N° ordre : D.U. 1432
EDSPIC : 281

Université BLAISE PASCAL - Clermont II

Ecole Doctorale

Sciences pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand

Thèse

présentée
pour obtenir le grade de

Docteur d'Université

Spécialité : Génie Mécanique

par

Pierre RENAUD

Apport de la vision pour l'identification géométrique de mécanismes parallèles

Soutenue publiquement le 25 septembre 2003 devant le jury :

M. Jean-Pierre MERLET	**Président**
M. Wisama KHALIL	**Rapporteur**
M. François PIERROT	**Rapporteur**
M. Grigore GOGU	**Co-directeur de thèse**
M. Philippe MARTINET	**Co-directeur de thèse**
M. Nicolas ANDREFF	**Examinateur**
M. Bernard ESPIAU	**Membre invité**
M. Jean-Marc LAVEST	**Membre invité**

Laboratoire de Recherches et Applications en Mécanique Avancée
Institut Français de Mécanique Avancée et Université Blaise-Pascal.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier l'ensemble des membres du jury d'avoir accepté d'évaluer ce travail, et tout particulièrement Jean-Pierre Merlet de m'avoir fait l'honneur de présider ce jury. Mes remerciements vont également à Wisama Khalil et François Pierrot pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour ces travaux en acceptant d'en être les rapporteurs.

Merci également à Grigore Gogu et Philippe Martinet pour leur soutien et leurs conseils avisés tout au long de ces trois années. Ce travail n'aurait pu prendre également forme sans les nombreux conseils de Nicolas Andreff, sa disponibilité et sa patience face au volume de papier qu'il a dû affronter (*"Dis Niko, tu as le temps de relire ce papier? - Franchement? Non... mais je le fais pour demain..."*)

Ce travail doit également beaucoup à la collaboration entre le LaRAMA et LASMEA, dirigés par Maurice Lemaire et Jean-Paul Germain. Michel Dhome, Jean-Marc Lavest ont également beaucoup contribué à la réussite de ce travail collaboratif.

Les expérimentations décrites dans ce mémoire n'ont pu être possibles que grâce à l'aide de membres efficaces, patients et au demeurant fort sympathiques du LIRMM, de l'IRCCyN, du LASMEA et de l'IFMA. Merci à tous ceux qui ont su répondre à des exigences parfois étranges (*"Dis Seb, tu peux repeindre les jambes de ton robot en noir?"*), de dernière minute (*Arthur, tu pourrais faire cette pièce pour ... demain?*), et exigeant de la patience (*Allez Sylvain, courage, plus que 224 images*). Merci donc à (dans le désordre) Sylvain Guégan, Damien Chablat, Paul Molina, Arthur Mota, Alain Gidon, Frédéric Marquet, Sébastien Krut, Thierry Chateau, ... et tous ceux qui ont participé de près ou de loin à ce travail expérimental.

Merci à Caroline, Yann, David, Jean-Denis, Nicolas, Ludovic, Vincent, Hélène, Claude, et tous les autres, membres ou non du prestigieux Coin Café du LaRAMA d'avoir rendu ces nombreuses heures passées à l'IFMA agréables.

Cette thèse n'aurait pu enfin voir le jour sans le soutien et l'attention de chaque instant d'Hélène, qui a su partager mes joies et mes inquiétudes. Je ne saurais terminer ce mot sans remercier également profondement mes parents de m'avoir permis de m'épanouir pleinement tout au long de ces années.

A James,
A Hélène

Table des matières

Introduction **1**

Notations **5**

Terminologie **7**

Chapitre 1 Etat de l'art **9**

1.1 Mécanismes parallèles 9
1.1.1 Définition 9
1.1.2 Architectures de mécanismes parallèles 10
1.1.3 Quelques propriétés 11
1.2 Identification géométrique de mécanismes parallèles 14
1.2.1 Démarche d'identification 14
1.2.2 Modélisation du mécanisme 14
1.2.3 Choix de la fonction d'erreur et obtention des paramètres 15
1.2.4 Aspects expérimentaux 19
1.2.5 Bilan 21
1.3 Vision et précision en robotique 21
1.3.1 Pourquoi la vision? 21
1.3.2 Découplage des aspects vision/précision 22
1.3.3 Couplage des aspects vision/précision 25
1.4 Bilan 26

Chapitre 2 Couplage identification - observation de l'effecteur

2.1 Introduction 27
2.2 Optimisation de l'outil de métrologie 28
2.2.1 D'une mesure de pose à un outil de métrologie 28
2.2.2 Evaluation de la mesure 33
2.2.3 Conclusion 43
2.3 Optimisation de l'estimation des paramètres 44
2.3.1 Introduction 44
2.3.2 Choix de la fonction d'erreur 44
2.3.3 Choix des poses 47
2.3.4 Illustration 1 - Mécanisme bielle-manivelle 51

2.3.5 Illustration 2 - Robot Orthoglide . . . 53
2.3.6 Conclusion . . . 60
2.4 Identifiabilité des paramètres . . . 60
2.4.1 Modèle à identifier . . . 60
2.4.2 Conditions d'identifiabilité . . . 61
2.4.3 Illustration - Cas du robot Orthoglide . . . 67
2.4.4 Conclusion . . . 69
2.5 Conclusion . . . 70

Chapitre 3 Couplage identification - observation des chaînes cinématiques 71
3.1 Introduction . . . 71
3.2 Evaluation de la mesure . . . 73
3.2.1 Nature des éléments observés . . . 73
3.2.2 De l'image à la mesure . . . 73
3.2.3 Evaluation expérimentale . . . 77
3.2.4 Conclusion . . . 80
3.3 Détermination des paramètres . . . 80
3.3.1 Introduction . . . 80
3.3.2 Famille 1 - Liaisons prismatiques entre les éléments des chaînes cinématiques 81
3.3.3 Famille 2 - Liaisons prismatiques sur la base . . . 90
3.3.4 Famille 3 - Mécanismes sans liaison prismatique . . . 96
3.3.5 Extension des méthodes . . . 102
3.3.6 Evaluation . . . 104
3.4 Conclusion . . . 110

Chapitre 4 Applications
4.1 Introduction . . . 113
4.2 Démarche expérimentale . . . 114
4.2.1 Evaluation de l'identification . . . 114
4.2.2 Démarche d'analyse proposée . . . 115
4.2.3 Démarche suivie . . . 116
4.3 Outil de métrologie utilisé . . . 116
4.4 Robot H4 . . . 117
4.4.1 Présentation du robot . . . 117
4.4.2 Modélisation . . . 117
4.4.3 Couplage identification - observation de l'effecteur . . . 122
4.4.4 Expérimentation . . . 125
4.4.5 Résultats expérimentaux . . . 125
4.4.6 Conclusion . . . 133
4.5 Robot Orthoglide . . . 134
4.5.1 Présentation du robot . . . 134
4.5.2 Modélisation . . . 134
4.5.3 Couplage identification - observation de l'effecteur . . . 135

4.5.4 Expérimentation . . . 138
4.5.5 Résultats expérimentaux . . . 138
4.5.6 Conclusion . . . 144
4.6 Robot I4 . . . 144
4.6.1 Présentation du robot . . . 144
4.6.2 Modélisation . . . 145
4.6.3 Couplage identification - observation de l'effecteur . . . 146
4.6.4 Couplage identification - observation des chaînes cinématiques . . . 150
4.6.5 Expérimentation . . . 154
4.6.6 Résultats - Observation de l'effecteur . . . 154
4.6.7 Résultats - Observation des chaînes cinématiques . . . 157
4.6.8 Conclusion . . . 159
4.7 Bilan expérimental et conclusion . . . 160
4.7.1 Bilan expérimental . . . 160
4.7.2 Conclusion . . . 160

Conclusion et perspectives **163**

Introduction

A travers ces pages, nous allons tâcher de sceller une union, celle de la vision et des mécanismes parallèles. Union attendue, car les "familles" se connaissent et s'apprécient déjà : la vision, c'est-à-dire l'utilisation d'une caméra pour l'acquisition d'information, et la robotique sont étroitement liées dans des contextes tels que la commande référencée vision, ou l'identification géométrique de mécanismes sériels. L'union est attendue également car dictée par la raison : la vision a déjà permis l'amélioration de la précision de mécanismes sériels, et à l'heure de l'écriture de ces lignes la métrologie par vision voit ses performances croître très rapidement avec celles des capteurs utilisés.

Contexte

Les mécanismes parallèles sont désormais proposés comme des systèmes industriels à l'instar des mécanismes sériels. Des robots manipulateurs, des machines-outils sont proposés par des constructeurs. Pour ces mécanismes, l'influence d'un actionneur sur la pose de l'effecteur dépend de l'ensemble des chaînes cinématiques liant cet effecteur à la base. Commander de tels mécanismes est donc généralement réalisé en utilisant un modèle dynamique afin de prendre en compte le couplage fort des actionneurs dans le positionnement de l'effecteur. La précision du mécanisme dépend dès lors de la qualité du modèle utilisé dans la commande, et reste actuellement l'une des pierres d'achoppement de leur propagation dans l'industrie. L'obtention de mécanismes parallèles à la fois rapides, leur principal atout, et précis est l'un des objectifs du Programme Interdisciplinaire de Recherche ROBEA MAX [1] au sein duquel cette thèse a trouvé sa place.

Dans ce cadre, nous avons considéré ce qui semble la phase préliminaire indispensable à la maîtrise du comportement dynamique, à savoir l'obtention d'un mécanisme précis en statique, ce qui implique de caractériser la géométrie du mécanisme. Certains paramètres décrivant cette géométrie peuvent être obtenus par des mesures sur chaque composant du mécanisme avant assemblage, mais ceci ne saurait être suffisant. D'une part, les propriétés géométriques de certains mécanismes parallèles ne peuvent être déterminées qu'une fois leur assemblage réalisé. D'autre part, les mécanismes parallèles ayant un faible rapport entre leur encombrement et leur volume de travail, des éléments comme la base sont souvent de dimensions importantes. Il n'est alors pas envisageable d'utiliser des outils de métrologie conventionnels pour en déterminer les dimensions.

1. Le P.I.R. ROBEA Machines à Architecture CompleXe "De la conception à la performance et l'autonomie" est un Programme Interdisciplinaire de Recherche du CNRS regroupant cinq laboratoires : INRIA, IRCCyN, LaRAMA, LASMEA & LIRMM. Il a débuté en septembre 2001 et s'achève en septembre 2003. `http://www.lirmm.fr/rdc/ra`

Enfin il est économiquement prohibitif d'envisager le contrôle de tous les éléments du mécanisme après une intervention de maintenance sur celui-ci. La détermination du comportement du mécanisme doit donc avoir lieu sur le mécanisme assemblé. La connaissance initiale du mécanisme permet d'écrire un modèle géométrique de connaissance pour le décrire approximativement. Une stratégie de compensation peut alors être mise en place pour cartographier les défauts de positionnement de l'effecteur et les compenser. Cette approche est particulièrement utilisée pour les machines-outils à architecture cartésienne où l'influence sur la pose de l'effecteur des erreurs commises dans l'estimation des paramètres varie peu dans l'espace de travail. Pour un mécanisme parallèle, l'influence d'un paramètre géométrique varie en revanche fortement dans l'espace de travail, si bien que nous préférons réaliser son *identification géométrique*, c'est-à-dire déterminer les paramètres d'un modèle géométrique décrivant de manière optimale le mécanisme [2].

Motivations

L'identification géométrique de mécanismes sériels a longuement été étudiée, avec la mise en place de différentes méthodes d'identification. Les propriétés des mécanismes parallèles, différentes de celles des mécanismes sériels, ont rendu difficile une transposition directe de ces méthodes. Parmi les approches développées spécifiquement pour ces mécanismes, deux approches paraissent particulièrement pertinentes sur un plan méthodologique. La première consiste à utiliser l'existence sous forme analytique du modèle géométrique inverse, qui permet d'exprimer l'état des actionneurs en fonction de la pose de l'effecteur, et à comparer l'état estimé des actionneurs à partir de ce modèle et d'une mesure extéroceptive à la mesure fournie par les capteurs proprioceptifs situés dans les actionneurs. Très peu d'outils de métrologie sont cependant capables de fournir la mesure de pose nécessaire, si bien que très peu de travaux expérimentaux sont basés sur cette approche. La vision permet de disposer de la mesure nécessaire, aussi nous proposons de l'associer à cette méthode.

La deuxième approche qui semble intéressante consiste à obtenir une information sur l'état des chaînes cinématiques liant la base à l'effecteur par l'intermédiaire de capteurs proprioceptifs redondants. Cette information est étroitement liée à la cinématique du mécanisme : la matrice jacobienne décrivant la sensibilité de la pose de l'effecteur à une variation de l'état des actionneurs est par exemple pour certains mécanismes formée par l'orientation des éléments des chaînes cinématiques. Par ailleurs il est alors possible de réaliser l'identification en ligne du mécanisme. L'instrumentation de liaisons est cependant délicate si elle n'est pas prévue dès la conception du mécanisme. Afin de supprimer cette contrainte, nous proposons d'utiliser la vision pour mesurer l'état des chaînes cinématiques par leur observation.

Contributions

Etat de l'art Dans le premier chapitre, nous recensons tout d'abord les propriétés principales des mécanismes parallèles ayant une influence sur leur identification géométrique. Nous réalisons alors un état de l'art des approches proposées pour réaliser l'identification géométrique des mécanismes parallèles, ainsi que de l'utilisation faite de la vision pour l'amélioration de la précision de mécanismes en robotique.

2. Dans la suite de ce mémoire, les paramètres du modèle géométrique d'un mécanisme seront désignés comme les paramètres géométriques du mécanisme. De la même manière, nous parlons d'identification géométrique pour l'identification des paramètres décrivant le modèle géométrique.

Couplage identification-observation de l'effecteur Dans le deuxième chapitre, nous proposons d'associer la mesure de pose par vision à l'identification à l'aide du modèle géométrique inverse.

Pour améliorer effectivement la précision du mécanisme, l'outil de métrologie doit tout d'abord être adapté au contexte. Nous proposons d'optimiser l'outil de métrologie par vision, d'une part en automatisant la mesure pour éviter toute erreur expérimentale, et d'autre part en optimisant sa précision dans l'espace de travail à l'aide de mires de synthèse. L'intérêt de l'approche est évalué par une estimation expérimentale des performances de l'outil de métrologie.

L'amélioration de la précision n'a lieu que si les paramètres sont correctement estimés à partir des mesures. Par conséquent, nous proposons une méthode de choix des poses utilisées durant l'expérimentation par optimisation en simulation afin d'assurer la sensibilité du critère d'identification aux paramètres et sa robustesse aux erreurs de mesure.

L'outil de métrologie fournit une information dans des repères qui lui sont propres, comme tout capteur extéroceptif. La procédure d'identification n'est donc efficace que si les paramètres utilisés dans la loi de commande peuvent être identifiés malgré l'ajout de paramètres décrivant la position de l'outil de mesure par rapport au mécanisme. Nous proposons donc une analyse des conditions permettant l'identifiabilité des paramètres géométriques et l'amélioration de la précision du mécanisme.

Couplage identification-observation des chaînes cinématiques Dans le troisième chapitre, nous proposons d'associer la mesure par vision à l'observation des chaînes cinématiques connectant la base à l'effecteur.

Deux conditions sont nécessaires à l'amélioration de la précision par une telle approche. L'observation des chaînes doit tout d'abord permettre effectivement la mesure d'informations utilisables pour l'identification. Nous proposons donc une évaluation de la nature et de la qualité de l'information extraite de l'observation d'éléments de forme cylindrique d'une chaîne cinématique.

Les méthodes d'identification doivent par ailleurs être adaptées aux informations recueillies. Nous proposons de ce fait plusieurs algorithmes d'identification adaptés à différentes familles de mécanismes parallèles. L'efficacité de ces méthodes est évaluée sur un exemple par simulation en la confrontant à la méthode basée sur l'observation de l'effecteur.

Applications L'analyse théorique et par simulation des méthodes d'identification permet de dégager certaines conditions concernant leur utilisation, l'identifiabilité des paramètres. Elle permet en revanche difficilement d'évaluer les conséquences d'une erreur de choix de modèle d'identification ou d'évaluer le comportement réel des mécanismes. Il est donc aussi délicat de répondre à la question de l'amélioration effective de la précision du mécanisme, de l'influence du choix du modèle et des poses sur l'identification. Nous proposons par conséquent trois expérimentations sur des mécanismes développés au LIRMM (robots H4, I4) et à l'IRCCyN (robot Orthoglide) afin d'évaluer ces trois points.

Les expérimentations ayant été réalisées au cours de la mise en place des éléments théoriques présentés dans les chapitres 2 et 3, tous les points abordés n'ont pu être repris dans chaque cas. L'ensemble des trois expérimentations nous permet tout de même de proposer une analyse de :

- l'amélioration de la précision dans le cas de l'observation de l'effecteur ;
- l'amélioration de la précision dans le cas de l'observation des chaînes cinématiques ;
- l'influence, qualitative et quantitative, du choix des poses sur l'identification ;
- l'influence du choix du modèle et de la connaissance *a priori* sur l'identification.

Notations

Dans cette thèse les choix, propositions et résultats significatifs seront encadrés.

Par ailleurs, nous emploierons les notations suivantes :

- les vecteurs et matrices seront notés en gras : p. ex. $\mathbf{u}$, $\mathbf{J}$;
- les vecteurs unitaires sont de plus soulignés : p. ex. $\underline{\mathbf{u}}$;
- le produit scalaire de deux vecteurs $\mathbf{v_1}$ et $\mathbf{v_2}$ sera noté $\mathbf{v_1}.\mathbf{v_2}$, et leur produit vectoriel $\mathbf{v_1} \times \mathbf{v_2}$;
- un repère sera noté R_X, avec X la lettre permettant de le désigner qui correspondra éventuellement à celle désignant le solide auquel il est lié ;
- le repère dans lequel est exprimé un vecteur est indiqué en exposant avant ce dernier. Ainsi ${}^{R_B}\mathbf{P}$ correspond aux coordonnées du point $\mathbf{P}$ exprimé dans R_B ;
- la transformation euclidienne notée ${}^{R_A}T_{R_B}$ permet le passage du repère R_A au repère R_B. Nous l'exprimerons en utilisant un opérateur homogène composé de la matrice de rotation ${}^{R_A}\mathbf{R}_{R_B}$ et du vecteur ${}^{R_A}\mathbf{t}_{R_B}$. Nous ferons dans la suite la confusion entre la transformation euclidienne et sa représentation, de sorte que nous noterons :

$$
{}^{R_A}T_{R_B} = \begin{pmatrix} {}^{R_A}\mathbf{R}_{R_B} & {}^{R_A}\mathbf{t}_{R_B} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}
$$

- lorsque cela sera nécessaire nous emploierons la notation indicielle pour exprimer un produit vectoriel ou matriciel : $\mathbf{A}_{ij}$ désigne alors la composante (i,j) de la matrice $\mathbf{A}$ et un produit de deux matrices $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ s'écrit : $(\mathbf{AB})_{ij} = \mathbf{A}_{ik}\mathbf{B}_{kj}$. Dans ce produit, les indices i et j sont fixés et, comme k est indiqué deux fois, une sommation est effectuée sur cet indice. Si $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ sont deux matrices carrées d'ordre 3, alors $i \in [1,3]$, $j \in [1,3]$ et $k \in [1,3]$.

Terminologie

Quelques termes fréquemment utilisés dans ce mémoire sont définis ici pour lever toute ambiguïté. Les définitions sont celles proposées par la Fédération internationale pour la promotion de la science des machines et mécanismes (IFToMM) [Ion03].

- **Mécanisme** : système de corps conçu pour convertir des mouvements de, et des forces sur, un ou plusieurs corps en des mouvements contraints de, et des forces sur, d'autres corps ;
- **Robot** : dispositif mécanique à commande automatique qui remplit des fonctions telles que manipulation ou locomotion ;
- **Chaîne cinématique** : assemblage d'éléments et de liaisons ;
- **Mécanisme plan** : mécanisme dans lequel tous les points de ses éléments décrivent des trajectoires situées dans des plans parallèles ;
- **Mécanisme spatial** : mécanisme dans lequel certains points de ses éléments décrivent des trajectoires non planes ou situées dans des plans non parallèles.
- **Degré de liberté (degré de mobilité)** : nombre de coordonnées indépendantes nécessaires pour définir la configuration d'une chaîne cinématique ou d'un mécanisme.

Nous emploierons également la notion de *degré de spatialité* [Gog02] définie comme suit :

- **Degré de spatialité** : dimension de l'espace des coordonnées opérationnelles du mécanisme. Le degré de spatialité indique le nombre de vitesses indépendantes de l'effecteur du mécanisme par rapport à sa base.

Chapitre 1

Etat de l'art

Sommaire

1.1 Mécanismes parallèles **9**
1.2 Identification géométrique de mécanismes parallèles **14**
1.3 Vision et précision en robotique **21**
1.4 Bilan **26**

Dans ce chapitre, nous présentons tout d'abord les propriétés principales des mécanismes parallèles qui influeront sur leur identification géométrique. Nous dressons ensuite un état de l'art des approches proposées dans la littérature à ce sujet. Enfin nous analysons l'utilisation faite de la vision en robotique pour l'amélioration de la précision de mécanismes.

1.1 Mécanismes parallèles

1.1.1 Définition

Par opposition aux mécanismes sériels, un mécanisme parallèle peut être défini comme un mécanisme *en chaîne cinématique fermée, constitué d'un organe terminal à n degrés de liberté et d'une base fixe, reliés entre eux par au moins deux chaînes cinématiques indépendantes, la motorisation s'effectuant par n actionneurs simples* [Mer97].

Un exemple, parmi les mécanismes les plus développés sur le plan industriel, est la plate-forme de Gough [GW62, Cap67], où l'organe terminal est connecté à la base par six chaînes cinématiques. Il s'agit d'un mécanisme à six degrés de liberté, pouvant être réalisé, par exemple, avec six chaînes de type cardan-glissière-rotule (figure 1.1) actionnées en translation. Le positionnement de l'organe terminal est donc obtenu en modifiant l'état des six liaisons prismatiques.

Pour la plate-forme de Gough, les chaînes cinématiques sont également souvent dénommées "jambes" du mécanisme, et nous utiliserons parfois également cette dénomination.

Une propriété essentielle des mécanismes parallèles est l'existence de liaisons non actionnées, dites *passives*. Pour la plate-forme de Gough présentée, il s'agit de l'ensemble des liaisons cardans de centres $\mathbf{A_i}, i \in [1,6]$ situées sur la base, et des liaisons rotules de centres $\mathbf{B_i}, i \in [1,6]$ sur l'organe terminal.

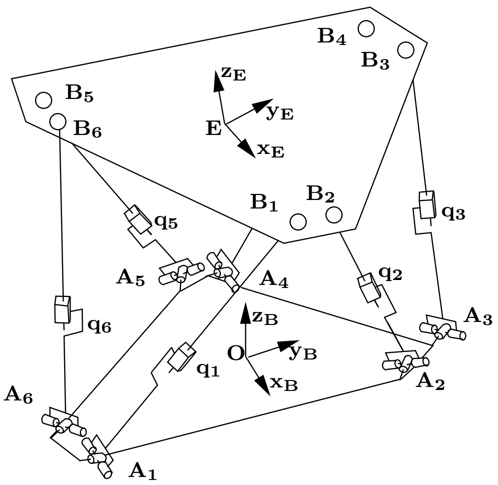


FIG. 1.1 : *Plate-forme de Gough.*

1.1.2 Architectures de mécanismes parallèles

1.1.2.1 Critères de classement

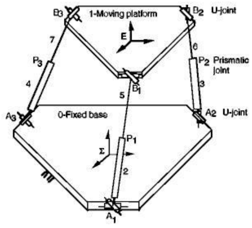
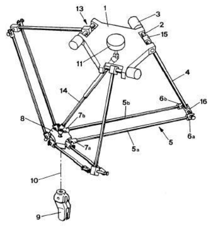
Un nombre conséquent d'architectures de mécanismes parallèles a été proposé dans la littérature. Pour les recenser, il est possible de les classer en fonction du nombre et de la nature des déplacements possibles de l'organe terminal [Mer03]. Une autre classification peut être obtenue en analysant l'architecture des chaînes cinématiques liant base et organe terminal. A partir d'un tel classement, et en proposant des liaisons cinématiques “composites”, Gao [GLZ+02] a ainsi introduit de nouvelles architectures.

1.1.2.2 Familles de mécanismes proposées

Nous nous placerons dans l'optique de Gao, en introduisant trois familles de mécanismes différenciées par la présence dans les chaînes cinématiques de liaisons glissières (tableau 1.1). Notons que ce classement revient sensiblement à celui utilisé par Neugebauer [NWSH99] et Koseki [KAS+98], et bien que non complet il permet de prendre en compte un nombre non négligeable d'architectures proposées dans la littérature. Parmi la centaine de mécanismes décrit dans [Mer03], une trentaine est prise en compte dans ce classement. Il nous sera utile pour mettre en place des algorithmes d'identification adaptés à l'observation des chaînes cinématiques.

Famille 1 - Liaison prismatique entre les deux éléments des chaînes cinématiques La première famille comprend les mécanismes où les chaînes cinématiques connectant la base à l'effecteur sont composées de deux éléments liés par une liaison glissière, actionnée ou non. Elle regroupe en particulier la plate-forme de Gough et autres mécanismes à jambes pilotées en longueur.

Famille 2 - Liaison prismatique avec la base La deuxième famille comprend les mécanismes dont les chaînes cinématiques sont composées de deux éléments liés à la base par des liaisons glissières actionnées. Elle regroupe en particulier les mécanismes de type Orthoglide [CW03], Hexaglide [HCB97]. Le mécanisme I4 [KCB+03] peut également être intégré à

Famille	Exemples	
1	Plate-forme de Gough [GW62] 	Mécanisme de Tsai [Tsa96] 
2	Robot Orthoglide [CW03] 	Robot I4 [KCB+03] 
3	Robot Delta [Cla91] 	Robot H4 [CP99] 

TAB. 1.1 : *Exemples de mécanismes pour les trois familles d'architectures introduites.*

cette famille en considérant la nacelle composée de deux éléments en liaison glissière comme un seul élément désigné comme l'effecteur.

Famille 3 - Absence de liaison prismatique La troisième famille comprend les mécanismes dont les chaînes sont réalisées par deux éléments de longueur fixe connectés par des liaisons pivots, cardans ou rotules. Elle regroupe en particulier le mécanisme Delta et ses dérivés comme l'Hexa. Le mécanisme H4 peut être intégré à cette famille en faisant la même remarque que pour le mécanisme I4.

1.1.3 Quelques propriétés

1.1.3.1 Modélisation

Modèle géométrique direct Le modèle géométrique direct exprime la configuration $\mathbf{X}$ de l'effecteur en fonction des variables articulaires commandées $\mathbf{q}$ et des paramètres géométriques ξ décrivant la structure :

$$\mathbf{X} = \mathbf{g}(\mathbf{q},\xi) \tag{1.1}$$

Pour un mécanisme à n degrés de liberté et degrés de spatialité, $\mathbf{X} \in R^n$ et $\mathbf{q} \in R^n$.

Pour la plupart des mécanismes parallèles, ce modèle n'existe pas sous forme analytique. Son unicité n'est par ailleurs souvent pas assurée.

Modèle géométrique inverse Le modèle géométrique inverse exprime les variables articulaires commandées en fonction de la pose de l'effecteur et des paramètres géométriques :

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}(\mathbf{X},\xi) \tag{1.2}$$

Ce modèle peut généralement être exprimé sous une forme analytique simple. Il est souvent obtenu en écrivant dans un premier temps une condition de fermeture de chaîne vectorielle faisant intervenir une chaîne cinématique et la configuration de l'effecteur. La relation alors obtenue est désignée comme le modèle *implicite* du mécanisme [Vis96]:

$$\mathbf{h}(\mathbf{X},\mathbf{q},\xi) = 0 \tag{1.3}$$

Ce modèle peut être d'une formulation plus simple que le modèle géométrique inverse.

Il est important de noter que les paramètres géométriques interviennent généralement de manière non-linéaire dans ces modèles.

Exemple - Cas de la plate-forme de Gough On associe des repères $R_B(\mathbf{O},\mathbf{x_B},\mathbf{y_B},\mathbf{z_B})$ et $R_E(\mathbf{E},\mathbf{x_E},\mathbf{y_E},\mathbf{z_E})$ à la base du mécanisme et à l'organe terminal (figure 1.1). Le modèle géométrique direct admet jusqu'à 40 solutions, dont l'obtention nécessite la résolution d'un polynôme de degré identique [Hus96].

Le modèle géométrique inverse est en revanche immédiatement obtenu en écrivant la fermeture de chaîne :

$$\|\mathbf{A_iO} + \mathbf{OE} + \mathbf{EB_i} + \mathbf{B_iA_i}\| = 0 \tag{1.4}$$

qui peut également s'écrire

$$\|\mathbf{A_iO} + \mathbf{OE} + \mathbf{EB_i}\| = \|\mathbf{A_iB_i}\| \tag{1.5}$$

Le second membre de (1.5) correspond alors à la longueur de la chaîne cinématique i, c'est-à-dire à la somme de la valeur articulaire $\mathbf{q_i}$ et d'une constante $\mathbf{q_{0i}}$, qui correspond à la longueur de la jambe lorsque la valeur articulaire mesurée est nulle :

$$\|\mathbf{B_iA_i}\| = \mathbf{q_i} + \mathbf{q_{0i}} \tag{1.6}$$

Le calcul du premier terme de l'équation (1.5) dans le repère R_B fait intervenir la position et l'orientation de l'effecteur. L'obtention du modèle géométrique inverse est donc immédiate. Pour ce mécanisme, modèle implicite et modèle inverse sont identiques.

1.1.3.2 Singularités

De la relation (1.3), il est possible d'exprimer par différentiation la relation liant une variation de la configuration de l'organe terminal à une variation des variables articulaires commandées :

$$\mathbf{A}\mathrm{d}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathrm{d}\mathbf{q} = 0 \tag{1.7}$$

Il est donc possible d'exprimer la conversion existante entre configuration de l'effecteur et variables articulaires si et seulement si ni $\mathbf{A}$ ni $\mathbf{B}$ ne sont singulières [GA90].

Interprétation

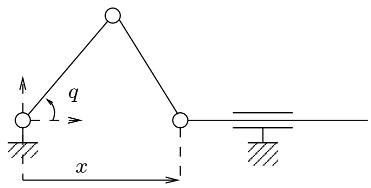
- Si la matrice **A** est singulière, il existe des variations d**X** de l'effecteur possibles à actionneurs bloqués. Le mécanisme n'est plus rigide. Les postures de l'effecteur correspondantes sont définies comme des positions singulières du mécanisme. Elles sont spécifiques aux mécanismes parallèles et sont par conséquent également dénommées singularités parallèles [CW98].

- Si la matrice **B** est singulière, une variation d**q** des actionneurs n'engendre pas de modification de l'état de l'effecteur. Ce type de position singulière se produit en limite d'espace de travail, comme pour les mécanismes sériels. Elles sont par conséquent également dénommées singularités séries.

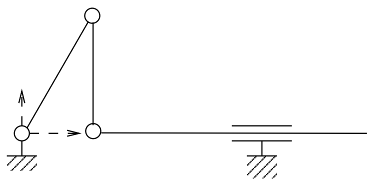
- Si **A** et **B** sont singulières simultanément, l'organe terminal peut être déplacé à actionneurs bloqués et réciproquement.

Pour illustrer la définition de ces positions singulières, nous pouvons utiliser tout comme Gosselin et Angeles [GA90] le cas très simple d'un mécanisme bielle-manivelle (figure 1.2(a)). Le mécanisme est constitué d'une chaîne cinématique fermée, et possède un degré de liberté en translation x. Le mouvement imposé est la rotation q du vilebrequin, entraînant la translation du coulisseau par l'intermédiaire de la bielle.

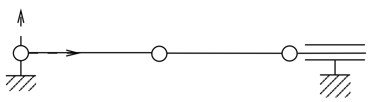
La singularité parallèle du mécanisme est définie par la position verticale de la bielle (figure 1.2(b)). Dans cette position, il est possible d'avoir une variation dx en sortie de mécanisme à valeur de q constante. Lorsque bielle et vilebrequin sont alignés (figure 1.2(c)), la situation contraire se produit : une variation de la rotation dq n'induit aucun mouvement du coulisseau. La configuration correspond à une singularité série.



(a) Configuration quelconque



(b) Singularité parallèle



(c) Singularité série

FIG. 1.2 : *Singularités du mécanisme bielle-manivelle.*

1.1.3.3 Exactitude et répétabilité

La qualité de positionnement d'un mécanisme peut être définie par deux grandeurs [Pri90] : l'exactitude de pose et la répétabilité. L'exactitude de pose est l'écart entre une pose commandée et la moyenne des poses atteintes, et la répétabilité caractérise la dispersion des poses atteintes par le robot. L'ensemble de ces deux propriétés caractérise la précision du mécanisme.

Les mécanismes parallèles ont dans un premier temps été perçus comme des mécanismes plus précis que les mécanismes sériels. Au contraire de ces derniers, les défauts géométriques dans chaque liaison n'ont en effet pas tendance à se cumuler [KD99]. En réalité, le nombre de liaisons

passives est tel que l'obtention d'un mécanisme parallèle précis paraît aussi délicate que celle d'un mécanisme sériel [Vis96].
Il est par ailleurs généralement admis que la répétabilité des mécanismes parallèles est meilleure que celle des mécanismes sériels. Nous supposerons d'ailleurs que la répétabilité est d'un ordre supérieur à la précision dans la suite de ce travail. Des travaux récents tendent cependant à montrer que le gain de répétabilité n'est pas évident [PCV02], le jeu dans les liaisons passives pouvant avoir une influence sensible.

1.2 Identification géométrique de mécanismes parallèles

1.2.1 Démarche d'identification

Dénommée couramment dans la littérature *étalonnage* géométrique, la détermination des paramètres d'un modèle géométrique décrivant au mieux un mécanisme est semblable à l'identification, par exemple, d'un système dynamique, que ce soit par un modèle de connaissance [GK92] ou de représentation [Lju99]. Dans la suite, nous désignerons donc volontairement ce processus comme une *identification* géométrique des mécanismes parallèles.
Quatre éléments principaux doivent être maîtrisés lors de l'identification (figure 1.3) : le modèle à identifier, la fonction d'erreur et la méthode de détermination des paramètres associée, le type d'expérimentation, et l'information recueillie.

