaunay de $\mathcal{S}$ est le dual géométrique du diagramme de Voronoï de $\mathcal{S}$: deux points de $\mathcal{S}$ sont reliés par une arête dans la triangulation de Delaunay si et seulement si leurs cellules sont adjacentes dans le diagramme de Voronoï de $\mathcal{S}$.

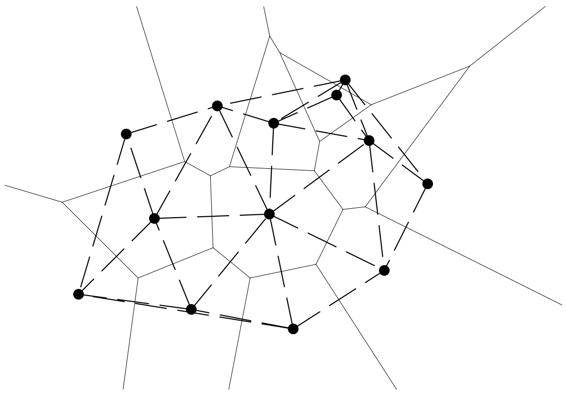

FIG. 1 – Diagramme de Voronoï (en traits pleins) et triangulation de Delaunay (en pointillés) d'un ensemble de points de $\mathbf{E}^2$.

Les diagrammes de Voronoï sont des structures très utiles, rencontrées fréquemment car elles permettent de représenter des relations de distance entre objets et des phénomènes de croissance : il n'est pas étonnant de les voir utilisés pour modéliser des cristaux ou les grandes structures de l'univers, et de les trouver souvent dans la nature, par exemple sur la carapace d'une tortue ou sur le cou d'une girafe réticulée. Les diagrammes de Voronoï sont aussi des structures de données permettant de résoudre de nombreux problèmes : recherche de plus proches voisins et planification de mouvements notamment.

L'étude des diagrammes de Voronoï, de leurs propriétés mathématiques, de leur calcul et de leurs nombreuses variantes a été et reste un sujet d'importance majeure de la géométrie algorithmique [OBS92]. Les contributions du projet PRISME portent sur les aspects combinatoires et algorithmiques, l'extension à différentes métriques non euclidiennes et l'application aux problèmes de reconstruction de formes [5] (cf. section 4.2) et d'approximation de surfaces.

[OBS92] A. OKABE, B. BOOTS, K. SUGIHARA, *Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams*, John Wiley & Sons, Chichester, UK, 1992.

3.1.4 Planification de trajectoires

Une tâche fondamentale en robotique consiste à planifier des trajectoires sans collision dans un environnement encombré d'obstacles. Ce problème est très difficile puisque, même dans sa version la plus simple où les contraintes sur les déplacements du robot sont purement géométriques, sa complexité croît rapidement (de façon probablement exponentielle) avec le nombre de degrés de liberté du robot.

Dans les vingt dernières années, ce problème a suscité des recherches allant des mathématiques (géométrie algébrique, combinatoire, théorie de la complexité), à la programmation et l'implantation effective sur des robots en passant par la conception et l'analyse d'algorithmes performants. L'idée centrale de tous les algorithmes est néanmoins toujours la même : construire une représentation de l'ensemble des configurations du robot pour lesquelles il n'y a pas de collision, ce qu'on appelle l'espace libre du robot. On ramène ainsi le problème du déplacement du robot dans l'espace où celui-ci évolue au problème du déplacement d'un point dans l'espace des configurations dont la dimension est en général élevée (six pour un manipulateur à six degrés de liberté). Moyennant une structuration appropriée de cet espace, on peut alors construire un chemin qui correspond à un déplacement sans collision du robot.

Dans un premier temps, nous avons proposé des méthodes approchées générales qui ont conduit au logiciel industriel ACT. Nous avons ensuite étudié les aspects combinatoires et algorithmiques de cas particuliers importants en pratique : robot mobile évoluant sur un sol plan [1] ou sur un sol accidenté, robot à pattes. On peut obtenir dans ces cas particuliers des solutions analytiques exactes et des algorithmes de calcul efficaces.

Plus récemment, nous avons abordé la planification de trajectoires de robots mobiles soumis à des contraintes cinématiques : on parle dans ce cas de systèmes non holonômes [2]. La grande différence de ces systèmes par rapport aux systèmes holonômes réside dans le fait que tout chemin de l'espace libre n'est pas exécutable par le robot : c'est le problème du créneau qui nécessite de faire des manœuvres si la voiture ne peut pas se déplacer en crabe. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés au calcul de trajectoires de courbure bornée correspondant à une voiture dont le rayon de braquage est minoré. Le contrôle optimal permet de caractériser les plus courts chemins de courbure bornée en l'absence d'obstacle. Il est alors possible d'obtenir des algorithmes efficaces en présence d'obstacles.

Ces travaux ont conduit à plusieurs applications industrielles.

3.2 Calcul géométrique

Mots clés : robustesse, dégénérescence, arithmétique, filtre, régularisation, programmation des algorithmes géométriques, recherche expérimentale.

Résumé : *Le calcul géométrique demande, au-delà de la conception et de l'analyse des algorithmes, de résoudre les questions délicates posées par leur programmation. Il s'agit tout d'abord de savoir représenter et organiser les structures géométriques de façon cohérente et efficace. Il s'agit également de garantir un calcul fiable, ce qui est particulièrement délicat avec les objets géométriques dont la représentation*

est à la fois symbolique et numérique. [Hof89] *Ces problèmes sont un des principaux obstacles à l'utilisation des résultats de la géométrie algorithmique.*[C+96] *Nous détaillons dans la première section les problèmes posés par le calcul géométrique, puis nous décrivons un paradigme pour les résoudre. Finalement, nous présentons le projet* CGAL, *qui pose les fondements d'une bibliothèque d'algorithmes géométriques.*

3.2.1 Robustesse et dégénérescences

Les algorithmes sont généralement exprimés dans un modèle où chaque nombre réel est représentable de façon exacte. En pratique, la représentation des nombres réels en machine pose de gros problèmes qui sont très vite observables. Le résultat des opérations arithmétiques pouvant être tronqué, certaines propriétés géométriques du plan euclidien ne sont pas vérifiées dans l'implantation. Par ailleurs, le traitement des cas dégénérés, souvent ignorés dans les articles, est fastidieux, allonge considérablement les programmes et constitue une source d'erreurs.

Plusieurs approches ont été suivies pour tenter de résoudre ces problèmes. Une méthode de perturbation symbolique, qui permet de résoudre les cas dégénérés, a été développée et raffinée. Pour les algorithmes incrémentaux randomisés, nous avons montré comment perturber la définition du problème pour prendre en compte les cas dégénérés.

Pour ce qui concerne les problèmes de stabilité numérique, une approche prometteuse consiste à utiliser une arithmétique des prédicats exacte (voir la prochaine section). De façon complémentaire, on peut chercher à développer des algorithmes nécessitant une précision minimale. Le formalisme utilisé, basé sur la notion de *degré* d'un algorithme, permet d'analyser les algorithmes et les problèmes en fonction de leur degré et de chercher des compromis entre degré et complexité.

3.2.2 Arithmétique et filtres

Les prédicats constituent l'interface entre les parties numérique et combinatoire des algorithmes géométriques. Le calcul exact de prédicats[YD95] garantit donc la stabilité numérique des algorithmes géométriques et permet à l'implantation de vérifier et d'utiliser les résultats du plan euclidien, plutôt que du plan des nombres flottants (qui en est une discrétisation). Une arithmétique exacte des prédicats ne nécessite pas nécessairement le recours à des types arithmétiques exacts. On peut, par exemple, montrer que certains prédicats comme le signe des déterminants peuvent s'évaluer en simple précision de manière fiable et efficace [6].

[Hof89] C. M. HOFFMANN, « The Problems of Accuracy and Robustness in Geometric Computation », *IEEE Computer 22*, 3, mars 1989, p. 31–41.

[C+96] B. CHAZELLE *et al.*, « Application Challenges to Computational Geometry: CG Impact Task Force Report », *Technical Report n° TR-521-96*, Princeton Univ., avril 1996, `http://www.cs.princeton.edu/~chazelle/taskforce/CGreport.ps.Z`.

[YD95] C. K. YAP, T. DUBÉ, « The exact computation paradigm », *in: Computing in Euclidean Geometry*, D.-Z. Du et F. K. Hwang (éditeurs), édition 2nd, *Lecture Notes Series on Computing*, *1*, World Scientific Press, Singapore, 1995, p. 452–492, `ftp://cs.nyu.edu/pub/local/yap/exact/ExactParadigm.ps.gz`.

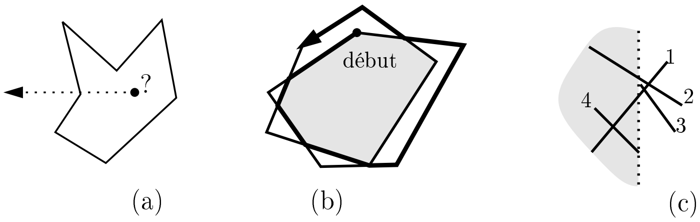

FIG. 2 – Différents problèmes de robustesse :
(a) Une méthode couramment utilisée pour localiser un point dans un polygone consiste à compter la parité du nombre d'intersections d'un rayon allant à l'infini. Ici, ce rayon passe par un sommet. Si les segments sont fermés, on compte deux intersections, aucune si les segments sont ouverts ; dans les deux cas, le point est placé incorrectement à l'extérieur du polygone.
(b) Une méthode couramment employée pour construire l'intersection de deux polygones consiste à parcourir, à partir d'un sommet, la frontière de chacun des polygones alternativement jusqu'au point de départ. Ici, on peut arranger les segments de façon à ce que la deuxième intersection ne soit pas détectée par un calcul en virgule flottante ; l'algorithme fournit alors une solution erronée.
(c) L'algorithme de Bentley-Ottmann, l'un des plus utilisés en géométrie algorithmique, calcule les intersections d'un ensemble de segments en balayant le plan et en s'arrêtant quand la droite passe par un sommet ou une intersection. Ici, on peut disposer les segments de façon à ce qu'un calcul flottant traite les événements dans le mauvais ordre. Si l'intersection entre 1 et 2 est considérée à gauche de l'extrémité de 3, alors l'intersection entre 1 et 3 n'est pas détectée.

Une autre méthode consiste à utiliser des types arithmétiques exacts disponibles dans des bibliothèques telles que GMP ou Leda. Pour rester efficace, il faut avoir recours à des *filtres* qui permettent d'améliorer progressivement le résultat flottant jusqu'à atteindre la fiabilité requise [FvW96]. En moyenne, dans la grande majorité des cas, le calcul flottant suffit pour conclure et l'arithmétique exacte n'est que rarement invoquée. Globalement, la perte de performance est minime.

Nous avons produit, automatisé et intégré dans la bibliothèque CGAL des outils de filtrage [9]. Le but recherché est de libérer le programmeur de ces considérations de robustesse en lui procurant des prédicats exacts à coût très abordable. Des études préliminaires sur des algorithmes classiques ont montré que ce but est réaliste.

