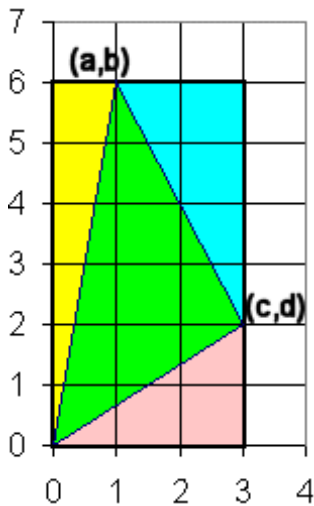


TD : interpolation

Coordonnées barycentriques dans un triangle:

1. Soit un triangle ABC dans le plan. Les droites AB, AC et BC délimitent des régions du plan. Combien ? Donner les propriétés de ces régions en termes de propriétés des coordonnées barycentriques dans le repère ABC.
2. Démontrer avec un argument géométrique que le gradient de la fonction d'interpolation est constant sur le triangle.
3. Dans quelle(s) configuration deux coordonnées barycentriques coïncident avec des coordonnées cartésiennes ?
4. Démontrer que l'aire du triangle vert vaut $(bc - ad)/2$.



Convexité.

5. Décrire géométriquement les enveloppes convexes des ensembles suivants : 1 point, 2 points, 3 points, 1 point et 1 segment, deux segments, un point et une droite.
6. Dessiner 7 points dans le plan dont l'enveloppe convexe est un triangle.
7. Dessiner 5 points en position fortement convexe (tous sur leur enveloppe convexe).
8. Un demi-plan est-il convexe ?
9. A partir de la propriété d'une arête de l'enveloppe convexe d'un ensemble de points S , proposer un algorithme (simple à décrire) pour calculer l'enveloppe convexe de S . Analyser la complexité.

Noyau d'un polygone.

10. Le noyau d'un polygone est la région du polygone qui voit tout le bord d'un polygone.
11. Quel est le noyau d'un triangle ?
12. Quel est le noyau d'un polygone convexe ?
13. Dessiner le noyau d'un quadrilatère concave.
14. Dessiner le noyau d'un polygone de degré 6 en forme de **L**.
15. Dessiner le noyau d'un polygone en forme de **T**.
16. Dessiner un polygone concave dont le noyau est un losange.
17. Dessiner le noyau d'un polygone en forme de **U**.
18. Dans quels cas le noyau est vide ?
19. A partir des mêmes idées que l'algorithme précédent, proposer un algorithme pour calculer le noyau d'un polygone.

Interpolation de points

20. Proposer un algorithme d'interpolation d'un nuage de points, réutilisant la notion de coordonnées barycentriques dans un triangle. Quelles sont les propriétés de la fonction d'interpolation ? est-elle définie partout ?
21. Proposer une méthode alternative capable d'extrapoler en dehors de l'enveloppe convexe des points.
22. Que devient la fonction d'interpolation de type « distance inverse » lorsque la distance avec une très grande puissance est utilisée ? (limite à $+\infty$).
23. Supposons en entrée un modèle d'élévation de terrain sous la forme d'une image dense. Proposer un algorithme s'appuyant sur les coordonnées naturelles pour interpoler progressivement la fonction d'élévation avec un nombre croissant de points.