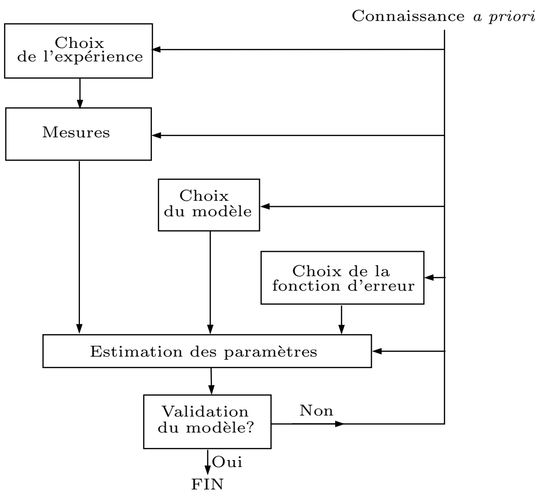


FIG. 1.3 : *La boucle d'identification d'un système (d'après [Lju99]).*

Dans notre contexte, ces quatre éléments deviennent : la modélisation géométrique du mécanisme, la fonction d'erreur et la méthode d'obtention des paramètres, le choix de l'expérimentation et les outils de métrologie adaptés. Nous présentons dans ce paragraphe les travaux publiés à ce sujet. Le choix de l'expérimentation, et particulièrement l'optimisation des poses, feront l'objet d'une analyse détaillée dans le second chapitre de ce document.

1.2.2 Modélisation du mécanisme

Analyse de sensibilité Le choix du modèle géométrique destiné à l'identification peut être réalisé en analysant l'influence des paramètres géométriques sur la précision du mécanisme, et ainsi retirer de l'identification des paramètres ayant une influence très faible. Wang [WM93, MWZ93] analyse ainsi le cas d'une plate-forme de Gough et met en évidence la très faible influence des défauts de réalisation des liaisons dans les erreurs de pose de l'effecteur. D'autres auteurs ont utilisé une telle analyse de sensibilité pour évaluer la précision du mécanisme avant son identification [Soo97, RA95, FDAF96], estimer la précision nécessaire de l'identification des paramètres [OM95], ou fournir une aide à la conception du mécanisme [WE02, PE97]. Pour le choix du modèle géométrique, l'approche est cependant limitée par la difficulté d'interprétation des cartes de sensibilité : la propagation des erreurs dépend des incertitudes sur les paramètres mais également de l'outil placé sur l'effecteur, de la tâche réalisée [WK02], etc. Wildenberg [Wil00] fait également remarquer que la variation de l'influence d'un paramètre dans l'espace de travail est souvent non négligeable, si bien qu'il est difficile d'établir simplement une hiérarchie entre les paramètres.

Critère numérique Un indicateur pour le choix du modèle souvent retenu pour l'identification de mécanismes sériels est le conditionnement de la matrice jacobienne $\mathbf{J}_\xi$ liant une variation de la pose $\mathbf{dX}$ à une variation des paramètres $d\xi$:

$$\mathbf{dX} = \mathbf{J}_\xi \mathrm{d}\xi \tag{1.8}$$

L'influence respective des paramètres géométriques est obtenue en estimant la valeur du conditionnement de $\mathbf{J}_\xi$ pour un ensemble de poses balayant l'espace de travail. En particulier, un paramètre d'influence très faible aura tendance à faire augmenter la valeur du conditionnement. Schröer [Sch93] propose ainsi de limiter le nombre de paramètres géométriques en bornant la valeur du conditionnement à 100.

Analyse du réel Concernant le choix du modèle pour l'identification, notons également les travaux de Visher [Vis96, VC98] sur l'identification d'un mécanisme Delta. La modélisation complète du mécanisme nécessite l'introduction de trois jeux de paramètres. L'un affecte uniquement la précision en position de l'effecteur, alors que les deux autres affectent aussi sa précision en orientation. Ces deux derniers jeux sont liés à la modélisation des parallélogrammes formant les avant-bras du mécanisme (voir tableau 1.1). Visher remarque que l'un des jeux de paramètres est quasiment non identifiable car ayant une influence d'un ordre inférieur à celle de l'autre jeu, et n'en tient pas compte dans le paramétrage. Les résultats expérimentaux montrent finalement que la précision en position obtenue avec le modèle le plus complet est légèrement inférieure à celle obtenue en utilisant simplement le premier jeu de paramètres. La précision en orientation semble également peu améliorée, avec un écart-type des erreurs d'orientation inchangé après identification. L'identification des paramètres modélisant les parallélogrammes semble donc délicate.

1.2.3 Choix de la fonction d'erreur et obtention des paramètres

Les paramètres géométriques sont obtenus à partir d'une redondance d'information qui permet de confronter deux estimations de l'état du mécanisme, contradictoires si les paramètres ne décrivent pas correctement le mécanisme. Dans la majorité des cas, les paramètres identifiés ξ_{id} sont obtenus par minimisation d'une fonction d'erreur F qui permet de quantifier l'accord entre les informations redondantes. Nous présentons d'abord ces approches. Dans le paragraphe 1.2.3.5 nous reviendrons sur les autres méthodes existantes.

La redondance d'information peut être obtenue de plusieurs manières : une contrainte mécanique peut être appliquée à un élément du mécanisme (on parle souvent dans ce cas d' "*étalonnage sous contrainte*"), ou bien des capteurs peuvent être implantés sur le mécanisme ("*auto-étalonnage*" pour des capteurs proprioceptifs, "*étalonnage externe*" si le capteur est extéroceptif).

1.2.3.1 Contraintes mécaniques

Dans ce cas, la fonction d'erreur est obtenue en confrontant l'estimation de l'état du mécanisme, réalisée à l'aide de son modèle et des capteurs proprioceptifs, à un déplacement connu de l'effecteur ou d'une chaîne cinématique. La contrainte imposée introduit une relation entre les valeurs articulaires $\mathbf{q}$ et les paramètres ξ :

$$C(\mathbf{q},\xi) = 0 \tag{1.9}$$

Les paramètres ξ_{id} peuvent alors être déterminés en utilisant cette relation :

$$\xi_{id} = \underset{\xi}{\operatorname{argmin}}\ F(\mathbf{q},C(\mathbf{q},\xi)) \tag{1.10}$$

L'approche, développée dans un premier temps pour les mécanismes sériels, a été appliquée aux mécanismes parallèles par Khalil [KM97, KB99] pour une plate-forme de Gough, en bloquant l'orientation d'une jambe par rapport à sa base ou à l'effecteur. Daney [Dan99] propose également le blocage de chaînes cinématiques en orientation. Il évalue par ailleurs le cas d'un blocage en orientation ou en position de l'effecteur, ce dernier cas étant aussi proposé par Rauf [RR01].

L'efficacité numérique de ce type de méthode semble faible par rapport aux autres méthodes présentées dans la suite, d'après une comparaison réalisée par Besnard [BK01] pour le cas d'une plate-forme de Gough. La principale raison en est probablement la limitation des mouvements du mécanisme engendrée par le ou les blocages, qui limitent la sensibilité aux paramètres. Maurine [MD96a, MD96b] résout ce problème en découplant l'identification d'un mécanisme Delta en deux phases. Dans un premier temps, une fraction du paramétrage est identifiée à l'aide d'un capteur extéroceptif. L'effecteur est ensuite contraint en déplacement à l'aide d'un calibre, ce qui permet d'identifier une autre fraction des paramètres. Dans tous les cas se pose le problème de la mise en place d'un système de blocage suffisamment rigide et simple à installer.

1.2.3.2 Introduction de capteurs proprioceptifs

La redondance d'information peut être obtenue en introduisant des capteurs dans les liaisons passives du mécanisme. Les mesures supplémentaires $\mathbf{q_{sup}}$ permettent alors de construire une fonction d'erreur pour identifier les paramètres :

$$\xi_{id} = \underset{\xi}{\operatorname{argmin}}\ F(\mathbf{q},\mathbf{q_{sup}},\xi) \tag{1.11}$$

Les capteurs proprioceptifs supplémentaires peuvent être utilisés de deux manières.

Dans une première famille de méthodes, une fraction des capteurs proprioceptifs supplémentaires est utilisée avec une partie des capteurs déjà installés pour estimer l'état de l'effecteur. A l'aide du modèle géométrique inverse, il est alors possible d'estimer l'état des autres capteurs. Les paramètres sont identifiés en confrontant cette estimation aux mesures réalisées. Wampler [WA92] identifie ainsi un mécanisme plan à trois chaînes cinématiques. Zhuang [Zhu97] puis Daney [Dan00] ont appliqué cette méthode au cas de la plate-forme de Gough. Six capteurs sont considérés installés sur des liaisons passives du mécanisme.

Dans la seconde famille de méthodes, l'état des liaisons passives instrumentées est estimé à partir des capteurs proprioceptifs installés initialement et des paramètres géométriques. En confrontant cette estimation à leur mesure, les paramètres peuvent être identifiés. Zhuang [ZL96] a introduit ce type de méthode. Il calcule pour chaque position les valeurs articulaires de l'ensemble des liaisons passives. Murareci [Mur97, KM97] optimise la méthode en ne calculant que l'état des liaisons passives instrumentées. Ziegert [ZJH99] met actuellement en place une méthode de ce type pour une machine à mesurer tridimensionnelle à structure parallèle disposant d'une chaîne cinématique redondante, non actionnée, pour l'identification.

Sur le plan de l'identification, l'utilisation de capteurs proprioceptifs redondants semble pertinente car elle n'impose pas de restriction des déplacements du mécanisme dans son espace de travail. Elle possède également l'intérêt de permettre la réalisation de l'identification à tout moment, y compris lors du fonctionnement du mécanisme. L'implantation des capteurs proprioceptifs redondants peut par ailleurs permettre de simplifier la commande du mécanisme en déterminant de manière unique le modèle géométrique direct du mécanisme [Tan95, BA00, IR00], voire d'intégrer la redondance métrologique dans la commande pour améliorer la précision [Mar02, MCKP02].

L'implantation de capteurs dans les liaisons passives n'est cependant pas toujours envisageable, notamment pour des raisons de fiabilité des capteurs durant la vie du mécanisme. Leur intégration doit de plus être prévue dès la conception du mécanisme. Notons enfin que la seconde classe de méthodes nécessite l'utilisation de modèle géométrique direct, ce qui peut être préjudiciable à la stabilité de l'identification en présence de bruits de mesure [Dan99].

1.2.3.3 Introduction de capteurs extéroceptifs

L'obtention d'une redondance d'information est souvent envisagée en installant un capteur extéroceptif. L'état du système peut être comparé dans l'espace articulaire, celui des capteurs proprioceptifs, ou dans l'espace opérationnel, celui du capteur extéroceptif.

Comparaison dans l'espace opérationnel La pose de l'effecteur peut être estimée à partir des capteurs proprioceptifs et des paramètres géométriques à l'aide d'un modèle géométrique direct numérique. Une fonction d'erreur peut donc être écrite en comparant cet état estimé $\mathbf{g}(\mathbf{q},\xi)$ et sa mesure $\mathbf{X}$:

$$\xi_{id} = \underset{\xi}{\operatorname{argmin}}\, F(\mathbf{g}(\mathbf{q},\xi),\mathbf{X}) \tag{1.12}$$

Masory [MWZ93] et Oliviers [OM95] ont proposé l'utilisation de cette approche, développée initialement pour les mécanismes sériels, pour une plate-forme de Gough. Elle a ensuite été adaptée à d'autres structures [Vis96, FDAF96, LD97].

En fonction de l'information disponible, la fonction d'erreur peut reposer sur la comparaison de la position ou l'orientation de l'effecteur, ou bien de la pose complète. Dans ce dernier cas, la comparaison simultanée de positions et d'orientations peut poser problème, du fait de leur dimensions distinctes. Si seule la position de l'effecteur est mesurée, la fonction d'erreur peut en revanche être facilement adaptée [OSTU00, DNG02, TAI$^+$02]. Besnard [BK99] propose également une fonction d'erreur pour l'identification d'une plate-forme de Gough en utilisant deux inclinomètres. D'autres auteurs identifient les paramètres géométriques à l'aide de tests de circularité [IIK$^+$00, NMWaYI02], ou en utilisant une mesure de distance entre un point de l'effecteur et la base [WS00]. Cette adaptation de la fonction d'erreur à la mesure disponible est cependant limitée par la nécessité d'utiliser un modèle direct numérique, ce qui semble provoquer des problèmes de convergence en présence de bruits de mesure [Dan99].

Comparaison dans l'espace articulaire Tirant profit de l'existence du modèle géométrique inverse pour la plate-forme de Gough, Zhuang [ZMY95] propose la comparaison des valeurs articulaires mesurées à leur estimation $\mathbf{f}(\mathbf{X},\xi)$ obtenue à partir des paramètres géométriques ξ et d'une mesure de la pose de l'effecteur $\mathbf{X}$:

$$\xi_{id} = \underset{\xi}{\operatorname{argmin}}\ F(\mathbf{f}(\mathbf{X},\xi),\mathbf{q}) \tag{1.13}$$

La méthode a ensuite été généralisée [ZYM98] à tout mécanisme parallèle. La fonction d'erreur possède alors une forme analytique, ce qui semble assurer sur un plan numérique l'efficacité de l'approche [BK01]. Comparant les fonctions d'erreur dans l'espace opérationnel et l'espace articulaire, Visher [Vis96] constate également pour le cas d'un simple mécanisme bielle-manivelle que l'identification à l'aide du modèle géométrique inverse est plus efficace que celle utilisant un modèle direct numérique. Le modèle inverse n'étant pas toujours disponible, il préfère cependant utiliser le modèle implicite.

L'approche nécessite en revanche la mesure de l'ensemble des degrés de spatialité du mécanisme, ce qui représente une contrainte métrologique forte. Daney propose pour y remédier de supprimer algébriquement [DE01] le terme d'orientation des équations du modèle implicite.

1.2.3.4 Mise en forme de la fonction d'erreur

Dans la grande majorité des cas, la fonction d'erreur est choisie sous une forme quadratique de type "moindres-carrés", du fait de son caractère intuitif et de sa facilité d'utilisation avec des techniques d'optimisation [WP94]. Elle se présente donc sous la forme :

$$F(\xi) = \frac{1}{2}\epsilon(\xi)^T\epsilon(\xi) \tag{1.14}$$

avec $\epsilon(\xi)$ l'ensemble des écarts entre mesures et estimations. L'algorithme de Levenberg-Marquardt [PTVF92] est souvent retenu pour estimer les paramètres. La méthode est itérative, avec la résolution à chaque étape d'un système linéaire de la forme :

$$\frac{\partial F}{\partial \xi} = \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi}^T \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi}\delta\xi \tag{1.15}$$

où $\frac{\partial F}{\partial \xi}$ est estimé à partir des écarts entre estimations et mesures, et $\frac{\partial \epsilon}{\partial \xi}^T \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi}$ est calculé à partir des mesures. L'estimation de $\delta\xi$ peut cependant être biaisée en présence de bruits de mesure. Afin de limiter leur influence, certaines méthodes déjà appliquées à l'identification de systèmes dynamiques ont été reprises. La première évolution consiste à prendre en compte les incertitudes de mesure par leur matrice de covariance, et ainsi utiliser un critère des moindres carrés pondérés. Proposé par Zak [ZBFS94] pour les mécanismes sériels, le critère est utilisé par Lintott [LD97] pour l'identification d'un mécanisme Delta. L'estimateur est asymptotiquement non biaisé [Joh93], c'est-à-dire tend vers les valeurs optimales des paramètres pour un nombre infini de mesures, si les bruits de mesure n'affectent que le premier membre de la relation (1.15) et s'ils sont de valeur moyenne nulle. En particulier, un tel critère ne permet pas de prendre en compte l'influence des bruits de mesure sur la matrice $\frac{\partial \epsilon}{\partial \xi}^T \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi}$. Pour ce faire, des critères de type moindres-carrés totaux [HV89] peuvent être utilisés. Wampler [WA92, WHA95] va plus loin en considérant à la fois les incertitudes de mesure et les incertitudes sur les paramètres à déterminer. L'estimation est alors réalisée au sens du maximum de vraisemblance, en prenant en compte les équations de contrainte par le biais de multiplicateurs de Lagrange. Pour obtenir une modification des paramètres, les données expérimentales doivent “montrer” que la contradiction entre les informations redondantes ne provient pas uniquement des bruits de mesure. Il semble cependant délicat d'estimer à la fois la matrice de covariance des mesures et celle décrivant les incertitudes sur la connaissance des paramètres.

1.2.3.5 Autres méthodes

Découplage de l'identification des paramètres Les paramètres peuvent être identifiés séquentiellement, avec une résolution rendue plus simple à chaque étape, en utilisant une mesure extéroceptive et une contrainte sur certaines chaînes cinématiques. Pour la plate-forme de Gough, Zhuang [ZR93] propose de fixer la longueur d'une jambe durant l'expérimentation. Ceci lui permet d'identifier d'abord les paramètres décrivant l'implantation des liaisons de la chaîne bloquée sur la base et l'effecteur, puis de déterminer la longueur morte correspondante. Geng [GH94a] a poursuivi dans cette voie, considérant que plusieurs chaînes sont bloquées en longueur. La linéarisation du modèle par rapport aux variations des paramètres autour de leur valeur *a priori* lui permet alors de déterminer l'ensemble des paramètres de manière analytique.

Méthodes algébriques Innocenti [Inn95b] va dans le même sens que les auteurs précédents, en fournissant une solution analytique au problème de l'identification d'une plate-forme de Gough. Il utilise le nombre minimal de poses, n'impose aucune contrainte sur la longueur des chaînes cinématiques et obtient les paramètres par résolution d'un polynôme d'ordre 20, dont il fournit la solution dans [Inn95a]. Daney [Dan00] propose l'utilisation de techniques d'élimination dialytique pour identifier algébriquement les paramètres en présence d'un nombre quelconque de poses.

Visher propose une approche “semi-paramétrique” [Vis96] qui consiste à reformuler le modèle implicite en le développant par rapport aux valeurs articulaires. Chaque terme est alors considéré comme le produit d'une fonction des variables articulaires et d'un paramètre inconnu. Ces nouvelles inconnues forment un jeu distinct des paramètres géométriques initiaux que l'on peut obtenir immédiatement par résolution d'un système linéaire. La détermination des paramètres du modèle géométrique à partir des inconnues nécessite cependant de nouveau une optimisation non-linéaire [Dan00]. Son principal avantage est l'absence de la nécessité d'une valeur initiale des paramètres.

1.2.4 Aspects expérimentaux

Si le nombre de méthodes pour l'identification géométrique des mécanismes parallèles est désormais conséquent, le nombre d'articles démontrant expérimentalement l'amélioration de la précision d'un mécanisme par identification est bien plus restreint... Examinons les résultats présentés dans la littérature.

Une douzaine d'expérimentations ont été décrites. Wampler [WHA95] utilise la redondance obtenue en instrumentant les liaisons passives avec des capteurs proprioceptifs pour l'identification, et Maurine [MAU99] identifie un mécanisme Hexa par blocage des liaisons passives. Dans les autres cas, les structures sont identifiées à l'aide d'un outil de mesure extéroceptif implanté au moment de l'expérimentation. Il s'agit soit d'un système mécanique instrumenté, soit d'un système optique. Pour les expérimentations réalisées, nous présentons ici les instruments utilisés, leurs principaux avantages et inconvénients, et par digression les outils de métrologie proposés dans la littérature pouvant convenir dans ce contexte.

1.2.4.1 Systèmes mécaniques instrumentés

Machine à mesurer tridimensionnelle Visher [Vis96, VC98] utilise une machine à mesurer tridimensionnelle (MMT) pour réaliser l'identification des mécanismes Delta et Argos. Cet outil de métrologie permet d'obtenir une précision de mesure de position de l'ordre de quelques micromètres dans un volume d'environ $0.5m^3$. La mesure de l'orientation de l'effecteur nécessite soit le relevé de plusieurs points et son estimation, soit la mise en place d'un capteur additionnel spécifique. L'usage d'une MMT est évidemment réservé à l'identification de petites structures, ce qui rend son utilisation très limitée.

Ball-bar Un ball-bar peut être utilisé comme dans le cas du contrôle de machines-outils à structure sérielle. Le capteur fournit la distance entre un point de l'effecteur et un point de la base avec une précision de l'ordre du micromètre. Ce capteur a permis l'identification d'une machine-outil de type hexapode [IIK$^+$00, NMWaYI02]. La mesure 3D d'un point de l'effecteur peut éventuellement être obtenue en implantant la base du capteur en plusieurs positions connues les unes par rapport aux autres, ce qui a permis l'identification d'une machine HexaM [OSTU00]. La course de ces dispositifs n'étant que de quelques millimètres, les erreurs commises dans les déplacements du mécanisme avant son identification doivent rester limitées.

Weck [WS00] et Weikert [WK01] se sont affranchis de cette limitation en proposant un capteur basé sur le même principe mais utilisant une règle linéaire de course bien supérieure (de l'ordre de 100mm). Ziegert propose quant à lui l'utilisation d'un interféromètre laser intégré au ball-bar [ZM94]. Weck identifie à l'aide de ce capteur une machine-outil à structure hexapode. Le coût du capteur devient cependant alors bien supérieur à celui d'un simple ball-bar.

Dispositifs spécifiques Les solutions précédentes reposent sur des outils de métrologie industriels. D'autres dispositifs plus spécifiques sont également envisagés.

Pour effectuer une mesure de position tridimensionnelle, plusieurs dispositifs mécaniques instrumentés ont été conçus. Weikert [WK02] et Schmitz [SZ00] proposent d'associer trois dispositifs de type ball-bar et ce faisant créent une structure parallèle. La précision annoncée est inférieure à $10\mu m$, pour un volume de l'ordre de $200 \times 200 \times 200mm^3$. D'autres auteurs [GH94b, JKK99, TORC02] souhaitent utiliser des structures parallèles à six degrés de liberté à câble pour mesurer la pose de l'effecteur du mécanisme à identifier. Peu de résultats expérimentaux concernant la précision de ce type d'outil ont été présentés.

Un solide de référence peut également être utilisé pour l'estimation d'une pose. Neugebauer [NWSH99] vient palper un cube de référence avec un stylet rendu solidaire de l'effecteur. Ce faisant, il identifie une machine-outil de type hexapode. Peu de renseignements sont fournis sur l'utilisation de cette mesure. Fried [FDAF96] fixe un cube de référence à l'effecteur du mécanisme à identifier et estime sa pose à l'aide de six capteurs de distance de type LVDT placés pour former un trièdre de référence. Le volume de mesure reste alors faible, de l'ordre de $50 \times 50 \times 50mm^3$.

1.2.4.2 Systèmes optiques

Théodolites Une estimation de la pose peut être obtenue à partir de la mesure de différents points de l'effecteur à l'aide d'un théodolite. Une plate-forme de Gough est ainsi identifiée par Zhuang [ZMY95, ZYM98]. La procédure est cependant lourde à mettre en oeuvre et difficilement automatisable.

Interférométrie laser Un Laser Tracking System (LTS) est constitué d'un interféromètre laser monté sur une tête motorisée. Il permet de mesurer la position tridimensionnelle d'une cible montée sur l'effecteur du mécanisme, avec une précision de l'ordre du micromètre [AG99]. En mesurant la position de plusieurs points il est donc possible d'évaluer la pose de l'effecteur. Koseki [KAS+98] préfère utiliser simultanément quatre têtes de ce type afin de mesurer la position de la cible fixée sur l'effecteur. La mesure de position est réalisée dans un volume de mesure supérieur au mètre cube, avec une précision de l'ordre du micromètre, ce qui permet l'identification d'une structure parallèle.

L'orientation de la cible par rapport à la source laser peut également être déterminée en analysant l'intensité du faisceau laser revenant à la source [VPG94, TSFA02]. Aucune validation expérimentale ne semble cependant avoir été publiée à ce jour pour ce type de mesure.

Autres dispositifs sans contact Parsa et al [PAM02] ont récemment proposé d'identifier la pose de l'effecteur en utilisant un jeu d'accéléromètres disposés sur ce dernier. La précision obtenue expérimentalement reste à évaluer.

1.2.5 Bilan

Sur un plan méthodologique, deux méthodes paraissent particulièrement pertinentes. La première est celle utilisant des capteurs proprioceptifs redondants dans les liaisons passives du mécanisme. Elle permet l'écriture de fonctions d'erreurs simples, analytiques, qui semblent efficaces en simulation. Il est alors également possible d'envisager une identification en ligne, lors du fonctionnement normal du mécanisme, aucun dispositif externe ne devant être installé. L'installation des capteurs doit cependant être prévue dès la conception, ce qui constitue une contrainte importante.

L'utilisation du modèle géométrique inverse permet également la mise en place d'une fonction d'erreur analytique, semblant efficace sur un plan numérique. Le besoin métrologique est cependant fort, et les outils de mesure proposés ne concilient pas facilité d'utilisation, précision et volume de mesure suffisants pour notre contexte.

1.3 Vision et précision en robotique

La vision aurait pu être citée dans le paragraphe précédent parmi les autres capteurs. Nous préférons en faire ici une présentation plus détaillée, car son utilisation pour l'amélioration de la précision d'un mécanisme est plus complexe et diversifiée.

1.3.1 Pourquoi la vision?

La vision est un capteur très utilisé en robotique essentiellement pour trois raisons : c'est tout d'abord un capteur extéroceptif sans contact. Il permet donc d'obtenir une information externe sur l'état d'un robot sans interaction matérielle avec son environnement. La deuxième raison est la versatilité de ce capteur. En fonction du traitement effectué de l'information reçue par le capteur, différentes informations peuvent être délivrées pour une même configuration matérielle : présence d'un objet à proximité du robot, détection de la forme de cet objet, mesure de sa taille, etc. Enfin, troisième raison, il s'agit d'un capteur peu coûteux, et dont les performances en terme de résolution et de miniaturisation évoluent actuellement très fortement.

L'obtention d'information par vision et l'amélioration de la précision de mécanismes robotiques peuvent être des processus distincts ou couplés. Les deux cas sont présentés dans la suite.

1.3.2 Découplage des aspects vision/précision

Une première approche consiste à améliorer la précision du mécanisme en utilisant la vision comme tout autre outil de métrologie. Dans un premier temps, on réalise une mesure à l'aide de cet outil, que l'on exploite ensuite en réalisant l'identification géométrique du mécanisme pour en améliorer la précision.

1.3.2.1 Métrologie par vision

L'utilisation d'une ou plusieurs caméras permet de localiser un objet de deux manières (voir [Chr98] pour une étude bibliographique sur le sujet). D'une part le calcul de pose permet d'estimer la position et l'orientation d'un objet connu par rapport à un repère lié à la ou les caméras . D'autre part, le déplacement de l'objet par rapport à la ou les caméras peut également être obtenu par reconstruction euclidienne, en suivant dans les images successives des primitives géométriques de l'objet (points, droites). Dans ce cas le modèle de l'objet n'est pas nécessaire.

Le calcul de pose fournit une information directement exploitable pour l'identification géométrique de mécanismes. Quel que soit le nombre de caméras choisi, le calcul nécessite la connaissance du "comportement" de la caméra, c'est-à-dire de la relation existante entre la pose d'un objet, *i.e.* sa position et son orientation, et son image. Une phase d'étalonnage est donc nécessaire. La littérature à ce propos est abondante, et le lecteur pourra se référer à [Fau93, HM93, ZR96] pour s'y initier. Une approche particulièrement intéressante est celle proposée par Lavest [LVD98] : elle permet d'étalonner finement un système de vision monoculaire en s'affranchissant de l'utilisation d'un objet de référence de géométrie parfaitement connue. L'approche sera utilisée par la suite, aussi en présentons nous ici le principe.

Formation de l'image Une caméra est composée d'un objectif et d'un capteur permettant l'acquisition sous forme matricielle de l'image. Cette image est supposée se former en respectant le modèle sténopé : tous les rayons lumineux convergent en un point situé à une distance f, la focale, du capteur (figure 1.4). Un objet est alors projeté sur le capteur en respectant le modèle de projection perspective.

Tout point $\mathbf{P}$ d'un solide M, de coordonnées (x_P,y_P,z_P) dans le repère R_M lié au solide, se voit alors projeté en un point $\mathbf{p}$ de coordonnées (u,v) sur le capteur (figure 1.4) que l'on peut exprimer en trois temps.

1. Expression des coordonnées dans le repère caméra Les coordonnées (X_C,Y_C,Z_C) de $\mathbf{P}$ dans le repère R_C sont liées à ses coordonnées dans R_M par la relation :

$$\begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{R_C}\mathbf{P} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^{R_C}T_{R_M} \begin{bmatrix} {}^{R_M}\mathbf{P} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} {}^{R_C}\mathbf{R}_{R_M} & {}^{R_C}\mathbf{t}_{R_M} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^{R_M}\mathbf{P} \\ 1 \end{pmatrix} \tag{1.16}$$

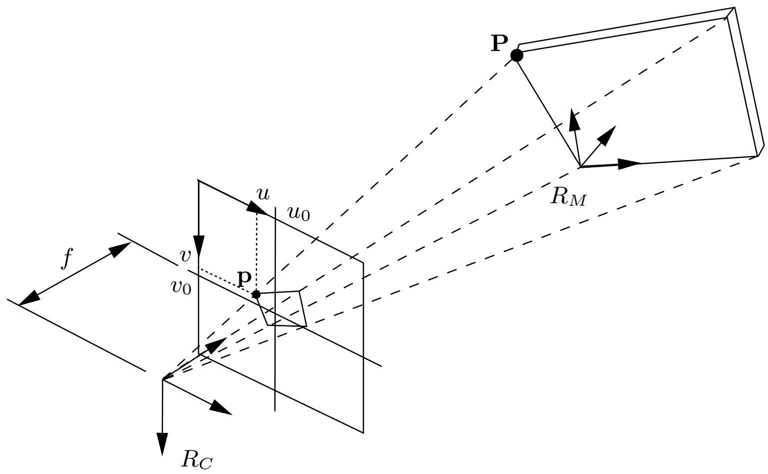


FIG. 1.4 : *Projection d'un objet M dans le capteur par projection perspective.*

2. Détermination des coordonnées pixelliques La forme du pixel composant la matrice du capteur est prise en compte en considérant des dimensions différentes dx et dy selon ses deux directions. En notant (u_0,v_0) les coordonnées du centre du capteur :

$$\begin{array}{c} u = f_x \frac{X_C}{Z_C} + u_0 \\ v = f_y \frac{Y_C}{Z_C} + v_0 \end{array} \tag{1.17}$$

avec $f_x = f/dx$ et $f_y = f/dy$ les focales définissant l'objectif et la caméra.

3. Prise en compte des distorsions optiques Pour des objectifs à courte focale (quelques mm) des distorsions optiques peuvent apparaître (figure 1.5). Une correction (do_x,do_y) de la position pixellique est donc introduite :

$$\begin{array}{c} u = f_x \frac{X_C}{Z_C} + u_0 + do_x \\ v = f_y \frac{Y_C}{Z_C} + v_0 + do_y \end{array} \tag{1.18}$$

en modélisant la distorsion par une fonction polynomiale dépendante de la distance r entre le point considéré et le centre du capteur [LD00]:

$$\begin{array}{c} do_x = (u-u_0)\sum_{i=1}^{5}(a_i r^{2i}) + p_1 f_x \left(r^2 + 2\frac{(u-u_0)^2}{f_x^2}\right) + 2\frac{p_2}{f_y}(u-u_0)(v-v_0) \\ do_y = (v-v_0)\sum_{i=1}^{5}(a_i r^{2i}) + p_2 f_y \left(r^2 + 2\frac{(v-v_0)^2}{f_y^2}\right) + 2\frac{p_1}{f_x}(v-v_0)(u-u_0) \end{array} \tag{1.19}$$

avec

$$r^2 = \left(\frac{u-u_0}{f_x}\right)^2 + \left(\frac{v-v_0}{f_y}\right)^2 \tag{1.20}$$

Etablir la correspondance entre les coordonnées 3D d'un point et celles de son image nécessite donc la connaissance de onze paramètres : $(f_x,f_y,u_0,v_0,a_{i\in[1,5]},p_1,p_2)$. La relation n'est pas bijective : à tout point dans le capteur correspond une infinité de points situés le long d'une droite. Pour être capable d'estimer la pose d'un objet, une de ses dimensions doit donc être introduite. Lors de l'étalonnage il s'agit d'une des dimensions de la mire.

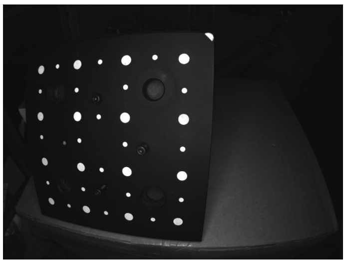


FIG. 1.5 : *Exemple de distorsion radiale affectant une image de mire.*

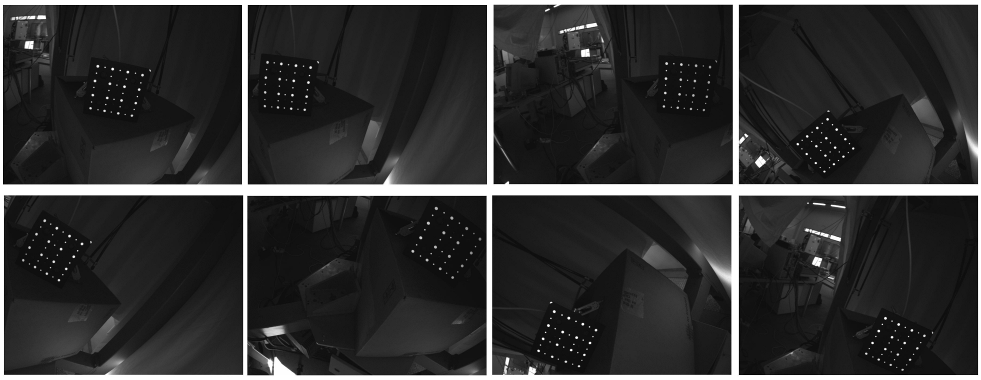


FIG. 1.6 : *Exemple d'une série d'images pour l'étalonnage.*

Etalonnage du capteur Les mires généralement utilisées sont constituées de cibles (ou amers) réfléchissantes coplanaires de forme réputée circulaire. L'approche développée permet la reconstruction de la géométrie de la mire en même temps que la détermination des paramètres de la caméra. La mise en place relative des amers n'a donc pas besoin d'être effectuée avec un soin particulier. Afin d'introduire une métrique, seule une mesure de distance entre deux amers doit être réalisée. La procédure d'étalonnage est composée de trois étapes :

- Acquisition d'une série d'images de la mire sous différentes incidences et positions. Huit à dix images permettent généralement la détermination de l'ensemble des paramètres (figure 1.6).
- Détermination pour chaque image des coordonnées sub-pixelliques du centre de chaque amer. La mire est alors réduite à un ensemble de points dont on connaît la position dans les images.
- Identification des paramètres du couple caméra-mire. Pour ce faire, les erreurs de reprojection dans l'image des centres des amers sont minimisées [LVD98]. Les inconnues sont alors les paramètres de la caméra (f_x,f_y,u_0,v_0,$a_{i\in[1,5]}$,p_1,p_2), la position relative des centres des amers dans R_M, construit à partir du centre de trois amers, et la transformation ${}^{R_C}T_{R_M}$ entre le repère lié à la caméra et le repère lié à la mire pour chaque image. Notons que la précision de la détection influe directement sur cette identification.