3.2.3 Régularisation

Si le calcul des prédicats est exact, l'algorithme retourne un résultat combinatoire correct (carte planaire, diagramme de Voronoï, etc). Reste le problème d'arrondir les coordonnées des objets géométriques sous une forme représentable en machine. Le calcul flottant ne garantit pas que la structure arrondie vérifie des propriétés comme la planarité ou la convexité. Bien que cela n'affecte pas le déroulement de l'algorithme lui même, cela peut avoir des incidences sur les algorithmes qui utilisent ensuite ce résultat. Des méthodes ont été étudiées pour *régulariser* certaines constructions. Elles supposent toutes de savoir arrondir les constructions géométriques sur une grille.

Nous avons développé une méthode permettant d'arrondir correctement des constructions géométriques à un point entier le plus proche. Des outils d'automatisation pour la bibliothèque CGAL sont en cours d'étude. Il faudra aussi évaluer le coût de cette approche. Il reste sur ce sujet beaucoup de recherches à effectuer, en particulier pour des structures plus complexes comme les diagrammes de Voronoï de segments ou les arrangements tridimensionnels.

3.2.4 La bibliothèque CGAL

Comme on l'a vu, la programmation des algorithmes géométriques pose des problèmes difficiles qui ne relèvent pas seulement de l'ingénierie logicielle. Ces problèmes se posent à tous ceux qui utilisent des algorithmes géométriques et il n'existe pas actuellement de solution simple. C'est pourquoi une bibliothèque d'algorithmes géométriques, baptisée CGAL est développée en collaboration avec d'autres équipes européennes dans le cadre de projets européens Esprit : Freie Universität Berlin (Allemagne), Universität Halle (Allemagne), RISC Linz (Autriche), Max-Planck-Institüt Saarbrucken (Allemagne), Tel Aviv University (Israël), Universiteit Utrecht (Pays-Bas), et ETH Zürich (Suisse).

Cette bibliothèque est écrite en C++ et veut permettre une programmation facile, fiable et efficace d'applications nécessitant la mise en œuvre d'algorithmes géométriques (voir aussi 5.1). La généricité est une des caractéristiques de cette bibliothèque. Les algorithmes peuvent utiliser différents types de données dès lors que certaines méthodes sont définies ce qui rend le code largement réutilisable. Cette approche contraste avec celle des « perles » utilisées

[FvW96] S. Fortune, C. J. van Wyk, « Static Analysis Yields Efficient Exact Integer Arithmetic for Computational Geometry », *ACM Trans. Graph. 15*, 3, juillet 1996, p. 223–248.

par exemple en infographie qui doivent être adaptées à chaque nouveau besoin. La généricité doit aussi permettre de comparer les caractéristiques de différents algorithmes dans un même contexte et de conduire des recherches expérimentales.

4 Domaines d'applications

4.1 Panorama

Mots clés : ingénierie inverse, CAO, médical, géologie, satellite, placement, découpe, chimie, molécule.

Une page décrivant des applications : ***http://www.ics.uci.edu/~eppstein/geom.html***

La géométrie algorithmique trouve des applications dans tous les domaines où l'on doit acquérir, modéliser, manipuler ou transformer des données géométriques en quantité importante.

Jusqu'à présent nous avons surtout abordé des applications en reconstruction de formes, en robotique et en modélisation moléculaire mais nos travaux peuvent trouver des applications dans d'autres domaines tels que la conception assistée par ordinateur, la synthèse d'image ou les systèmes d'information géographique.

4.2 Reconstruction de formes

Mots clés : modélisation géométrique, reconstruction de formes, imagerie médicale, géologie.

Résumé : *Reconstruire la forme d'un objet tridimensionnel [5] à partir d'un certain nombre de mesures effectuées sur cet objet est une opération de base dans de nombreux domaines applicatifs. Le projet* PRISME *s'est plus particulièrement intéressé aux problèmes de reconstruction tels qu'ils se posent dans les domaines de l'imagerie médicale et de la géologie. Dans ces deux domaines, des solutions originales, largement basées sur les concepts de diagrammes de Voronoï et triangulations de Delaunay, ont été proposées.*

4.2.1 Imagerie médicale

Dans le domaine médical, les données proviennent généralement d'un système d'imagerie comme la RMN qui permet d'acquérir plusieurs coupes parallèles de la région concernée. La première opération consiste alors à extraire de chaque coupe (de façon manuelle ou en utilisant un procédé automatique d'analyse d'image) un ensemble de contours polygonaux approximant les sections de l'organe à reconstruire. Le procédé de reconstruction considère alors successivement chaque paire de coupes consécutives et reconstruit, à l'aide de la triangulation de Delaunay, la tranche d'organe comprise entre ces deux coupes. On obtient ainsi une représentation volumique de l'objet, une triangulation tridimensionnelle, qui peut se prêter à divers traitements ultérieurs ; visualisation, simulation d'intervention ou planification de trajectoire pour guider une endoscopie (figure 3). Ces travaux [8] ont conduit au logiciel NUAGES commercialisé par plusieurs sociétés (voir 5.4).

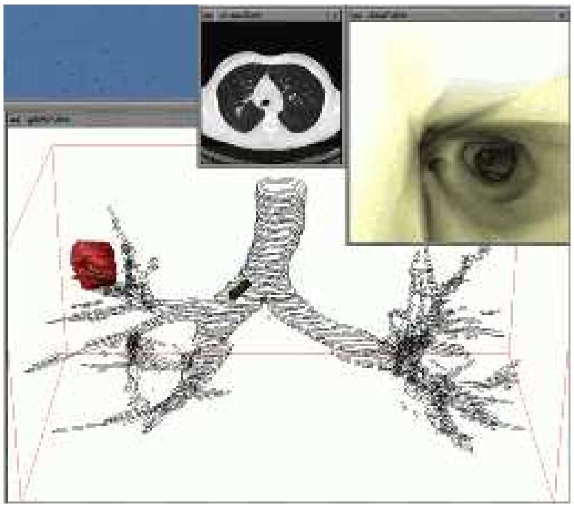

FIG. 3 – Simulation d'endoscopie.

4.2.2 Géologie

Parvenir à une bonne connaissance du sous-sol d'une région est un enjeu majeur dans l'exploitation des ressources minières, le génie civil ou la protection de l'environnement. Pour y parvenir le géologue dispose de plusieurs sources d'informations : sondages, études sismiques et relevés topographiques qui constituent généralement un ensemble de données hétérogènes, éparses et imprécises. Le projet PRISME développe actuellement une méthode de reconstruction automatique de formations géologiques. Cette méthode se distingue des approches plus traditionnelles d'interpolation de surfaces et construit directement une représentation volumique des formations. Entre autres avantages, cette approche permet de segmenter automatiquement les données et de s'affranchir dans une large mesure des problèmes d'instabilité numérique (figure 4, voir 5.6).

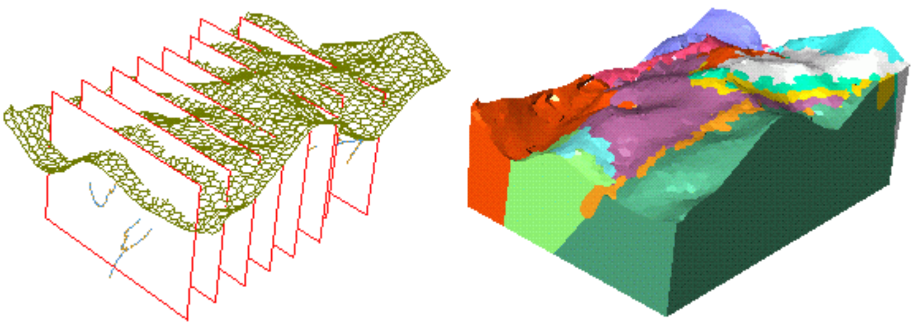

FIG. 4 – Reconstruction du sous-sol de Morges (Alpes).

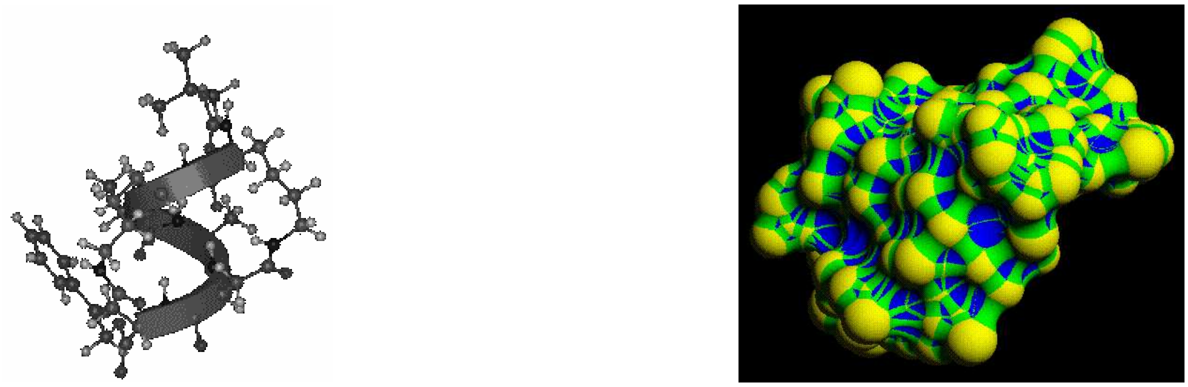

FIG. 5 – (a) Modèle moléculaire (b) Surface moléculaire

4.3 Algorithmique moléculaire

Mots clés : molécule, chimie, docking.

L'émergence de méthodes algorithmiques en biologie moléculaire remonte sans doute aux années 80, mais le processus s'est accéléré depuis environ cinq ans comme en témoignent l'apparition de journaux et conférences spécifiques, ainsi que la publication d'articles relatifs au sujet dans les forums traditionnels comme le symposium ACM de géométrie algorithmique ou Algorithmica.

L'objectif de ces recherches est de trouver des médicaments plus efficaces, moins nocifs, et plus faciles à extraire ou à synthétiser. L'enjeu est donc considérable et ce d'autant plus que des méthodes telle que la synthèse combinatoire donnent accès à une diversité moléculaire gigantesque.

Parmi les problèmes algorithmiques bien identifiés, figurent l'étude des surfaces moléculaires (figure 5), l'investigation des conformations moléculaires stables, le docking ou étude de la complémentarité ligand-récepteur, ainsi que le clustering de grandes bases de données moléculaires. Dans le cadre d'une collaboration avec Sanofi Recherche, nous avons fait une contribution à ce dernier problème.

4.4 Placement de formes

Mots clés : placement géométrique, découpe industrielle, aménagement de satellites.

Résumé : *Le placement de formes rigides ou articulées est un champ d'application privilégié de la géométrie algorithmique. Il s'agit de savoir si un objet donné peut être placé parmi une collection d'objets. Nous avons plus particulièrement étudié deux applications d'origine industrielle : la découpe et l'aménagement de satellites.*

4.4.1 Découpe

Il s'agit de découper sur un support plan (peau, tôle, tissu, etc) des formes géométriques données, souvent polygonales. Deux objectifs sont poursuivis : rapidité du placement des formes sur le support et minimisation des chutes.

Nous avons résolu les problèmes de placement et de déplacement dans le cas d'un polygone (resp. polyèdre) en translation dans un univers polygonal (resp. polyédrique) en proposant des algorithmes de complexité quasi-optimale. Ces algorithmes permettent de calculer un placement s'il en existe un, mais également l'ensemble des positions admissibles de l'objet à placer. Le placement simultané de deux polygones en translation dans un environnement polygonal, et de trois polygones dans un parallélogramme, a également été résolu. Le calcul de l'espace admissible pour un polygone en translation et rotation peut aussi être effectué avec une complexité presque optimale.