Estimation de pose A l'issue de l'étalonnage l'ensemble des paramètres définissant la caméra et la mire est déterminé. En réitérant la dernière étape de l'étalonnage à géométrie de mire fixée,

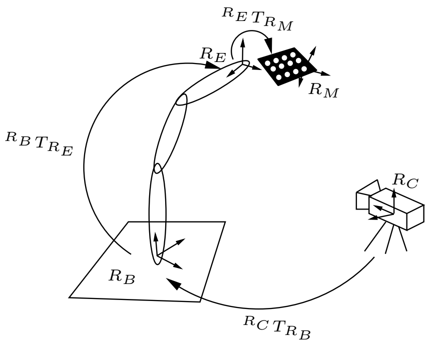


FIG. 1.7 : *Identification géométrique d'un mécanisme sériel par vision.*

car estimée auparavant, il est donc possible de calculer la pose ${}^{R_C}T_{R_M}$ de la mire par rapport à la caméra pour toute image. La seule condition de calcul de la pose [3] est l'observabilité de la mire. Remarquons que la précision de mesure dépend essentiellement d'une part de la qualité de détermination des centres des amers dans l'image et d'autre part de la qualité de l'étalonnage du capteur.

1.3.2.2 Identification géométrique de mécanismes sériels

En liant d'une part la mire à l'effecteur et d'autre part la caméra à la base, l'identification géométrique de mécanismes sériels peut être réalisée [vALVH95, MdCM01]. Notons que la transformation mesurée décrit la pose de la mire par rapport à la caméra. Le modèle géométrique est lui défini entre le repère lié à la base et le repère lié à l'effecteur. Deux transformations doivent donc être identifiées en même temps que les paramètres géométriques : ${}^{R_C}T_{R_B}$ entre les repères liés à la base et la caméra et ${}^{R_E}T_{R_M}$ entre les repères liés à l'effecteur et la mire (figure 1.7).

1.3.3 Couplage des aspects vision/précision

1.3.3.1 Identification géométrique dans l'image

Le calcul de pose nécessite l'identification des paramètres définissant le comportement de la caméra. De la même manière, l'amélioration de la précision d'un mécanisme nécessite l'identification de ses paramètres géométriques. Les deux processus d'identification peuvent donc être combinés en un seul processus global. Zhuang [ZWR93, ZWR95] propose ainsi un critère d'identification associant les paramètres géométriques du mécanisme et les paramètres intrinsèques de la caméra. Le critère est construit en exprimant la correspondance entre les points de la mire détectés dans l'image et leurs estimations obtenues à partir du modèle du mécanisme et de la caméra. Rémy [Rem98] forme également un critère dans l'image pour identifier simultanément le modèle géométrique du mécanisme et les transformations ${}^{R_C}T_{R_B}$ et ${}^{R_E}T_{R_M}$ liant respectivement caméra et base du mécanisme, effecteur et mire (figure 1.7). La position du centre des amers est alors exprimée à l'aide uniquement de ces trois transformations et des paramètres intrinsèques de la caméra. La méthode présente donc deux avantages : d'une part, les paramètres géométriques ne sont plus obtenus à l'issue de deux optimisations successives

3. L'estimation de la pose relève d'un processsus d'optimisation non-linéaire à partir des coordonnées des amers dans l'image. Nous l'appellerons donc *calcul* de pose, mais également *mesure* de pose en considérant l'ensemble caméra-mire comme un capteur fournissant à l'utilisateur une mesure qui est la valeur de la pose.

durant lesquelles les erreurs de mesure peuvent se propager. D'autre part, la comparaison dans l'image ne nécessite plus le calcul de la pose de l'effecteur par rapport à la caméra.

1.3.3.2 Asservissement visuel

L'idée de couplage de la vision à la tâche à réaliser est également utilisée pour la maîtrise du comportement dynamique des mécanismes : la commande dans l'image remplace alors l'identification géométrique dans l'image. On parle d'*asservissement visuel* lorsque la commande est réalisée en boucle fermée avec un retour visuel [Cha98, Mar99]. L'utilisation de l'information visuelle directement dans la commande doit notamment permettre d'améliorer la précision du mécanisme [Cor93]. Cette amélioration est par ailleurs favorisée par le placement du capteur près de l'effecteur : dans ce cas, l'information obtenue sur l'état du mécanisme est très proche de la définition de la tâche à réaliser. Un défaut de modèle peut donc être plus facilement compensé.

1.4 Bilan

A la vue des propriétés des mécanismes parallèles, les méthodes d'identification les plus adaptées à notre contexte sur un plan méthodologique sont celles basées sur l'utilisation du modèle géométrique inverse et de capteurs proprioceptifs redondants. L'utilisation d'un modèle direct nécessite en effet le recours à des approximations numériques, et l'utilisation de contraintes mécaniques impose une restriction de l'espace de travail néfaste à l'identification. S'y ajoute la difficulté expérimentale de construire un dispositif de blocage fiable.

La méthode basée sur l'utilisation du modèle géométrique inverse est principalement contrainte par la nécessité d'une mesure de pose. La vision permet d'obtenir cette mesure. Le couplage identification-observation de l'effecteur semble donc une voie pertinente pour conduire l'identification géométrique. Nous développerons cette approche dans le deuxième chapitre.

L'utilisation de capteurs proprioceptifs redondants pour identifier le mécanisme n'est possible sur un plan expérimental que si l'intégration des capteurs est prévue lors de la conception du mécanisme. Pour supprimer cette contrainte, nous proposons d'utiliser la vision en observant les chaînes cinématiques. Pour les mécanismes sériels, l'intérêt de la vision repose dans sa possible intégration à l'identification géométrique, qui présente plusieurs avantages : suppression de l'estimation explicite de la pose, absence de propagation des erreurs dans des identifications successives. Nous essaierons d'obtenir également de tels avantages en observant les chaînes. Ce sera l'objet du troisième chapitre.

Chapitre 2

Couplage identification - observation de l'effecteur

Sommaire

2.1 **Introduction** 27
2.2 **Optimisation de l'outil de métrologie** 28
2.3 **Optimisation de l'estimation des paramètres** 44
2.4 **Identifiabilité des paramètres** 60
2.5 **Conclusion** 70

2.1 Introduction

Motivations

L'identification d'un mécanisme parallèle peut être en principe réalisée de manière efficace en utilisant une fonction d'erreur basée sur le modèle géométrique inverse. Très peu de résultats expérimentaux ont cependant été présentés, faute d'outil de métrologie adapté. La vision permet de réaliser la mesure de pose de l'effecteur en fixant une mire à ce dernier et une caméra à la base. Nous proposons donc d'utiliser la méthode basée sur le modèle géométrique inverse pour réaliser l'identification des mécanismes parallèles à l'aide d'une mesure par vision.

Propositions

La procédure d'identification n'est efficace que si la modification de la loi de commande permet après identification l'amélioration de la précision du mécanisme. Nous devons donc :

- identifier des paramètres géométriques qui soient représentatifs du comportement réel du mécanisme ;
- pouvoir modifier en conséquence la loi de commande.

En conséquence nous proposons dans ce chapitre de développer les trois points suivants :

Optimisation de l'outil de métrologie Pour minimiser les erreurs de mesure, nous proposons d'optimiser l'outil de métrologie pour notre contexte. Dans l'état de l'art nous avons souligné que la précision de la mesure de pose repose sur la précision de détection des amers de la mire dans l'image. Pour pallier les erreurs expérimentales, nous introduisons donc une méthode de recherche automatique de ces amers qui permet de simplifier le dépouillement des images. Nous l'associons ensuite à l'utilisation de mires de synthèse qui doivent permettre d'améliorer la précision de mesure dans le volume de travail du mécanisme. Une évaluation expérimentale de la mesure est réalisée afin d'estimer ses performances.

Optimisation de l'estimation des paramètres La représentativité des paramètres identifiés dépend du choix de la forme de modèle. Dans ce chapitre, nous nous plaçons en aval de ce choix, et considérons que le comportement du mécanisme peut être correctement décrit. Nous nous attachons ici à déterminer au mieux les paramètres à partir des données expérimentales. Cette estimation sera correcte si la fonction d'erreur mise en place est sensible à chaque paramètre et si les erreurs de mesure n'ont pas d'influence sensible sur l'estimation. Pour optimiser cette estimation, nous introduisons une méthode de choix des poses utilisées durant l'expérimentation. La sensibilité aux paramètres du modèle géométrique varie dans l'espace du travail, tout comme les incertitudes d'une mesure par vision et leur influence sur la fonction d'erreur. Après avoir choisi cette dernière, nous développons en conséquence notre méthode de choix des poses, par simulation préalable à l'expérimentation.

Identifiabilité des paramètres L'amélioration de la précision du mécanisme ne se produira que lorsque le modèle implanté dans la commande sera modifié en utilisant les paramètres identifiés. Dans notre contexte, l'installation d'un capteur extéroceptif nécessite l'introduction de paramètres pour décrire sa localisation. Nous proposons donc d'analyser sous quelles conditions les paramètres géométriques initiaux pourront effectivement être déterminés.

2.2 Optimisation de l'outil de métrologie

2.2.1 D'une mesure de pose à un outil de métrologie

Les erreurs de mesure de pose sont minimisées si nous pouvons tout d'abord éviter toute erreur expérimentale dans l'estimation de la pose, ce qui nécessite une procédure automatisée lors de l'expérimentation. Par ailleurs nous devons optimiser la précision de la mesure dans l'ensemble du volume de mesure. Pour ce faire nous proposons l'utilisation de mires de synthèse.

2.2.1.1 Automatisation de la mesure de pose

Dans la suite nous supposons la mire fixée à l'effecteur du mécanisme à identifier et la caméra liée à sa base (figure 2.1). Le calcul de la pose de la mire par rapport à la caméra pour chaque position du mécanisme nécessite la recherche de la position des amers $\mathbf{P}$ dans l'image correspondante (pour alléger les notations, nous n'introduisons pas d'indice pour distinguer chaque amer).

La recherche des centres des amers dans l'image est faite avec une précision subpixellique (§1.3.2.1) de manière itérative. La méthode d'automatisation de la mesure de pose proposée fournit une estimation initiale de la position des amers dans l'image de manière systématique.

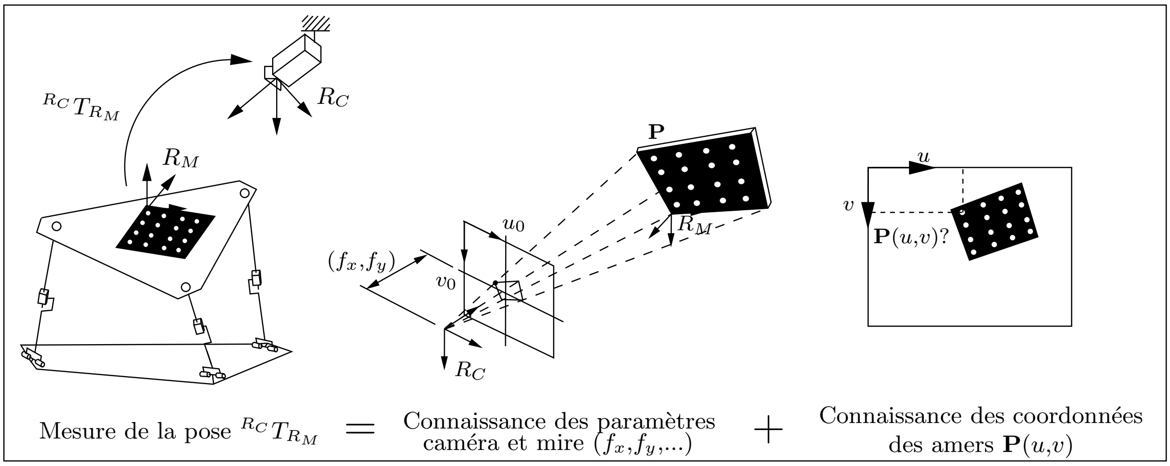


FIG. 2.1 : *L'estimation de pose par vision nécessite les paramètres intrinsèques de la caméra et de la mire, connus après étalonnage, et la position des amers dans l'image, à déterminer pour chaque position du mécanisme.*

Proposition Pour éviter une recherche manuelle exhaustive des amers dans l'image, nous proposons une méthode simple pour l'automatisation de la détermination des poses. Pour une mire ayant A amers, elle ne nécessite au maximum que le traitement manuel de $40/A$ images de référence. Aucune connaissance initiale sur la position de l'outil de métrologie par rapport au mécanisme n'est nécessaire.

La méthode est représentée sous forme schématique dans la figure 2.2 et détaillée dans la suite.

Etape 1 - Acquisition d'images de référence Pour N images de référence nous imposons au mécanisme la pose définie par $^{R_B}T_{R_E}$ et désignons manuellement les centres des amers. Le traitement de ces images permet alors de connaître les valeurs correspondantes de $^{R_C}T_{R_M}$. Les coordonnées de chaque amer dans R_C peuvent donc être déterminées, connaissant leurs coordonnées $^{R_M}\mathbf{P}$ dans le repère lié à la mire (figure 2.2) :

$$\begin{bmatrix} ^{R_C}\mathbf{P} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^{R_C}T_{R_M} \begin{bmatrix} ^{R_M}\mathbf{P} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

Etape 2 - Identification de l'implantation de l'outil de métrologie

Principe Pour les images précédentes, nous pouvons écrire la relation (2.1) en faisant intervenir la pose $^{R_B}T_{R_E}$ imposée :

$$\begin{bmatrix} ^{R_C}\mathbf{P} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^{R_C}T_{R_B}\,{}^{R_B}T_{R_E}\,{}^{R_E}T_{R_M} \begin{bmatrix} ^{R_M}\mathbf{P} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

ou bien encore sous une forme indicielle, en introduisant les éléments des transformations :

$$\begin{aligned} {}^{R_C}\mathbf{P}_l = \left({}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B\,li}\,{}^{R_E}\mathbf{R}_{R_M\,jk}\right){}^{R_B}\mathbf{R}_{R_E\,ij}\,{}^{R_M}\mathbf{P}_k + \left({}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B\,li}\,{}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M\,j}\right){}^{R_B}\mathbf{R}_{R_E\,ij} \\ + \left({}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B\,li}\right){}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E\,i} + \left({}^{R_C}\mathbf{t}_{R_B\,l}\right)\ ,\ (i,j,k,l) \in [1,3] \end{aligned} \tag{2.3}$$

Rappelons qu'en notation indicielle, tout indice répété deux fois dans un terme indique que la sommation sur l'ensemble des valeurs de cet indice doit être réalisée. Ainsi, dans le terme

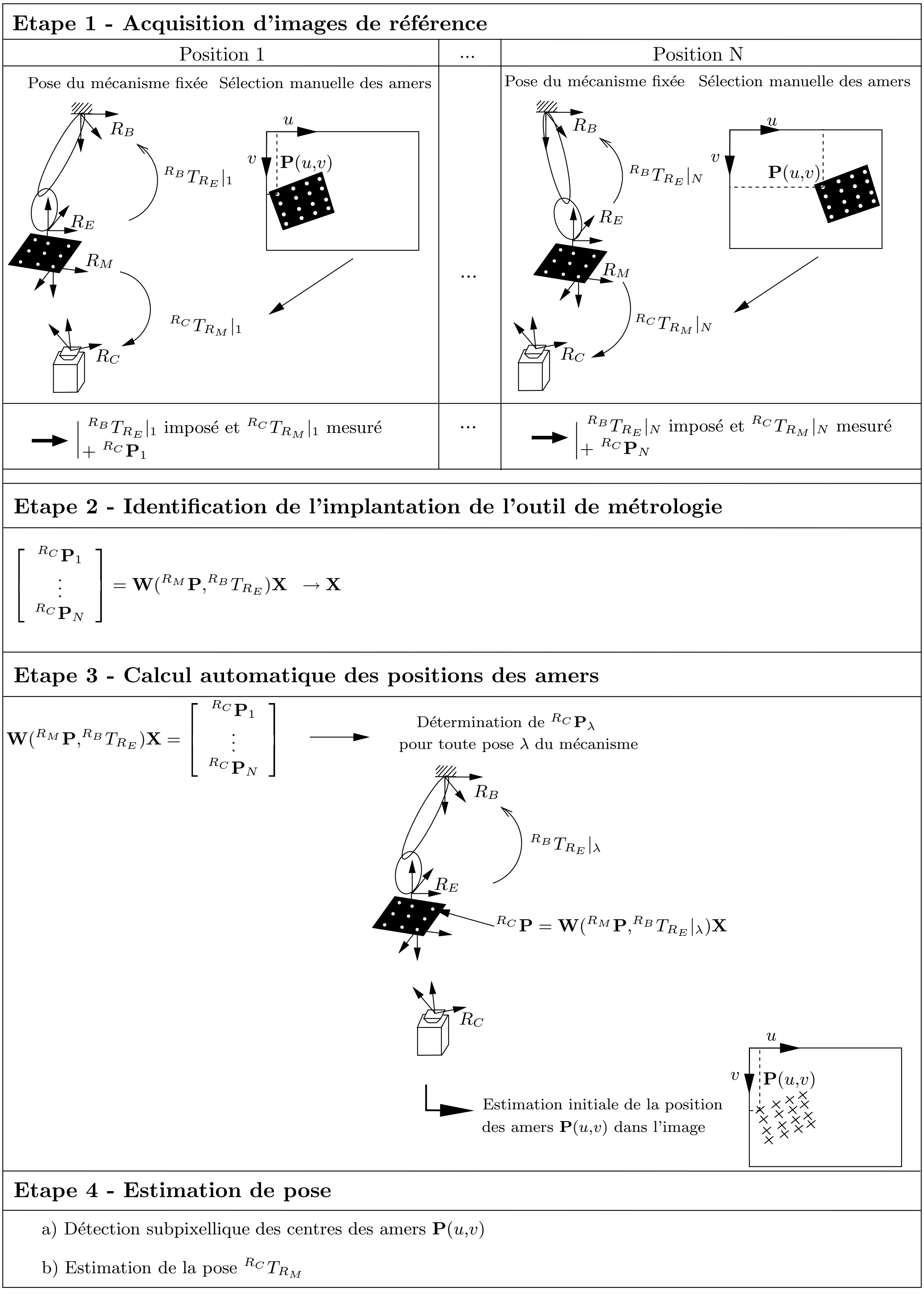


FIG. 2.2 : *Principe de la méthode d'automatisation de la mesure par vision.*

$\left({}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B\,li}\right){}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E\,i}$, l'indice i est répété deux fois, si bien que pour une valeur l fixée le terme représente à la somme de 3 éléments :

$$\left({}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B\,li}\right){}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E\,i} = \left({}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B\,l1}\right){}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E\,1} + \left({}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B\,l2}\right){}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E\,2} + \left({}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B\,l3}\right){}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E\,3} \tag{2.4}$$

Dans la relation (2.3) les termes écrits entre parenthèses ne sont pas connus, car l'installation de l'outil de métrologie n'est pas faite avec précision, et les transformations correspondantes ${}^{R_C}T_{R_B}$ et ${}^{R_E}T_{R_M}$ sont difficiles à évaluer. Elles sont définies dans le cas général par douze paramètres. Plutôt que de rechercher ces paramètres qui interviennent de manière non linéaire dans l'expression (2.3), nous préférons réécrire cette dernière en considérant tous les termes entre parenthèses comme des inconnues indépendantes. Au terme $\left({}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B\,li}{}^{R_E}\mathbf{R}_{R_M\,jk}\right)$ correspondent 81 inconnues, au terme $\left({}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B\,li}{}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M\,j}\right)$ 27 inconnues, au terme $\left({}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B\,li}\right)$ 9 inconnues et 3 inconnues au terme $\left({}^{R_C}\mathbf{t}_{R_B\,l}\right)$. Ces 120 inconnues peuvent être déterminées en écrivant les relations (2.3) sous la forme d'un système linéaire à partir des estimations de ${}^{R_C}\mathbf{P}$ réalisées dans l'étape 1 pour N poses, pour lesquelles nous connaissons également [4] ${}^{R_B}T_{R_E}$:

$$\begin{bmatrix} {}^{R_C}\mathbf{P}_1 \\ \vdots \\ {}^{R_C}\mathbf{P}_N \end{bmatrix} = \mathbf{W}({}^{R_M}\mathbf{P}, {}^{R_B}T_{R_E})\mathbf{X} \tag{2.5}$$

Un estimateur des moindres carrés nous permet de déterminer $\mathbf{X}$.

Conditions Pour chaque amer nous pouvons écrire 3 relations à partir de (2.3). Pour une mire comportant A amers il faut donc utiliser N images de référence avec N tel que :

$$3.A.N \geq 120 \tag{2.6}$$

soit

$$A.N \geq 40 \tag{2.7}$$

Les mires utilisées par la suite comportent 16 amers. Trois images dépouillées manuellement (étape 1) suffisent donc.

Remarque L'utilisation d'un estimateur des moindres carrés pour l'identification ne nécessite pas de valeur *a priori*, ce qui est particulièrement intéressant car les transformations ${}^{R_C}T_{R_B}$ et ${}^{R_E}T_{R_M}$ sont délicates à estimer avec des outils simples de métrologie.

Etape 3 - Calcul automatique des positions des amers Chaque position du mécanisme utilisée durant l'identification est définie par sa pose ${}^{R_B}T_{R_E}$. Ayant sa valeur, nous pouvons donc utiliser la relation (2.5), dans laquelle nous pouvons calculer la valeur du régresseur $\mathbf{W}$ et avons identifié dans l'étape 2 le vecteur $\mathbf{X}$. Il est donc alors facile de déterminer la position de chaque amer dans le repère caméra pour chacune des images. Le modèle de projection perspective permet d'en déduire la position des amers $\mathbf{P}(u,v)$ dans l'image.

4. Les transformations ${}^{R_B}T_{R_E}$ sont connues approximativement au moment de la mesure puisque les paramètres géométriques utilisés dans la commande ne sont pas encore identifiés. Les erreurs commises dans l'estimation de ${}^{R_B}T_{R_E}$ se sont cependant avérées suffisamment faibles pour que la méthode fonctionne avec les mécanismes identifiés dans le quatrième chapitre.

Etape 4 - Estimation de pose L'utilisation de l'algorithme d'estimation de pose décrit au chapitre 3 de la première partie permet alors de fournir la mesure de la pose ${}^{R_C}T_{R_M}$: la recherche subpixellique du centre des amers dans l'image est réalisée dans un premier temps, ce qui permet dans un deuxième temps d'estimer la pose. Nous avons donc à notre disposition un outil de mesure de pose automatisé.

2.2.1.2 Utilisation de mires de synthèse

Proposition Nous proposons l'emploi de mires de synthèse, consistant en l'affichage du motif d'une mire sur un support tel qu'un écran LCD, pour améliorer les caractéristiques de la mesure dans le volume de mesure : son utilisation doit permettre d'une part la réduction de la variation de la précision dans le volume de mesure et d'autre part l'amélioration de la précision par rapport à une mire matérielle conventionnelle.

Amélioration du compromis précision/volume de mesure Dans l'état de l'art nous avons souligné que la précision d'une mesure par vision est dépendante de la précision de détection du centre des amers constituant la mire. La propagation des erreurs de détection dans le calcul de pose n'est cependant pas constante dans le volume de mesure. Si l'on considère une erreur de détection selon la direction x du capteur (figure 2.3), trois erreurs de mesure apparaissent : une en translation dans la même direction, une en rotation selon la direction y et une en translation selon l'axe z de la caméra. L'éloignement de la mire augmente l'amplitude des erreurs, du fait de la projection perspective.

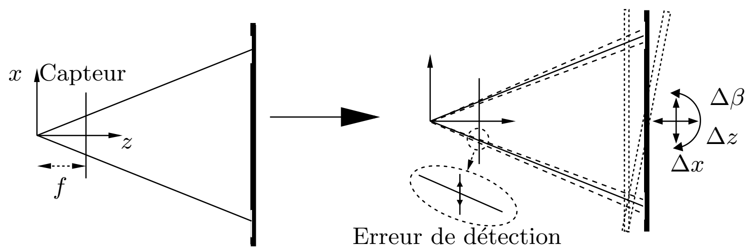


FIG. 2.3 : *Une incertitude de détection du centre des amers peut engendrer une erreur d'estimation de déplacement et de rotation. Cas d'un mouvement plan, avec deux amers pour simplifier. Les centres des amers des mires représentées en pointillés sont toujours situés dans les zones d'incertitude liées à l'erreur de détection.*

Dans notre contexte, le volume de travail des mécanismes peut atteindre de l'ordre du mètre cube. Dans ce cas, les mesures réalisées à éloignement maximum seront très pénalisées, avec une variation très forte dans le volume de mesure. En revanche, si nous utilisons un jeu de mires de tailles différentes permettant d'effectuer les mesures à taille d'image de mire constante, la précision de mesure en rotation doit être améliorée (figure 2.4).

Pour s'en convaincre nous pouvons exprimer les variations de position induites par une erreur de détection Δx :

$$\frac{x}{f} = \frac{X_C}{Z_C} \tag{2.8}$$

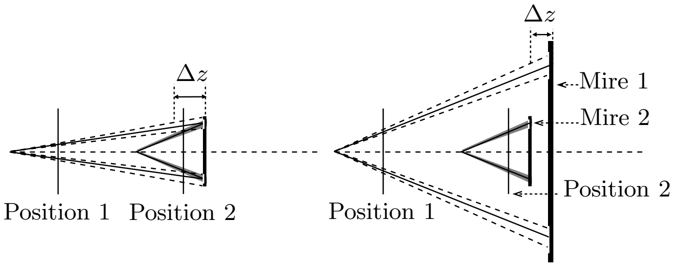


FIG. 2.4 : *L'influence d'une erreur de détection du centre des amers varie selon la taille de l'objet observé. A droite, en utilisant une mire pour chaque position de la caméra, on diminue les incertitudes de mesure* Δz *selon la direction z.*

d'où :

$$\begin{cases} |dX_C| = \Delta x \frac{Z_C}{f} \\ \\ |dZ_C| = \Delta x \frac{1}{f} \frac{Z_C^2}{X_C} \end{cases} \tag{2.9}$$

Une augmentation de la taille de la mire permet d'augmenter la valeur de X_C et donc de diminuer l'erreur commise en translation selon z et en rotation selon les directions perpendiculaires.

L'utilisation de mires de synthèse permet de réaliser simplement un ensemble de mires de tailles différentes, de positions relatives connues, affichées en fonction du champ de vision de la caméra.

Amélioration de l'estimation de pose De premiers tests [Bom02] ont montré qu'à configurations de mesure équivalentes, une mire affichée sur un écran LCD permet d'obtenir après étalonnage une erreur de reprojection des centres des amers dans l'image trois fois moindre que celle obtenue avec les mires matérielles généralement utilisées. Les amers générés graphiquement sur un écran LCD semblent pouvoir améliorer la précision de détection, et donc également la précision de mesure.

2.2.2 Evaluation de la mesure

2.2.2.1 Choix du contexte expérimental

Les performances de l'identification dépendent de la précision de la mesure de pose réalisée à l'aide de l'outil de métrologie. L'obtention d'une réalité terrain sur ses performances nous a poussé à réaliser une évaluation de la mesure sur un système industriel. Notre choix s'est porté sur un axe de machine-outil d'Usinage à Grande Vitesse [RADM02a, RADM02b] (figure 2.5).

Sur ce système, l'élément mobile, le coulant, est actionné en translation sur une course de $400mm$. L'amplitude des déplacements est donc compatible avec notre champ applicatif. L'usage d'un tel dispositif est également justifié par la possibilité d'installer sur ce système à un degré de liberté un interféromètre laser, qui nous fournira une mesure de référence (figure 2.6).

2.2.2.2 Critères d'évaluation de la mesure

Comme le précise la norme ISO [ISO94], la précision d'un outil de métrologie est définie par l'exactitude (*accuracy* en anglais) des mesures réalisées, qui résulte de leur justesse (*trueness*)

FIG. 2.5 : *Axe d'Usinage à Grande Vitesse avec caméra et bloc optique réflecteur de l'interféromètre laser.*

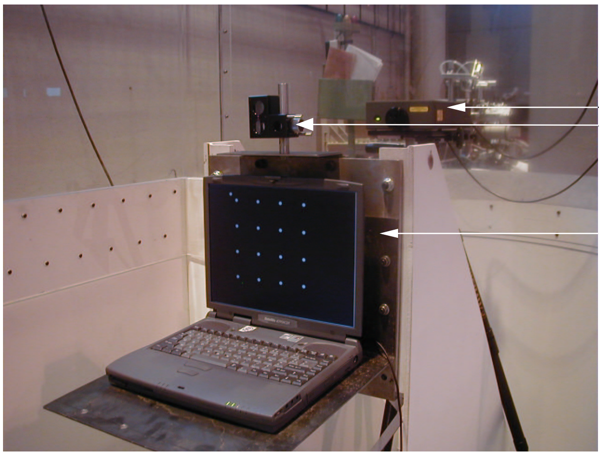


FIG. 2.6 : *Elements fixes par rapport au bâti de l'axe : mire LCD, bloc interférométrique et source laser.*

et de leur fidélité (*precision*). Ces deux notions sont définies comme suit :

Justesse : Degré d'accord entre la valeur moyenne obtenue à partir d'une grande série de résultats et une valeur de référence reconnue. La notion de justesse est liée à celle de biais de mesure.

Fidélité : Degré d'accord entre des résultats de tests indépendants réalisés sous des conditions définies.

Dans la suite, nous procédons à l'évaluation de ces deux grandeurs pour caractériser les performances de la mesure par vision.

Justesse de mesure

Informations disponibles La mesure par vision fournit la transformation ${}^{R_C}T_{R_M}$ entre le repère associé à la caméra R_C et le repère associé à la mire R_M, exprimée dans le repère lié à la caméra. Les six paramètres nécessaires à la définition de cette transformation sont obtenues avec une image unique de la mire.

La mesure interférométrique est une mesure différentielle. Aucune mesure absolue ne peut donc être réalisée. Les déplacements mesurés sont les déplacements relatifs du bloc interférométrique, de repère associé R_{O_f}, et du réflecteur, de repère associé R_{O_m} (figure 2.7), exprimé dans le repère lié au réflecteur. Chaque mesure d'une composante de ${}^{R_{O_m}}T_{R_{O_f}}$ nécessite la mise en place de blocs optiques spécifiques. Le changement des optiques implique par conséquent la perte de l'unicité du repère R_{O_m} définissant les mesures. Par ailleurs, la rotation relative des blocs optiques selon la direction du laser n'est pas mesurable.

Sur la figure 2.7 sont représentés schématiquement les différents repères introduits. Deux transformations ${}^{R_{O_m}}T_{R_C}$ et ${}^{R_M}T_{R_{O_f}}$ apparaissent, qui définissent les positions relatives d'éléments liés rigidement au cours d'une manipulation. L'évaluation de la justesse de mesure nécessite l'évaluation de ces deux transformations.

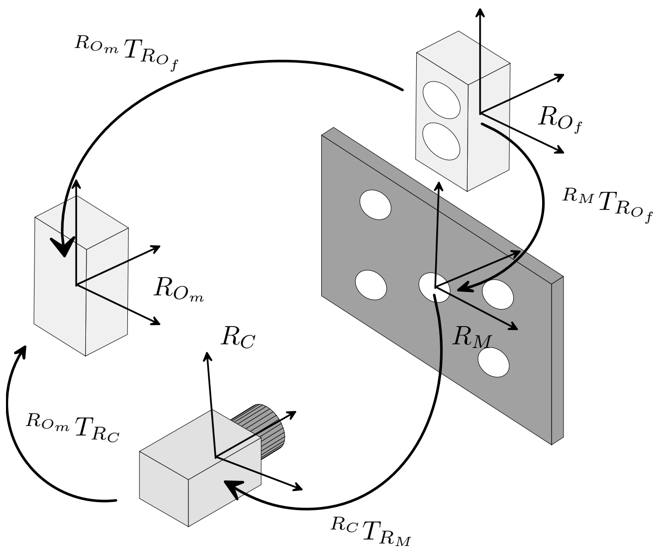


FIG. 2.7 : *Repères de mesure des deux outils de métrologie.*

Recalage des mesures L'écriture de la mesure par vision dans le repère des mesures interférométriques fait intervenir les douze paramètres décrivant les transformations ${}^{R_{O_m}}T_{R_C}$ et ${}^{R_M}T_{R_{O_f}}$:

$$ {}^{R_{O_m}}T_{R_{O_f}} = {}^{R_{O_m}}T_{R_C}\,{}^{R_C}T_{R_M}\,{}^{R_M}T_{R_{O_f}} \tag{2.10}$$

soit en introduisant les éléments de la transformation :

$$\begin{aligned} {}^{R_{O_m}}\mathbf{R}_{R_{O_f}} &= {}^{R_{O_m}}\mathbf{R}_{R_C}\,{}^{R_C}\mathbf{R}_{R_M}\,{}^{R_M}\mathbf{R}_{R_{Of}} \\ {}^{R_{O_m}}\mathbf{t}_{R_{O_f}} &= {}^{R_{O_m}}\mathbf{t}_{R_C} + {}^{R_{O_m}}\mathbf{R}_{R_C}\,{}^{R_C}\mathbf{t}_{R_M} + {}^{R_{O_m}}\mathbf{R}_{R_C}\,{}^{R_C}\mathbf{R}_{R_M}\,{}^{R_M}\mathbf{t}_{R_{O_f}} \end{aligned} \tag{2.11}$$

Les paramètres définissant ${}^{R_{O_m}}T_{R_C}$ et ${}^{R_M}T_{R_{O_f}}$ interviennent dans l'expression précédente de manière non-linéaire. Afin de simplifier les expressions, les repères de mesure sont placés expérimentalement avec des axes quasiment parallèles. Il est alors possible d'écrire les relations sous la forme linéarisée (2.12), sous l'hypothèse de petites rotations. Les matrices de rotation sont exprimées en notant α la rotation autour de x, β autour de y, γ autour de z.

$$\left(\begin{array}{lcl}
\alpha_{OmOf} & = & \alpha_{OmC} + \alpha_{CM} + \alpha_{MOf} \\
\beta_{OmOf} & = & \beta_{OmC} + \beta_{CM} + \beta_{MOf} \\
\gamma_{OmOf} & = & \gamma_{OmC} + \gamma_{CM} + \gamma_{MOf} \\
x_{OmOf} & = & x_{OmC} + x_{CM} - \gamma_{OmC} y_{CM} + \beta_{OmC} z_{CM} + x_{MOf} - (\gamma_{OmC} + \gamma_{CM}) y_{MOf} \\
 & & +(\beta_{OmC} + \beta_{CM}) z_{MOf} \\
y_{OmOf} & = & y_{OmC} + y_{CM} - \alpha_{OmC} z_{CM} + \gamma_{OmC} x_{CM} + y_{MOf} - (\alpha_{OmC} + \alpha_{CM}) z_{MOf} \\
 & & +(\gamma_{OmC} + \gamma_{CM}) x_{MOf} \\
z_{OmOf} & = & z_{OmC} + z_{CM} - \beta_{OmC} x_{CM} + \alpha_{OmC} y_{CM} + z_{MOf} - (\beta_{OmC} + \beta_{CM}) x_{MOf} \\
 & & +(\alpha_{OmC} + \alpha_{CM}) y_{MOf}
\end{array}\right. \tag{2.12}$$

En écrivant la différence entre chacune de ces relations pour deux poses j et $j+1$ distinctes on obtient finalement :

$$\left(\begin{array}{lcl}
\Delta\alpha_{OmOf} & = & \Delta\alpha_{CM} \\
\Delta\beta_{OmOf} & = & \Delta\beta_{CM} \\
\Delta\gamma_{OmOf} & = & \Delta\gamma_{CM} \\
\Delta x_{OmOf} & = & \Delta x_{CM} - \gamma_{OmC}\Delta y_{CM} + \beta_{OmC}\Delta z_{CM} - \Delta\gamma_{CM} y_{MOf} + \Delta\beta_{CM} z_{MOf} \\
\Delta y_{OmOf} & = & \Delta y_{CM} - \alpha_{OmC}\Delta z_{CM} + \gamma_{OmC}\Delta x_{CM} - \Delta\alpha_{CM} z_{MOf} + \Delta\gamma_{CM} x_{MOf} \\
\Delta z_{OmOf} & = & \Delta z_{CM} - \beta_{OmC}\Delta x_{CM} + \alpha_{OmC}\Delta y_{CM} - \Delta\beta_{CM} x_{MOf} + \Delta\alpha_{CM} y_{MOf}
\end{array}\right. \tag{2.13}$$

avec $\Delta\cdot = \cdot_{j+1} - \cdot_j$.