Ces algorithmes permettent d'exhiber rapidement une solution au problème de découpe, en plaçant l'une après l'autre les différentes formes sur le support. Ils sont à la base du logiciel PIAF (voir 5.8).

4.4.2 Aménagement de satellites

L'aménagement d'un satellite consiste à positionner les équipements spécifiés par un schéma logique sur une plate-forme, en prenant en compte des contraintes physiques imposées par l'environnement (par exemple la protection contre les rayons solaires) et par les équipements entre eux (par exemple l'interférence électromagnétique et le respect du champ de vue d'un instrument d'observation). L'aménagement spatial d'un satellite s'inscrit dans un processus de conception complexe qui dure en général plusieurs mois et nécessite de nombreux allers-retours entre bureau d'études et équipes spécialisées en électro-magnétisme, thermique et mécanique. L'objectif de notre travail est de démontrer, en développant un prototype, qu'il est possible d'accélérer considérablement la phase de conception en assistant, voire en automatisant, l'aménagement avec des méthodes issues de la géométrie algorithmique. Un résultat est présenté sur la figure 6.

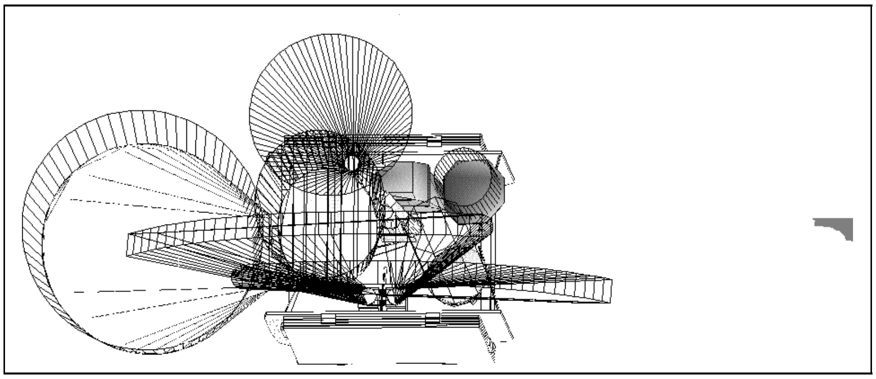

FIG. 6 – A droite : espace admissible pour l'instrument grisé.

5 Logiciels

5.1 Bibliothèque d'algorithmes géométriques CGAL

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Hervé Brönnimann, Frédéric Cazals, Frank Da, Olivier Devillers, Andreas Fabri, Sylvain Pion, François Rebufat, Monique Teillaud, Mariette Yvinec [correspondante].

Voir aussi les paragraphes 3.2.4, 6.2, 7.2.
Le site du projet : `http://www.cgal.org/`.

CGAL est une bibliothèque de programmes géométriques developpée dans le cadre de deux projets Européen successifs (projet ESPRIT IV LTR CGAL décembre 97 - juin 98, projet ESPRIT IV LTR GALIA novembre 99- aout 00) par un consortium formé de huit équipes de recherches des organismes suivants : Universiteit Utrecht, Max-Planck-Institüt, INRIA Sophia Antipolis, ETH Zürich, Tel Aviv University, Freie Universität Berlin, Universität Halle, RISC Linz. CGAL a pour but de rendre accessibles au monde industriel et aux domaines applicatifs les solutions que propose la géométrie algorithmique.

La bibliothèque CGAL comprend un noyau, une bibliothèque de base et un certain nombre de modules support. Le noyau est formé de classes C++ qui représentent les objets géométriques élémentaires (points, vecteurs, directions, droites, rayons, plans, simplexes, boîtes isothétiques) ainsi que des transformations affines et un certain nombre de prédicats et constructions géométriques sur ces objets. Actuellement, ces classes existent en dimension 2 et 3 ; à terme elles seront disponibles en toutes dimensions. Par le mécanisme des classes génériques, chaque classe peut être instanciée selon plusieurs modes de représentation : on peut choisir entre coordonnées cartésiennes ou homogènes, ainsi qu'entre différentes arithmétiques.

La bibliothèque de base propose un certain nombre de structures de données géométriques ainsi que des algorithmes. Les structures de données comprennent polygones, polyèdres, triangulations, cartes planaires, arrangements et diverses structures de recherche (arbre de segments, arbres k-dimensionnels, etc.). Des algorithmes sont disponibles pour calculer des enveloppes convexes et résoudre des problèmes d'optimisation (linéaires, quadratiques, de type linéaires généralisés). Par le biais des classes et des fonctions génériques, ces algorithmes peuvent s'utiliser soit avec les objets du noyau, soit avec des classes géométriques propres à l'utilisateur pourvu que celles-ci satisfassent un ensemble de requêtes spécifiées par une *classe d'implantation*.

Enfin, une bibliothèque support permet de générer des objets aléatoires, et d'interfacer CGAL avec plusieurs outils de visualisation (Fichier ascii, Leda windows, OpenGl, Open Inventor, Tcl/Tk, PostScript).

CGAL compte actuellement environ 500 000 lignes de code et supporte les plateformes suivantes : Mips Pro (CC, g++) , SUNOS(GNU C++, KAI C++), Linux((GNU C++), WindowsNT(Visual C++, Borland C++). La version 2.3 de CGAL est disponible sur le web depuis août 2001.

5.2 Évaluation exacte d'expressions numériques

Participants : Hervé Brönnimann, Olivier Devillers, Sylvain Pion [correspondant], Mariette Yvinec.

http://www-sop.inria.fr/prisme/logiciel/.

L'un des points cruciaux en géométrie, concernant la vitesse autant que la robustesse, est le calcul des prédicats, tels les signes de déterminants.

Pour ce faire, une bibliothèque d'arithmétique d'intervalles permet d'accélérer les calculs, tout en vérifiant leur exactitude : c'est un filtre arithmétique. La bibliothèque proposée ici est plus adaptée aux besoins des prédicats que d'autres bibliothèques disponibles, car elle permet de s'affranchir des changements répétitifs de modes d'arrondis, et est donc plus rapide.

En complément, pour effectuer les calculs exacts en cas d'échec d'un filtre, on peut utiliser la bibliothèque d'arithmétique modulaire, qui permet de calculer en particulier les signes de déterminants et d'expressions polynômiales plus générales, qui interviennent dans la quasi-totalité des algorithmes géométriques.

Nous proposons également des méthodes plus spécifiques pour le calcul de déterminants de petites dimensions sur des entiers.

5.3 Hiérarchie de Delaunay

Participant : Olivier Devillers [correspondant].

Versions de démonstrations disponibles,
http://www-sop.inria.fr/prisme/logiciel/del-hierarchy/fr.html

Nous proposons une nouvelle structure de données pour le calcul de la triangulation de Delaunay de points du plan permettant de combiner simultanément une bonne complexité théorique dans le cas le pire, un très bon comportement pratique et une occupation mémoire réduite. Cette structure permet également une mise à jour dynamique (insertions et suppressions).

Ce programme peut calculer la triangulation de 500 000 points aléatoires dans le plan en 22 secondes et de 150 000 points sur la surface d'un objet tridimensionnel en 40 secondes (sur SUN Ultra10) [7].

5.4 Reconstruction à partir de coupes.

Participants : Jean-Daniel Boissonnat [correspondant], Bernhard Geiger.

http://www-sop.inria.fr/prisme/logiciel/nuages.html

NUAGES, logiciel de reconstruction 3D à partir de sections 2D (voir 4.2.1) développé par Bernhard Geiger, est utilisé notamment pour l'imagerie médicale, la microscopie électronique et la reconstruction de surface. Il est commercialisé par Noesis, Cril, Siemens, Leibinger. Le code source est désormais disponible gratuitement pour une usage non commercial. Plusieurs publications dans des domaines appliqués décrivent des résultats obtenus avec NUAGES [8].

5.5 Reconstruction de surface à partir de points $3D$ non structurés

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Frédéric Cazals [correspondant], Olivier Devillers.

Il s'agit du logiciel de reconstruction de surface baptisé NUAGES-PC pour Nuages-PointCloud.

Ce logiciel a été intégré à CATIA, logiciel de CAO édité et commercialisé par Dassault Systèmes.

5.6 Modeleur géométrique pour la géologie

Participant : Jean-Daniel Boissonnat [correspondant].

http://www-sop.inria.fr/prisme/fiches/Geologie/

GEO3D (voir 4.2.2) permet de construire automatiquement un modèle volumique à partir de données hétérogènes et irrégulières. Ce logiciel est développé dans le cadre du programme national GÉOFRANCE3D de cartographie du sous-sol de la France. Une première version est utilisée au BRGM. Ce travail est le résultat de la thèse de Stéphane Nullans.

5.7 Aménagement de satellites

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Eelco de Lange, Monique Teillaud [correspondante].

http://www-sop.inria.fr/prisme/fiches/Satellite/

Le logiciel GÉOTOOLS pour l'aménagement d'un satellite permet le placement itératif d'instruments (antennes et autres équipements) sur une plate-forme plane. Le logiciel a été conçu dans le cadre de notre collaboration avec MATRA MARCONI SPACE.

5.8 Placement et déplacement

Participant : Jean-Daniel Boissonnat [correspondant].

Bernard Faverjon et le projet PRISME sont à l'origine du logiciel ACT permettant la planification de trajectoires pour des robots manipulateurs. Ce logiciel est commercialisé par Alma.

Francis Avnaim a développé un logiciel de placement de formes pour la découpe de pièces bidimensionnelle (tissus, métal, cuir...). Ce logiciel est commercialisé par la société Nakache.

6 Résultats nouveaux

6.1 Structures de données, combinatoire, algorithmes

Mots clés : tri, recherche, randomisation, géométrie algorithmique, diagramme de Voronoï, triangulation de Delaunay diagramme à poids additifs, diagramme d'Appollonius.

6.1.1 Jumplists

Participant : Frédéric Cazals.

Travail en commun avec H. Brönnimann (Polytechnic University, New York, USA), et Marianne Durand (projet Algo, INRIA Rocquencourt).

Nombre de structures de données utilisées an algorithmique géométrique sont des extensions de structures initialement conçues pour le tri et la recherche de clefs unidimensionnelles. Par exemple la hiérarchie de Delaunay [25] est une extension des skip-lists [Pug90].

Les skip-lists sont une structure de données randomisée où la complexité des requêtes mais aussi la mémoire requise sont des variables aléatoires. Nous avons proposé une alternative utilisant un espace mémoire déterministe [33]. La nouvelle structure, baptisée jumplist, est à ce jour la seule structure de dictionnaire permettant également d'effectuer des requêtes de type *kème plus grand*, en utilisant seulement trois entiers par nœud —les deux pointeurs vers les sous-structures et la taille de l'une des sous-structures.

6.1.2 Configurations de points

Participant : Olivier Devillers.