Par une approche en déplacement, les rotations des deux moyens de mesures sont donc directement comparables. En revanche, six paramètres doivent être estimés pour pouvoir confronter les mesures interférométriques et par vision en translation : x_{MOf}, y_{MOf}, z_{MOf}, α_{OmC}, β_{OmC}, γ_{OmC}.

La linéarité des expressions (2.13) par rapport aux paramètres à identifier permet d'utiliser un estimateur des moindres carrés pour les déterminer. Comme le montage optique doit être modifié pour chaque composante du déplacement, nous considérons tour à tour chaque équation correspondante. Pour la relation selon x, on forme par exemple un système linéaire :

$$\mathbf{Y_x} = \mathbf{W_x}\mathbf{X_x} \tag{2.14}$$

avec :

$$\mathbf{Y_x} = \begin{pmatrix} \Delta x_{OmOf\,1} - \Delta x_{CM\,1} \\ \vdots \\ \Delta x_{OmOf\,N} - \Delta y_{CM\,N} \end{pmatrix} ; \; \mathbf{W_x} = \begin{pmatrix} \Delta z_{CM\,1} & -\Delta y_{CM\,1} & -\Delta\gamma_{CM\,1} & \Delta\beta_{CM\,1} \\ \vdots & & & \vdots \\ \Delta z_{CM\,N} & -\Delta y_{CM\,N} & -\Delta\gamma_{CM\,N} & \Delta\beta_{CM\,N} \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{X_x} = \begin{pmatrix} \beta_{OmC} & \gamma_{OmC} & y_{MOf} & z_{MOf} \end{pmatrix} \tag{2.15}$$

Pour résoudre le système, un filtrage passe-bas des deux membres de l'égalité (2.14) est d'abord effectué. Ceci permet d'atténuer l'influence des bruits de mesure, et ne biaise pas l'estimateur [Ric98].

Le mouvement excitant [KD99] du système n'étant que selon un degré de liberté en translation (mouvement du coulant), l'identifiabilité de tous les paramètres s'avère impossible. L'analyse de l'identifiabilité des paramètres est conduite en estimant le conditionnement du régresseur $\mathbf{W_X}$. Après cette identification, la comparaison des mesures interférométrique et par vision est donc possible, afin d'évaluer la présence de biais de mesures.

Fidélité de mesure Pour chaque position relative de la caméra par rapport à la mire, une série de mesures devrait être réalisée afin d'évaluer leur fidélité. En raison du nombre de mesures qui seraient alors nécessaires, nous l'estimons en tirant profit des caractéristiques mécaniques de l'axe UGV.

L'ensemble des mesures obtenues en déplaçant la caméra liée au coulant de l'axe permet de quantifier à la fois le phénomène mécanique observé, *i.e.* les défauts géométriques de l'axe, son déplacement, ainsi que les erreurs de mesure (biais et incertitudes). Si l'on considère la variation de pose mesurée entre deux positions proches du coulant, les phénomènes mécaniques doivent être nettement filtrés. La présence d'un biais de mesure sera également supprimée par le filtrage ainsi réalisé. La variation de pose correspond donc essentiellement aux incertitudes de mesure et au déplacement du coulant.

Les bruits de mesure sont supposés être des bruits blancs gaussiens. La fidélité de mesure peut alors être exprimée en estimant l'écart-type de chaque composante de la transformation ${}^{R_C}T_{R_M}$. En notant $\Delta_{\lambda i}$ la variation de la i-ième composante mesurée λ et $\Delta_{\lambda iimpose}$ la variation imposée par le déplacement du coulant, elle s'exprime par :

$$\sigma_\lambda^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \left((\Delta_{\lambda i} - \Delta_{\lambda iimpose}\right)^2 \tag{2.16}$$

Utilisée avec les mesures interférométriques, la méthode a permis d'obtenir des estimations de la fidélité de mesure très proches des valeurs annoncées par le fabricant de l'interféromètre.

2.2.2.3 Configurations de mesure

L'outil de métrologie est constitué d'une caméra et d'une mire. Sa définition comprend donc la résolution de la caméra, la focale de son objectif, la taille de la mire ainsi que la position relative de la mire par rapport à la caméra. Afin d'analyser l'influence de ces paramètres, plusieurs configurations ont été utilisées. Les caractéristiques correspondantes sont recensées dans le tableau 2.1 et les configurations de mesure représentées sur la figure 2.8.

Configuration	1	2	3	4
Focale	50mm	8mm	6mm	6mm
Résolution	768 × 576 pixels	768 × 576 pixels	1024 × 768 pixels	1024 × 768 pixels
Position mire	*cf* Figure 2.8(a)	*cf* Figure 2.8(b)	*cf* Figure 2.8(c)	*cf* Figure 2.8(d)

TAB. 2.1 : *Caractéristiques des configurations de l'outil de métrologie évaluées - Les positions relatives de la mire par rapport à la caméra sont représentées en figure 2.8.*

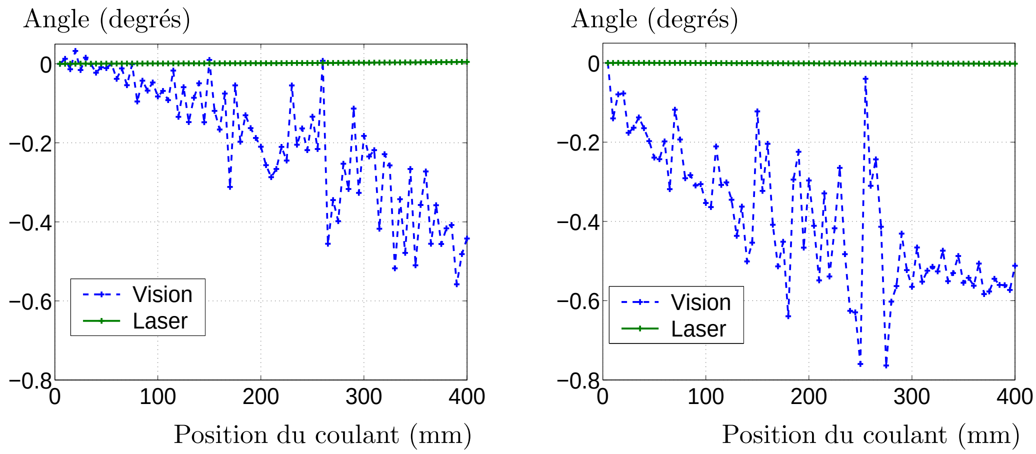
La caméra équipée du capteur de résolution 768×576 pixels est une caméra analogique SONY XC-ST50, connectée à un PC muni d'une carte d'acquisition vidéo. La deuxième caméra utilisée, de résolution 1024 × 768, est une caméra numérique SONY XCD-X700 connectée à un PC via une connexion IEEE1394. Dans tous les cas, dix images sont prises dans chaque position afin de réaliser une moyenne qui permet d'atténuer les bruits de mesure dans l'image. Les mesures interférométriques sont réalisées avec un interféromètre Renishaw ML-10.

L'écran LCD utilisé est un écran d'ordinateur portable d'une diagonale de 355 mm, d'une résolution de 1024 × 768 pixels. Deux mires, composées de seize amers, sont générées sur cet écran, avec une variation d'environ 30% de leur taille.

Dans les résultats indiqués, l'axe z correspond à l'axe optique de la caméra, confondu avec l'axe de déplacement du coulant pour les configurations 1, 2 et 4.

(a) Configuration 1 (b) Configuration 2 (c) Configuration 3 (d) Configuration 4

FIG. 2.8 : *Positions relatives de la mire par rapport à la caméra pour les configurations évaluées.*



(a) Rotation autour de x (b) Rotation autour de y

FIG. 2.9 : *Rotations par rapport à la position initiale $z = 0$ - Comparaison des mesures par vision et interférométrique.*

2.2.2.4 Résultats expérimentaux - Justesse de mesure

Parmi les différentes configurations de mesure, seule la première a été utilisée en même temps que l'interféromètre laser. Les résultats des autres expérimentations seront commentés en terme de justesse de mesure en utilisant les propriétés de répétabilité de l'axe UGV observées par ailleurs [HL02].

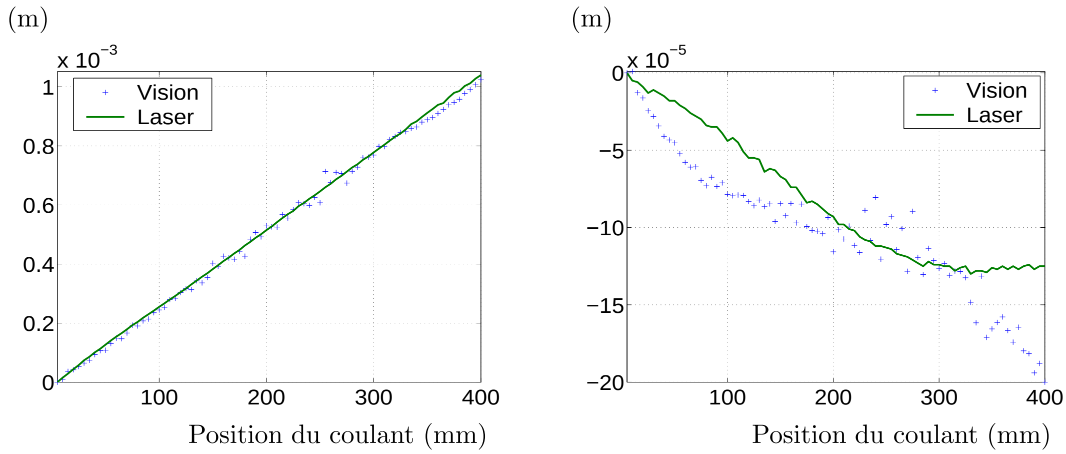
Première configuration

Mesure des rotations Dans un premier temps, la taille de la mire n'est pas modifiée au cours de la sortie du coulant. Les amplitudes des rotations mesurées avec les deux instruments sont nettement différentes. Les figures 2.9(a) et 2.9(b) montrent que les valeurs de rotation relevées par l'outil de métrologie par vision sont supérieures à celles mesurées avec l'interféromètre. Les mesures de rotation semblent donc biaisées dans cette configuration de mesure. La variation maximale angulaire de l'interféromètre est de l'ordre de $5E-3$ degré, à comparer aux 0.5 degré de la vision.

Les valeurs moyennes des angles selon x et y sont égales à respectivement $-0.35°$ et $-0.89°$. Ces valeurs très faibles valident la procédure de réglage du positionnement de la caméra et de la mire, ce qui permet de se placer dans le cadre de l'hypothèse des petites rotations. Notons également que le biais de mesure évolue quasiment linéairement lors de la sortie du coulant. L'identification des paramètres pour le recalage des mesures est réalisée à partir de données filtrées avec un filtre passe-bas. Le biais de mesure en rotation doit donc être annihilé par le filtrage.

Mesure des translations Les figures 2.10(a), 2.10(b) et 2.11(a) représentent les déplacements selon les trois directions x, y et z par rapport à la position $z = 0$, prise comme origine. On constate une adéquation assez bonne entre les déplacements obtenus par vision recalés dans le repère des mesures interférométriques et ces dernières. Pour les directions x et y les écarts sont inférieurs à $0.05mm$. Il est difficile d'attribuer ces écarts à l'existence de biais de mesure ou à un défaut de recalage des données. Il semble tout de même probable qu'il y ait existence d'un biais de mesure selon x et y : la mesure de pose est réalisée en calculant simultanément par optimisation les six composantes de la pose, et l'on vient de constater que les mesures de rotations sont biaisées.

L'écart selon z augmente quasiment linéairement, pour atteindre 2mm sur un déplacement de 400mm. L'erreur relative correspondante, de 0.5% est probablement due à une erreur d'évaluation du facteur d'échelle qui intervient en fixant la métrique de l'outil de métrologie par vision. Ce dernier a été déterminé en mesurant la dimension de la matrice LCD. La précision de mesure est d'environ 0.5mm pour une longueur de 285mm soit une erreur de mesure de taille de mire de 0.17%. L'erreur peut donc en grande partie provenir de cette indétermination de la métrique. La mesure de la taille de mire pose des difficultés dans le cas présent qui ne se posent pas pour des mires matérielles.

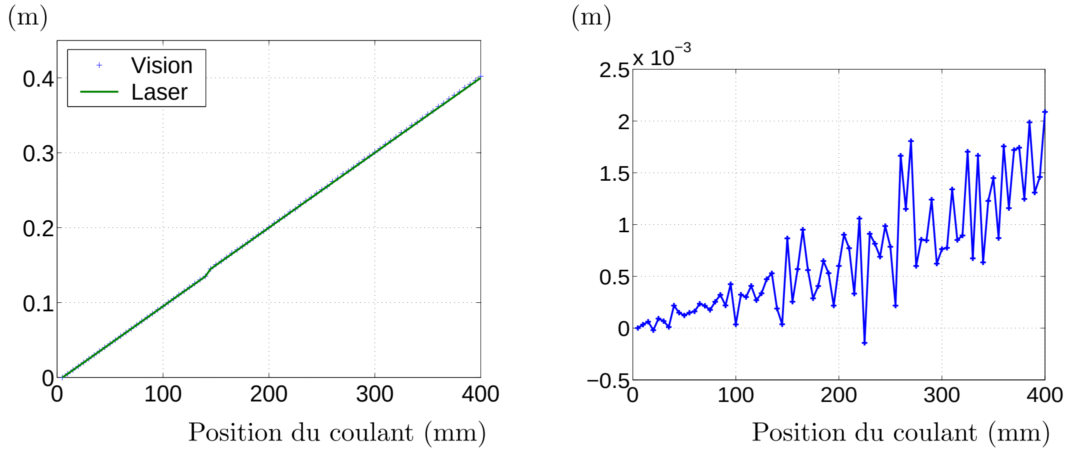


(a) Translation selon x

(b) Translation selon y

FIG. 2.10 : *Translations par rapport à la position initiale $z = 0$ - Comparaison des mesures par vision et interférométrique.*

La comparaison des rotations semble indiquer que dans cette configuration, un biais de mesure net existe. Nous allons voir dans la suite si la modification des paramètres définissant l'outil de métrologie permet d'y remédier.



(a) Translation selon z

(b) Ecarts entre les deux mesures selon z

FIG. 2.11 : *Translation selon z par rapport à la position initiale $z = 0$ - Comparaison des mesures par vision et interférométrique.*

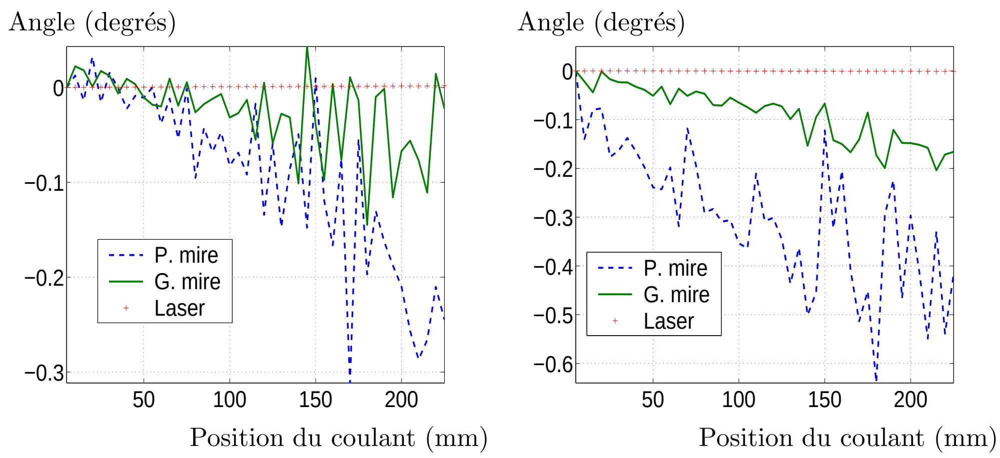
Influence de la taille de mire La mesure par vision fournit la transformation entre mire et caméra au centre du premier amer de la mire, situé sur le côté de cette dernière. Les deux mires générées ayant leurs centres géométriques confondus, les déplacements ne sont pas directement comparables, contrairement aux rotations. Il serait possible d'exprimer les déplacements au même point, en faisant intervenir les dimensions des deux mires, mais cela nécessiterait de faire intervenir les valeurs de rotations, dont on sait qu'elles sont biaisées. Nous nous contenterons donc de la comparaison des rotations.

L'augmentation de la taille de la mire de 30% permet une réduction sensible du biais de mesure observé en rotation. Sur la figure 2.12 sont superposées les courbes obtenues pour les deux tailles de mire, pour les positions du coulant où les deux mires étaient observables.

Influence de la focale La deuxième configuration de mesure permet d'évaluer à la fois le gain apporté par l'utilisation d'une focale courte (8mm) et la modification de l'orientation de la mire par rapport à la caméra. Les mesures de rotations selon les directions x et y montrent une nette réduction du biais de mesure : la variation angulaire, de l'ordre de $5E - 3$ degrés selon x et $3E - 3$ degré selon y est du même ordre de grandeur que les mesures interférométriques.

Une forte variation de la mesure de rotation selon y pour les positions les plus sorties du coulant est mesurée, qui correspond à l'apparition lors de l'expérimentation de forts sifflements de l'axe correspondants à une instabilité de l'asservissement. Ces phénomènes peuvent avoir perturber les acquisitions d'image, et donc les mesures de poses pour les dernières positions du coulant.

La quasi-suppression du biais de mesure a lieu aussi bien selon x que selon y. La modification de l'orientation de la mire n'est donc pas responsable de l'amélioration. La suppression du biais est probablement essentiellement due à la modification de la focale qui permet de mieux respecter les hypothèses du modèle sténopé. Ceci fixe des contraintes dans le choix d'une optique pour une expérimentation sur un mécanisme.



(a) Rotation autour de x (b) Rotation autour de y

FIG. 2.12 : *Rotations par rapport à la position initiale $z = 0$ - Comparaison des mesures interférométrique et par vision pour les deux mires.*

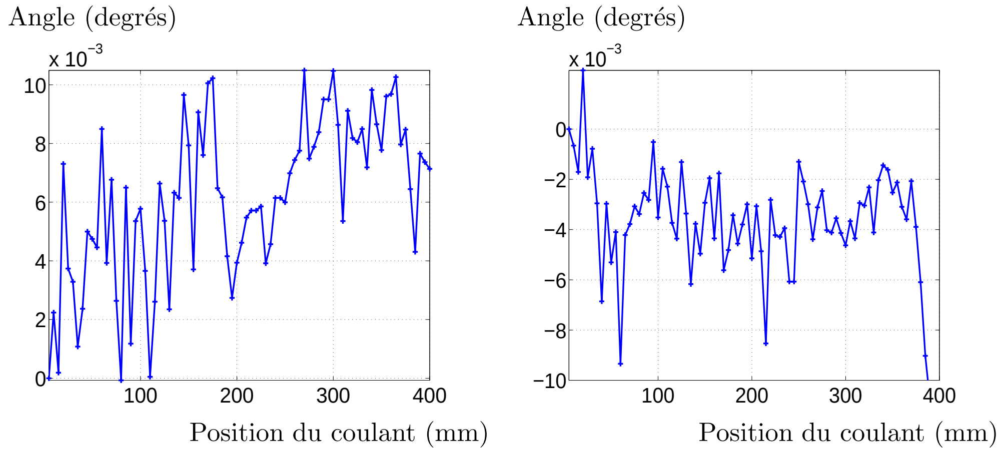
Influence de la position de la mire Comme souligné précédemment, la position fronto-parallèle de la mire par rapport à la caméra ne semble pas induire de biais de mesure. Lorsque l'angle entre l'axe de la caméra et la normale à la mire augmente, une perte de contraste se produit en revanche. Elle se manifeste dans certains cas, lors des mesures, par des difficultés de détection des amers affichés. Dans la troisième configuration de mesure, l'étalonnage et les mesures ont tout de même pu être effectués, mais avec une influence nette de cette perte de contraste sur les images (figure 2.14). Les angles varient alors d'une amplitude d'environ 0.1°, supérieure à la valeur attendue, et l'on remarque une variation de l'angle selon x très dépendante de la position (figure 2.15). La valeur maximale est obtenue lorsque la mire est face à la caméra, et l'angle diminue avec l'incidence entre la caméra et la mire.

Ce phénomène a également été observé en installant l'outil de métrologie sur un centre d'usinage permettant le déplacement de la caméra par rapport à la mire selon trois directions. En faisant évoluer la caméra selon la première trisectrice du repère lié à la mire, une variation similaire des angles a été constatée [Rod03].

2.2.2.5 Résultats expérimentaux - Fidélité de mesure

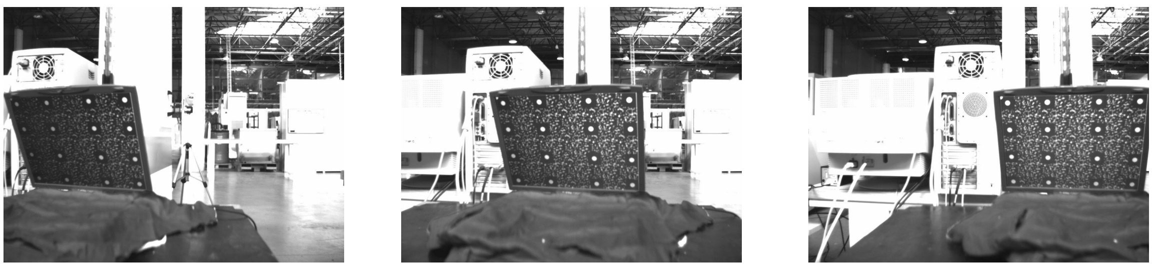
La fidélité d'une mesure par vision est dépendante de la position relative de la mire par rapport à la caméra. Afin de quantifier les performances de l'outil de métrologie, nous calculons un écart-type à partir de l'ensemble des mesures, ce qui constitue donc une valeur moyenne. Dans le tableau 2.2 sont indiquées les valeurs des écarts-types estimés pour les différentes configurations de mesure.

Première configuration L'utilisation d'une grande focale entraîne une grande incertitude de mesure en translation selon l'axe de la caméra et en rotation selon les perpendiculaires à l'axe de la caméra.



(a) Rotation autour de x (b) Rotation autour de y

FIG. 2.13 : *Rotations par rapport à la position initiale $z = 0$ - Modification de la focale.*



(a) Coulant rentré ($z = 0$) (b) Coulant en position médiane ($z = 200mm$) (c) Coulant en position extrême ($z = 400mm$)

FIG. 2.14 : *Variation de l'image lors de la translation de la caméra pour la configuration 3 de mesure.*

Influence de la focale L'utilisation d'une focale plus courte améliore nettement les résultats en terme de fidélité (Configuration 2 dans le tableau 2.2). La mesure est plus précise essentiellement en ce qui concerne la mesure de translation selon l'axe de la caméra et les rotations perpendiculaires à cet axe. Le ratio entre la fidélité de mesure en translation selon l'axe de la caméra et selon les directions perpendiculaires n'est plus que de trois.

Influence de la résolution du capteur La quatrième configuration de mesure correspond à l'utilisation d'une caméra de résolution supérieure, avec une focale légèrement plus courte, en disposant toujours la mire quasiment en position fronto-parallèle à la caméra. La fidélité est encore augmentée d'environ 30% par rapport à la configuration précédente.

Influence de la taille de mire Au delà de la réduction du biais de mesure, l'augmentation de la taille de mire a une influence sensible sur la fidélité de mesure. Dans le tableau 2.3 sont indi-

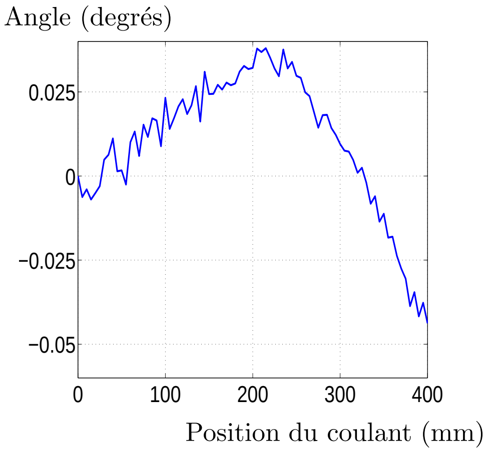


FIG. 2.15 : *Rotation selon x par rapport à la position initiale - Configuration 3.*

Configuration	α (°)	β (°)	γ (°)	x (μm)	y (μm)	z (μm)
1	$8.7E-2$	$9.7E-2$	$1.6E-3$	2.9	3.1	147
2	$1.8E-3$	$1.5E-3$	$1.8E-3$	2.7	3.8	11.8
3	$3.7E-3$	$3.8E-3$	$3.2E-3$	11.9	10.4	43.8
4	$1.5E-3$	$1.5E-3$	$1.0E-3$	2.2	2.2	10.5

TAB. 2.2 : *Ecarts-types estimés pour les différentes configurations de mesure.*

qués les écarts-types estimés pour les positions du coulant où les deux mires de tailles différentes pouvaient être observées. L'augmentation de la fidélité est très nette pour les mesures de rotation ainsi que la mesure de translation selon l'axe de caméra z. La fidélité de mesure de translation selon x et y est quasiment invariante, ce qui est conforme avec l'analyse faite de la précision de mesure au paragraphe 2.2.1.2. Pour une augmentation de la taille de mire de 30%, le gain moyen de fidélité est d'environ 45%, ce qui confirme l'intérêt de l'utilisation de mires de synthèse.

Mire	α (°)	β (°)	γ (°)	x (μm)	y (μm)	z (μm)
Petite mire	$5.7E-2$	$8.8E-2$	$1.1E-3$	2.2	3.4	76.2
Grande mire	$3.0E-2$	$1.8E-2$	$5.9E-4$	2.3	3.1	29.8

TAB. 2.3 : *Ecart-types estimés pour les deux tailles de mire.*

2.2.3 Conclusion

L'analyse effectuée des performances de l'outil de métrologie montre que l'utilisation de mires de synthèse s'avère judicieuce pour améliorer la fidélité de mesure dans le volume de travail du mécanisme à identifier. Les performances atteintes, bien que d'un ordre de grandeur inférieures à celles obtenues avec un interféromètre laser, permettent d'envisager son utilisation pour l'identification de mécanismes tels que des machines-outils.

Pour être utilisées, les mires LCD nécessitent cependant un développement spécifique de l'estimateur de pose, afin de prendre en compte la variation de luminosité avec l'incidence entre mire et caméra. A cause de ce phénomène, elles n'ont par précaution pas été utilisées lors des expérimentations sur mécanismes parallèles. Utilisé avec une mire matérielle, l'outil de métrologie par vision nous fournit néanmoins déjà une mesure non biaisée de la pose, pour un coût faible, avec un procédé de mesure entièrement automatisable.

2.3 Optimisation de l'estimation des paramètres

2.3.1 Introduction

Nous recherchons les paramètres du modèle géométrique décrivant au mieux le comportement du mécanisme. Pour ce faire, une fonction d'erreur doit être définie afin de quantifier le degré de correspondance entre le comportement réel et celui prédit par le modèle. En minimisant cette fonction d'erreur, nous obtiendrons les paramètres décrivant effectivement le mécanisme à deux conditions : le paramétrage doit permettre sa description, et les erreurs de mesure ne doivent pas biaiser l'estimation faite à partir des données expérimentales. Dans la suite, nous supposerons le modèle adapté au mécanisme. Il nous reste à choisir judicieusement la fonction d'erreur et l'expérimentation pour minimiser l'influence des erreurs de mesure sur les paramètres identifiés. Le choix de la fonction d'erreur est réalisé dans un premier temps, à partir de la connaissance *a priori* disponible sur le mécanisme et la mesure. Dans un deuxième temps, nous nous attachons au choix de l'expérimentation. La position de l'outil de métrologie est généralement dictée par les contraintes de montage, d'observabilité de la mire, ou les interférences avec les éléments du mécanisme. Nous considérons donc la position du capteur fixée. Le nombre de poses utilisées est également considéré ici déterminé. Son choix sera établi dans le quatrième chapitre par l'analyse de résultats expérimentaux. Nous proposons ici une méthode de choix des poses optimales, pour un nombre de poses et une position du capteur connus.

2.3.2 Choix de la fonction d'erreur

L'identification des paramètres est réalisée en utilisant une fonction basée sur les erreurs en entrée du mécanisme (figure 2.16) [Joh93]. Les paramètres sont obtenus en modifiant le jeu de paramètres ξ pour que la mesure des variables articulaires $\mathbf{q}$ et de la pose de l'effecteur $\mathbf{X}$ soient cohérentes au sens du modèle géométrique inverse, c'est-à-dire $\epsilon = 0$. Notons que le modèle inverse est non-linéaire par rapport aux paramètres. Nous devons donc utiliser une méthode d'optimisation non-linéaire pour les déterminer.

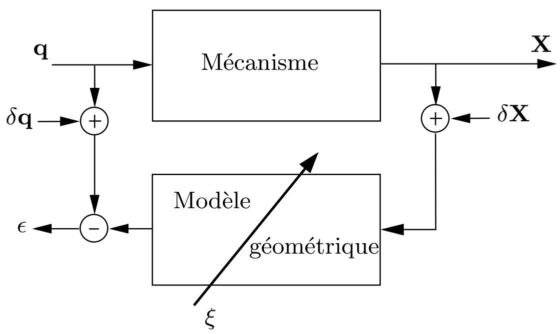


Fig. 2.16 : *Identification des paramètres par minimisation des erreurs en entrée.* $\delta\mathbf{X}$ *et* $\delta\mathbf{q}$ *représentent les erreurs de mesure extéroceptive et proprioceptive.*

Nous avons vu dans l'état de l'art que la fonction d'erreur peut être formée de plusieurs manières à partir du vecteur des erreurs ϵ. Nous avons choisi une expression de type “moindres carrés” c'est-à-dire quadratique par rapport aux erreurs ϵ, ce qui semble intuitivement un moyen pertinent de pénaliser les erreurs. Par ailleurs, il facilitera l'utilisation de méthodes d'optimisation non-linéaire.

Reste à mettre en forme la fonction d'erreur. Pour ce faire, nous devons analyser la connaissance que nous avons *a priori* sur le mécanisme et les incertitudes de mesure.

2.3.2.1 Connaissance *a priori*

Paramètres géométriques Les paramètres dimensionnels d'éléments du mécanisme peuvent être connus *a priori* avec l'incertitude associée à la réalisation de l'élément. Pour des robots parallèles tels que le Delta [Cla91], l'Orthoglide [CW03], le comportement du mécanisme est lié aux dimensions des éléments, mais également à la disposition relative des chaînes cinématiques. Cette disposition est obtenue lors de l'assemblage du mécanisme, et est donc lié au soin accordé à cette opération par le monteur. Il est très difficile d'estimer les incertitudes correspondantes sur les paramètres ou d'émettre des hypothèses sur les lois de distributions associées. Nous n'avons donc qu'une faible connaissance de Σ_{ξ}, la matrice de covariance que l'on peut associer aux incertitudes sur les paramètres géométriques.

Précision de mesure La mesure par vision fournit une estimation de la pose de la mire par rapport à la caméra à partir d'une image. Dans le paragraphe précédent, nous avons constaté la variation de la précision dans le volume de mesure, caractérisée par la fidélité des mesures en l'absence de biais, ainsi que son anisotropie. Nous avons par ailleurs déterminé quelques valeurs caractéristiques de la précision de mesure des différentes composantes de la pose. Avons-nous pour autant complètement caractérisé l'outil de mesure d'un point de vue statistique? Non, et cela semble très difficile pour deux raisons : la première est l'influence des conditions expérimentales sur la précision. L'évaluation de l'outil a été réalisée pour une situation réelle, mais les conditions d'expérimentation (éclairage, focale, ...) peuvent avoir une influence non négligeable sur la précision dans un autre contexte expérimental.

Par ailleurs, les six composantes de la pose sont déterminées simultanément à partir d'une information commune qui est la position du centre des amers dans l'image. Les six informations ne sont donc pas statistiquement indépendantes, comme le montrent des tests de répétabilité de la mesure. Pour caractériser notre outil de métrologie, il faudrait d'une part connaître les lois de distributions des erreurs de mesure et d'autre part estimer l'ensemble des termes qui composent la matrice de covariance $\Sigma_{\mathbf{X}}$ de la mesure, chaque terme étant une fonction de la position et l'orientation de la mire par rapport à la caméra. Cette estimation parait très délicate et par conséquent peu fiable.