Travail en collaboration avec Ferran Hurtado et Carlos Seara (UPC Barcelone)

Nous avons étudiés [54] des variantes coloriées du théorème de Erdös et Szekeres sur l'existence de configurations convexes dans un ensemble de points. Pour un ensemble de points S en position générale dans le plan, partitionné en k couleurs, nous étudions l'existence de sous-ensembles de points en position convexe et vérifiant des contraintes sur les couleurs (tous les sommets de la même couleur ou tous de couleurs différentes ou d'au moins deux couleurs différentes) et en imposant éventuellement la contrainte pour le convexe de ne pas contenir de points de S. On obtient des résultats sur le nombre minimum de points nécessaire pour garantir l'existence d'un convexe à m cotés ou pour certaines valeurs de m et k des contre-exemples d'inexistence.

6.1.3 Une borne linéaire sur la complexité de la triangulation de Delaunay de points pris sur une surface polyédrique

Participants : Jean-Daniel Boissonnat.

Travail en collaboration avec Dominique Attali du LIS, ENSIEG.

Les triangulations de Delaunay et les diagrammes de Voronoï trouvent des applications nombreuses en modélisation de surfaces : génération de maillages, déformation, reconstruction de surfaces. Beaucoup d'algorithmes dans ce contexte commencent par construire la triangulation de Delaunay d'un ensemble fini de points pris sur la surface. Leur complexité dépend donc de la complexité de la triangulation de Delaunay des points. La complexité de la triangulation de Delaunay de n points de $\mathbb{R}^d$, c'est-à-dire le nombre de ses faces, peut être $O(n^{\lceil \frac{d}{2} \rceil})$. En

[Pug90] W. Pugh, « Skip lists: a probabilistic alternative to balanced trees », *Commun. ACM 33*, 6, 1990, p. 668–676.

particulier, dans $\mathbb{R}^3$, le nombre de tétraèdres peut être quadratique. Nous avons donné une borne linéaire sur la complexité de la triangulation de Delaunay de points distribués sur un nombre fixé de facettes de $\mathbb{R}^3$, par exemple les faces d'un polyèdre, et vérifiant une hypothèse d'échantillonnage uniforme assez faible. Notre borne est déterministe et les constantes sont données explicitement [44, 28]. Nous travaillons à étendre ce résultat au cas lisse, encore ouvert et plus délicat, pour lequel J. Erickson a exhibé une borne $\Omega(n\sqrt{n})$, mais pour des surfaces non génériques.

6.1.4 Diagrammes de Voronoï à poids additifs

Participants : Ménélaos Karavelas, Mariette Yvinec.

Nous proposons un algorithme dynamique pour construire le diagramme de Voronoï d'un ensemble de cercles encore appelés diagramme d'Appolonius ou diagramme à poids additifs d'un ensemble de points pondérés du plan. L'algorithme représente le diagramme à poids additif à travers son dual. Il est incrémental et pleinement dynamique, c'est-à-dire permet l'insertion ou la suppression de sites. Une analyse randomisée sur l'ordre d'insertion montre que l'algorithme construit le diagramme de Voronoï à poids additifs d'un ensemble de n sites parmi lesquels h ont une cellule de Voronoi non vide, en temps moyen $O(nT(h) + h \log h)$ où $T(k)$ est le temps nécessaire pour répondre à une requête de plus proche voisin (pour une distance à poids additifs) sur un ensemble de k sites à cellules non vides. L'espace mémoire utilisé est $O(n)$. L'algorithme est simple à implémenter et une étude expérimentale laisse présumer un comportement asymptotique en $O(n \log h)$.

Il existe très peu d'implémentations d'algorithmes de calcul des diagrammes de Voronoï de cercles. Celle que nous proposons est la première à traiter dynamiquement un ensemble de cercles général, incluant des cercles qui se coupent ou s'incluent mutuellement.

6.1.5 Complexité combinatoire des cellules des diagrammes de Voronoï Euclidiens et des enveloppes convexes de sphères de $\mathbb{R}^d$

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Ménélaos Karavelas.

On établit une correspondance entre une cellule d'un diagramme de Voronoï de sphères (encore appelé à poids additifs ou d'Appolonius), un diagramme de puissance et une enveloppe convexe de sphères [47, 39]. Comme conséquence immédiate de cette correspondance, on obtient des bornes exactes en toutes dimensions sur la complexité d'une cellule d'un diagramme de Voronoï de sphères et celle d'une enveloppe convexe de sphères. Plus précisément, étant données n sphères de $\mathbb{R}^d$, on montre que la complexité dans le cas le pire d'une cellule du diagramme de Voronoï des sphères et de l'enveloppe convexe des sphères est $\Theta(n^{\lceil \frac{d}{2} \rceil})$. La correspondance entre une cellule d'un diagramme de Voronoï de sphères et une enveloppe convexe de sphères conduit également à un algorithme qui permet de construire une cellule d'un diagramme de Voronoï de n sphères en temps $O(n \log n + n^{\lceil \frac{d}{2} \rceil})$, ce qui est optimal en toutes dimensions dans le cas le pire. Ce résultat apporte un éclairage nouveau sur une question encore ouverte : la complexité (totale) d'un diagramme de Voronoï de sphères en dimensions paires.

6.2 Calcul géométrique et Cgal

Mots clés : géométrie algorithmique, robustesse, perturbation, dégénérescence, vérification, prédicats, degré algébrique des algorithmes, triangulation de Delaunay. visualisation, débugging.

6.2.1 Test d'intersection de deux triangles en 2D et 3D

Participants : Olivier Devillers, Philippe Guigue.

Les prédicats jouent un rôle critique du point de vue de la robustesse et il est donc essentiel de les évaluer exactement. De plus, les algorithmes résolvant un problème donné n'utilisent pas nécessairement les mêmes prédicats : privilégier les algorithmes qui nécessitent un jeu de prédicats de complexité algébrique minimale permet de limiter les exigences arithmétiques d'une implantation robuste. Dans ce cadre nous avons proposé [52] une nouvelle méthode permettant de tester l'intersection de triangles d-dimensionnels ($d = 2{,}3$) n'utilisant que des prédicats de degré d. L'implantation obtenue se compare très favorablement aux méthodes déja existantes à la fois en termes de robustesse et de temps de calcul.

6.2.2 Opérations booléennes arrondies de polygones simples

Participants : Olivier Devillers, Philippe Guigue.

L'arrondi de structures géométriques est primordial si l'on désire limiter les exigences arithmétiques de l'implantation robuste d'un algorithme utilisant des constructeurs géométriques, notamment si l'on veut pouvoir cascader ce type d'algorithmes, c'est-à-dire réinjecter le résultat d'un algorithme dans un autre. Cependant, il est clair qu'un arrondi sans précaution ne prévient pas de la perte de certaines propriétés souhaitables entre le résultat réel et sa version arrondie.

Nos travaux récents consistent en l'élaboration d'une méthode permettant le plongement de la réunion et de l'intersection de deux régions polygonales à coordonnées entières dans un ensemble de valeurs entières et garantissant certaines propriétés topologiques et géométriques intéressantes telles que des relations d'inclusion ainsi que certaines propriétés métriques entre le polygone original et sa version arrondie. De la même manière que l'arithmetique IEEE arrondit le résultat d'une opération flottante à un nombre flottant, on désire définir plusieurs notions d'arrondi pour le résultat d'opérations booléennes sur de telles structures géométriques.

Afin de disposer de primitives pour de telles opérations de haut niveau nous avons également développé des constructeurs arrondis pour des opérations élémentairestelles que le point d'intersection de segments dans le plan, le centre du cercle circonscrit à un triangle dans le plan ou le centre de la sphère circonscrite à un tétraèdre dans l'espace. Le point *réel* correspondant au résultat n'est en général pas représentable par un nombre machine habituel (i.e. `float`), nous avons proposés des méthodes pour calculer l'arrondi au plus près du résultat [53].

6.2.3 Prédicats géométriques exacts et efficaces pour la triangulation de Delaunay

Participants : Olivier Devillers, Sylvain Pion.

Une implantation efficace du paradigme du calcul exact nécessite l'utilisation de filtres arithmétiques pour accélérer le temps de calcul lorsque les prédicats sont appelés sur des cas faciles. Selon ce que l'on appelle «facile», on peut classifier les filtres en statique, dynamique, ou bien des hybrides souvent qualifiés de semi-statiques. Nous avons proposé [55], dans le contexte de la triangulation de Delaunay en dimension 3 :
— des outils automatiques pour l'écriture de filtres statiques et semi-statiques,
— un nouveau niveau de filtrage semi-statique dénommé filtre par translation,
— des résultats expérimentaux détaillés sur les taux d'échec de ces filtres et des comparaisons avec l'arithmétique flottante (arrondie et fausse), l'arithmétique des entiers longs et les filtres de Shewchuk.

Notre méthode est générale et peut être appliquée à tous les prédicats géométriques pouvant s'exprimer comme le signe d'un polynôme. Ce travail est utilisé dans la bibliothèque CGAL.

6.2.4 Suppression de sommets dans la triangulation de Delaunay 3D

Participants : Olivier Devillers, Monique Teillaud.

Bien que la triangulation de Delaunay soit une structure bien connue, supprimer un point de manière robuste reste un problème délicat en pratique.

Nous proposons une méthode simple pour la suppression d'un point dans une triangulation de Delaunay 3D qui fonctionne dans tous les cas, même très dégénérés. La solution est disponible dans la bibliothèque CGAL(versions 2.3 et 2.4).

La méthode proposée [56] a une complexité sous-optimale mais elle n'utilise que les tests de base nécessaires à la triangulation de Delaunay, à savoir le prédicat de cosphéricité, au contraire d'autres méthodes nécessitant l'introduction de tests plus compliqués. Ceci a plusieurs avantages : la gestion des cas dégénérés peut être entièrement faite dans le prédicat de cosphéricité au moyen d'une technique de perturbation symbolique, l'utilisation du seul prédicat de cosphéricité permet de maintenir la généricité de l'algorithme en ne réclamant pas à l'utilisateur de fournir des prédicats non directement reliés au problème ; enfin, la non optimalité est peu génante en pratique car elle ne se produit que dans des cas pathologiques : pour des points dans une position raisonnable, le degré du point supprimé est en général constant et ces problèmes de complexité ne se posent pas.

6.2.5 Visualisation

Participants : Andreas Fabri, Radu Ursu.

CGAL possède maintenant un outil de visualisation 2D basée sur le logiciel Qt de Troll-Tech. Après plusieurs tâtonnements et des solutions provisoires diverses, cet outil a été choisi parce qu'il est multi-plateformes (Windows/Linux) et libre. La plupart des packages de CGAL possèdent maintenant un programme de démonstration basé sur Qt.

6.2.6 Support Windows

Participants : Andreas Fabri, Radu Ursu.

Avec la sortie de la version 2.4 de CGAL, le support des plateformes Windows s'est considérablement amélioré. L'utilisateur de CGAL sous Windows dispose maintenant d'un module d'installation de CGAL tout à fait semblable aux Install Shield qu'il a l'habitude de rencontrer. Il peut facilement utiliser l'outil de développement intégré Microsoft Developer Studio pour compiler la librairie, les programmes d'examples et de démonstrations de CGAL, ou développer ses propres applications. Enfin, CGAL a été porté sur la dernière version VC7++ du compilateur Visual C++ sortie en janvier 2002.

6.2.7 Visualisation et debugging d'applications géométriques

Participant : Frédéric Cazals.

Le développement et le debugging d'une application géométrique peuvent s'avérer difficiles notamment lorsque des problèmes numériques interfèrent avec des algorithmes et structures de données complexes. Nous avons mis au point un outil logiciel facilitant le développement, le debugging et la maintenance d'applications géométriques [19].