2.3.2.2 Choix de la fonction d'erreur

Proposition Le jeu de paramètres décrivant au mieux le mécanisme est le jeu $\xi_{solution}$ tel que :

$$\xi_{solution} = \underset{\xi}{\operatorname{argmin}}\ \epsilon^T \epsilon \tag{2.17}$$

pour un ensemble de N poses, avec

$$\begin{aligned} \epsilon &= [{\epsilon_1}^T\ {\epsilon_2}^T\ \dots\ {\epsilon_N}^T]^T \\ \epsilon_i &= \mathbf{q_i} - \mathbf{f}(\mathbf{X_i},\xi),\ i \in [1,N] \end{aligned} \tag{2.18}$$

Justification Le vecteur complet des erreurs en entrée pour N poses différentes de l'effecteur est obtenu par concaténation des erreurs :

$$\epsilon = [{\epsilon_1}^T \ {\epsilon_2}^T \ \ldots \ {\epsilon_N}^T]^T \tag{2.19}$$

avec ϵ_i , $i \in [1,N]$ défini par

$$\epsilon_i = \mathbf{q_i} - \mathbf{f}(\mathbf{X_i},\xi) \tag{2.20}$$

Pour une pose $\mathbf{X_i}$ de mesure, notons $\delta\mathbf{X_i}$ et $\delta\mathbf{q_i}$ les erreurs de mesure des capteurs extéroceptifs et proprioceptifs. L'erreur $\delta\epsilon_i$ commise dans l'estimation de ϵ_i vaut par approximation au premier ordre :

$$\delta\epsilon_i = \delta\mathbf{q_i} + \frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{X}}(\mathbf{X_i},\xi)\delta\mathbf{X_i} \tag{2.21}$$

Le bruit sur l'erreur d'entrée a par conséquent une matrice de covariance bloc-diagonale :

$$\mathbf{Cov}(\delta\epsilon) = \begin{pmatrix} \mathbf{Cov_{X_1}} & & & 0 \\ & \mathbf{Cov_{X_2}} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \mathbf{Cov_{X_N}} \end{pmatrix} \tag{2.22}$$

avec

$$\begin{array}{rcl} \mathbf{Cov_{X_i}} & = & E((\delta\epsilon_i)(\delta\epsilon_i)^T) \\ & = & E(\delta\mathbf{q_i}\delta\mathbf{q_i}^T) + E(\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{X}}\delta\mathbf{X_i}\delta\mathbf{X_i}^T\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{X}}^T) \end{array} \tag{2.23}$$

Toutes les composantes de la matrice de covariance du bruit de la mesure extéroceptive interviennent donc dans le calcul de $\mathbf{Cov}(\delta\epsilon)$. N'ayant pas leur expression de manière fiable, il parait plus raisonnable de se restreindre à une fonction d'erreur qui n'impose pas sa connaissance. Nous choisissons donc un critère des moindres carrés standards :

$$F(\xi) = \epsilon^T\epsilon \tag{2.24}$$

d'où la formulation du problème d'identification.

Remarque La fonction d'erreur (2.17) est couramment utilisée pour l'identification. Elle est souvent critiquée pour le biais provoqué par les bruits de mesure pouvant affecter l'estimation de ξ. L'utilisation de cette fonction d'erreur est donc associée à une stratégie de choix de poses limitant l'influence des erreurs de mesure que nous introduisons dans la suite. La convergence de l'identification peut également être améliorée par une mise en forme de la fonction d'erreur que nous décrivons tout d'abord.

2.3.2.3 Mise sous forme finale de la fonction d'erreur

Influence des actionneurs Les mécanismes parallèles sont souvent équipés d'actionneurs de même technologie : l'ensemble des actionneurs agit soit en translation soit en rotation. Dans ce cas, les erreurs en entrée sont directement comparables, et la fonction d'erreur est donc homogène par rapport aux valeurs articulaires. Le délicat problème de la comparaison simultanée d'informations sur des rotations et des translations ne se pose donc pas comme pour les mécanismes sériels lorsque l'on utilise le modèle géométrique direct.

Parfois, le mécanisme fait appel à la fois à des actionneurs rotatifs et linéaires [ADL95, Tan98]. Il est également possible d'avoir un mécanisme pour lequel les influences des actionneurs sont très différentes sur le positionnement de l'effecteur. Dans ce cas, une mise à l'échelle de la fonction d'erreur peut être envisagée. Soit $\mathbf{\Delta X}$ une variation de la pose de l'effecteur, la variation correspondante des variables articulaires $\mathbf{\Delta q}$ est exprimée par :

$$\mathbf{\Delta q} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{\Delta X} \tag{2.25}$$

Nous pouvons donc calculer $\mathbf{\Delta q}$ pour avoir une variation "unitaire" de la pose de l'effecteur [5], puis sa valeur moyenne sur l'espace de travail. La fonction d'erreur sera alors pondérée par rapport à cette valeur. Le calcul d'une telle valeur "moyenne" est cependant délicat sur un plan numérique.

Influence des paramètres Le paramétrage choisi doit assurer une description continue, paramétrique et complète du mécanisme [ZR96]. Cela n'assure cependant pas une influence comparable de tous les paramètres sur la fonction d'erreur. Une pondération des paramètres doit donc être réalisée. Parmi les méthodes proposées (voir notamment [HW96]), nous utiliserons celle proposée par Schröer [Sch93] qui modifie les paramètres en prenant en compte leur influence sur le positionnement du robot, pour le cas d'un robot sériel. Dans notre contexte, on a la relation suivante entre une variation $d\xi$ des P paramètres et la variation $\mathbf{dq}$ des m variables articulaires pour une pose donnée :

$$\begin{aligned} \mathbf{dq} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \xi_1} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \xi_P} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{f}_m}{\partial \xi_1} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{f}_m}{\partial \xi_P} \end{pmatrix} d\xi \\ &= (\mathbf{J_1} \ \ldots \ \mathbf{J_P})\, d\xi \end{aligned} \tag{2.26}$$

Les éléments d'une colonne de la matrice ayant tous la même dimension, il est possible d'en prendre la norme. Nous utilisons comme le propose Schröer la valeur maximale de cette norme sur l'ensemble des poses de l'espace de travail afin de mettre à l'échelle les paramètres :

$$\lambda_j = \underset{\mathbf{X}}{\mathrm{Max}} \|\mathbf{J_j}\| \tag{2.27}$$

L'utilisation de la norme de la colonne de la matrice jacobienne revient à considérer l'influence "moyenne" de chaque paramètre géométrique sur l'ensemble des actionneurs.

L'ensemble des deux opérations de mise en forme finale de la fonction d'erreur réalisé, il reste à optimiser le choix des poses utilisées durant l'expérimentation.

2.3.3 Choix des poses

Afin de minimiser l'influence des erreurs de mesure sur l'estimation des paramètres, nous proposons une méthode de choix des poses par optimisation en simulation. Pour introduire le critère proposé de choix des poses et l'algorithme de sélection utilisé, nous devons d'abord choisir la méthode utilisée pour estimer les paramètres.

5. Dans le cas où le mécanisme n'effectue que des translations, cette notion est facile à définir. C'est en revanche plus délicat en présence de rotations de l'effecteur. Dans ce cas, on pourra par exemple raisonner en terme de déplacement de l'outil pour l'application envisagée.

2.3.3.1 Obtention des paramètres

L'obtention du jeu de paramètres $\xi_{solution}$ passe par l'utilisation d'une méthode d'optimisation d'un critère des moindres carrés non linéaire. Nous avons retenu l'algorithme de Levenberg-Marquardt qui combine les algorithmes du gradient et de Gauss-Newton. Il permet ainsi de gérer la phase d' "approche" des paramètres, lorsque le jeu de paramètres peut encore être éloigné de la solution, puis par la méthode de Gauss-Newton de converger vers cette dernière. Dans cette phase, on se doit de minimiser les risques de converger vers un optimum local différent de l'optimum global.

Les paramètres sont obtenus de manière itérative, la variation $d\xi$ du vecteur ξ des paramètres étant calculée à chaque étape en résolvant le système linéaire [PTVF92]:

$$\mathbf{J}_\xi{}^T \mathbf{J}_\xi d\xi = \mathbf{J}_\xi{}^T \epsilon \tag{2.28}$$

avec $\mathbf{J}_\xi$ la matrice jacobienne de la fonction d'erreur par rapport aux P paramètres :

$$\mathbf{J}_\xi = \begin{pmatrix} \frac{\partial \epsilon_1}{\partial \xi_1} & \cdots & \frac{\partial \epsilon_1}{\partial \xi_P} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \epsilon_N}{\partial \xi_1} & \cdots & \frac{\partial \epsilon_N}{\partial \xi_P} \end{pmatrix} \tag{2.29}$$

2.3.3.2 Critères existants

Le choix des poses utilisées durant l'expérimentation repose sur la définition d'un critère quantifiant leur intérêt pour l'identification puis son optimisation. Les critères de choix des poses proposés dans la littérature cherchent à optimiser la sensibilité aux paramètres ou la robustesse aux erreurs de mesure $\delta\mathbf{q}$ et $\delta\mathbf{X}$.

Sensibilité aux paramètres

Le système linéaire (2.28) possède une solution unique si

$$det(\mathbf{J}_\xi{}^T \mathbf{J}_\xi) \neq 0 \tag{2.30}$$

Ce déterminant est égal au produit des carrés des valeurs singulières de $\mathbf{J}_\xi$:

$$det(\mathbf{J}_\xi{}^T \mathbf{J}_\xi) = \sigma_1^2 \sigma_2^2 \sigma_3^2 ... \sigma_L^2 \tag{2.31}$$

où σ_i désigne la i-ème valeur singulière de la matrice $\mathbf{J}_\xi$ par ordre décroissant. La valeur de ce déterminant est proposée par Borm et Menq [BM91] pour choisir les poses en utilisant le critère :

$$C_1 = \frac{\sqrt[L]{\sigma_L \ldots \sigma_1}}{\sqrt{N}} \tag{2.32}$$

La condition précédente n'implique pas pour autant une bonne convergence numérique de tous les paramètres. Nahvi et Hollerbach [NH96] proposent donc de maximiser la valeur de la plus petite valeur singulière afin de rendre la fonction d'erreur sensible à de faibles variations des paramètres :

$$C_2 = \sigma_L \tag{2.33}$$

Ces critères permettent d'assurer une bonne convergence de l'algorithme. L'influence des bruits de mesure n'est cependant pas alors prise en compte.

Robustesse au bruit de mesure

La solution $d\xi$ s'écrit si $\mathbf{J}_\xi$ n'est pas singulière :

$$d\xi = \left((\mathbf{J}_\xi{}^T \mathbf{J}_\xi)^{-1} \mathbf{J}_\xi{}^T\right) \epsilon \tag{2.34}$$

Le terme en facteur de ϵ dans le second membre correspond à la pseudo-inverse de $\mathbf{J}_\xi$. Une variation $\delta\epsilon$ de ϵ engendre donc une variation de $d\xi$ dont on connaît un majorant :

$$\frac{\|\delta(d\xi)\|}{\|d\xi\|} \leq \mathrm{Cond}(\mathbf{J}_\xi) \frac{\|\delta\epsilon\|}{\|\epsilon\|} \tag{2.35}$$

avec le conditionnement $\mathrm{Cond}(\mathbf{J}_\xi)$ de la matrice $\mathbf{J}_\xi$ qui est égal à :

$$\mathrm{Cond}(\mathbf{J}_\xi) = \frac{\sigma_1}{\sigma_L} \tag{2.36}$$

On suppose pour cela que le régresseur $\mathbf{J}_\xi$ n'est pas bruité.

Pour éviter d'introduire une erreur dans l'estimation de $d\xi$ lors de la résolution numérique, il est donc nécessaire d'avoir un conditionnement proche de 1. Ceci peut être réalisé en optimisant le critère

$$C_3 = Cond(\mathbf{J}_\xi) \tag{2.37}$$

comme proposé par Driels et Pathre [DP90]. Une variante est proposée par Nahvi et Hollerbach [NH96], qui permet de limiter l'influence d'une variation de ϵ sur l'estimation des paramètres :

$$C_4 = \frac{\sigma_1}{\sigma_L^2} \tag{2.38}$$

du fait de la relation entre l'erreur sur l'évolution des paramètres et les erreurs de mesure :

$$\|\delta(d\xi)\| \leq \frac{\sigma_1}{\sigma_L^2} \|\delta\epsilon\| \tag{2.39}$$

Le critère (2.38) est d'autant plus intéressant qu'il permet également d'assurer la sensibilité aux paramètres, puisqu'il contient l'inverse de la plus petite valeur singulière, c'est-à-dire l'inverse du critère C_2 [NH96].

2.3.3.3 Critère proposé

Proposition Le jeu de N poses optimal pour l'identification des paramètres à l'aide de la fonction d'erreur (2.17) est le jeu minimisant le critère [RAGD03] :

$$C_5 = \frac{\sigma_1}{\sigma_L^2} \|\delta\epsilon_{sup}\| \tag{2.40}$$

avec

$$\|\delta\epsilon_{sup}\|^2 = \sum_{i=1}^{N} \|\delta\mathbf{q_{isup}} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}}(\mathbf{X_i},\xi)\delta\mathbf{X_{isup}}\|^2 \tag{2.41}$$

Les valeurs $\delta\mathbf{q_{isup}}$ et $\delta\mathbf{X_{isup}}$ peuvent correspondre aux incertitudes maximales commises avec le capteur, si cette valeur est bornée, ou bien à des valeurs correspondantes à un seuil de confiance fixé.

Justification

- L'insuffisance de notre connaissance des propriétés statistiques de la mesure extéroceptive ne nous permet pas d'utiliser une fonction d'erreur de types moindres carrés pondérés. Les termes $\delta\epsilon$ peuvent donc avoir une valeur qui évolue dans l'espace de travail. L'utilisation du critère C_4 est par conséquent insuffisante.
- La variation des termes $\delta\epsilon$ peut être particulièrement forte pour les mécanismes parallèles dans le cas de l'identification à l'aide du modèle géométrique inverse. En effet, l'erreur en entrée résultante des incertitudes de mesures proprioceptives et extéroceptives vaut :

$$\delta\epsilon_i = \delta\mathbf{q_i} + \frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{X}}(\mathbf{X_i},\xi)\delta\mathbf{X_i}\ ,i \in [1,N] \tag{2.42}$$

  et deux cas extrêmes peuvent se produire :

  - Lorsque le mécanisme est dans une singularité série, une variation $\delta\mathbf{q}$ des variables articulaires n'engendre pas de déplacement de l'effecteur. La matrice $\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{X}}$ a donc au moins une valeur singulière tendant vers l'infini. Si le mécanisme est dans une telle position, le bruit de la mesure extéroceptive $\delta\mathbf{X}$ est par conséquent fortement amplifié.
  - Dans une singularité parallèle, un déplacement de l'effecteur est possible à actionneurs bloqués ($\delta\mathbf{q} = 0$). Une telle position permet la réduction du bruit de mesure : les composantes du bruit de la mesure extéroceptive $\delta\mathbf{X}$ correspondantes au déplacement possible de l'effecteur sont annulées par le produit avec la matrice jacobienne.

  Il est donc nécessaire de tenir compte des variations d'amplitude du terme $\|\delta\epsilon\|$ dans le choix des poses.
- La prise en compte de la valeur de $\|\delta\epsilon\|$ dans le critère C_5 par sa majoration permet de ne pas avoir besoin de connaître la matrice de covariance de $\delta\epsilon$, donc de la mesure extéroceptive. Il nous suffit d'avoir un majorant, ou une valeur correspondante à un seuil de confiance fixé, de l'incertitude de mesure de chaque composante de la pose du mécanisme. Nous disposons de telles estimations. Par ailleurs, il est également possible de prendre en compte facilement
  - l'anisotropie des erreurs de mesure extéroceptive $\delta\mathbf{X}$;
  - la variation des erreurs de mesure dans le volume de travail du mécanisme. Pour ce faire, les termes $\delta\mathbf{q_{isup}}$ et $\delta\mathbf{X_{isup}}$ peuvent être écrits comme des fonctions de la pose $\mathbf{X}$.

Remarque La forte variation de la propagation de l'erreur de mesure extéroceptive dans l'espace de travail est un problème propre aux mécanismes parallèles. L'identification d'un mécanisme sériel est en effet généralement réalisée en considérant l'erreur de sortie :

$$\epsilon_{serie} = \mathbf{X} - g(\mathbf{q},\xi) \tag{2.43}$$

et le bruit sur l'erreur de sortie vaut par approximation au premier ordre :

$$\delta\epsilon_{serie} = \delta\mathbf{X} + \frac{\partial\mathbf{g}}{\partial\mathbf{q}}\delta\mathbf{q} \tag{2.44}$$

Pour un mécanisme sériel, la seule singularité pouvant se produire annule certaines valeurs singulières de $\frac{\partial\mathbf{g}}{\partial\mathbf{q}}$. Le phénomène d'amplification du bruit de mesure ne se produit donc pas.

2.3.3.4 Algorithme de choix des poses

La planification d'expérience est un problème qui a été abordé par les numériciens [WP94], et plus près de notre problème dans le cas de l'identification géométrique de mécanismes sériels. L'usage d'une méthode du gradient a été proposé par Borm et Menq [BM91]. Khalil [KGE91] lui préfère une méthode de type gradient conjugué ne nécessitant pas le calcul des dérivées du critère. Zhuang [ZWR94, ZWH97] propose quand à lui l'utilisation d'une méthode de recuit simulé, ou d'un algorithme génétique. Nous préférons, comme l'a proposé Daney [Dan02], nous reposer sur le principe de l'algorithme DETMAX [Mit74]. La méthode présente l'intérêt de réduire le problème d'optimisation de N poses à une optimisation itérative, avec à chaque étape l'optimisation d'une seule pose. La méthode ne fournit cependant pas l'assurance de déterminer un optimum global.

Le choix des poses de l'expérimentation est donc finalement effectué en respectant l'algorithme suivant (structure d'après [Dan02]) :

1. Définir le nombre N de poses utilisé, la géométrie *a priori* du mécanisme, le placement du capteur et sa précision *a priori*
2. Initialiser le jeu de poses $\gamma_N = [\mathbf{X_1}\ \mathbf{X_2}\ \ldots\ \mathbf{X_N}]$
3. Déterminer $\mathbf{X^+_{N+1}}$:
   (a) Initialiser $\mathbf{X_{N+1}}$ en le choisissant dans l'espace de travail
   (b) Construire le jeu de $N+1$ poses $\gamma_{N+1} = [\mathbf{X_1}\ \mathbf{X_2}\ \ldots\ \mathbf{X_N}\ \mathbf{X_{N+1}}]$
   (c) Déterminer $\mathbf{X^+_{N+1}}$ tel que $C_5(\gamma_{N+1})$ soit minimum
4. Constituer $\gamma^+_{N+1} = [\mathbf{X_1}\ \mathbf{X_2}\ \ldots\ \mathbf{X_N}\ \mathbf{X^+_{N+1}}]$
5. Déterminer $\mathbf{X^-_{N+1}} \in \gamma^+_{N+1}$ tel que $C_5(\gamma^-_N)$ soit minimum avec $\gamma^-_N = \gamma^+_{N+1} - \mathbf{X^-_{N+1}}$
6. Si $\mathbf{X^-_{N+1}} = \mathbf{X^+_{N+1}}$, arrêter l'optimisation, et $\gamma_N = \gamma^+_{N+1} - \mathbf{X^-_{N+1}}$. Sinon $\gamma_N = \gamma^+_{N+1} - \mathbf{X^-_{N+1}}$ et retourner à l'étape 3.

Chaque optimisation du critère C_5 est réalisée en tenant compte des contraintes articulaires à l'aide d'une méthode SQP (méthode implantée dans le logiciel Matlab).

Pour évaluer l'apport du critère de choix des poses proposé, deux exemples sont maintenant traités.

2.3.4 Illustration 1 - Mécanisme bielle-manivelle

2.3.4.1 Introduction

Présentation du mécanisme Reprenons le simple mécanisme bielle-manivelle (figure 2.17) utilisé pour introduire les singularités d'un mécanisme à chaîne cinématique fermée. Tout comme Visher [Vis96] nous allons chercher à optimiser l'identification de ses paramètres géométriques. Dans notre cas, l'objectif est d'identifier au mieux les paramètres en utilisant la méthode du modèle géométrique inverse.

Le mécanisme est constitué d'une chaîne cinématique fermée, avec un degré de liberté piloté en rotation q et une variable x pilotée. Trois paramètres définissent sa géométrie : les longueurs

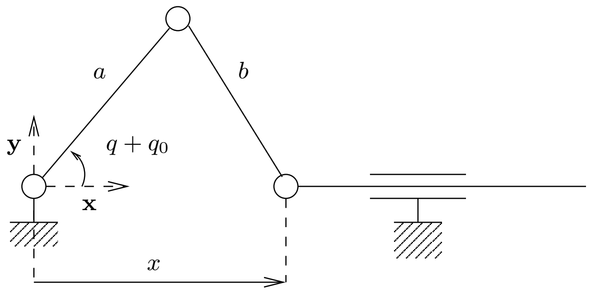


FIG. 2.17 : *Paramétrage du mécanisme bielle-manivelle.*

Paramètre	a	b	q_0
Valeur	$80mm$	$50mm$	$0rad$

TAB. 2.4 : *Valeurs nominales des paramètres géométriques du mécanisme bielle-manivelle.*

des barres a et b, et le décalage q_0 entre la valeur articulaire q et la valeur du codeur. Les valeurs nominales sont indiquées dans le tableau 2.4.

Le modèle géométrique inverse du mécanisme s'écrit :

$$q = q_0 + \arccos(\frac{a^2 + x^2 - b^2}{2ax}) \tag{2.45}$$

et la matrice jacobienne par rapport à la pose se réduit à un scalaire d'expression :

$$\frac{\partial q}{\partial x} = -\frac{x^2 + b^2 - a^2}{2ax^2\sqrt{1 - \frac{a^2+x^2-b^2}{2ax}}} \tag{2.46}$$

La position $x = \sqrt{a^2 - b^2}$ correspond à la singularité parallèle, et $x = a + b$ à la singularité série.

Conditions de simulation Les bruits des mesures proprioceptives et extéroceptives sont supposés gaussiens, avec des écarts-types égaux à $\sigma_q = 5.10^{-4}rad$ et $\sigma_x = 0.1mm$. Afin d'éviter de franchir une singularité lors de l'identification des paramètres du fait des erreurs de mesure, l'espace de recherche des poses est restreint à l'intervalle $[62.95mm\ 129.5mm]$.

Trois poses sont nécessaires à la détermination des trois paramètres géométriques. Nous choisissons d'utiliser quinze poses afin d'assurer une redondance suffisante [Vis96]. Nous recherchons donc les jeux de quinze poses minimisant les critères C_4 et C_5 dans le cas où la fonction d'erreur utilisée est :

$$F(\xi) = \epsilon^T \epsilon \tag{2.47}$$

Le critère C_4 est également utilisé, pour comparaison, avec une fonction d'erreur de type moindres carrés pondérés

$$F'(\xi) = \epsilon^T \mathbf{W} \epsilon \tag{2.48}$$

avec $\mathbf{W}$ la matrice de pondération construite à partir de l'incertitude sur ϵ. Pour alléger les notations, nous noterons C'_4 la valeur de C_4 obtenue en utilisant la fonction F'.

Le gain de précision de l'identification procuré par le changement de jeu de poses est évalué par simulation. 100 jeux de poses sont construits à partir des poses optimisées et de bruits de

Critère d'optim.	Fonction d'erreur	Poses optimales (mm)	C_4 - F	C_5 - F	C_4 - F'	E (rad)
C_4	F	62.95 (6×), 118.0 (8×), 129.5 (1×)	23.6	0.095	0.28	6.2E-3
C_5	F	62.95 (6×), 113.9 (8×), 129.3 (1×)	26.4	0.085	0.24	5.5E-3
C_4	F'	62.95 (6×), 110.1 (8×), 129.5 (8×)	139.8	0.65	0.037	3.1E-3

TAB. 2.5 : *Poses optimales et critères correspondants - Cas du mécanisme bielle-manivelle.*

mesure simulés. La moyenne de la norme du vecteur des écarts entre les valeurs identifiées et exactes des paramètres mis à l'échelle (§2.3.2.3) est alors estimée :

$$E = \text{Moy}(\|\xi_{identifie} - \xi_{modele}\|) \tag{2.49}$$

2.3.4.2 Optimisation des poses

Lieu des poses optimales Les quinze poses optimales tendent à se regrouper en trois lieux qui correspondent approximativement aux poses obtenues en optimisant un jeu de trois poses. Seul le critère C_5 associé à la fonction d'erreur F ne converge pas vers les extrémités de l'espace de travail (tableau 2.5). Les critères varient faiblement entre les jeux optimisés selon C_4 et C_5. En revanche, leurs valeurs varient fortement lorsque le critère C_4' est utilisé dans l'optimisation.

Apport du critère C_5 En utilisant la fonction d'erreur F, l'optimisation selon le critère C_5 permet de diminuer ce dernier de 9% par rapport au jeu de poses optimisé selon C_4. Ce dernier augmente alors de 13%. Bien que faibles, ces écarts sont sensibles lors de la simulation de l'identification. L'erreur moyenne sur les paramètres est égale à $5.5E-3rad$ avec le jeu optimisé selon C_5, à comparer à une erreur en utilisant le jeu optimal selon C_4 égale à $6.3E-3rad$ soit une variation de 14%. Sur cet exemple, la différence entre les jeux exprimée par le critère C_5 se répercute effectivement sur la précision de l'identification.

Dans ce cas, la simulation montre un gain net de la précision de détermination des paramètres en utilisant la fonction d'erreur F'. Le critère C_4' permet une diminution de l'ordre de 45% de l'erreur moyenne E par rapport au jeu optimisé selon C_5.

2.3.4.3 Bilan

Nous pouvons constater une amélioration, légère sur cet exemple, de la précision de l'identification en utilisant le critère C_5 avec une fonction d'erreur de type moindres carrés standards. Une nette différence est constatée entre cette approche et celle utilisant une fonction d'erreur pondérée par rapport à l'incertitude estimée *a priori*. Sur l'exemple suivant, nous allons analyser la robustesse de cette approche à la connaissance sur les erreurs de mesure.

2.3.5 Illustration 2 - Robot Orthoglide

2.3.5.1 Introduction

Présentation du robot Le robot Orthoglide développé à l'IRCCyN [CW03] est un robot parallèle à trois degrés de liberté (figure 2.18). Trois actionneurs linéaires assurent le déplacement de l'organe terminal par le biais de mécanismes quatre-barres articulés (figure 2.19). L'obtention d'un déplacement de l'organe terminal selon trois degrés de liberté en translation n'est possible que si les mécanismes quatre-barres se comportent comme des parallélogrammes spatiaux. Nous nous plaçons dans le cadre de cette hypothèse.

FIG. 2.18 : *Vue d'ensemble de l'Orthoglide.*

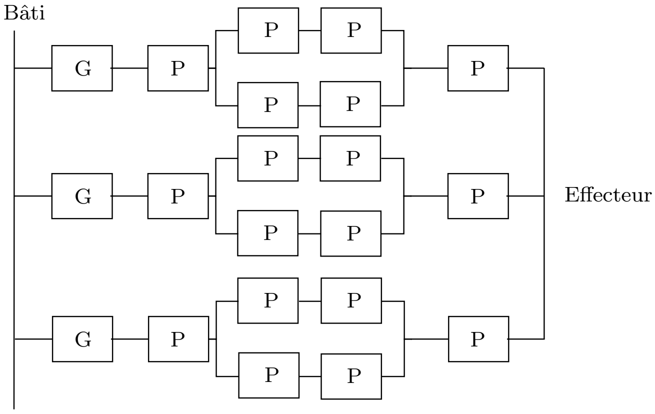


FIG. 2.19 : *Graphe des liaisons du robot Orthoglide (G : liaison glissière, P : liaison pivot).*

Modélisation Les mécanismes quatre-barres étant supposés parfaits, seules leurs dimensions L_i, $i \in [1,3]$ sont prises en compte dans leur modélisation (figure 2.20).

Le modèle implicite du mécanisme est obtenu en exprimant la dimension L_i d'un parallélogramme par fermeture de chaîne vectorielle dans le repère lié à la caméra :

$$\begin{aligned} L_i &= \|\mathbf{A_iO} + \mathbf{OM} + \mathbf{ME} + \mathbf{ED_i}\|_{R_C} \\ &= \|\mathbf{A_iA_{i0}} + \mathbf{OM} + \mathbf{ME} + \mathbf{ED_i} + \mathbf{A_{i0}O}\|_{R_C} \end{aligned} \tag{2.50}$$

avec $\mathbf{A_{i0}}$ le centre de la liaison glissière de l'actionneur i, défini par le zéro du capteur associé. Les vecteurs $\mathbf{ME}$, $\mathbf{ED_i}$ et $\mathbf{A_{i0}O}$ ne peuvent être distingués dans l'équation précédente, l'effecteur ne réalisant que des mouvements de translation par rapport à la base. Leur somme est notée $\mathbf{ME'_i}$. En exprimant le second membre de l'équation précédente dans le repère lié à la caméra, le modèle implicite s'écrit finalement :

$$L_i = \left\| -\mathbf{q_i x_i} + \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{ME'_i} \\ y_{ME'_i} \\ z_{ME'_i} \end{pmatrix} \right\|_{R_C} \tag{2.51}$$

avec $\mathbf{x_i}$ le vecteur directeur de l'actionneur i. La mesure par vision fournit la position de la mire (X,Y,Z). La définition de l'axe de l'actionneur dans le repère R_C lié à la caméra nécessite deux

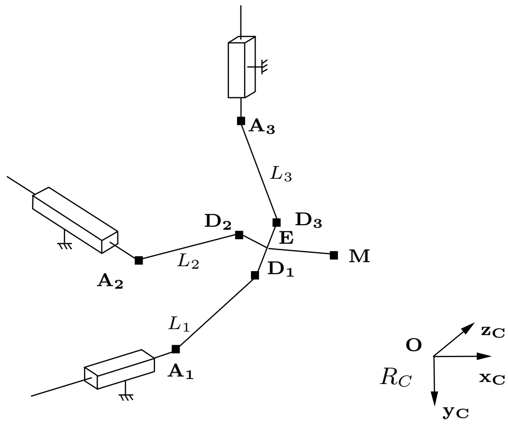


FIG. 2.20 : *Paramètres du robot Orthoglide.*

angles (ψ_i,θ_i) définis par exemple de manière similaire aux deux premiers angles d'Euler. Six paramètres doivent donc être identifiés en utilisant l'outil de métrologie par vision.

Le modèle géométrique inverse est obtenu à partir du modèle implicite par résolution de l'équation du second ordre en $\mathbf{q}$:

$$\mathbf{q_i}^2 - 2R\mathbf{q_i} + S = 0 \tag{2.52}$$

$$\text{avec} \left\{ \begin{array}{l} R = (x_{ME'_i} - X)\sin(\theta_i)\sin(\psi_i) - (y_{ME'_i} - Y)\sin(\theta_i)\cos(\psi_i) + (z_{ME'_i} - Z)\cos(\theta_i) \\ S = (x_{ME'_i} - X)^2 + (y_{ME'_i} - Y)^2 + (z_{ME'_i} - Z)^2 - L_i^2 \end{array} \right.$$

Cette modélisation permet l'identification de manière indépendante de chaque chaîne cinématique. Pour des raisons de clarté, nous ne nous intéressons dans la suite qu'à l'optimisation des poses pour l'identification de la chaîne 1.

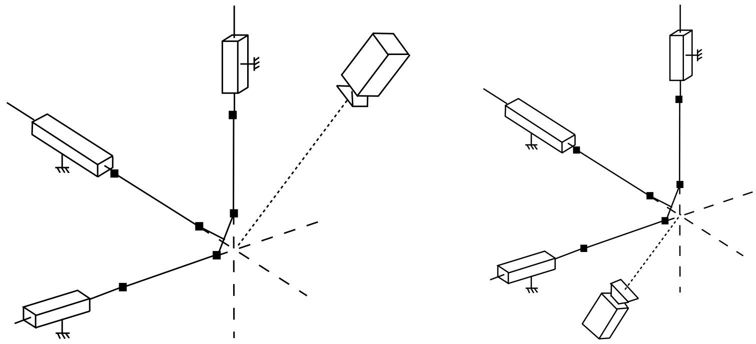
Conditions de simulations Les dimensions du mécanisme ainsi que la course des actionneurs correspondent à la géométrie nominale du prototype construit à l'IRCCyN.

Deux positions de l'outil de métrologie par vision sont envisagées (figure 2.21), afin d'évaluer l'influence du placement du capteur sur les poses optimales. Son axe optique est supposé coïncident avec la première trisectrice du repère formé par les vecteurs directeurs des axes des actionneurs, le capteur étant successivement supposé de part et d'autre de ce repère.

La précision de mesure est considérée deux fois plus faible selon l'axe optique $\mathbf{z_C}$ de la caméra que selon $\mathbf{x_C}$ et $\mathbf{y_C}$, d'après des estimations expérimentales préalables. Elle varie linéairement avec la distance entre mire et caméra : selon $\mathbf{x_C}$ et $\mathbf{y_C}$ elle vaut $0.18mm$ pour une distance égale à $600mm$ (lorsque les éléments équivalents des parallélogrammes $\mathbf{A_iD_i}$ sont orthogonaux) et varie de $0.03mm$ pour une variation de distance de $100mm$. Les bruits de mesure des différentes composantes de la pose sont supposés indépendants.

Comme dans l'exemple précédent, l'évaluation des jeux de pose est réalisée par simulation du processus d'identification, et quantifiée par l'erreur E commise sur les paramètres géométriques. Les paramètres géométriques initiaux utilisés sont obtenus par ajout aux paramètres du modèle d'un bruit de l'ordre de $5mm$ pour les paramètres $x_{ME'_1}$, $y_{ME'_1}$, $z_{ME'_1}$, $5°$ pour ψ_1 et θ_1 et $0.2mm$ pour L_1.

Les critères C_4 et C_5 sont utilisés avec la fonction d'erreur F (relation (2.47)). Pour comparaison, le critère C_4 est également utilisé avec une fonction d'erreur de type moindres carrés pondérés (fonction F', relation (2.48)).



(a) Configuration 1 (b) Configuration 2

FIG. 2.21 : *Configurations de mesure avec l'outil de métrologie par vision.*

Optimisation des poses Pour identifier les six paramètres géométriques, six poses sont au minimum nécessaires. Le système d'équations non-linéaires pouvant alors avoir plusieurs solutions, nous recherchons un jeu de sept poses, ce qui doit éviter de converger vers une solution non admissible physiquement [Inn95b].

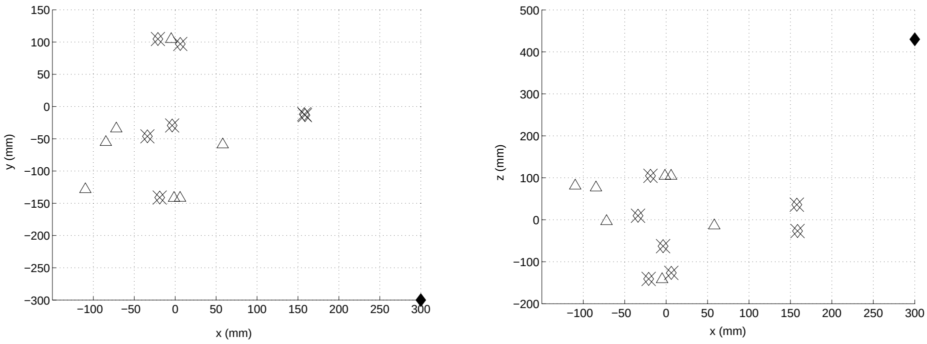
Première configuration de mesure Les poses optimales (figure 2.22) tendent à se situer en bordure d'espace de travail quel que soit le critère d'optimisation. Ce résultat va dans le sens de ceux de Daney pour le cas d'une plate-forme de Gough [Dan02]. En utilisant la fonction F les poses sont légèrement plus proches du centre de l'espace de travail qu'avec la fonction pondérée F' : les distances moyennes par rapport au centre de l'espace de travail sont égales à $144mm$ et $137mm$ en utilisant respectivement C_4' et C_4. Notons enfin que les critères C_4 et C_5 associés à la fonction d'erreur F convergent alors vers des poses identiques (figure 2.22). Cela signifie que la propagation des erreurs de mesure est négligeable, et n'entraîne pas de modification des poses.

Influence de la fonction d'erreur Dans ce premier cas, le bruit de mesure est considéré gaussien à composantes indépendantes (bruit blanc). Le gain obtenu en utilisant la fonction F' au lieu de la fonction F est relativement faible : la diminution de l'erreur E est égale à 5% (tableau 2.6 - bruit blanc).

Optimisation	C_4	C_5	C_4'	E - Bt blanc (mm)	E - Bt coloré (mm)
Optim. / C_4	172	192	58	3.6	2.7
Optim. / C_5	172	192	58	3.6	2.7
Optim. / C_4'	224	269	52	3.4	2.8

TAB. 2.6 : *Valeur des critères des jeux de poses optimaux - Cas du robot Orthoglide, avec limites articulaires.*

Comme nous l'avons précisé auparavant, les bruits de mesures avec l'outil de métrologie par vision ne sont pas indépendants (bruit coloré). Pour fixer les idées, nous introduisons lors de la simulation de l'identification un bruit de la mesure (X,Y,Z) dont la matrice de covariance est



(a) Dans le plan XY (b) Dans le plan XZ

FIG. 2.22 : *Jeux de poses optimaux (croix: C_4, losanges : C_5, triangles : C_4'). Limites articulaires prises en compte, première configuration de mesure. Poses représentées dans le repère de base du mécanisme. La caméra est située en (300,-300,430) (losange noir).*

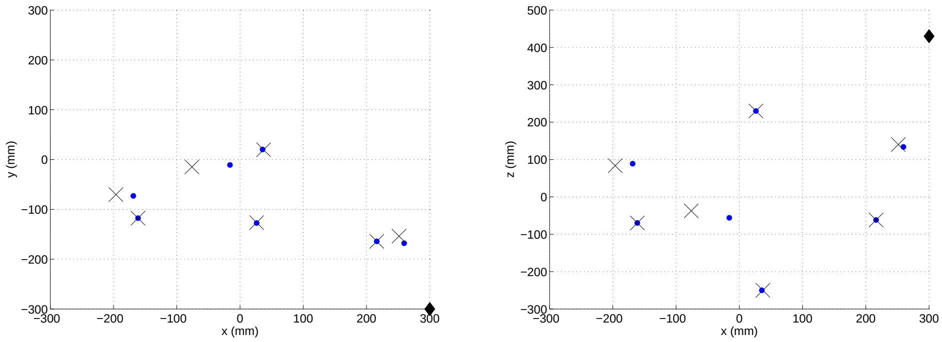
de la forme :

$$cov((X,Y,Z)^T) = \begin{pmatrix} \sigma^2 & -\sigma^2 & 2\sigma^2 \\ -\sigma & \sigma^2 & -2\sigma^2 \\ 2\sigma^2 & -2\sigma^2 & 4\sigma^2 \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

Cette matrice est établie à partir d'un essai de mesure de répétabilité de la mesure. La fonction d'erreur F devient légèrement meilleure puisque minimisant E (tableau 2.6 - bruit coloré). En l'absence d'une connaissance précise de l'ensemble de la matrice de covariance de la mesure, notre choix d'une fonction d'erreur de type moindres carrés standards semble ici raisonnable : le gain de précision de l'identification à l'aide de F' est faible et non assuré faute de connaissance précise de la mesure. Dans la suite de cet exemple, nous écartons l'utilisation de C_4 avec une fonction d'erreur de type moindres carrés pondérés, du fait de notre mauvaise connaissance des propriétés statistiques de la mesure, et analysons dans quelle mesure le critère C_5 s'avère nécessaire et plus avantageux que le critère C_4.

Apport du critère C_5 L'apport du critère C_5 apparaît sur cet exemple si l'on considère un nouveau volume de travail délimité par les singularités séries du mécanisme. Dans ce cas (figure 2.23) les jeux de poses obtenus avec C_4 et C_5 sont toujours très proches (notons tout de même un léger rapprochement des poses vers la caméra en utilisant C_5). La comparaison des critères C_4 et C_5 pour les deux volumes de travail indique cependant des variations assez différentes : C_4 est divisé par 12 (tableau 2.7) en utilisant le jeu optimisé selon C_5 dans ce deuxième volume de mesure alors que C_5 n'est divisé que par 2.5. La simulation de l'identification montre une diminution de l'erreur E de 3.6mm à 1.3mm, soit une réduction d'un facteur 2.7. La prise en compte des erreurs de mesure avec le critère C_5 semble effectivement nécessaire pour choisir les poses.

L'intérêt de C_5 apparaît également si dans le même volume de travail nous considérons un capteur moins performant. Sur la figure 2.24 sont représentées les poses optimales dans le cas où la variation du bruit de mesure dans l'espace de travail est cinq fois plus forte qu'auparavant. En utilisant C_4 aucune modification des poses ne se produit, au contraire de C_5 : les poses



(a) Dans le plan XY (b) Dans le plan XZ

FIG. 2.23 : *Jeux de poses optimaux (croix: C_4, cercles : C_5). Limites articulaires non prises en compte, première configuration de mesure. Poses représentées dans le repère de base du mécanisme. La caméra est située en (300,-300,430) (losange noir).*

optimales au sens de C_5 permettent de diminuer ce dernier de l'ordre de 30%, et cet écart est effectivement constaté lors de la simulation de l'identification avec une réduction d'environ 40% de E en utilisant le nouveau jeu au lieu du jeu optimisé selon C_4 (tableau 2.8).

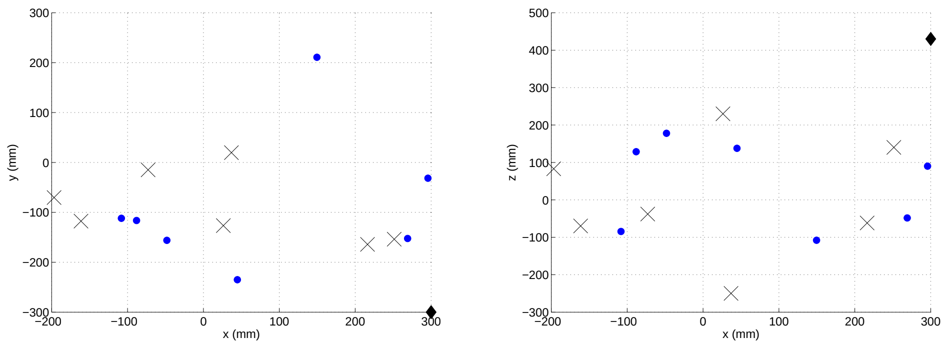
Optimisation	C_4	C_5	E (mm)
Optim. / C_5 - Petit volume	172	192	3.6
Optim. / C_5 - Grand volume	16	77	1.3

TAB. 2.7 : *Influence du volume de travail sur les critères C_4 et C_5.*

Influence du placement du capteur Dans le tableau 2.9 sont comparées les valeurs du critère C_5 pour les deux configurations de mesure envisagées. Chaque jeu de poses est spécifique à l'emplacement du capteur : la valeur de C_5 varie sensiblement lorsqu'elle est estimée pour le jeu de poses qui n'a pas été optimisé pour l'emplacement du capteur considéré. Nous pouvons remarquer que la répartition des poses est nettement corrélée à la configuration de mesure (figure 2.25). Le choix des poses est donc indissociable de celui du placement du capteur. Comme nous l'avons remarqué précédemment, ce dernier est essentiellement dicté par les contraintes expérimentales, et donc connu avant l'optimisation des poses.

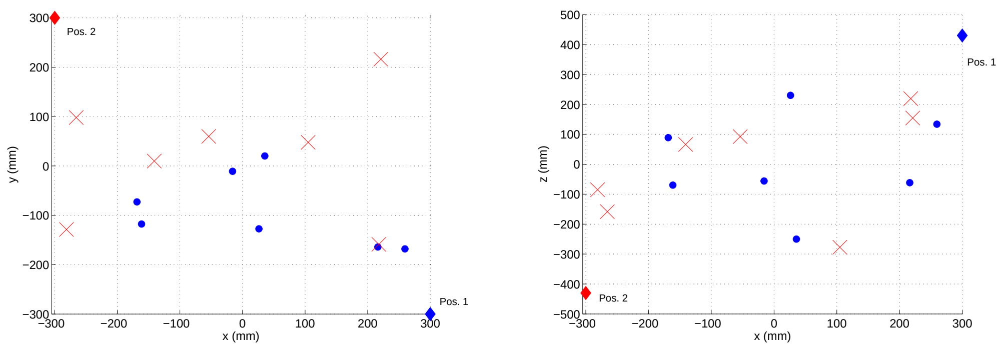
Optimisation	C_4	C_5	E (mm)
Optim. / C_4	417.6	886.0	36.2
Optim. / C_5	419.0	620.0	21.4

TAB. 2.8 : *Valeur des critères des jeux de poses optimaux - Cas du robot Orthoglide, sans limites articulaires, bruit de mesure amplifié.*



(a) Dans le plan XY (b) Dans le plan XZ

FIG. 2.24 : *Jeux de poses optimaux (croix: C_4, cercles : C_5). Limites articulaires non prises en compte, première configuration de mesure, variation du bruit de mesure amplifiée. Poses représentées dans le repère de base du mécanisme. La caméra est située en* $(300, -300{,}430)$.



(a) Dans le plan XY (b) Dans le plan XZ

FIG. 2.25 : *Jeux de poses optimaux (croix : position 1, cercles : position2). Limites articulaires non prises en compte. Poses représentées dans le repère de base du mécanisme. Les losanges représentent les positions du capteur.*

Optimisation	Valeur de C_5 - Config. 1	Valeur de C_5 - Config. 2
Optim. / C_5 - Config. 1	575	5.7E4
Optim. / C_5 - Config. 2	1.2E5	1196

TAB. 2.9 : *Influence du placement du capteur sur le choix des poses.*

2.3.5.2 Bilan

Sur cet exemple, nous avons pu tout d'abord constater que l'apport d'une fonction d'erreur de type moindres carrés pondérés n'est pas nécessairement conséquent sur la qualité de l'identification. Il fluctue par ailleurs en fonction du respect du modèle *a priori* de bruit utilisé, dont nous savons que pour la vision il est complexe et délicat à évaluer.

L'apport du critère de choix des poses proposé est apparu notamment lorsque nous avons considéré un capteur de performances moindres que celui utilisé lors des expérimentations. Nous avons alors pu en effet constater le gain sur l'erreur d'estimation des paramètres que procure l'utilisation du jeu de poses optimisé selon notre critère par rapport à un critère de choix ne tenant pas compte de la variation de la propagation des erreurs de mesure. Cela montre également que le capteur tel qu'il est défini initialement semble suffisamment précis pour ne pas nécessiter de prendre en compte sa précision, ce qui tend à valider son utilisation.

2.3.6 Conclusion

Dans ce paragraphe, nous avons cherché à optimiser l'estimation des paramètres à partir des données expérimentales. Du fait de la complexité des propriétés statistiques de la mesure, nous avons tout d'abord retenu une fonction simple, n'utilisant pas d'information *a priori* sur la mesure. Pour pallier le biais pouvant être engendré par les erreurs de mesure, nous avons alors proposé une stratégie de choix des poses utilisées durant l'expérimentation reposant sur un critère qui permet de prendre en compte les incertitudes de mesure du capteur, leur variation et la variation de leur influence sur le critère d'identification dans l'espace de travail. Les résultats obtenus en simulation montrent que selon les cas l'utilisation du critère peut permettre une amélioration de la qualité de l'identification, et donc que la propagation des erreurs de mesure doit être prise en compte. Nous aurons également l'occasion de constater la nécessité de l'utilisation du critère proposé pour le mécanisme I4 étudié dans le quatrième chapitre. Dans la méthode de choix des poses proposée, nous considérons le nombre de poses fixé. Le choix de ce nombre sera réalisé à partir des résultats expérimentaux également présentés dans le quatrième chapitre.

2.4 Identifiabilité des paramètres

L'identification doit permettre d'estimer les paramètres géométriques intervenant dans la loi de commande du mécanisme. Dans ce paragraphe nous analysons si l'ensemble de ces paramètres peut être déterminé en utilisant un capteur extéroceptif tel que la vision.

2.4.1 Modèle à identifier

2.4.1.1 Paramètres géométriques et externes

Au moment de l'identification, le modèle géométrique inverse implanté dans la commande est le modèle définissant la relation entre les variables articulaires $\mathbf{q}$ et la pose $\mathbf{X}$ de l'organe terminal.

Cette dernière est définie entre le repère R_B lié à la base et le repère R_E lié à l'effecteur :

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, \xi_g) \tag{2.54}$$

La pose $\mathbf{X}$ est distincte de la pose mesurée ${}^{R_C}T_{R_M}$. Les paramètres à identifier sont donc les paramètres géométriques du modèle du mécanisme ξ_g ainsi que les paramètres *externes* ξ_e permettant de calculer :

$${}^{R_B}T_{R_E} = {}^{R_B}T_{R_C}(\xi_e) {}^{R_C}T_{R_M} {}^{R_M}T_{R_E}(\xi_e) \tag{2.55}$$

et ainsi $\mathbf{X}$, qui est extrait de ${}^{R_B}T_{R_E}$.

2.4.1.2 Choix de la formulation du modèle

Deux solutions s'offrent à nous pour prendre en compte les paramètres externes. Nous pouvons exprimer la pose $\mathbf{X}$ à partir de la mesure, et formuler le modèle géométrique à partir des relations (2.54) et (2.55) sous la forme :

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}(\mathbf{X}(\xi_\mathbf{e}), \xi_\mathbf{g}) \tag{2.56}$$

L'alternative consiste à réaliser l'identification en deux temps. Le mécanisme peut tout d'abord être identifié en écrivant le modèle géométrique inverse liant les variables articulaires $\mathbf{q}$ à la pose $\mathbf{X}'$ formée à partir de la transformation mesurée ${}^{R_C}T_{R_M}$:

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}'(\mathbf{X}', \xi_g') \tag{2.57}$$

puis le jeu de paramètres ξ_g peut être identifié à partir de ξ_g'.

Dans la suite, nous choisissons la première solution. Dans le deuxième cas, la détermination des paramètres ξ_g nécessaires à la modification de la loi de commande doit en effet être réalisée en identifiant les transformations ${}^{R_B}T_{R_C}$ et ${}^{R_E}T_{R_M}$ après celle du mécanisme. La séquentialité des deux processus d'identification favorise la propagation des erreurs, ce que nous souhaitons éviter.

Le principal inconvénient que l'on pourrait avancer face à une formulation du type (2.56) est l'apparition du jeu de paramètres ξ_e dans l'ensemble des équations du modèle géométrique inverse, ce qui rompt le découplage des équations considéré comme un avantage certain pour l'identification par Zhuang [ZR93]. L'argument est discutable, car des informations *a priori* sur la disposition relative des chaînes cinématiques sont souvent utilisées dans la modélisation du mécanisme (nous en verrons plusieurs exemples dans le quatrième chapitre), qui entraînent déjà un couplage des équations du modèle géométrique inverse.

2.4.2 Conditions d'identifiabilité

Rappelons que la fonction d'erreur à minimiser s'exprime sous la forme (§2.3.2.2) :

$$F(\xi) = \epsilon^T \epsilon \tag{2.58}$$

avec :

$$\epsilon = \mathbf{q} - \mathbf{f}(\mathbf{X}(\xi_\mathbf{e}), \xi_\mathbf{g}) \tag{2.59}$$

Nous pouvons donc former à partir de l'ensemble des paramètres à identifier le jeu ξ tel que :

$$\xi = \xi_e \cup \xi_g \tag{2.60}$$

La minimisation de la fonction d'erreur (2.58) par optimisation non-linéaire nécessite un rang maximal de la matrice jacobienne $\mathbf{J}_\xi$

$$\mathbf{J}_\xi = \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi} \tag{2.61}$$

Pour les mécanismes sériels, des méthodes ont été développées pour estimer l'identifiabilité des paramètres, c'est-à-dire le rang de $\mathbf{J}_\xi$ [KGE91, MD00].

Pour les mécanismes parallèles, Khalil et Besnard [KB99] ont proposé de faire appel à une analyse numérique de la matrice $\mathbf{J}_\xi$ pour évaluer son rang, et si besoin de la modifier pour assurer son identifiabilité. Notons que l'approche peut s'avérer délicate sur un plan numérique. Nous distinguons ici les causes de perte d'identifiabilité afin de dégager les conséquences de l'utilisation d'un capteur extéroceptif. Ceci ne préjuge pas de l'existence par ailleurs des pertes d'identifiabilité liées au choix de l'excitation du mécanisme que nous éviterons par l'optimisation des poses selon la stratégie proposée.

Nous souhaitons avoir la matrice jacobienne $\mathbf{J}_\xi$ de rang plein. Une perte de rang de $\mathbf{J}_\xi$ peut se produire si nous avons :

- un couplage de l'influence des paramètres géométriques ;
- un couplage de l'influence des paramètres externes ;
- un couplage de l'influence des paramètres géométriques et externes.

2.4.2.1 Couplage des paramètres géométriques

Lemme 1 Un couplage de l'influence de paramètres géométriques peut se produire et provoquer une perte de rang de la matrice $\mathbf{J}_\xi$. Il se produit si le paramétrage du mécanisme n'est pas minimal et est sans conséquence sur l'amélioration de la précision du mécanisme.

Démonstration Une perte de rang de la matrice jacobienne se produit s'il existe un jeu de constantes non nulles λ_α telles que :

$$\sum_\alpha \lambda_\alpha \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi_{g_\alpha}}(\mathbf{X}(\xi_\mathbf{e}),\xi_g) = 0, \forall \mathbf{X} \tag{2.62}$$

La variation de la pose $\mathbf{X_C}$, estimée à partir des valeurs articulaires et des paramètres géométriques, par rapport à un paramètre géométrique ξ_{g_α} peut être liée à celle du modèle inverse par rapport à ce même paramètre en différentiant le modèle inverse :

$$\mathrm{d}\mathbf{q} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X_C}}\mathrm{d}\mathbf{X_C} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \xi_{g_\alpha}}\mathrm{d}\xi_{g_\alpha} \tag{2.63}$$

Nous considérons une variation du paramètre ξ_{g_α} à variables articulaires constantes : $\mathrm{d}\mathbf{q} = 0$. La sensibilité de la pose $\mathbf{X_C}$ au paramètre ξ_{g_α} est donc égale à :

$$\frac{\partial \mathbf{X_C}}{\partial \xi_{g_\alpha}} = -{\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X_C}}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \xi_{g_\alpha}} \tag{2.64}$$

Si la relation (2.62) est vérifiée alors nous avons également, en utilisant la relation (2.64) :

$$\sum_\alpha \lambda_\alpha {\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X_C}}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \xi_{g_\alpha}} = 0, \forall \mathbf{X} \tag{2.65}$$

soit

$$\sum_{\alpha} \lambda_\alpha \frac{\partial \mathbf{X_C}}{\partial \xi_{g_\alpha}} = 0, \forall \mathbf{X} \tag{2.66}$$

La relation (2.66) exprime le fait que la pose de l'effecteur estimée à partir des variables articulaires et des paramètres géométriques est invariante par une modification des paramètres ξ_{g_α}. L'amélioration de la précision n'est donc pas remise en cause, cela signifie simplement que le paramétrage du mécanisme n'est pas minimal.

Détermination De manière systématique, une vérification numérique par décomposition QR permet de détecter ce type de perte d'identifiabilité.

2.4.2.2 Couplage entre paramètres externes

Lemme 2 Si l'identification est conduite en utilisant l'ensemble des relations du modèle géométrique inverse, un couplage de l'influence de paramètres externes se produit si et seulement si le mécanisme possède moins de deux degrés de spatialité en rotation. Un tel couplage n'a pas de conséquence sur l'amélioration de la précision du mécanisme.

Démonstration La matrice jacobienne subit une perte de rang s'il existe un jeu de constantes λ_α telles que :

$$\sum_{\alpha} \left(\lambda_\alpha \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi_{e_\alpha}} (\mathbf{X}(\xi_\mathbf{e}), \xi_g) \right) = 0, \forall \mathbf{X} \tag{2.67}$$

Rappelons que $\epsilon = \mathbf{q} - \mathbf{f}(\mathbf{X}(\xi_\mathbf{e}), \xi_g)$. Par conséquent, (2.67) équivaut à :

$$\sum_{\alpha} \left(\lambda_\alpha \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \xi_{e_\alpha}} \right) = 0, \forall \mathbf{X} \tag{2.68}$$

qui devient :

$$\sum_{\alpha} \left(\lambda_\alpha \sum_{i} \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X_i}} \frac{\partial \mathbf{X_i}}{\partial \xi_{e_\alpha}} \right) \right) = 0, \forall \mathbf{X} \tag{2.69}$$

soit en permutant les sommations :

$$\sum_{i} \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X_i}} \sum_{\alpha} \left(\lambda_\alpha \frac{\partial \mathbf{X_i}}{\partial \xi_{e_\alpha}} \right) \right) = 0, \forall \mathbf{X} \tag{2.70}$$

ce qui peut s'écrire en faisant intervenir la matrice jacobienne $\mathbf{J_X}$ du modèle inverse par rapport à la pose :

$$\mathbf{J_X} \left(\sum_{\alpha} \lambda_\alpha \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \xi_{e_\alpha}} \right) = 0, \forall \mathbf{X} \tag{2.71}$$

La matrice jacobienne $\mathbf{J_X}$ n'est généralement pas singulière pour l'ensemble des poses du mécanisme. La relation (2.71) est donc équivalente à :

$$\sum_{\alpha} \lambda_\alpha \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \xi_{e_\alpha}} = 0, \forall \mathbf{X} \tag{2.72}$$

Ce type de perte d'identifiabilité se produit par conséquent lorsque la pose $\mathbf{X}$ de l'organe terminal estimée à partir de la mesure extéroceptive et des paramètres externes est invariante par un changement de certains de ces paramètres ξ_e.

L'état de l'effecteur est décrit par la transformation ${}^{R_B}T_{R_E}$. Cette transformation est une fonction de la pose $\mathbf{X}$ décrivant l'effecteur et d'un jeu de constantes que nous notons μ :

$$ {}^{R_B}T_{R_E ij} = T_{ij}(\mathbf{X},\mu),\ (i,j) \in [1,4] \tag{2.73}$$

Si la relation (2.72) est vérifiée alors nous avons aussi :

$$\sum_{\alpha} \lambda_\alpha \frac{\partial {}^{R_B}T_{R_E ij}}{\partial \xi_{e\alpha}} = \sum_{\alpha} \lambda_\alpha \frac{\partial T_{ij}}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \xi_{e\alpha}} = 0,\ \forall \mathbf{X} \tag{2.74}$$

Et inversement si l'ensemble de la transformation ${}^{R_B}T_{R_E}$ est invariante par modification de certains paramètres externes alors la configuration $\mathbf{X}$ l'est également, si bien que la relation (2.72) est vérifiée. Le problème est donc équivalent à rechercher les cas où à partir d'un ensemble de poses ${}^{R_B}T_{R_E}$ et des mesures ${}^{R_C}T_{R_M}$ correspondantes nous ne pouvons déterminer de manière unique les deux transformations ${}^{R_C}T_{R_B}$ et ${}^{R_E}T_{R_M}$. Zhuang [ZR96] a montré qu'une condition nécessaire et suffisante pour que cela se produise est que l'effecteur du mécanisme possède moins de deux degrés de spatialité en rotation.

Détermination Les paramètres en cause peuvent être déterminés à partir de la condition (2.72) de manière analytique. Un exemple sera donné en §2.4.3.

Remarques

1. Des difficultés d'identifiabilité sont donc à attendre pour des mécanismes destinés par exemple à la manipulation, pour lesquels l'effecteur ne peut être déplacé que selon un degré de spatialité en rotation.

2. Si l'identification du mécanisme n'est pas réalisée en considérant l'ensemble des chaînes cinématiques simultanément, des couplages supplémentaires entre les paramètres externes peuvent se produire. Prenons par exemple le cas d'un mécanisme parallèle à deux degrés de liberté (figure 2.26).

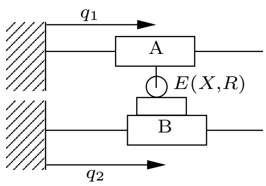


FIG. 2.26 : *Mécanisme plan à deux degrés de liberté.*

L'effecteur E est en liaison pivot sur l'élément A et piloté en rotation par le déplacement relatif de A et B. Il peut être déplacé en translation X et en rotation R. Le modèle géométrique direct s'écrit, en considérant un rapport de réduction de l'engrenage égal à l'unité :

$$\left\{ \begin{array}{l} X = q_1 + q_2 \\ R = q_1 - q_2 \end{array} \right. \tag{2.75}$$

et le modèle géométrique inverse :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = \frac{X+R}{2} \\ q_2 = \frac{X-R}{2} \end{array} \right. \tag{2.76}$$

Si la mesure extéroceptive fournit :

$$\begin{cases} X_m = X + X_0 \\ R_m = R - R_0 \end{cases} \tag{2.77}$$

alors le modèle inverse s'exprime sous la forme :

$$\begin{cases} q_1 = \frac{X_m - X_0 + R_m + R_0}{2} \\ q_2 = \frac{X_m - X_0 - R_m + R_0}{2} \end{cases} \tag{2.78}$$

L'identification à partir d'une seule variable articulaire rend alors impossible l'identification des deux paramètres X_0 et R_0, mais seulement la détermination de leur combinaison. En revanche chaque composante du modèle géométrique direct permet la détermination d'une des inconnues X_0,R_0.

2.4.2.3 Couplages paramètres géométriques/externes

Lemme 3 Des couplages entre paramètres externes et géométriques peuvent se produire. L'existence de ces couplages est propre au mécanisme et à son paramétrage. Si ces couplages existent, l'amélioration de la précision du mécanisme ne peut être totalement assurée.

Démonstration Une perte de rang de la matrice jacobienne se produit s'il existe deux jeux de constantes λ_α, μ_β telles que :

$$\sum_\alpha \lambda_\alpha \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi_{e\alpha}} + \sum_\beta \mu_\beta \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi_{g\beta}} = 0, \forall \mathbf{X} \tag{2.79}$$

ce qui peut s'écrire en faisant intervenir le modèle géométrique inverse :

$$\sum_\alpha \lambda_\alpha \mathbf{J_X} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \xi_{e\alpha}} + \sum_\beta \mu_\beta \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \xi_{g\beta}} = 0, \forall \mathbf{X} \tag{2.80}$$

La matrice jacobienne du modèle inverse par rapport à la pose intervient dans la relation (2.80). La vérification de cette relation dépend donc de la cinématique du mécanisme. La matrice jacobienne du modèle inverse par rapport aux paramètres géométriques intervient également. La vérification de (2.80) dépend donc également du paramétrage du mécanisme.

Si un tel couplage se produit, nous ne pouvons identifier séparément les paramètres géométriques et externes impliqués. Les paramètres externes décrivent les transformations ${}^{R_B}T_{R_C}$ et ${}^{R_E}T_{R_M}$ définissant l'implantation du capteur. Les repères liés à la caméra R_C et à la mire R_M ne sont pas matérialisables facilement. Il est donc très difficile d'évaluer ces paramètres. Si ce type de couplage se produit, nous ne pourrons donc pas extraire directement les paramètres géométriques définissant le modèle de la commande.

Détermination Les paramètres en cause peuvent être déterminés à partir d'une analyse numérique de la matrice $\mathbf{J}_\xi$, ou parfois à partir de l'écriture du modèle géométrique inverse en faisant intervenir les paramètres externes. Un exemple sera donné en §2.4.3.

Nous aurons ce type de couplage dans au moins un cas :

Cas particulier Sous réserve de l'existence du modèle géométrique direct, lorsqu'un paramètre géométrique a une influence constante sur la position de l'effecteur dans le volume de travail, il n'est pas possible de l'identifier à l'aide d'une mesure extéroceptive. Nous ne pourrons alors qu'assurer la précision du mécanisme en déplacement.

Démonstration Soit ξ_{g_α} un paramètre ayant une influence constante sur la position du mécanisme. Cela signifie que la pose de l'effecteur peut être écrite, en supposant que le modèle géométrique direct $\mathbf{g}(\mathbf{q},\xi)$ existe :

$$\mathbf{X} = \mathbf{g}(\xi'_g,\mathbf{q}) + \mathbf{k}_\alpha \xi_{g_\alpha} \tag{2.81}$$

avec $\mathbf{k}_\alpha$ le vecteur constant permettant de décrire l'influence du paramètre ξ_{g_α} sur la pose de l'effecteur, et ξ'_g le jeu de paramètres géométriques obtenu après avoir retiré ξ_{g_α} :

$$\xi'_g = \xi_g - \xi_{g_\alpha} \tag{2.82}$$

Le modèle géométrique inverse se présente donc sous la forme :

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}(\mathbf{X} - \mathbf{k}_\alpha \xi_{g_\alpha}, \xi'_g) \tag{2.83}$$

donc :

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \xi_e} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \xi_e} \tag{2.84}$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \xi_{g_\alpha}} = -\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{k}_\alpha \tag{2.85}$$

La position de l'effecteur correspond au vecteur ${}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E}$ de la transformation ${}^{R_B}T_{R_E}$, calculée à partir de la mesure extéroceptive ${}^{R_C}T_{R_M}$:

$${}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E} = {}^{R_B}\mathbf{t}_{R_C} + {}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C} \left({}^{R_C}\mathbf{t}_{R_M} + {}^{R_C}\mathbf{R}_{R_M} {}^{R_M}\mathbf{t}_{R_E} \right) \tag{2.86}$$

La dérivée de la position de l'effecteur par rapport aux paramètres définissant ${}^{R_B}\mathbf{t}_{R_C}$ est donc constante. Nous pouvons par conséquent trouver un jeu de constantes μ_β pour avoir :

$$\sum_\beta \mu_\beta \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi_{e\beta}} + \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi_{g_\alpha}} = 0 \tag{2.87}$$

Remarque Etre capable de rendre le mécanisme précis uniquement en déplacement signifie que la localisation du mécanisme par rapport au capteur n'est assurée qu'à une constante près. Ceci ne prête pas à conséquence, puisque lorsque le mécanisme sera par exemple utilisé dans des tâches de manipulation ou d'usinage, l'objet à déplacer, la pièce à usiner, devront être de toute façon également localisés par rapport au mécanisme, et donc à son repère de base.

2.4.2.4 Bilan

Théorème Le nombre de degrés de spatialité en rotation d'un mécanisme influe sur l'identifiabilité des paramètres externes définissant la position du capteur, sans conséquence sur l'amélioration de la précision du mécanisme.
L'utilisation d'une fonction d'erreur basée sur le modèle géométrique inverse ne permet pas d'assurer l'amélioration totale de la précision de tout mécanisme, quel que soit son paramétrage.

Démonstration Les deux premiers cas de couplages, analysés dans les lemmes 1 et 2, ne posent pas de problème pour l'amélioration de la précision du mécanisme. Si l'effecteur ne dispose pas d'au moins deux degrés de spatialité en rotation nous ne pourrons simplement pas identifier l'ensemble des paramètres externes. En revanche, nous ne pouvons écarter l'existence de couplages entre les paramètres géométriques et externes (lemme 3). Dans ce cas le modèle de commande ne pourra être complètement modifié pour rendre le mécanisme précis.

Remarque Il est à noter que les robots étudiés dans le quatrième chapitre (H4, I4, Orthoglide) n'ont démontré de couplages entre paramètres géométriques et externes que dans le cas de paramètres géométriques ayant une influence constante sur la pose de l'effecteur dans le volume de travail. L'utilisation du modèle inverse a donc toujours permis au moins l'obtention de la précision en déplacement.

Dans le paragraphe suivant, nous analysons pour illustrer les difficultés d'identifiabilité le cas du robot Orthoglide. La vérification des conditions d'identifiabilité sera également réalisée pour les robots H4 et I4 dans le chapitre 4.

2.4.3 Illustration - Cas du robot Orthoglide

2.4.3.1 Modélisation

Dans cet exemple, nous reprenons les hypothèses faites sur les axes des actionneurs lors de la conception du robot : ils sont supposés perpendiculaires et s'intersectant en un point. Les mécanismes quatre-barres étant supposés parfaits, seules leurs dimensions L supposées égales doivent être prises en compte dans la modélisation du mécanisme (figure 2.27).

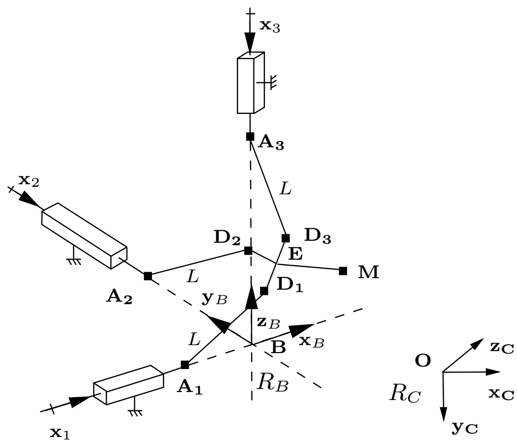


FIG. 2.27 : *Paramètres du robot Orthoglide.*

Le repère de base $R_B(\mathbf{B},\mathbf{x_B},\mathbf{y_B},\mathbf{z_B})$ est défini par le point d'intersection des axes des actionneurs et les vecteurs directeurs de leurs axes. Le repère lié à l'effecteur est défini par le centre du porte-outil **E**, ses vecteurs sont choisis identiques à ceux de R_B.