Cet outil, le stéthoscope géométrique, permet en particulier de visualiser à n'importe quel moment, en $3D$, et sans modifier le code source les objets géométriques manipulés. L'architecture est basée sur le multi-threading et nécessite seulement un visualiseur $3D$ (OpenGL, Open Inventor ,...), et peut être couplée à n'importe quel debugguer (gdb, dbx, ddd,...).

6.3 Approximation géométrique

Mots clés : maillages, surfaces lisses, approximation, géométrie différentielle, paramétrisation.

6.3.1 Approximation de l'axe médian

Participant : Jean-Daniel Boissonnat.

Travail en commun avec Dominique Attali du LIS, ENSIEG.

On donne de nouveaux résultats de convergence et des bornes d'erreur sur l'approximation de l'axe médian d'une surface par le diagramme de Voronoï de points pris sur la surface [43]. Dans une première partie, on borne la distance de Hausdorff entre un sous-ensemble des centres des sphères de Delaunay et l'axe médian. Dans une deuxième partie, on exhibe une application entre un sous-ensemble des centres des sphères de Delaunay et les points de l'axe médian, et bornons la distance entre un point et son image. A la différence des résultats connus, nos résultats sont valides pour des surfaces où les normales ne sont pas nécessairement définies partout, en particulier pour les polyèdres.

6.3.2 Courbure de Gauss des polyèdres et des surfaces lisses

Participants : Frédéric Cazals, Jean-Marie Morvan.

Travail en commun avec Vincent Borelli, Institut Desargues, Univ. Lyon I.

Soit S une surface lisse de E^3, p un point de S, k_m, k_M, k_G et k_H les courbures maximale, minimale, de Gauss et moyenne de S au point p. Soit un ensemble $\{p_i p p_{i+1}\}_{i=1,\ldots,n}$ de n triangles Euclidiens formant une approximation linéaire par morceaux de S en p —avec $p_{n+1} = p_1$. Pour chaque triangle, soit γ_i l'angle $\angle p_i p p_{i+1}$. Le déficit angulaire en p est défini par $2\pi - \sum_i \gamma_i$. Nous avons montré [32, 48] que lorsque les longueurs d'arêtes $|| pp_i ||$ tendent vers zéro, le déficit angulaire est asymptotiquement équivalent à un polynôme homogène de degré deux en les courbures principales.

Dans le cas de maillages réguliers, on établit une forme close pour les coefficients de ce polynôme. On montre que les sommets de valence quatre et six sont les seuls où k_G peut être estimée à partir du déficit angulaire. Pour les sommets dont la valence n'est ni quatre, ni six, on établit que les courbures principales peuvent être calculées à partir du déficit de deux maillages indépendants. Pour les maillages irréguliers, on montre que l'écart entre le déficit angulaire (normalisé par le *module* du maillage) et k_G dépend de k_m et k_M.

6.3.3 Estimation des courbures principales d'une surface lisse à partir d'une approximation triangulée

Participants : David Cohen-Steiner, Jean-Marie Morvan.

L'approche retenue [51] consiste à étendre la définition de la seconde forme fondamentale aux polyèdres en se basant sur la théorie des cycles normaux developpée par Wintgen et Zähle. Plus précisément, on associe à toute région d'une surface un tenseur qui dans le cas lisse donne l'intégrale de la seconde forme fondamentale sur cette région. Dans le cas où l'approximation polyédrique choisie est la triangulation de Delaunay restreinte à la surface, on montre que les tenseurs calculés sur celle-ci convergent vers ceux de la surface lisse quand le pas d'échantillonnage tend vers 0 moyennant une hypothèse raisonnable d'uniformité locale sur l'échantillonnage. Ce cas est important en pratique dans la mesure où la sortie de la plupart des algorithmes de reconstruction est précisément la triangulation de Delaunay des points de l'échantillon restreinte à la surface. Si de très nombreuses méthodes d'estimation de courbures sont disponibles, celle-ci est à notre connaissance la première dont on a réussi à montrer la convergence. La formule obtenue est de plus très simple, ce qui permet un calcul rapide. Nous essayons actuellement de trouver des bornes sur l'erreur d'approximation commise, ce qui permettrait de préciser le choix des régions de moyennage à considérer quand on veut réaliser des estimations de la seconde forme fondamentale en un point donné.

6.3.4 Approximation de l'aire d'une surface

Participants : Jean-Marie Morvan.

Travail en commun avec Boris Thibert, Institut Desargues, Univ. Lyon I.

Nous comparons l'aire d'une surface lisse S et l'aire d'une surface M qui lui est proche, au moyen de la structure locale de S et de la distance entre S et M. Nous obtenons des résultats de convergence, en particulier lorsque la surface qui approche S est le complexe de Delaunay restreint associé à un ϵ-échantillonage $\mathcal{S}$ de S.

6.3.5 Approximation du champ de vecteurs normal d'une surface

Participants : Jean-Marie Morvan.

Travail en commun avec Boris Thibert, Institut Desargues, Univ. Lyon I.

Nous comparons le champ de vecteurs normal d'une surface lisse S compacte (orientée) aux normales des faces d'une triangulation T dont les sommets appartiennent à cette surface. Comme corollaire, nous déduisons une approximation de l'aire de S par l'aire de T. Nous appliquons ce résultat à la triangulation de Delaunay restreinte obtenue à partir d'un échantillonage de S. En utilisant l'algorithme de Chew, nous construisons des suites de triangulation inscrites sur S, dont les mesures de courbure tendent vers les mesures de courbure de S.

6.3.6 Sur le dépliage d'une surface développable

Participants : Jean-Marie Morvan.

Travail en commun avec Boris Thibert, Institut Desargues, Univ. Lyon I.

Ce travail étudie l'approximation du dépliage dans le plan d'une surface lisse développable par le dépligage dans le plan d'une surface triangulée développable. Nous donnons dábord une approximation explicite qui dépend de l'angle maximal entre les normales des deux surfaces, de la courbure de la surface lisse et de la distance de Hausdorff entre les deux surfaces. Nous donnons ensuite des exemples de suites de triangulations developpables dont le nombre de sommets et d'arêtes tend vers l'infini, toutes inscrites sur une sphère de rayon 1.

6.3.7 Un système de coordonnées locales sur une surface échantillonnée

Participants : Jean Daniel Boissonnat, Julia Flötotto.

Nous définissons un système de coordonnées sur une surface associé à un échantillon de points de la surface. Ce problème est bien étudié si le domaine de définition du système de coordonnées est restreint à l'enveloppe convexe des points de l'échantillon. Notamment, Sibson a proposé les coordonnées naturelles. Boissonnat et Cazals ont montré que les coordonnées naturelles ont de bonnes propriétés si la densité de l'échantillonnage de la surface tend vers l'infini. Dans ce travail [46, 31], on propose un système de coordonnées qui est défini partout sur la surface, continu et local, même si la densité de l'échantillonnage est finie. En plus, il est $(d-1)$-dimensionnel et pas d-dimensionnel comme les systèmes habituels. Nous appliquons ce système de coordonnées à l'interpolation d'une fonction définie sur une surface.

6.3.8 Approximation de surfaces implicites

Participants : Dominique Amar, Mariette Yvinec.

En collaboration avec Bernard Mourrain du projet GALAAD.

Bien que les courbes et surfaces paramétrées soient plus couramment utilisées, certaines situations conduisent cau traitement d'objets définis de manière implicite. Le calcul d'une approximation polygonale reproduisant la topologie de l'objet original est alors une opération particulièrement cruciale. Ce travail utilise les bases de Berstein-Bézier et une décomposition du plan pour construire une approximation linéaire par morceaux d'une courbe polynomiale. Le raffinement de la décomposition est guidée localement par l'étude des signes des coefficients de la fonction implicite et poussé jusqu'à obtenir une représentation polygonale qui décrit la topologie ou approche à une précision donnée l'objet algébrique. Deux techniques de décomposition sont étudiées : la première utilise des boites parallèles aux axes et la seconde une triangulation de Delaunay. La triangulation de Delaunay conduit à des évaluations plus comliquées des nouveaux coefficients mais permet en revanche d'obtenir une subdvision mieux adaptée à la géométrie de l'objet. Des expérimentations ont été faites avec les bibliothèques et CGAL, pour le tracé de courbes planes. Une analyse de la complexité de cette méthode en terme des caractéristiques géométriques de l'objet implicite est en cours, ainsi qu'un article décrivant cette approche.

6.3.9 Paramétrisation

Participants : Pierre Alliez.

Travail en collaboration avec Mark Meyer (Caltech, Los Angeles), Mathieu Desbrun (University of Southern California),

La paramétrisation de surfaces est un outil fondamental pour de nombreuses applications, parmi lesquelles on peut citer le placage de signaux de modulation en informatique graphique, l'échantillonnage, le maillage et le traitement numérique de la géométrie. On distingue ainsi deux classes d'applications : le *placage* d'un signal (ou de données utilisées en simulation) sur une surface et la *mise en œuvre d'algorithmes* adaptés pour travailler sur le même espace que la dimension de la variété (et non dans le plongement).

Paramétriser une surface revient à exprimer une correspondance bijective entre une surface et un domaine simple – sphérique ou planaire – sur lequel la surface se retrouve naturellement paramétrisée. L'enjeu réside en la minimisation ou le contrôle des distorsions induites par cette opération.

Le problème auquel on s'intéresse est la paramétrisation de maillages, pour lesquels des techniques automatiques et robustes font encore l'objet d'études. On présente notamment de nouveaux résultats théoriques et pratiques sur la paramétrisation de maillages triangulaires homéomorphes à des disques. Étant données des propriétés d'invariance par similarité, on décrit un ensemble de paramétrisations admissibles, où chacune peut être calculée en résolvant un système linéaire modélisé par des matrices creuses. Chacune de ces paramétrisations minimisant la distorsion de mesures intrinsèques sur le maillage original, on appelle cette famille de méthodes les *paramétrisations intrinsèques.* On décrit également un ensemble d'outils pour obtenir efficacement des paramétrisations de moindre distorsion. En particulier, des détails sont donnés sur une nouvelle méthode de paramétrisation à *bords libres* qui met également en œuvre la résolution d'un système linéaire [36].

6.3.10 Remaillage de surfaces

Participants : Pierre Alliez, Olivier Devillers.

Travail en collaboration avec Mark Meyer (Caltech, Los Angeles), Mathieu Desbrun (University of Southern California), Martin Isenburg (University of North Carolina at Chapell Hill) et Éric Colin de Verdière (ENS Paris).

A partir des techniques de paramétrisation précédemment décrites, on présente une technique flexible et interactive de remaillage de surfaces. Dans un premier temps le maillage original est remplacé par une série de cartes stockant des grandeurs géométriques dans un espace paramétrique. Ces cartes sont ensuite modifiées par des opérations classiques de traitement de signal puis sont échantillonnées par rendu en *demi-teintes* (half-toning). L'utilisateur peut ensuite manipuler interactivement ces cartes afin de créer une carte de densité indiquant le taux d'échantillonnage souhaité sur la surface. Une fois l'échantillonnage effectué, une triangulation de Delaunay des échantillons est calculée, suivie d'une phase d'optimisation optimisant les tailles et les rapports d'aspect des triangles. Les propriétés des maillages générés incluent l'uniformité, la régularité, un échantillonnage fonction de la courbure ainsi que la préservation des lignes caractéristiques. La gradation peut également être contrôlée en ajustant le niveau de filtrage de la fonction de densité [42].