2.4.3.2 Identifiabilité

Paramètres géométriques Le modèle implicite du mécanisme est obtenu en exprimant la longueur L par fermeture de chaîne vectorielle dans le repère de base:

$$\begin{aligned} L &= \|\mathbf{A_iB} + \mathbf{BE} + \mathbf{ED_i}\| \\ &= \left\| -(\mathbf{q_i} + \mathbf{q_0}_i)\mathbf{x_i} + \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{ED_i} \\ y_{ED_i} \\ z_{ED_i} \end{pmatrix} \right\|_{R_B} \end{aligned} \tag{2.88}$$

avec $\mathbf{x_i}$ le vecteur directeur de l'actionneur i : $\mathbf{x_1} = \mathbf{x_B}$, $\mathbf{x_2} = -\mathbf{y_B}$, $\mathbf{x_3} = -\mathbf{z_B}$. L'écart entre la distance $\|\mathbf{A_iB}\|$ et la valeur articulaire affichée par le capteur proprioceptif est noté $\mathbf{q_{0i}}$.

Le modèle géométrique inverse est obtenu à partir du modèle implicite par résolution de l'équation du second ordre en $\mathbf{q}$:

$$\left\{\begin{array}{lcl} \mathbf{q_1} + \mathbf{q_{01}} & = & X + x_{ED_1} - \sqrt{L^2 - (Y + y_{ED_1})^2 + (Z + z_{ED_1})^2} \\ \mathbf{q_2} + \mathbf{q_{02}} & = & -Y - y_{ED_2} - \sqrt{L^2 - (X + x_{ED_2})^2 + (Z + z_{ED_2})^2} \\ \mathbf{q_3} + \mathbf{q_{03}} & = & -Z - z_{ED_3} - \sqrt{L^2 - (X + x_{ED_3})^2 + (Y + y_{ED_3})^2} \end{array}\right. \tag{2.89}$$

Du fait du mouvement de translation pure de l'organe terminal par rapport à la base, les couples de paramètres ($\mathbf{q_{01}}$,x_{ED_1}), ($\mathbf{q_{02}}$,y_{ED_2}) et ($\mathbf{q_{03}}$,z_{ED_3}) n'influent que par leur somme sur les variables articulaires. Le paramétrage minimal comprend donc dix paramètres : $(x_{ED_1} - \mathbf{q_{01}})$,$y_{ED_1}$,$z_{ED_1}$,$x_{ED_2}$,$(y_{ED_2} + \mathbf{q_{02}})$,$z_{ED_2}$,$x_{ED_3}$,$y_{ED_3}$,$(z_{ED_3} + \mathbf{q_{03}})$,$L$).

Paramètres externes Nous associons douze paramètres aux transformations ${}^{R_B}T_{R_C}$ et ${}^{R_E}T_{R_M}$:

- six paramètres définissent les translations de R_B à R_C et R_E à R_M

$$\begin{array}{l} {}^{R_B}\mathbf{t}_{R_C} = (x_{BC},y_{BC},z_{BC})^T \\ {}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M} = (x_{EM},y_{EM},z_{EM})^T \end{array} \tag{2.90}$$

- deux couples de trois angles d'Euler paramètrent par ailleurs les matrices ${}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C}$ et ${}^{R_E}\mathbf{R}_{R_M}$. Pour ce mécanisme, la matrice ${}^{R_B}\mathbf{R}_{R_E}$ est égale à la matrice identité, si bien que la connaissance d'une des deux matrices suffit à exprimer l'autre en fonction de la mesure ${}^{R_C}\mathbf{R}_{R_M}$:

$${}^{R_B}\mathbf{R}_{R_E} = {}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C}\,{}^{R_C}\mathbf{R}_{R_M}\,{}^{R_M}\mathbf{R}_{R_E} = \mathbf{I} \tag{2.91}$$

Comme nous l'avons montré en 2.4.2.2, l'existence de couplages entre les paramètres externes est due à la nature du déplacement de l'organe terminal du mécanisme, et s'exprime par l'invariance de $\mathbf{X}$ extrait de :

$${}^{R_B}T_{R_E} = {}^{R_B}T_{R_C}(\xi_e)\,{}^{R_C}T_{R_M}\,{}^{R_M}T_{R_E}(\xi_e) \tag{2.92}$$

Dans le cas présent

$${}^{R_B}T_{R_E} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & {}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \tag{2.93}$$

et

$$\mathbf{X} = {}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E} \tag{2.94}$$

La relation (2.72) indique l'invariance de $\mathbf{X}$, calculé à partir de (2.92), avec la variation de certains paramètres externes, pour toute pose du mécanisme. Le problème est donc équivalent à rechercher pour l'ensemble des mesures ${}^{R_C}T_{R_M}$, pour toutes les poses de l'effecteur, les paramètres externes pouvant être modifiés sans affecter la pose $\mathbf{X}$.

A partir de :

$${}^{R_C}T_{R_M} = {}^{R_C}T_{R_B}\,{}^{R_B}T_{R_E}\,{}^{R_E}T_{R_M} \tag{2.95}$$

Nous avons en translation :

$${}^{R_C}\mathbf{t}_{R_M} = {}^{R_C}\mathbf{t}_{R_B} + {}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B}\,{}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E} + {}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B}\,{}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M} \tag{2.96}$$

soit en factorisant :

$${}^{R_C}\mathbf{t}_{R_M} = {}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B}\left[{}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E} + {}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M} - {}^{R_B}\mathbf{t}_{R_C}\right] \tag{2.97}$$

Une variation simultanée de ${}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M}$ et ${}^{R_B}\mathbf{t}_{R_C}$ laisse invariante la mesure de ${}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E}$. Nous ne pourrons donc identifier que la différence ${}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M} - {}^{R_B}\mathbf{t}_{R_C}$. Durant l'identification, nous pourrons remédier à cette perte d'identifiabilité en utilisant par exemple la valeur *a priori* de ${}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M}$. La relation (2.97) permet par ailleurs la détermination de la matrice de rotation ${}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B}$. Seuls les paramètres externes ${}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M}$ et ${}^{R_B}\mathbf{t}_{R_C}$ ne sont donc pas identifiables de manière indépendante.

Paramètres géométriques-externes Réécrivons le modèle implicite en faisant intervenir la mesure extéroceptive :

$$L = \|\mathbf{A_iB} + \mathbf{BO} + \mathbf{OM} + \mathbf{ME} + \mathbf{ED_i}\|_{R_B} \tag{2.98}$$

ce qui peut s'écrire en fonction des éléments des transformations ${}^{R_B}T_{R_C}$, ${}^{R_M}T_{R_E}$ et de la mesure ${}^{R_C}T_{R_M}$:

$$L = \|\mathbf{A_iB} + {}^{R_B}\mathbf{t}_{R_C} + {}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C}{}^{R_C}\mathbf{t}_{R_M} + {}^{R_E}\mathbf{R}_{R_M}{}^{R_M}\mathbf{t}_{R_E} + \mathbf{ED_i}\|_{R_B} \tag{2.99}$$

$$L = \|\mathbf{A_iB} + {}^{R_B}\mathbf{t}_{R_C} - {}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M} + {}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C}{}^{R_C}\mathbf{t}_{R_M} + \mathbf{ED_i}\|_{R_B} \tag{2.100}$$

Nous retrouvons le couplage entre les paramètres externes ${}^{R_B}\mathbf{t}_{R_C}$ et ${}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M}$. En introduisant l'expression des vecteurs $\mathbf{A_iB}$ et $\mathbf{ED_i}$:

$$L = \left\| -(\mathbf{q_i} + \mathbf{q_0}_i)\mathbf{x_i} + \begin{pmatrix} x_{BC} - x_{EM} \\ y_{BC} - y_{EM} \\ z_{BC} - z_{EM} \end{pmatrix} + {}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C}{}^{R_C}\mathbf{t}_{R_M} + \begin{pmatrix} x_{ED_i} \\ y_{ED_i} \\ z_{ED_i} \end{pmatrix} \right\|_{R_B} \tag{2.101}$$

un couplage entre ces paramètres externes et les paramètres géométriques apparaît également. Il ne sera donc pas possible de déterminer directement à partir de la mesure extéroceptive les paramètres géométriques décrivant le mécanisme. Treize paramètres sont finalement identifiables : $(-\mathbf{q_{01}} + x_{ED_1} + x_{BC} - x_{EM})$, $(y_{ED_1} + y_{BC} - y_{EM})$, $(z_{ED_1} + z_{BC} - z_{EM})$, $(x_{ED_2} + x_{BC} - x_{EM})$, $(-\mathbf{q_{02}} - y_{ED_2} + y_{BC} - y_{EM})$, $(z_{ED_2} + z_{BC} - z_{EM})$, $(x_{ED_3} + x_{BC} - x_{EM})$, $(y_{ED_3} + y_{BC} - y_{EM})$, $(-\mathbf{q_{03}} - z_{ED_3} + z_{BC} - z_{EM})$, L et les angles (ψ_{BC},θ_{BC},φ_{BC}) paramétrant la matrice ${}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C}$.

Les couplages entre paramètres externes et géométriques qui apparaissent sont ici liés au fait que le centre du repère lié à l'effecteur n'est pas défini intrinsèquement, à l'aide de liaisons du mécanisme. La modification de sa position n'entraîne donc pas de modification de la cinématique du mécanisme. Pour pouvoir réaliser l'identification nous pouvons par conséquent choisir arbitrairement le point $\mathbf{E}$, et obtiendrons un mécanisme précis en déplacement.

2.4.4 Conclusion

L'identification des paramètres géométriques intervenant dans le modèle de commande ne peut être réalisée directement par vision, l'installation d'un capteur extéroceptif nécessitant l'introduction de paramètres externes pour le situer. Dans ce paragraphe, nous avons analysé les difficultés que peuvent poser l'introduction de ces paramètres. Nous avons pu constater qu'ils ne sont identifiables que si l'effecteur du mécanisme dispose au moins de deux degrés de spatialité en rotation. Cela n'a cependant pas d'influence sur l'amélioration de la précision du mécanisme. En revanche, il est possible que l'on ne puisse identifier certains paramètres géométriques indépendamment de paramètres liés à l'implantation du capteur. Nous avons montré que cela se produira, sous réserve de l'existence du modèle géométrique direct, avec des paramètres géométriques n'introduisant qu'une modification de la position de l'effecteur constante dans l'espace de travail. Dans ce cas l'identification ne permettra que l'obtention de la précision en déplacement. Dans le cas général, nous ne pouvons assurer l'identifiabilité de l'ensemble des paramètres géométriques. Il est à noter que les exemples développés dans le quatrième chapitre n'ont pas posé de difficultés sur ce plan.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons proposé d'utiliser la vision pour identifier les mécanismes parallèles à l'aide d'une fonction d'erreur basée sur le modèle géométrique inverse. Trois points ont été développés pour assurer l'efficacité de la méthode, c'est-à-dire la possibilité d'améliorer la précision du mécanisme en modifiant la loi de commande :

- optimisation de l'outil de métrologie pour minimiser les erreurs de mesure introduites dans le processus d'estimation des paramètres ;
- optimisation de l'estimation des paramètres pour assurer la sensibilité de la fonction d'erreur aux paramètres et sa robustesse aux erreurs de mesure ;
- analyse de l'identifiabilité des paramètres pour évaluer l'influence des paramètres définissant la position du capteur et estimer la possibilité d'améliorer effectivement la précision du mécanisme en modifiant les paramètres géométriques utilisés dans la loi de commande du mécanisme.

Sur ces trois points les résultats sont les suivants :

Optimisation de l'outil de métrologie Nous avons proposé une méthode d'automatisation de la mesure de pose lors de l'expérimentation, pour pallier les erreurs expérimentales, et l'utilisation de mires de synthèse pour améliorer les performances de l'outil de métrologie par vision dans le volume de travail du mécanisme. Une évaluation expérimentale de la mesure a été réalisée. La méthode d'automatisation permet de traiter l'ensemble des images d'une expérimentation à partir d'une séquence de trois images dépouillées manuellement, ce qui permet d'envisager une procédure d'identification quasiment autonome et peu coûteuse en temps. L'intérêt de l'utilisation de mires de synthèse est avéré, avec des performances en terme de fidélité de mesure de l'ordre de quelques micromètres en position et millièmes de degré en rotation. Dans le cas de mires affichées sur écran LCD, leur utilisation nécessite encore le développement de la prise en compte des variations de luminosité avec l'angle d'incidence entre caméra et mire.
Optimisation de l'estimation des paramètres Nous avons proposé une méthode de choix des poses utilisées durant l'expérimentation pour optimiser la sensibilité de la fonction d'erreur aux paramètres tout en limitant l'influence des erreurs de mesure. Un critère des moindres carrés standards a d'abord été sélectionné, du fait de la complexité des propriétés statistiques de la mesure extéroceptive par vision. Nous limitons alors la propagation des erreurs de mesures, particulièrement sensible pour les mécanismes parallèles, en introduisant un critère de choix des poses majorant l'erreur introduite durant l'estimation. Les simulations réalisées montrent la nécessité de la prise en compte de la propagation des erreurs de mesure à l'aide du critère proposé. Le choix des poses a été réalisé ici à partir de la connaissance *a priori* du mécanisme. Nous verrons dans le chapitre 4 l'influence de cette connaissance sur le choix des poses.
Analyse de l'identifiabilité des paramètres Nous avons analysé les conditions d'identifiabilité des paramètres géométriques et externes liés à l'implantation du capteur. L'identifiabilité des paramètres externes est possible si le mécanisme dispose au moins de deux degrés de spatialité en rotation. L'identifiabilité des paramètres géométriques ne peut être assurée de manière générale, des couplages avec les paramètres externes pouvant apparaître. L'obtention d'un mécanisme précis par modification de la loi de commande ne peut donc être formellement assurée pour tous les cas. Nous montrerons au chapitre 4 que, pour les trois robots étudiés, la précision peut au moins être obtenue en déplacement.

Chapitre 3

Couplage identification - observation des chaînes cinématiques

Sommaire

3.1 Introduction 71
3.2 Evaluation de la mesure 73
3.3 Détermination des paramètres 80
3.4 Conclusion 110

3.1 Introduction

Motivations

L'observation de l'effecteur permet d'identifier les paramètres géométriques en utilisant une fonction d'erreur basée sur le modèle géométrique inverse. Cette observation n'offre cependant pas autant d'avantages que dans le cas de mécanismes sériels. Pour ces derniers le critère peut être en effet écrit directement dans l'image, ce qui permet d'éviter le calcul explicite de la pose de la mire par rapport à la caméra. Une telle approche est possible car il est "facile" de passer de l'espace articulaire à l'image : la formulation dans ce sens est analytique et simple à obtenir (figure 3.1). Pour un mécanisme parallèle, ce n'est en revanche généralement pas le cas du fait de la difficulté de passage de l'espace articulaire à l'espace opérationnel (figure 3.2).

Par ailleurs, les performances de l'identification sont liées à la précision de la mesure par vision. Pour des mécanismes à large volume de travail, même en utilisant des mires de synthèse, la précision va se dégrader du fait du volume de mesure nécessaire.

Enfin, l'identification par observation de l'effecteur n'est souvent pas envisageable en ligne, lors du fonctionnement normal du mécanisme : l'effecteur est un organe déjà occupé par un préhenseur ou une broche. Dans le cas d'une machine-outil, il peut de plus être situé dans une zone où l'environnement est incompatible avec l'observation à l'aide d'une caméra (présence de copeaux, lubrifiant, etc).

Dans l'état de l'art nous avons vu que l'utilisation de capteurs proprioceptifs redondants peut être un moyen efficace d'identifier le mécanisme. Cette efficacité peut notamment s'expliquer par la relation forte existante entre l'état des chaînes cinématiques instrumentées et la cinématique

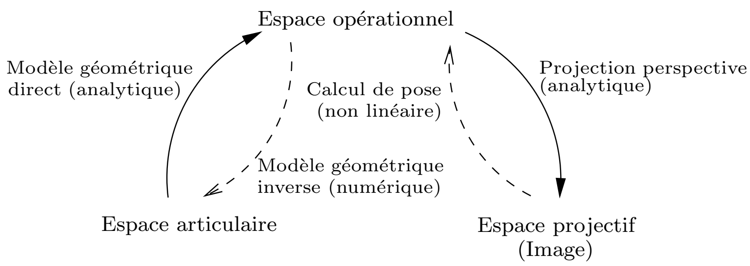


Fig. 3.1 : *L'identification géométrique d'un mécanisme sériel dans l'image fait appel au passage de l'espace articulaire à l'espace opérationnel, puis à l'image. Ces deux passages (en trait continu) peuvent être exprimés facilement, contrairement à leurs inverses (en traits pointillés).*

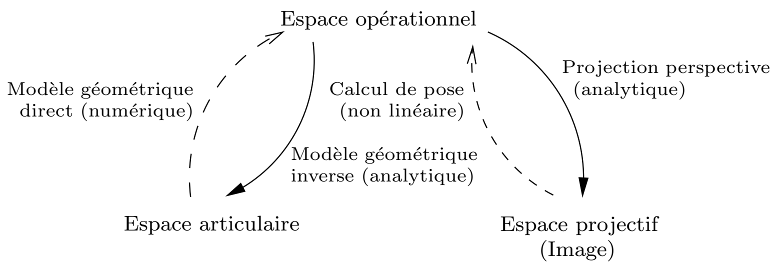


Fig. 3.2 : *Dans le cas d'un mécanisme parallèle, un passage analytique global de l'espace articulaire à l'image ne peut plus être réalisé simplement en transitant par l'espace opérationnel.*

du mécanisme : pour la plupart des mécanismes spatiaux à six degrés de liberté, la matrice jacobienne inverse est par exemple composée des coordonnées Plückeriennes des chaînes cinématiques [Mer88]. L'identification peut de plus être réalisée en ligne, aucun dispositif ne venant interférer avec les éléments du mécanisme. Les contraintes sur la conception du mécanisme sont en revanche fortes : l'intégration des capteurs doit être prévue dès sa conception.

Afin de profiter de la richesse de l'information obtenue par l'analyse de l'état des chaînes cinématiques tout en conservant les avantages d'une mesure extéroceptive par vision, nous proposons d'utiliser l'information disponible par observation des chaînes cinématiques à l'aide d'un capteur de vision. Dans le cas de mécanismes possédant des articulations fixes entre les chaînes cinématiques et la base, il est *a priori* facile d'obtenir une image au moins partielle de plusieurs jambes pour toute position de l'organe terminal, quel que soit le volume de travail. Recueillir de l'information sur l'état des chaînes cinématiques par leur observation n'impose par ailleurs aucune contrainte au moment de la conception du mécanisme. En transitant non plus par l'espace opérationnel mais par un espace décrivant l'état des chaînes cinématiques, il devient enfin envisageable de travailler de nouveau directement dans l'image.

Propositions

L'efficacité de l'approche ne sera avérée que si elle est applicable à différents mécanismes parallèles, et permet l'amélioration de leur précision. Nous proposons par conséquent de développer les deux points suivants :

Evaluation de la mesure Dans un premier temps, nous analysons la nature de l'information disponible par observation de chaînes cinématiques et en réalisons une évaluation expérimentale.

Méthodologie de détermination des paramètres Dans un deuxième temps, nous proposons des méthodes d'identification basées sur l'observation des chaînes cinématiques pour plusieurs familles de mécanismes parallèles. Une évaluation par simulation sur un exemple est réalisée pour en estimer la performance et la comparer à une méthode basée sur l'observation de l'effecteur.

3.2 Evaluation de la mesure

Afin de mettre en place un algorithme d'identification adapté à l'observation des chaînes cinématiques, il s'agit dans un premier temps de répondre à deux questions :

- De quelle information pouvons-nous disposer en observant une chaîne cinématique à l'aide d'une caméra?
- Avec quelle précision pouvons-nous obtenir cette information?

Ce deuxième point nous permettra en particulier d'estimer par la suite les performances de l'approche sur des simulations de l'identification.

3.2.1 Nature des éléments observés

Les chaînes cinématiques des mécanismes parallèles sont très souvent composées d'éléments de géométrie élancée, quasiment uni-dimensionnelle. Lorsque le mécanisme est actionné par des jambes extensibles, ces dernières doivent en effet avoir des courses importantes pour obtenir un volume de travail de l'effecteur suffisant. Dans le cas de mécanismes à chaînes cinématiques articulées en rotation, l'utilisation d'éléments de grande longueur permet par ailleurs d'amplifier les vitesses et accélérations de l'effecteur et d'accroître ainsi les performances dynamiques du mécanisme. Pour des raisons de résistance mécanique et de disponibilité, les éléments sont souvent de nature cylindrique. Nous avons donc restreint l'évaluation de la mesure au cas de l'observation d'objets de forme cylindrique.

3.2.2 De l'image à la mesure

Propriété L'observation d'un cylindre à l'aide d'une caméra respectant le modèle sténopé permet la détermination de son orientation par rapport à la caméra et, si son diamètre est connu, de sa position définie par celle d'un point de son axe.

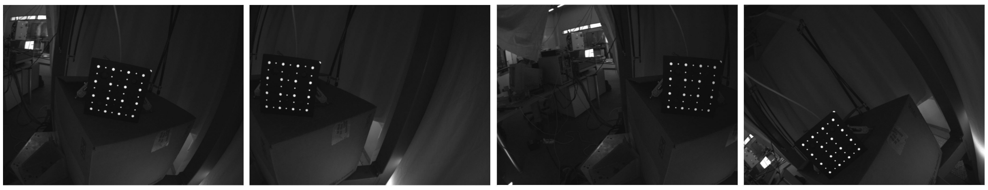
L'extraction des informations sur la configuration du cylindre à partir de l'image a lieu en quatre temps, représentés dans le tableau 3.1.

3.2.2.1 Etape 1 - Etalonnage de la caméra

La formation de l'image est supposée, comme dans le chapitre précédent, respecter le modèle sténopé. Dans un premier temps, la caméra est étalonnée en utilisant une mire (figure 3.1) et en suivant la procédure décrite dans le premier chapitre (§1.3.2.1). Ceci permet la détermination des paramètres intrinsèques décrivant la caméra : focale, distorsions. La détermination de ces dernières permet de redresser les images. Dans la suite nous utiliserons donc les expressions décrivant le modèle sténopé en l'absence de toute distorsion.

Etape 1 - Etalonnage de la caméra

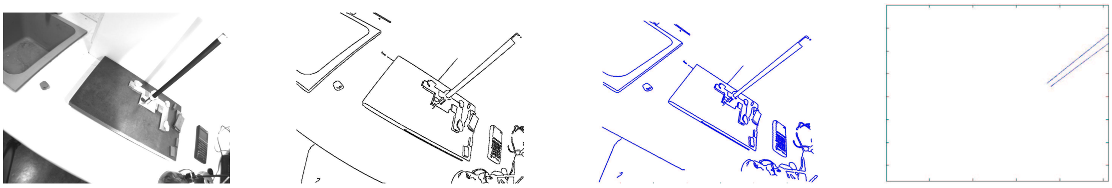
Détermination des paramètres intrinsèques de la caméra.



Minimisation non linéaire $\rightarrow$ Paramètres intrinsèques $(f_x, f_y, u_0, v_0, a_{i\in[1,5]}, p_1, p_2)$

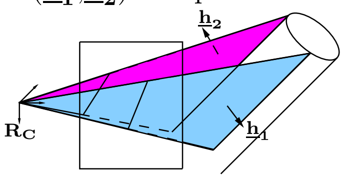
Etape 2 - Détermination des limbes du cylindre

Détection des bords puis estimation des droites associées



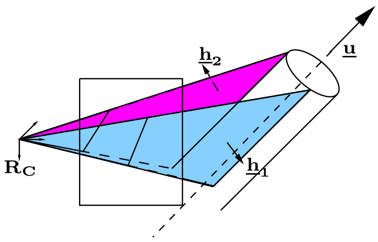
(a) Image originale (b) Détection de bords (c) Correction des distorsions (d) Identification des limbes

Droites dans l'image $\rightarrow$ Normales $(\underline{\mathbf{h_1}}, \underline{\mathbf{h_2}})$ aux plans d'interprétation passant par les limbes



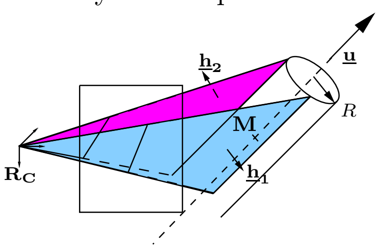
Etape 3 - Calcul de l'orientation du cylindre

Calcul de l'orientation $\underline{\mathbf{u}}$ du cylindre à partir de l'image : $\underline{\mathbf{u}} = \frac{\underline{\mathbf{h_1}} \times \underline{\mathbf{h_2}}}{\|\underline{\mathbf{h_1}} \times \underline{\mathbf{h_2}}\|}$



Etape 4 - Calcul d'un point de l'axe du cylindre

Calcul d'un point $\mathbf{M}$ de l'axe du cylindre à partir de l'image : $\underline{\mathbf{h_i}}.\mathbf{M} = \epsilon_i R$, $i \in [1,2]$



TAB. 3.1 : *Principe de la mesure par vision à partir de l'observation d'un cylindre.*

3.2.2.2 Etape 2 - Détermination des limbes du cylindre

Considérons la caméra observant un cylindre de rayon R que nous supposons pour l'instant inconnu (figure 3.3).

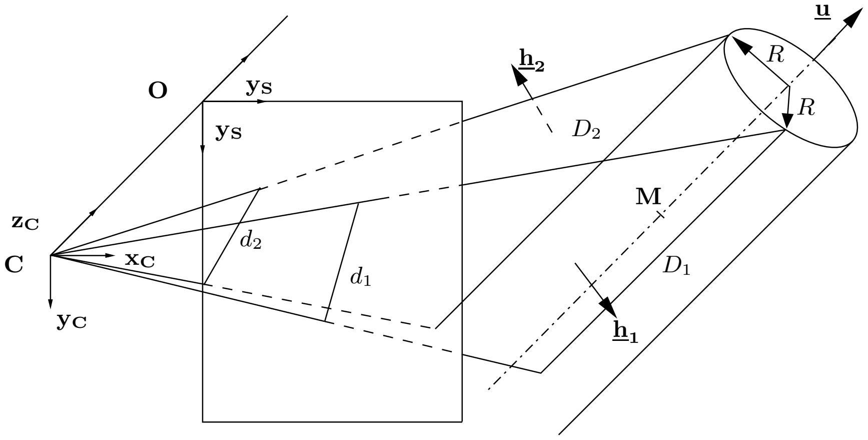


FIG. 3.3 : *Projection perspective du cylindre, et son image sur le capteur.*

La détermination des limbes du cylindre a lieu en deux temps :

1. détection des bords du cylindre par application d'un filtre de Canny [Can86] ;
2. détermination des droites dans l'image par estimation aux moindres carrés.

Remarques

- Il ne s'agit pas de la seule méthode permettant la détermination des limbes du cylindre. Connaissant la nature géométrique des limbes, nous aurions pu utiliser une transformée de Hough [HM93]. Il aurait été également possible d'effectuer directement la recherche de la projection du cylindre dans l'image, afin de conserver une liaison entre les deux limbes recherchées. La simplicité de mise en oeuvre a été ici favorisée.
- Pratiquement, le redressement des images, c'est-à-dire la correction des distorsions, a lieu après la détection des bords du cylindre et non directement sur les images en niveaux de gris, afin de ne corriger que les points nous intéressant pour le calcul de l'attitude du cylindre.

A partir de la position des limbes dans l'image nous pouvons situer partiellement leur position dans le repère caméra. Par projection, les limbes d'un cylindre sont deux droites sécantes, sauf si l'axe du cylindre passe par le centre de projection $\mathbf{C}$ (figure 3.3). Nous définissons chaque limbe D_i, $i \in [1{,}2]$ par ses coordonnées de Plücker ($\underline{\mathbf{u_i}}$,$\mathbf{h_i}$) [GCB97, PPR98] , avec $\underline{\mathbf{u_i}}$ le vecteur directeur unitaire de D_i et $\mathbf{h_i}$ défini par :

$$\mathbf{h}_i = \underline{\mathbf{u_i}} \times \mathbf{CP} \tag{3.1}$$

où $\mathbf{P}$ est un point arbitraire de D_i. Cette définition induit une orientation des droites dans l'espace.

Chaque image de la limbe d_i, $i \in [1{,}2]$ peut être définie par un triplet $(a_i{,}b_i{,}c_i)$ tel que cette droite est définie dans le repère lié au capteur $R_s(\mathbf{O}{,}\mathbf{x_s}{,}\mathbf{y_s})$ par les relations :

$$\begin{cases} (a_i\ b_i\ c_i)(x\ y\ 1)^T = 0 \\ a_i^2 + b_i^2 + c_i^2 = 1 \end{cases} \tag{3.2}$$

Du fait des propriétés de la projection perspective, le triplet $(a_i{,}b_i{,}c_i)$ et $\mathbf{h_i}$ sont colinéaires. Il est donc possible à partir du triplet définissant la droite dans l'image d'estimer $\underline{\mathbf{h_i}}$:

$$(a_i{,}b_i{,}c_i)^T = \frac{\mathbf{h_i}}{\|\mathbf{h_i}\|} = \underline{\mathbf{h_i}} \tag{3.3}$$

en ayant orienté les droites dans l'image.

Le vecteur obtenu $\underline{\mathbf{h_i}}$ est le vecteur normal au plan passant par le centre de projection $\mathbf{C}$ et la limbe D_i, également appelé plan d'interprétation.

3.2.2.3 Etape 3 - Calcul de l'orientation de l'axe du cylindre

Comme la projection $(\underline{\mathbf{h_1}}{,}\underline{\mathbf{h_2}})$ du cylindre est désormais connue, la direction de l'axe du cylindre peut être calculée par :

$$\underline{\mathbf{u}} = \frac{\underline{\mathbf{h_1}} \times \underline{\mathbf{h_2}}}{\|\underline{\mathbf{h_1}} \times \underline{\mathbf{h_2}}\|} \tag{3.4}$$

car, d'après (3.1), avec $\underline{\mathbf{u_1}} = \underline{\mathbf{u_2}} = \underline{\mathbf{u}}$:

$$\begin{array}{l} \underline{\mathbf{h_1}}.\underline{\mathbf{u}} = 0 \\ \underline{\mathbf{h_2}}.\underline{\mathbf{u}} = 0 \end{array} \tag{3.5}$$

Aucune information dimensionnelle sur le cylindre n'est utilisée pour avoir son orientation.

3.2.2.4 Etape 4 - Calcul de la position de l'axe du cylindre

Les limbes appartenant au cylindre, elles sont situées à une distance R de son axe. Nous supposons désormais ce rayon connu. Soit $\mathbf{M}(x_M{,}y_M{,}z_M)$ un point de l'axe du cylindre. Le vecteur $\underline{\mathbf{h_i}}$ étant normal au plan d'interprétation, la distance séparant la limbe et le point $\mathbf{M}$ peut être immédiatement exprimée :

$$\underline{\mathbf{h_i}}.\mathbf{M} = \epsilon_i R,\ i \in [1{,}2] \tag{3.6}$$

avec $\epsilon_1 = \pm 1$, $\epsilon_2 = -\epsilon_1$.

La détermination de ϵ_1 est réalisée dans l'image en niveaux de gris en analysant la position du cylindre par rapport à l'image de la limbe d_1. Comme les droites sont choisies avec la même orientation, ϵ_1 et ϵ_2 sont de signes opposés.

Remarque Le système (3.6) est sous-déterminé. En effet, si l'on décompose $\mathbf{M}$ selon la base orthogonale $(\underline{\mathbf{u}}{,}\underline{\mathbf{h_1}}{,}\underline{\mathbf{u}} \times \underline{\mathbf{h_1}})$, la vérification des équations (3.6) impose :

$$\begin{array}{rcl} \underline{\mathbf{h_1}}.\mathbf{M} & = & \underline{\mathbf{h_1}}.(\alpha\underline{\mathbf{u}} + \beta\underline{\mathbf{h_1}} + \gamma\underline{\mathbf{u}} \times \underline{\mathbf{h_1}}) \\ & = & \beta \\ \underline{\mathbf{h_2}}.\mathbf{M} & = & \underline{\mathbf{h_2}}.(\alpha\underline{\mathbf{u}} + \beta\underline{\mathbf{h_1}} + \gamma\underline{\mathbf{u}} \times \underline{\mathbf{h_1}}) \\ & = & \beta\underline{\mathbf{h_2}}.\underline{\mathbf{h_1}} + \gamma\underline{\mathbf{h_2}}.(\underline{\mathbf{u}} \times \underline{\mathbf{h_1}}) \end{array} \tag{3.7}$$

Le noyau de la matrice $[\underline{\mathbf{h_1}}\ \underline{\mathbf{h_2}}]$ est donc égal à l'axe $\underline{\mathbf{u}}$ du cylindre. La position $\mathbf{M}$ peut être calculée en choisissant un point particulier, obtenu en fixant une des coordonnées, ou bien en calculant la solution de (3.6) en utilisant la pseudo-inverse de $[\underline{\mathbf{h_1}}\ \underline{\mathbf{h_2}}]$. Le point obtenu est alors le point de l'axe le plus proche du centre de projection $\mathbf{C}$ [PTVF92].

(a) Position 1 (b) Position 2 (c) Position 3 (d) Position 4 (e) Position 5

FIG. 3.4 : *Positions de la plate-forme pour l'estimation de répétabilité.*

Position	σ_ψ (°)	σ_θ (°)	$\sigma_{x_{svd}}$ (mm)	$\sigma_{y_{svd}}$ (mm)	$\sigma_{z_{svd}}$ (mm)	$\sigma_{x_{part}}$ (mm)	$\sigma_{z_{part}}$ (mm)
1	5.2E-2	6.0E-2	5.1E-2	7.3E-1	1.1E-1	4.0E-2	9.4E-2
2	1.9E-2	1.8E-2	6.7E-2	2.0E-1	2.2E-1	1.3E-2	4.0E-2
3	1.9E-2	4.2E-2	2.9E-1	4.0E-1	2.6E-1	4.2E-2	1.0E-1
4	2.6E-2	4.2E-2	1.7E-1	3.6E-1	1.1E-1	2.5E-2	7.5E-2
5	1.1E-2	1.2E-2	8.7E-2	8.8E-2	1.7E-1	1.0E-2	2.8E-2

TAB. 3.2 : *Ecarts-types estimés caractérisant la répétabilité de mesure de position et d'orientation de la chaîne cinématique.*

3.2.3 Evaluation expérimentale

Il s'agit d'évaluer les propriétés de justesse et de fidélité de la mesure ainsi réalisée. Deux expérimentations sont conduites afin d'évaluer chacune de ces propriétés. Sans être exhaustive, cette caractérisation permettra le choix et l'évaluation des algorithmes d'identification adaptés à ces informations.