On propose une technique de remaillage isotrope de maillages surfaciques triangulaires. Étant donné un maillage initial à échantillonner et une fonction de densité spécifiée sur la surface, l'algorithme distribue le nombre d'échantillons souhaité en généralisant le principe de diffusion d'erreur sur les triangles et les arêtes caractéristiques du maillage original. L'échantillonnage produit est ensuite utilisé comme configuration initiale pour construire un diagramme de Voronoi centroidal pondéré dans un espace paramétrique conforme, où la fonction de densité est utilisée pour la pondération après compensation de l'étirement d'aire. Le nouveau maillage est ensuite généré en ramenant la triangulation de Delaunay contrainte construite dans l'espace paramétrique dans l'espace de plongement initial. Un contrôle précis de l'échantillonnage est obtenu en spécifiant les paramètres d'une fonction de densité, cette dernière pouvant être lissée par un filtre passe-bas afin d'obtenir une gradation plus lisse. Des exemples variés démontrent la flexibilité de cette approche [41].

6.4 Compression géométrique

Mots clés : codage, compression, maillage, surface, volume.

6.4.1 Maillages surfaciques

Participants : Pierre Alliez.

Travail en collaboration avec Andreï Khodakovsky, Peter Schröder (Caltech, Los Angeles), Mathieu Desbrun, Haeyoung Lee (University of Southern California) et Martin Isenburg (University of North Carolina at Chapell Hill).

Les codeurs de connectivité de maillages triangulaires basés sur l'énumération des valences des sommets se sont avérés très compétitifs. Nous avons développé une technique de codage de la connectivité qui étend ces idées aux maillages polygonaux [58]. L'algorithme exploite la dualité d'un maillage en générant deux séquences de symboles pour la valence des sommets du maillage primal, puis dual. Ces trains de symboles sont compressés en utilisant un codeur arithmétique contextuel et à modèle adaptatif. Un tel algorithme permet d'adapter le taux de compression à la distribution des degrés des faces et des sommets présente dans le maillage, ce qui aboutit à une entropie proche de zéro asymptotiquement pour des maillages réguliers. Dans le cas triangulaire on constate un comportement identique aux algorithmes précédents spécialisés à ce type de maillages. Les résultats sont produits sur un corpus de modèles standards. Dans tous les cas on constate un gain sensible sur les méthodes précédentes, parfois de 50%. Une analyse théorique permet d'expliquer la quasi-optimalité de notre approche en montrant une borne entropique coïncidant avec l'énumération de graphes planaires calculée par Tutte, de 2 bits par arête dans le pire des cas.

Plus récemment, nous avons généralisé une technique de prédiction géométrique dite du parallélogramme pour les maillage polygonaux. L'idée consiste à guider le processus de prédiction en exploitant l'information de position décodée à l'intérieur des polygones plutôt qu'arbitrairement. Des tests expérimentaux montrent un gain en compression compris entre 10 et 40% [38] pour la géométrie.

Nous avons développé une technique spécifique de compression pour les maillages hybrides composés de triangles et de quadrilatères. L'algorithme effectue un parcours du maillage guidé par la géométrie, tout en générant une séquence de symboles associés à la géométrie (essentiellement des angles après quantification adaptée à la géométrie) et à la connectivité du modèle. On montre des gains en compression de l'ordre de 40% pour la connectivité et de 20% pour la géométrie par rapport à l'état de l'art pour le même niveau de distorsion. La simplicité de l'algorithme et ses performances sont démontrées sur une série de tests comparatifs [59].

6.4.2 Maillages volumiques

Participants : Pierre Alliez.

Travail en collaboration avec Martin Isenburg (University of North Carolina at Chapell Hill).

Les maillages volumiques hexaédriques sont de prime intérêt pour les applications de visualisation scientifique et de simulation. Ils permettent notamment un pavage régulier de l'espace et démontrent un excellent comportement numérique pour les calculs en éléments finis (ce dernier point étant étroitement lié au degré d'interpolation applicable sur ce type d'éléments). Une des propriétés des maillages volumiques est un volume de données considérable lorsque ces derniers sont stockés dans un format brut. Nous avons donc proposé une technique de compression de la connectivité et de la géométrie de maillages volumiques hexaédriques non structurés. Pour la connectivité nous étendons l'idée du codage par degré des primitives au cas des maillages volumiques, la connectivité étant codée par une séquence de degrés d'arêtes. Ceci nous permet d'exploiter la régularité naturellement présente dans ce type de maillages. Les taux de compression obtenus sur des données utilisées en simulation sont de l'ordre de 150 :1 pour la connectivité (1.5 bits par hexaèdre en moyenne) et de l'ordre de 4 :1 pour la géométrie en généralisant la technique de prédiction dite du parallélogramme au cas volumique [37].

7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

7.1 IFP

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Mariette Yvinec.

Le contrat de conseil et d'encadrement de la thèse de Sophie Balaven, terminé en décembre 2001, a été suivi d'un nouveau contrat pour l'encadrement du stage de Larvy Debiane au printemps 2002. Un contrat pour l'encadrement d'une nouvelle thèse est en cours de signature.

La problèmatique de ce contrat est la développement d'une méthode basée sur les diagrammes de Voronoï et de puissances contraints pour la géneration de maillages hybrides adaptés à la simulation des puits dans les réservoirs pétrolier. Apres la thèse de Sophie Balaven qui a permis de développer cette méthode en dimension 2 et 2-1/2, le stage de Larvi Debiane avait pour but d'envisager sa généralisation en dimension 3 et a permi de réaliser cette généralisation dans les cas les plus simples.

7.2 Geometry Factory

Participants : Andreas Fabri, Sylvain Pion, Radu Ursu.

La bibliothèque CGAL est développée par un consortium Européen. Pour assurer la diffusion de CGAL, nous travaillons à la création d'une start-up, nommée Geometry Factory (`http://www.GeometryFactory.com`). Geometry Factory a le soutien du consortium et de l'incubateur INRIA Transfert.

Cette société a l'ambition de continuer le développement de la bibliothèque et d'offrir des services autour de CGAL (maintenance, support, formation, conseils). Geometry Factory devrait être un lien la communauté des chercheurs en géométrie algorithmique et les utilisateurs.

Nous menons une analyse de marché. Cette analyse doit nous permettre de mieux cibler les clients potentiels et de focaliser le futur développement des composantes géométriques.

Nous offrons déjà des licenses d'évaluation aux sociétés intéressées, et un support minimal pendant la période d'évaluation. En ce moment il y a une quinzaine de licenses d'évaluation dans des sociétés relevant du domaine de la CAO, des applications médicales, des SIG, de l'imagerie, de l'espace, etc.

En particulier, nous nous sommes aperçu qu'il est très important d'offrir un meilleur support pour CGAL sur la plateforme Windows/Visual C++. Pour cela nous avons obtenu un poste d'ODL, sur lequel travaille Radu Ursu.

8 Actions régionales, nationales et internationales

8.1 Actions régionales

8.1.1 Coopération locale de recherche (COLORS) TECH-MESH

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Laurent Rineau, Mariette Yvinec.

Color Tech-Mesh (Techniques de maillages) :
http://www-sop.inria.fr/COLOR/2001/tech-mesh.html

Cette action regroupe trois équipes de l'UR Sophia : PRISME, CAIMAN et EPIDAURE.

L'objectif de cette action COLORS est de mettre au point, au sein du projet PRISME, des outils de construction de maillages volumiques (tétraèdrisations) permettant de répondre à des besoins exprimés par les projets CAIMAN et EPIDAURE.

Le stage de DEA de L. Rineau a conduit au développement d'un mailleur 2D qui permet notamment de guider localement et de manière dynamique le raffinage du maillage. Ce mailleur sera prochainement intégré à CGAL.

8.2 Actions nationales

8.2.1 Action de recherche coopérative INRIA VITESV

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Raphaëlle Chaine, Steve Oudot.

Action VITESV *(VIsualisation Tridimensionnelle et Exploration du Système Vasculaire) :*
http://www-rocq.inria.fr/Marc.Thiriet/BMNFgp/Work/arc0102.html

Les partenaires de cette ARC sont l'INRIA (projets CAIMAN, EPIDAURE, GAMMA, M3N, MACS et PRISME), l'université P. & M. Curie, l'université Montpellier II et le CERFACS.

L'ARC VitesV a pour but de mettre à la disposition du monde de la santé un outil de simulation basé sur la reconstruction de la géométrie tridimensionnelle des vaisseaux sanguins à partir de l'imagerie médicale. Cette reconstruction 3D sera associée aux simulations numériques de l'écoulement sanguin conçues comme aide à la planification thérapeutique.

Nous avons fourni le logiciel de reconstruction 3D à partir de coupes parallèles ou non, sementées par le CERFACS et G. Malandain du projet EPIDAURE. Le modèle géométrique a ensuite été maillé par le projet GAMMA et utilisé pour faire les calculs d'hémodynamique au sein du projet M3N [30].

8.2.2 Action de recherche coopérative INRIA TELEGEO

Participants : Pierre Alliez, Frédéric Cazals, Olivier Devillers.

Action TELEGEO *(Géométrie et télécommunications) :*
http://www-sop.inria.fr/prisme/telegeo/

Cette action regroupe cinq équipes : ISA (UR-Lorraine), PRISME (UR-Sophia), TEMICS (UR-Rennes), TSI ENST Paris, CREATIS INSA Lyon

Les objectifs de l'action TELEGEO consistent à développer des techniques de traitement et de représentation de l'information géométrique pour des applications sur des réseaux hétérogènes. Les thèmes de recherche impliqués comprennent la géométrie algorithmique, le codage, la compression de données, le traitement numérique de la géométrie et l'informatique graphique.

8.2.3 Accueil de chercheurs

Séminaire PRISME *: http://www-sop.inria.fr/prisme/seminaire/*

Le projet a accueilli pendant trois mois Gert Vegter, professeur à l'Université de Groningen (Pays-Bas).

Le séminaire PRISME, a donné la parole à plusieurs orateurs extérieurs ou d'autres projets INRIA :
Yves Bertot *(Inria-Lemme)*,
François Cayre *(ENST, Paris)*,
Eric Colin de Verdière *(ENS, Paris)*,
Alain Dervieux *(Inria-Tropics)*,
Pascal Frey *(Inria-Gamma)*,
Joachim Giesen *(ETH Zentrum Zürich)*,
Nico Kruithof *(University of Groningen)*,
Patrick Laug *(Inria-Gamma)*,
Bruno Lévy *(Inria-Isa)*,
André Lieutier *(Dassault Systemes)*,
Stéphane Pateux *(Inria-Temics)* ,
Valérie Pham-Trong *(SINTEF, Oslo)*,
Jean-Sebastien Surgand *(LSIIT, Strasbourg)*.

8.3 Actions européennes

8.3.1 ECG

L'INRIA (PRISME et GALAAD) assure la coordination du projet de recherche communautaire

- Acronyme : ECG, numéro IST-2000-26473
- Titre : Effective Computational Geometry for Curves and Surfaces.
- Programme spécifique du projet : IST
- Modalité du projet : RTD (FET Open)
- Date de début : 1er mai 2001 - Durée : 3 ans
- Mode de participation de l'Inria : Coordinateur
- Liste des partenaires :
  - ETH Zürich (Suisse),
  - Freie Universität Berlin (Allemagne),
  - Rijksuniversiteit Groningen (Pays-Bas),

– MPI Sarrebruck (Allemagne),
– Tel Aviv University (Israël)

– Résumé du projet : Traitement effectif des objets courbes en géométrie algorithmique. Algorithmes géométriques pour les courbes et les surfaces, questions algébriques, problèmes de robustesse, approximation.

Une présentation de ce projet ainsi que les résultats sont accessibles : `http://www-sop.inria.fr/prisme/ECG/`.

Prisme a organisé le Workshop on Computational Geometry (21-25 octobre) (`http://www-sop.inria.fr/prisme/manifestations/ECG02/ecg-workshop.html`).

9 Diffusion de résultats

9.1 Animation de la communauté scientifique

9.1.1 Comités de rédaction de revues scientifiques

– J-D. Boissonnat est membre du comité de rédaction de *Theoretical Computer Science*, *Algorithmica*, *International Journal of Computational Geometry and Applications*, *Computational Geometry : Theory and Applications*, et *The Visual Computer*
– M. Yvinec est membre du comité de rédaction de *Journal of Discrete Algorithms*.

9.1.2 Comités de sélection

– Jean-Daniel Boissonnat a été membre de la section d'audition de l'UR de Lorraine.
– Jean-Daniel Boissonnat est membre des commissions de spécialistes de l'université de Nice Sophia-Antipolis, de l'université de Montpellier et de l'ENS (27$^{\text{ème}}$ section).
– Frédéric Cazals est membre de la commission de spécialistes de l'université de Bourgogne (Dijon), en section 25 —Maths Pures.
– Olivier Devillers est membre de la commission détachements de l'INRIA Sophia.

9.1.3 Comités de programme de conférences

– Jean-Daniel Boissonnat a participé au comité de programme de l'*ACM symposium on Computational Geometry*.
– Jean-Daniel Boissonnat est co-chair (avec D. Goldberg de l'université de Berkeley) de WAFR (*Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics*).
– Jean-Daniel Boissonnat a été membre du comité scientifique de MS4CMS'02. – Olivier Devillers a participé au comité de programme du *European Symposium on Discrete Algorithms*.

9.1.4 Organisation de conférences

Jean-Daniel Boissonnat a organisé
–le mini-symposium “Effective Computational Geometry for Curves and Surfaces” de la 5th International Conference on Curves and Surfaces, Juillet 2002, St Malo,

– le Workshop on Computational Topology, Octobre 2002, Sophia-Antipolis,
– le Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics (WAFR), Décembre 2002, Nice.

En Mars 02, Frédéric Cazals a organisé à l'INRIA Sophia le BioGeometry meeting, auquel ont participé environ vingt personnes —pour moitié des chimistes/biochimistes et informaticiens.

9.1.5 Autres comités

Jean-Daniel Boissonnat est
– président du comité des projets de l'INRIA Sophia.
– membre de la commission d'évaluation de l'INRIA.
– membre du conseil scientifique de l'ENS de Lyon.
– membre du conseil d'administration de l'AFIT (Association Française d'Informatique Théorique).

En 2002, Jean-Daniel Boissonnat a été évaluateur du laboratoire d'informatique de l'école polytechnique (LIX) et membre du jury du prix de thèse Spécif.

Olivier Devillers est président du Comité des utilisateurs des moyens informatiques de l'INRIA Sophia.

9.1.6 Serveur WWW

http://www-sop.inria.fr/prisme/

Le projet Prisme maintient sur son site www une collection de fiches explicatives sur les sujets présentés dans ce rapport, ainsi que les logiciels téléchargeables.

9.2 Formation

9.2.1 Enseignement universitaire

– J-D. Boissonnat est responsable de la filière "Géométrie, formes et images" du DEA d'algorithmique de Paris et, à partir de l'année 2002-2003, co-responsable de la filière "Géométrie et Calcul Formel".
– DEA Algorithmique, Paris, (2002-2003), "Cours de tronc commun : Géométrie Algorithmique" (24h) (J.-D. Boissonnat)
– DEA Algorithmique, Paris, (2001-2002), Filère Géométrie, formes et images, "Calcul Géométrique " (8h) M. Yvinec
– Magistère de Mathématiques Fondamentales & Appliquées et d'Informatique de la Région Parisienne, Cours-Td CGAL (10h) nov. 2002 (M. Yvinec)
– DEA SIC-Image (Nice), de la géométrie algorithmique au calcul géométrique, 15 h (O. Devillers)
– École Polytechnique (Paris), Informatique, (O. Devillers, chargé d'enseignement à temps partiel, 96h)
– Maîtrise d'informatique (Nice) (O. Devillers et J. Flötotto 16h)
– DEA Imagerie Vision Robotique (Grenoble), Géométrie Algorithmique, 12h (F. Cazals)
– ISIA, Calcul Géométrique, 10h (O. Devillers)

– ESSI 3eme année, Calcul Géométrique, 30h (J.D. Boissonnat et M. Yvinec)
– Maîtrise, Licence, MIAGE, Deugs, Université de Nice, Traitement d'images, algorithmique et programmation, programmation objet, langages C et C++ (R. Chaine 236h)

9.2.2 Autres enseignements

– Ecole d'été Outils de Calcul Symbolique Numérique Collaboratif, Cours CGAL (M. Yvinec, 3h)
– Ecole des Ponts et Chaussées : Géométrie algorithmique et diagrammes de Voronoi (J-D. Boissonnat, 3h)

9.2.3 Stages

Les sujets de stage proposés peuvent être consultés `http://www-sop.inria.fr/prisme/Stages/`

– Mario Trentini, *Transmission progressive de modèles triangulés sur le réseau*, 3ème année, École Polytechnique
– Laurent Rineau, *Triangulation et maillages 2d anisotropes*, Stage du DEA Algorithmique, Paris
– Steve Oudot, *Raffinage de maillages de surfaces*, Stage du DEA Algorithmique, Paris
– Larvi Debiane *Génération automatique de maillages hybrides pour la simulation des réservoirs pétroliers*, Stage à l'IFP.

9.2.4 Thèses en cours

– Dominique Amar *Approximation de Surfaces*, université de Nice-Sophia Antipolis, thèse co-encadrée PRISME, GALAAD, suspendue pour une année.
– David Cohen-Steiner, *Echantillonnage de surfaces*, École Polytechnique.
– Julia Flötotto, *Un système de coordonnées sur une surface : définition, propriétés et applications*, université de Nice-Sophia Antipolis.
– Philippe Guigue, *Constructions géométriques à précision fixée*, université de Nice-Sophia Antipolis.
– Thomas Lewiner, *Diagrammes de Voronoï d'objets courbes*, École Polytechnique.
– Steve Oudot, *Maillages de surfaces*, École Polytechnique.
– Marc Pouget, *Géométrie Differentielle Algorithmique et Applications*, université de Nice-Sophia Antipolis.
– Laurent Rineau, *Maillages tétraèdriques*, université de Paris VI.

9.2.5 Thèses soutenues

– Frank Da, *Interpolation de formes*, université de Nice-Sophia Antipolis [11].

9.3 Participation à des colloques, séminaires, invitations

9.3.1 Séjours

Frédéric Cazals a rendu visite à Leif Kobbelt, université de Aachen, ainsi qu'à Frédéric Chazal, de l'université de Bourgogne —département de mathématiques et S. Petitjean —projet ISA au LORIA.
David Cohen-Steiner a rendu visite à Jeff Erickson, université de l'Illinois à Urbana-Champaign, ainsi qu'à Edgar Ramos, au MPI de Sarrebrück.

9.3.2 Exposés à des colloques et séminaires

Les membres du projet ont présenté des articles lors de plusieurs conférences. On se reportera à la bibliographie pour en avoir la liste.
De plus, ils ont fait des présentations lors des manifestations suivantes :

— Séminaire de l'université de Aachen et séminaire du laboratoire de Mathématiques de l'université de Bourgogne, Janvier 02,
«Sampled surfaces : from point clouds to (smooth and triangulated) surfaces» (F. Cazals)
—Séminaire de l'équipe ISA, LORIA, Février 02,
«Sur la courbure de Gauss des surfaces lisses et triangulées» (F. Cazals)
— Séminaire de l'ARC *Telegeo*, Paris, juin,
« Compression progressive et sans pertes de complexes simpliciaux » (O. Devillers).
« Compressing Polygon Mesh Connectivity with Degree Duality Prediction » (M. Isenburg).
— Journée du GDR ISIS, Paris, juin,
« Compression de maillages : vers une approche unifiée » (P. Alliez).
— Journées de géométrie algorithmique, Obernai, octobre,
« Compression de maillages surfaciques et volumiques » (P. Alliez),
« Estimation de courbures principales via le cycle normal » (D. Cohen-Steiner),
« A coordinate system on a surface : definition, properties and applications » (J. Flötotto),
« Une méthode rapide pour tester l'intersection de deux triangles en 3D » (P. Guigue).
« Raffinage de maillages et échantillonnage de surfaces » (S. Oudot),
— *Workshop* du projet européen ECG, Zurich, mai,
« A local coordinate system on a surface » (Jean-Daniel Boissonnat),
« Greedy Delaunay-based surface reconstruction » (David Cohen-Steiner),
— Séances de l'Académie des Sciences, Paris, juin,
« Actualité de la géométrie algorithmique » (Jean-Daniel Boissonnat),
— *Workshop* du projet européen ECG, Sophia-Antipolis, octobre,
« Demo session on reconstruction » (F. Cazals),
« A convection geometric-based approach to surface reconstruction » (R. Chaine).
« Principal curvatures and normal cycle » (D. Cohen-Steiner),
« Moebius diagrams and applications » (M. Karavelas),
— Séminaire de l'ARC *Telegeo*, Sophia, novembre,
« Remaillage de surfaces » (P. Alliez).
« Compression de maillages volumiques hexaedriques » (P. Alliez).

10 Bibliographie

Ouvrages et articles de référence de l'équipe

[1] F. Avnaim, J.-D. Boissonnat, « Polygon placement under translation and rotation », *Informatique Theorique et Applications/Theoretical Informatics and Applications 23*, 1989, p. 5–28.

[2] J.-D. Boissonnat, A. Cérézo, J. Leblond, « Shortest paths of bounded curvature in the plane », *Journal of Intelligent Systems 10*, 1994, p. 1–16.

[3] J.-D. Boissonnat, O. Devillers, R. Schott, M. Teillaud, M. Yvinec, « Applications of random sampling to on-line algorithms in computational geometry », *Discrete Comput. Geom. 8*, 1992, p. 51–71, `http://www-sop.inria.fr/prisme/publis/bdsty-arsol-92.ps.gz`.

[4] J.-D. Boissonnat, M. Yvinec, *Algorithmic geometry*, Cambridge University Press, UK, 1998, traduit de la version française (Ediscience international) par Hervé Brönnimann, `http://www-sop.inria.fr/prisme/personnel/yvinec/livre.html`.

[5] J.-D. Boissonnat, « Shape reconstruction from planar cross-sections », *Comput. Vision Graph. Image Process. 44*, 1988, p. 1–29.

[6] H. Brönnimann, M. Yvinec, « Efficient Exact Evaluation of Signs of Determinants », *in : Proc. 13th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, p. 166–173, 1997.

[7] O. Devillers, « Improved incremental randomized Delaunay triangulation », *in : Proc. 14th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, p. 106–115, 1998, `http://www-sop.inria.fr/prisme/publis/d-iirdt-98.ps.gz`.

[8] B. Geiger, *Three-dimensional modeling of human organs and its application to diagnosis and surgical planning*, Thèse de doctorat en sciences, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, France, 1993, `http://www.inria.fr/rrrt/tu-2105.html`.

[9] S. Pion, *De la géométrie algorithmique au calcul géométrique*, Thèse de doctorat en sciences, université de Nice-Sophia Antipolis, France, 1999, `http://www.inria.fr/rrrt/tu-0619.html`.

[10] M. Teillaud, *Towards dynamic randomized algorithms in computational geometry*, *Lecture Notes in Computer Science*, *758*, Springer-Verlag, 1993.

Thèses et habilitations à diriger des recherches

[11] F. Da, *L'interpolation de formes*, Thèse de doctorat en sciences, université de Nice-Sophia Antipolis, France, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/tu-0699.html`.

Articles et chapitres de livre

[12] P. Alliez, M. Meyer, M. Desbrun, « Interactive Geometry Remeshing », *ACM Transactions on Graphics 21*, 2002, p. 347–354, SIGGRAPH '2002 Conference Proceedings, `ftp://ftp-sop.inria.fr/prisme/alliez/remeshing.pdf`.

[13] J.-D. Boissonnat, F. Cazals, « Smooth Surface Reconstruction via Natural Neighbour Interpolation of Distance Functions », *Comp. Geometry Theory and Applications*, 2002, p. 185–203.

[14] J.-D. Boissonnat, O. Devillers, S. Pion, M. Teillaud, M. Yvinec, « Triangulations in CGAL », *Comput. Geom. Theory Appl. 22*, 2002, p. 5–19.

[15] J.-D. Boissonnat, S. Ghosh, T. Kavitha, S. Lazard, « An algorithm for computing a convex and simple path of bounded curvature in a simple polygon », *Algorithmica 34*, 2002, p. 109–156.

[16] J.-D. Boissonnat, A. Vigneron, « Elementary Algorithms for Reporting Intersections of Curve Segments », *Comput. Geom. Theory Appl. 21*, 2002, p. 167–175.

[17] J.-D. Boissonnat, « Reconstruire des surfaces pour l'imagerie », *L'explosion des mathématiques*, SMF-SMAI, 2002.

[18] H. Brönnimann, C. Burnikel, S. Pion, « Interval arithmetic yields efficient dynamic filters for computational geometry », *Discrete Applied Mathematics 109*, 2001, p. 25–47.

[19] F. Cazals, « Non-intrusive Debugging and Incremental Visualization with the Geometric Stethoscope », *J. of Graphics Tools 7*, 2, 2002.

[20] B. Chazelle, O. Devillers, F. Hurtado, M. Mora, V. Sacristán, M. Teillaud, « Splitting a Delaunay Triangulation in Linear Time », *Algorithmica 34*, 2002, p. 39–46.

[21] O. Devillers, A. Fronville, B. Mourrain, M. Teillaud, « Algebraic methods and arithmetic filtering for exact predicates on circle arcs », *Comput. Geom. Theory Appl. 22*, 2002, p. 119–142.

[22] O. Devillers, P.-M. Gandoin, « Rounding Voronoi Diagram », *Theoret. Comput. Sci. 283/1*, 2002, p. 203–221.

[23] O. Devillers, S. Pion, M. Teillaud, « Walking in a triangulation », *Internat. J. Found. Comput. Sci. 13*, 2002, p. 181–199.

[24] O. Devillers, P. Ramos, « Computing Roundness is Easy if the Set is Almost Round », *Internat. J. Comput. Geom. Appl. 12*, 2002, p. 229–248.

[25] O. Devillers, « The Delaunay hierarchy », *Internat. J. Found. Comput. Sci. 13*, 2002, p. 163–180.

[26] O. Devillers, « On Deletion in Delaunay Triangulation », *Internat. J. Comput. Geom. Appl. 12*, 2002, p. 193–205.

[27] P.-M. Gandoin, O. Devillers, « Progressive Lossless Compression of Arbitrary Simplicial Complexes », *ACM Transactions on Graphics 21*, 2002, p. 372–379, SIGGRAPH '2002 Conference Proceedings, `ftp://ftp-sop.inria.fr/prisme/publis/gd-plcas-02.pdf`.

Communications à des congrès, colloques, etc.

[28] D. Attali, J.-D. Boissonnat, « Complexity of the Delaunay Triangulation of Points on Polyhedral Surfaces », *in : Proc. 7th ACM Symposium on Solid Modeling and Applications*, 2002.

[29] S. Balaven, C. Bennis, J.-D. Boissonnat, M. Yvinec, « Conforming Orthogonal Meshes », *in : Proc. 11th International Meshing Roundtable.*, 2002.

[30] J.-D. Boissonnat, R. Chaine, P.Frey, G. Malandain, S. Salmon, E. Saltel, M. Thiriet, « From medical images to computational meshes », *in : Proc. MS4CMS'02*, 2002.

[31] J.-D. Boissonnat, J. Flötotto, « A local coordinate system on a surface », *in : Proc. 7th ACM Symposium on Solid Modeling and Applications*, 2002.

[32] V. Borrelli, F. Cazals, J.-M. Morvan, « On the angular defect of triangulations and the pointwise approximation of curvatures », *in : Curves and Surfaces*, St Malo, France, 2002.

[33] H. Bronnimann, F. Cazals, M. Durand, « Randomized Jumplists : A Jump-and-Walk Dictionary Data Structure », *in : STACS*, Berlin, 2003.

[34] H. Brönnimann, O. Devillers, V. Dujmovic, H. Everett, M. Glisse, X. Goaoc, S. Lazard, H.-S. Na, S. Whitesides, « On the Number of Lines Tangent to Four Convex Polyhedra », *in : Proc. 8th Canad. Conf. Comput. Geom.*, p. 113–117, 2002.

[35] D. Cohen-Steiner, E. Colin de Verdière, M. Yvinec, « Conforming Delaunay Triangulations in 3D », *in : Proc. 18th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, 2002.

[36] M. Desbrun, M. Meyer, P. Alliez, « Intrinsic Parameterizations of Surface Meshes », *in : Eurographics conference proceedings*, p. 209–218, 2002.

[37] M. Isenburg, P. Alliez, « Compressing Hexahedral Volume Meshes », *in : Pacific Graphics conference proceedings*, p. 284–293, 2002.

[38] M. Isenburg, P. Alliez, « Compressing Polygon Mesh Geometry with Parallelogram Prediction », *in : Visualization conference proceedings*, 2002.

[39] M. Karavelas, M. Yvinec, « Dynamic Additively Weighted Voronoi Diagrams in 2D », *in : Proc. 10th European Symposium on Algorithms*, p. 586–598, 2002.

[40] G. Malandain, J.-D. Boissonnat, « Computing the Diameter of a Point Set », *in : Proc. Discrete Geometry for Computater Imagery*, *Lecture Notes in Computer Science*, *2301*, Springer-Verlag, p. 197–208, 2002.

Rapports de recherche et publications internes

[41] P. Alliez, É. C. de Verdière, O. Devillers, M. Isenburg, « Isotropic Surface Remeshing », *Rapport de recherche n°4594*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4594.html`.

[42] P. Alliez, M. Desbrun, M. Meyer, « Efficient Surface Remeshing by Error Diffusion », *Rapport de recherche n°4376*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4376.html`.

[43] D. Attali, J.-D. Boissonnat, « Approximation of the medial axis », *Technical Report n°ECG-TR-124103-01*, INRIA Sophia-Antipolis, 2002.

[44] D. Attali, J.-D. Boissonnat, « A Linear Bound on the Complexity of the Delaunay triangulation of points on polyhedral surfaces », *Rapport de recherche n°4453*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4453.html`.

[45] S. Balaven, C. Bennis, J.-D. Boissonnat, M. Yvinec, « Conforming Orthogonal Meshes », *Rapport de recherche n°4404*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4404.html`.

[46] J.-D. Boissonnat, J. Flötotto, « A coordinate system on a surface : definition, properties and applications », *Rapport de recherche n°4530*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4530.html`.

[47] J.-D. Boissonnat, M. Karavelas, « On the combinatorial complexity of Euclidean Voronoi cells and convex hulls of d-dimensional spheres », *Rapport de recherche n°4504*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4504.html`.

[48] V. Borrelli, F. Cazals, J.-M. Morvan, « On the angular defect of triangulations and the pointwise approximation of curvatures », *Rapport de recherche n°4590*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4590.html`.

[49] *The CGAL Manual*, 2002, Release 2.4, `http://www.cgal.org/`.

[50] D. Cohen-Steiner, F. Da, « A Greedy Delaunay Based Surface Reconstruction Algorithm », *Rapport de recherche n°4564*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4564.html`.

[51] D. Cohen-Steiner, J.-M. Morvan, « Restricted Delaunay triangulations, normal cycle, and principal curvatures », *Technical Report n°ECG-TR-184100-02*, INRIA Sophia-Antipolis, 2002.

[52] O. Devillers, P. Guigue, « Faster Triangle-Triangle Intersection Tests », *Rapport de recherche n°4488*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4488.html`.

[53] O. Devillers, P. Guigue, « Finite Precision Elementary Geometric Constructions », *Rapport de recherche n°4559*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4559.html`.

[54] O. Devillers, F. Hurtado, C. Seara, « Chromatic Variants of the Erdös-Szekeres Theorem on Points in Convex Position », *Rapport de recherche n°4352*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4352.html`.

[55] O. Devillers, S. Pion, « Efficient Exact Geometric Predicates for Delaunay Triangulations », *Rapport de recherche n°4351*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4351.html`.

[56] O. Devillers, M. Teillaud, « Perturbations and Vertex Removal in a 3D Delaunay Triangulation », *Rapport de recherche n°4624*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4624.html`.

[57] M. Karavelas, M. Yvinec, « Dynamic Additively Weighted Voronoi Diagrams in 2D », *Rapport de recherche n°4466*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4466.html`.

[58] A. Khodakovsky, P. Alliez, M. Desbrun, P. Schröder, « Near-Optimal Connectivity Encoding of 2-Manifold Polygon Meshes », *Rapport de recherche n°4575*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4575.html`.

[59] H. Lee, P. Alliez, M. Desbrun, « Angle-Analyzer : A Triangle-Quad Mesh Codec », *Rapport de recherche n°4584*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4584.html`.

[60] J.-M. Morvan, B. Thibert, « On the Approximation of the Area of a Surface », *Rapport de recherche n°4375*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4375.html`.

[61] J.-M. Morvan, B. Thibert, « On The Approximation Of The Normal Vector Field Of A Smooth Surface », *Rapport de recherche n°4476*, INRIA, 2002, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4476.html`.

Divers

[62] O. Devillers, F. Hurtado, C. Seara, « Chromatic Variants of the Erdös-Szekeres Theorem on Points in Convex Position », 2002, 18th European Workshop Comput. Geom.