3.2.3.1 Evaluation de la fidélité

Contexte Afin de considérer des chaînes cinématiques de géométries compatibles avec celles des mécanismes que nous souhaitons identifier, nous avons utilisé une plate-forme de Gough Deltalab à usage pédagogique. Pour évaluer la variation de fidélité de la mesure, plusieurs orientations de la chaîne mesurée sont utilisées (figure 3.4).

Afin de majorer la fidélité de mesure, la chaîne cinématique étudiée est située dans l'arrière-plan des images (figure 3.4(a)). 100 images sont enregistrées pour chacune des cinq positions considérées. Chacune de ces 100 images est obtenue comme la moyenne de 10 prises de vues afin d'éliminer les bruits haute-fréquence.

Résultats L'orientation de la chaîne est exprimée en utilisant deux angles (ψ,θ) définis comme les deux premiers angles d'Euler. La position de la chaîne est calculée à l'aide d'une décomposition SVD de l'équation (3.6) (point $\mathbf{M_{svd}}(x_{svd},y_{svd},z_{svd})$), ainsi qu'en recherchant le point situé dans un plan $y_M = 0$ (point $\mathbf{M_{part}}(x_{part},0,z_{part})$). Les résultats sont indiqués dans le tableau 3.2.

Pour cette configuration de mesure, la fidélité semble meilleure en utilisant le calcul d'un point particulier de l'axe plutôt que la solution par décomposition SVD. La comparaison est cependant délicate, les points déterminés n'ayant pas la même position sur l'axe. La fidélité de mesure est de l'ordre de $0.05mm$ et $0.1mm$ pour les coordonnées x_{part} et z_{part} du point déterminé de l'axe. L'orientation est déterminée avec une fidélité de l'ordre de 0.05° pour chaque angle.

Ces résultats sont évidemment bien en deçà des caractéristiques d'un codeur angulaire, pour ce qui concerne la mesure d'orientation, ou d'un capteur de déplacement pour la position. Néanmoins la richesse de l'information (3 informations de position et 2 d'orientation) permettent d'envisager l'utilisation d'une telle mesure pour l'identification.

3.2.3.2 Evaluation de la justesse

Principe Afin d'évaluer la justesse de la mesure, nous confrontons dans cette évaluation les déplacements évalués d'un objet cylindrique aux déplacements qui lui sont imposés. Une procédure similaire à celle employée pour la mesure de pose par observation d'une mire aurait pu être appliquée afin d'évaluer la présence de biais et les paramètres favorisant son apparition. Une seule configuration est testée ici. Elle a été choisie volontairement pénalisante sur le plan de l'observabilité de l'élément cylindrique : l'objet présente un faible diamètre apparent dans l'image, ce qui doit tendre à diminuer la qualité de la mesure. Son apparence dans l'image (figure 3.5) est proche de celle d'éléments cylindriques d'un mécanisme comme le I4 (figure 3.6).

FIG. 3.5 : *Image de l'élément cylindrique utilisé pour l'évaluation de justesse.*

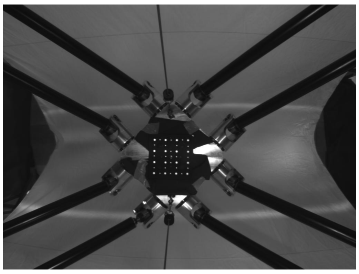


FIG. 3.6 : *Observation des chaînes cinématiques d'un mécanisme parallèle I4.*

Le déplacement de référence est obtenu en interposant des cales étalons de métrologie entre le support de l'élément cylindrique et un élément fixe par rapport au marbre de référence.

Une quinzaine de positions différentes sont considérées. Pour chacune d'elles deux images sont enregistrées.

Résultats Tout au long du déplacement de l'objet cylindrique, les angles caractérisant l'orientation de son axe doivent rester constants. Nous observons tout de même une variation sensible, de l'ordre de 2°, des angles estimés (figure 3.7). Cette variation peut être due à deux facteurs.

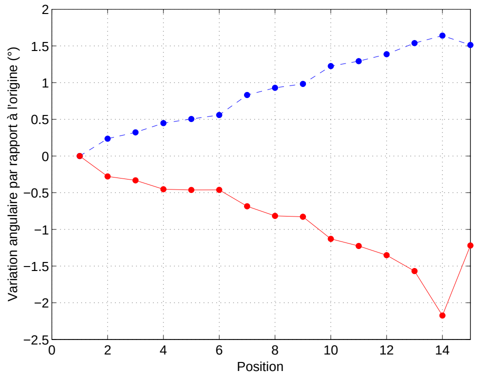
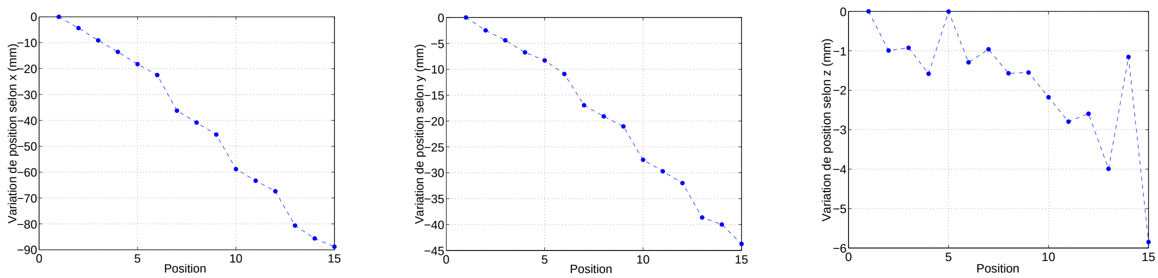


FIG. 3.7 : *Variations angulaires par rapport à la configuration initiale (ψ : trait pointillé, θ : trait continu).*



(a) Evolution selon x

(b) Evolution selon y

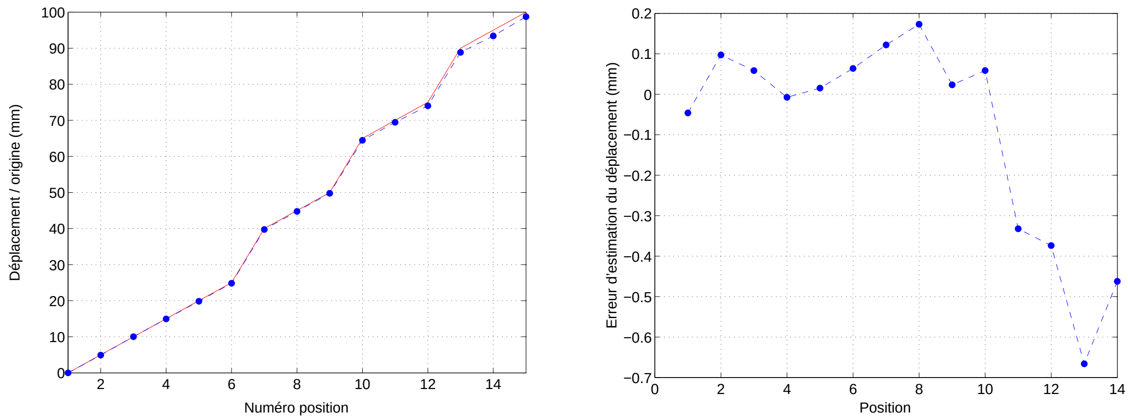
(c) Evolution selon z

FIG. 3.8 : *Evolution des coordonnées estimées du point appartenant à l'axe du cylindre. Les discontinuités dans les courbes sont dues à des points retirés pour cause d'erreurs expérimentales.*

L'étalonnage de la caméra est peut être insuffisant, entraînant une compensation incorrecte des distorsions, ou bien un artefact dû à l'éclairage a biaisé les mesures. Le nombre d'images pour l'étalonnage sera augmenté pour les autres acquisitions, afin de bien couvrir tout le champ de vision, et les éclairages seront choisis afin d'éviter un éclairage trop directionnel.

Les coordonnées du point appartenant à l'axe semblent évoluer linéairement avec le déplacement imposé de l'objet cylindrique (figure 3.8). La mesure de position est essentiellement pénalisée selon l'axe optique z de la caméra : les estimations de fidélité obtenues en considérant les écarts relevés pour chaque couple d'images sont égales à $0.11mm$ pour la position selon x, $0.25mm$ selon y et $0.83mm$ selon z. Ces ordres de grandeur sont compatibles avec ceux obtenus dans l'évaluation précédente.

L'estimation du déplacement semble légèrement biaisée (figure 3.9), tout comme les variations angulaires. L'erreur maximale est relativement faible, de l'ordre de 0.7mm pour un déplacement de 150mm.



(a) Comparaison des déplacements par rapport à l'origine (trait continu : déplacement imposé, trait pointillé : mesure).

(b) Erreurs d'estimation du déplacement

FIG. 3.9 : *Comparaison des déplacements imposés et estimés.*

3.2.4 Conclusion

L'observation de chaînes cinématiques comprenant des éléments cylindriques nous permet donc de déterminer leur orientation et leur position par rapport à la caméra, connaissant leur diamètre.

Les résultats expérimentaux montrent une fidélité et une justesse de mesure plutôt bonnes en regard des conditions expérimentales choisies et du traitement des données effectué. Sur un plan pratique, l'étalonnage de la caméra et l'éclairage de la scène devront être choisis avec soin. L'utilisation de détections subpixelliques des limbes [Ste00], voire la détection simultanée des deux limbes afin de tenir compte de la géométrie de l'élément devraient permettre un net gain des caractéristiques de la mesure. Elle sera dans la suite utilisée en l'état. Dans le quatrième chapitre, l'influence de l'éventuel biais de mesure et des erreurs de fidélité sera donc analysée à travers les résultats de l'identification.

3.3 Détermination des paramètres

3.3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, la fonction d'erreur, basée sur le modèle géométrique inverse, peut être écrite à la seule condition expérimentale d'observer l'effecteur dans l'ensemble de l'espace de travail. Il est alors relativement facile de placer la caméra en une position pour laquelle cette condition est vérifiée. Dans le cas de l'observation des chaînes cinématiques liant la base à l'effecteur, il semble nettement plus difficile de parvenir à observer l'ensemble des chaînes simultanément. Des occultations des chaînes vont se produire au cours du déplacement de l'effecteur. Nous proposons donc de construire des algorithmes d'identification utilisant l'information obtenue par observation des chaînes cinématiques mais s'affranchissant de toute contrainte sur le nombre, le lieu des positions successives de la caméra [RAGM03, RAGM04]. A la manière de l'identification dans l'image des mécanismes sériels, il serait également intéressant qu'ils rendent possible par ailleurs la simultanéité de la mesure dans l'image et de l'identification.

Dans le premier chapitre, nous avons distingué trois familles de mécanismes parallèles selon la présence dans les chaînes cinématiques de liaisons glissières. Dans ce paragraphe, nous proposons pour chacune de ces trois familles un algorithme d'identification. Le modèle à identifier est tout d'abord présenté avant de donner les conditions nécessaires à son identification et la méthode proposée. Les performances de l'identification par observation des chaînes cinématiques sont évaluées par simulation pour le cas d'une plate-forme de Gough.

3.3.2 Famille 1 - Liaisons prismatiques entre les éléments des chaînes cinématiques

Le mécanisme à identifier comporte n chaînes cinématiques, composées de deux éléments, entre la base et l'effecteur (figures 3.10 et 3.11). Nous considérons des liaisons passives de type pivot, rotule ou cardan aux extrémités des chaînes. Ces chaînes sont actionnées ou non en longueur. Nous incluons le cas de chaînes se réduisant à un élément de longueur fixe, que nous désignerons pour simplifier "*chaînes de longueur fixe*".

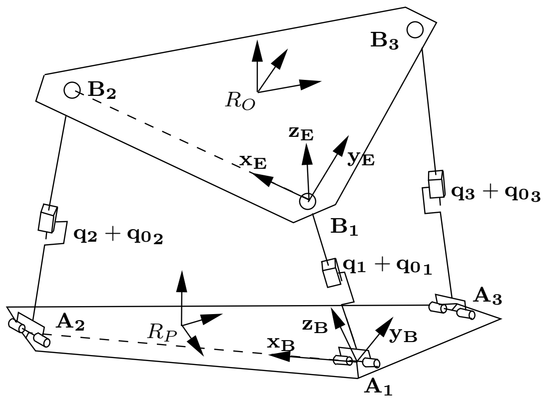


FIG. 3.10 : *Exemple de mécanisme spatial appartenant à la première famille de mécanismes étudiée. $n = 3$: trois chaînes cinématiques de type pivot-prismatique-rotule.*

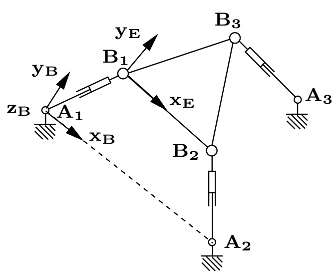
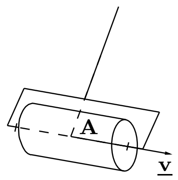
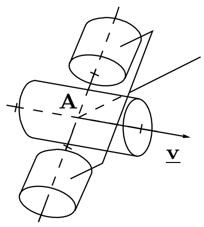
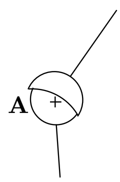


FIG. 3.11 : *Exemple de mécanisme plan appartenant à la première famille de mécanismes étudiée. $n = 3$: trois chaînes cinématiques de type pivot-prismatique-pivot.*

3.3.2.1 Modélisation

Hypothèses Nous considérons tout comme Wang l'a constaté pour la plate-forme de Gough [WM93] que l'influence des défauts des liaisons est négligeable devant celle des erreurs de positionnement des liaisons, de sorte que le mécanisme est défini par la position relative des éléments caractéristiques des liaisons. Pour une liaison pivot, il s'agit de son centre **A** (tableau 3.3) et de la direction de son axe de rotation $\underline{\mathbf{v}}$. Une liaison rotule est uniquement définie par son centre **A**. Une liaison cardan est constituée de deux liaisons pivots d'axes perpendiculaires. Sa définition comprend donc la position du point d'intersection **A** des axes et la direction de l'axe de rotation $\underline{\mathbf{v}}$ de l'une des liaisons pivots.

Nous supposons également que les défauts de coaxialité entre les axes des éléments cylindriques et les droites joignant les centres des liaisons $\mathbf{A_i}$ et $\mathbf{B_i}$ (figure 3.10) sont négligeables.

Nature de la liaison	**Représentation**	**Eléments caractéristiques**
Liaison pivot		$(\mathbf{A},\underline{\mathbf{v}})$
Liaison cardan		$(\mathbf{A},\underline{\mathbf{v}})$
Liaison rotule		**A**

TAB. 3.3 : *Eléments caractéristiques des liaisons pivot, cardan et rotule.*

Paramètres à identifier Les paramètres géométriques définissant le mécanisme sont donc :

- les positions des centres des liaisons sur la base $\mathbf{A_j}$;
- les axes des liaisons pivots et cardans sur la base $\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}$;
- les positions des centres des liaisons sur l'effecteur $\mathbf{B_j}$;
- les axes des liaisons pivots et cardans sur l'effecteur $\underline{\mathbf{w}}_\mathbf{j}$;
- les longueurs mortes $\mathbf{q_{0j}}$, c'est-à-dire la différence entre les valeurs des capteurs intégrés aux liaisons prismatiques et les distances entre les extrémités des chaînes cinématiques.

Paramétrage Nous souhaitons pouvoir identifier le mécanisme en utilisant plusieurs positions successives de la caméra, mais sans avoir besoin de localiser chacune de ces positions par rapport au mécanisme. Nous choisissons donc d'identifier les positions relatives des liaisons des chaînes cinématiques sur la base et l'effecteur, et nous définissons pour cela les paramètres géométriques dans des repères intrinsèques au mécanisme.

Pour un mécanisme spatial, nous définissons un repère R_B sur la base et un repère R_E sur l'organe terminal à partir des liaisons. Un mécanisme spatial comporte au moins trois chaînes cinématiques. Sous réserve d'avoir trois centres de liaisons distincts sur la base et l'effecteur, le repère R_B peut donc être défini à partir des centres des liaisons sur la base, et R_E avec les centres des liaisons sur l'effecteur. Dans le cas d'un mécanisme plan, les liaisons sur la base sont définies par leur position et par l'axe de rotation perpendiculaire au plan du mécanisme. Le repère R_B peut dans ce cas être défini par cet axe de rotation et deux centres de liaisons. La définition de R_E ne nécessite alors que deux centres de liaisons.

Lors de l'utilisation du mécanisme, la pose commandée est la transformation euclidienne entre le repère associé à la pièce à usiner ou à déplacer R_P et le repère lié à l'outil R_O (figure 3.10). Les transformations ${}^{R_P}T_{R_B}$ et ${}^{R_E}T_{R_O}$ sont spécifiques à chaque application et re-positionnement du mécanisme dans son environnement. Nous utiliserons des techniques d'identification de transformations base/caméra et bras/oeil [ZR96, TL89, AHE01, SA89] pour identifier ces transformations.

3.3.2.2 Conditions nécessaires d'identifiabilité

L'identification des paramètres géométriques d'un mécanisme appartenant à la première famille de mécanismes, comportant n chaînes cinématiques entre la base et l'effecteur, à l'aide d'une caméra placée en N_C positions différentes nécessite le respect des conditions suivantes :

1. Chaque chaîne cinématique doit avoir été observée au moins une fois après avoir placé la caméra dans les N_C positions successives. Lorsqu'elles sont observables, les chaînes doivent être placées selon deux orientations différentes.

2. Les nombres n_α de chaînes observables pour les positions α successives de la caméra et les nombres r_α de chaînes parmi elles liées à la base par une liaison pivot doivent être tels que :
$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} \left(C^2_{n_\alpha} + C^2_{r_\alpha} + r_\alpha(n_\alpha - 1) \right) \geq N_B \tag{3.8}$$
où N_B représente le nombre de paramètres nécessaires pour décrire les éléments caractéristiques des liaisons sur la base. Pour un mécanisme spatial disposant de n chaînes dont r sont liées à la base par une liaison pivot, $N_B = 3n - 6 + 2r$. Pour un mécanisme plan, $N_B = 2n - 2$. La condition est nécessaire à l'identification des centres des liaisons sur la base.

3. Les nombres $n_{AC\alpha}$ de chaînes actionnées ou de longueur fixe observables pour les positions α successives de la caméra doivent être tels que :
$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} C^2_{n_{AC\alpha}} \geq n_{AC} \tag{3.9}$$
avec n_{AC} le nombre total de chaînes actionnées ou de longueur fixe. La condition est nécessaire à l'identification des longueurs mortes.

Conditions nécessaires - suite

4. Les nombres de chaînes actionnées $n_{AC\alpha}$ observables pour les positions successives α de la caméra doivent également vérifier :

$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} C^2_{n_{AC_\alpha}} \geq N_E \tag{3.10}$$

avec N_E le nombre de paramètres décrivant la position des centres des liaisons sur l'effecteur de chaînes actionnées ou de longueur fixe. Pour un mécanisme spatial, $N_E = 3n - 6$, et pour un mécanisme plan, $N_E = 2n - 3$. La condition est nécessaire à l'identifiabilité des centres des liaisons sur l'effecteur.

5. Si des chaînes actionnées ou de longueur fixe sont liées à l'effecteur par des liaisons pivots, chacune doit pouvoir être observée avec au moins deux autres chaînes également actionnées ou de longueur fixe, pour au moins une position de la caméra. La même condition doit être respectée pour chaque chaîne liée à la base ou à l'effecteur par une liaison cardan dont l'orientation de l'axe intervient dans la modélisation géométrique.

6. Si une chaîne cinématique passive connecte la base à l'effecteur, la détermination des éléments caractéristiques de sa liaison sur l'effecteur nécessite l'observabilité simultanée de cette chaîne avec trois autres chaînes actionnées ou de longueur fixe.

Remarque Les conditions sont données en définissant N_C comme le nombre de positions successives d'une caméra. Il est également possible d'utiliser plusieurs caméras disposées autour du mécanisme. Dans ce cas, N_C sera défini comme la somme du nombre de positions successives de chaque caméra.

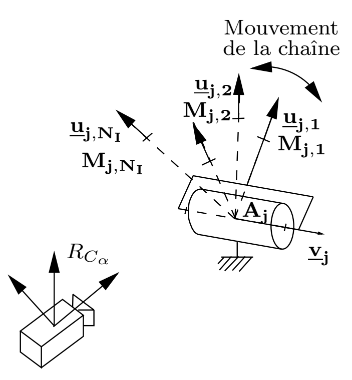
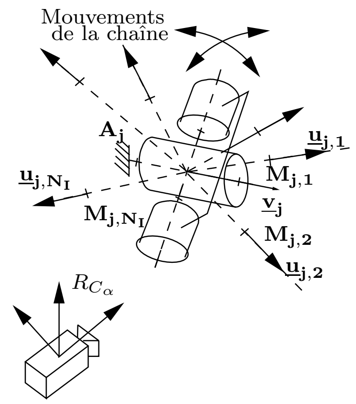
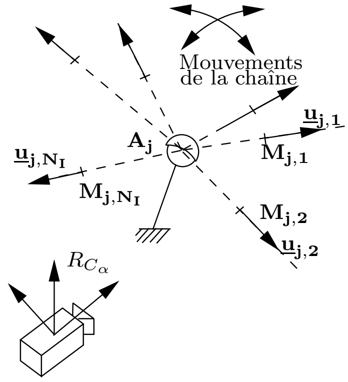
Ces conditions sont nécessaires à la détermination des paramètres géométriques en utilisant la méthode proposée dans la suite, également représentée sous forme schématique dans le tableau 3.5 p.91. Elles sont des conditions nécessaires dans le cas général, leur suffisance dépend des mouvements des chaînes cinématiques pour le mécanisme à identifier.

3.3.2.3 Etape 1 - Estimation des paramètres de la base dans le repère de la caméra

Dans cette première étape, nous déterminons les éléments caractéristiques (centres, axes) des liaisons sur la base dans le repère lié à la caméra.

L'observation simultanée de l'ensemble des chaînes cinématiques peut être rendue difficile par leur disposition, ou la taille du mécanisme. Nous considérons donc qu'il est nécessaire de placer la caméra en N_C positions successives pour observer l'ensemble des chaînes. Aucune hypothèse n'est faite concernant la nature des poses atteintes pour chaque position de la caméra : il n'est en particulier pas supposé que les poses atteintes sont identiques. Dans cette étape nous considérons une des positions de la caméra définie par la position du repère R_{C_α} (tableau 3.4).

A partir de l'observation de la chaîne j pour N_I différentes positions de l'organe terminal (tableau 3.4), nous pouvons estimer dans R_{C_α} les vecteurs directeurs de la chaîne $\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j},\mathbf{k}}$, $k \in [1,N_I]$ et un point de l'axe de la chaîne pour ces différentes positions $\mathbf{M}_{\mathbf{j},\mathbf{k}}$, $k \in [1,N_I]$.

<table>
<tr><th>Liaison pivot</th><th>Liaison cardan</th><th>Liaison rotule</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

TAB. 3.4 : *Mouvements des chaînes cinématiques pour l'identification des éléments caractéristiques des liaisons.*

Nous pouvons alors en déduire :

a) Centre de liaison Pour une liaison rotule, cardan ou pivot, le centre de la liaison $\mathbf{A_j}$ dans R_{C_α} appartient à l'axe de la chaîne pour les N_I poses :

$$\mathbf{A_j M_{j,k}} \times \underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k}} = \mathbf{0},\, k \in [1,N_I] \tag{3.11}$$

Les coordonnées de $\mathbf{A_j}$ sont donc obtenues en résolvant le système sur-déterminé obtenu par concaténation des $3 \times N_I$ équations (3.11). Comme les trois équations fournies par le produit vectoriel ne sont pas indépendantes, la solution est obtenue par décomposition en valeurs singulières. Au moins deux orientations différentes de l'axe sont nécessaires pour estimer la position du centre de liaison.

b) Axe de liaison Pour une liaison pivot, le vecteur directeur $\underline{\mathbf{v}}_{\mathbf{j}}$ de son axe est perpendiculaire au vecteur directeur $\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k}}$ de l'axe de la chaîne :

$$\underline{\mathbf{v}}_{\mathbf{j}} . \underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k}} = 0,\, k \in [1,N_I] \tag{3.12}$$

Le vecteur $\underline{\mathbf{v}}_{\mathbf{j}}$ peut donc être déterminé par résolution du système sur-déterminé obtenu par concaténation des N_I équations (3.12). Au moins deux orientations différentes de la chaîne sont nécessaires pour estimer le vecteur.

Pour une liaison cardan, si l'orientation de l'axe de la liaison pivot en contact avec la base a une influence sur la cinématique du mécanisme (mécanisme de Tsai par exemple [Tsa96]), elle sera calculée dans la quatrième étape de l'algorithme (paragraphe 3.3.2.6).

3.3.2.4 Etape 2 - Estimation des paramètres de la base dans le repère de base

Principe Nous connaissons à la fin de la première étape les éléments caractéristiques de certaines liaisons sur la base dans différents repères caméra R_{C_α}. Exprimer l'ensemble des éléments caractéristiques des liaisons dans le repère de base R_B nécessite le calcul des poses successives de la caméra par rapport à R_B. Ce calcul peut être fait de manière explicite, en introduisant les $6 \times N_C$ inconnues correspondantes, ou bien de manière implicite en recherchant directement les paramètres décrivant les liaisons dans R_B.

Nous retenons la deuxième solution car elle nous permet :

1. de conserver un nombre constant de paramètres à identifier quel que soit le nombre de positions de la caméra ;

2. de nous affranchir de la connaissance *a priori* sur les transformations ${}^{R_B}T_{R_C}$ qui serait nécessaire pour entamer un processus d'identification par optimisation non-linéaire. Ces transformations sont délicates à estimer car le repère caméra n'est pas matérialisé.

Une fonction d'erreur est créée en utilisant l'invariance du produit scalaire par transformation euclidienne. Nous travaillons entre le repère de base, dans lequel nous souhaitons connaître les éléments caractéristiques des liaisons, et les repères caméra utilisés successivement.

Pour une position de la caméra définie par un repère $R_{C\alpha}$, n_α chaînes sont considérées pouvoir être observées pour toute position de l'organe terminal. Soit r_α le nombre de liaisons pivots parmi les n_α liaisons correspondantes sur la base. Notons également N_α le jeu de chaînes observables, et R_α le jeu de chaînes observables étant liées à la base par une liaison pivot.

Les positions des n_α centres de liaisons ont été calculées dans le repère $R_{C\alpha}$ dans l'étape 1. Nous pouvons donc exprimer $(n_\alpha - 1)$ vecteurs indépendants $\mathbf{A_j A_g}$, $(j,g) \in N_\alpha$, et à partir de ces derniers exprimer $C^2_{n_\alpha} = n_\alpha(n_\alpha - 1)/2$ produits scalaires indépendants. Il est également possible d'exprimer $C^2_{r_\alpha}$ produits scalaires entre les vecteurs identifiés des liaisons pivots. Enfin, en considérant l'union $\mathbf{V}$ des vecteurs $\mathbf{A_j A_g}$ et des vecteurs directeurs des liaisons pivots :

$$\mathbf{V} = \{\mathbf{A_j A_g},\, (j,g) \in N_\alpha\} \cup \left\{\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j},\, j \in R_\alpha\right\} \tag{3.13}$$

il est possible d'exprimer également $r_\alpha(n_\alpha - 1)$ produits scalaires supplémentaires. Finalement, nous disposons de N_V relations indépendantes pour chaque position de la caméra :

$$N_V = C^2_{n_\alpha} + C^2_{r_\alpha} + r_\alpha(n_\alpha - 1) \tag{3.14}$$

En utilisant l'invariance du produit scalaire, les paramètres caractéristiques des liaisons peuvent être obtenus dans R_B par minimisation non-linéaire de la fonction d'erreur F_1 :

$$F_1 = \sum_{\alpha=1}^{N_C} \sum_{(p,q)} [\mathbf{V_p}.\mathbf{V_q}|_{R_{C\alpha}} - \mathbf{V_p}.\mathbf{V_q}|_{R_B}]^2 \tag{3.15}$$

avec N_C le nombre de positions de la caméra, $\mathbf{V_j}$ le j-ième élément de $\mathbf{V}$ et $.|_R$ désignant le repère R dans lequel les vecteurs $\mathbf{V_j}$ sont exprimés. Les produits scalaires sont effectués entre deux vecteurs positions, éventuellement identiques, entre deux vecteurs directeurs de liaisons différents, ou entre un vecteur directeur de l'axe d'une liaison et un vecteur position.

Conditions d'identifiabilité Pour déterminer les éléments caractéristiques des liaisons dans le repère de base R_B, deux conditions sont nécessaires :

1. Toutes les chaînes doivent être observées avec la caméra au moins une fois, afin de mettre en jeu les paramètres correspondants dans la fonction d'erreur F_1 ;

2. Le nombre de relations contenues dans la fonction d'erreur doit être plus grand ou égal au nombre de paramètres à identifier. Pour un mécanisme spatial, trois paramètres sont nécessaires pour définir les positions relatives des centres de liaisons utilisés pour construire le repère de base. Trois paramètres supplémentaires sont nécessaires pour chaque autre centre de liaison sur la base, et deux paramètres pour chaque liaison pivot sur la base. Le nombre N_B de paramètres à identifier est donc égal dans ce cas à :

$$N_B = 3 + 3(n - N_D) + 2r \tag{3.16}$$

avec r le nombre total de liaisons pivots sur la base, et N_D le nombre de centres de liaisons utilisées pour définir R_B : $N_D = 3$.

Pour un mécanisme plan, le repère de base est construit à partir de deux centres de liaisons, l'un étant choisi comme origine du repère. Un seul paramètre est alors nécessaire pour définir la position de la seconde liaison, ainsi qu'un paramètre pour définir le plan dans lequel est contenu le mécanisme. Pour toute liaison supplémentaire, deux paramètres sont nécessaires pour décrire la position du centre de liaison. Si des liaisons pivots sont présentes, elles sont nécessairement d'axes parallèles à la normale au plan du mécanisme. Le paramétrage de leur axe n'est donc pas nécessaire. Le nombre N_B de paramètres à identifier est donc égal dans ce cas à :

$$N_B = 2 + 2(n - N_D) \tag{3.17}$$

avec N_D le nombre de centres de liaisons utilisées pour définir R_B : $N_D = 2$.

La seconde condition d'identifiabilité devient par conséquent :

$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} \left(C_{n_\alpha}^2 + C_{r_\alpha}^2 + r_\alpha(n_\alpha - 1) \right) \geq N_B \tag{3.18}$$

A la fin de cette seconde étape, les paramètres associés aux liaisons sur la base sont déterminés dans le repère lié à la base.

Remarque Si les conditions d'identifiabilité précédentes ne peuvent être remplies, l'utilisation supplémentaire d'une mire liée à la base peut permettre de conduire malgré tout l'identification : pour chaque position de la caméra, l'observation des chaînes cinématiques et de la mire permet d'une part de calculer les éléments caractéristiques des liaisons dans le repère caméra et d'autre part de déterminer la pose de la mire par rapport à la caméra. Les éléments caractéristiques peuvent donc tous être exprimés dans le repère lié à la mire, et l'on peut en déduire leur description dans R_B.

3.3.2.5 Etape 3 - Estimation des longueurs mortes

Principe Dans cette troisième étape, les longueurs mortes, c'est-à-dire les écarts entre les valeurs renvoyées par les codeurs et les distances entre les extrémités des chaînes cinématiques sont identifiées. Dans le cas d'une chaîne de longueur fixe, c'est sa longueur qui sera identifiée. Une fonction d'erreur est construite en exprimant tout comme Notash [NP97] la conservation de la distance entre les centres des liaisons sur l'effecteur.

Pour chaque position successive de la caméra définie par le repère $R_{C\alpha}$, les positions des centres des liaisons sur la base $\mathbf{A_j}$, $j \in N_\alpha$ et les vecteurs directeurs $\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k}}$, $j \in N_\alpha$, $k \in [1,N_I]$

des axes des chaînes sont connus dans le repère caméra à l'issue de l'étape 1. La position de l'extrémité de chaque chaîne $\mathbf{B_{j,k}}$, pour chaque position de l'effecteur peut donc être exprimée pour les N_I poses enregistrées, avec pour seule inconnue les décalages $\mathbf{q_{0j}}$:

$$\mathbf{B_{j,k}}_{R_{C\alpha}} = \mathbf{A_j}_{R_{C\alpha}} + (\mathbf{q_{j,k}} + \mathbf{q_{0j}})\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k}R_{C\alpha}},\ k \in [1,N_I] \tag{3.19}$$

Soit n_{AC} le nombre de chaînes actionnées ou de longueur fixe, et AC_α le sous-ensemble de $n_{AC\alpha}$ chaînes observables pour la position α de la caméra. Un nombre $C^2_{n_{AC\alpha}}$ de distances $\|\mathbf{B_j B_g}\|$ indépendantes peut être exprimé. Par comparaison de ces valeurs entre deux positions successives, nous pouvons alors construire une fonction d'erreur F_2 ne dépendant que des n_{AC} décalages $\mathbf{q_{0j}}$:

$$F_2 = \sum_{\alpha=1}^{N_C} \sum_{k=1}^{N_I-1} \sum_{(j,g)\in AC_\alpha,\ g>j} \left[\|\mathbf{B_{j,k+1}B_{g,k+1}}\|^2_{R_{C\alpha}} - \|\mathbf{B_{j,k}B_{g,k}}\|^2_{R_{C\alpha}} \right]^2 \tag{3.20}$$

qui devient en développant :

$$\begin{aligned} F_2 = \sum_{\alpha=1}^{N_C} \sum_{k=1}^{N_I-1} \sum_{(j,g)\in AC_\alpha,\ g>j} \Big[&\|\mathbf{A_g} - \mathbf{A_j} + (\mathbf{q_{g,k+1}} + \mathbf{q_{0g}})\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{g,k+1}} - (\mathbf{q_{j,k+1}} + \mathbf{q_{0j}})\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k+1}}\|^2_{R_{C\alpha}} \\ &- \|\mathbf{A_g} - \mathbf{A_j} + (\mathbf{q_{g,k}} + \mathbf{q_{0g}})\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{g,k}} - (\mathbf{q_{j,k}} + \mathbf{q_{0j}})\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k}}\|^2_{R_{C\alpha}} \Big]^2 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Les longueurs mortes sont obtenues par optimisation non-linéaire de F_2.

Pour un mécanisme ayant des chaînes cinématiques de longueur fixe, la valeur du codeur sera fixée à zéro dans les expressions précédentes, et la longueur morte sera égale à la longueur de la chaîne.

Remarque Il est important de remarquer que cette troisième étape n'utilise que les informations exprimées dans les repères caméra $R_{C\alpha}$ (étape 1), mais pas les résultats de l'étape 2. Nous n'avons donc pas propagation des erreurs entre l'étape précédente et celle-ci.

Conditions d'identifiabilité Deux conditions sont nécessaires à l'identifiabilité des paramètres $\mathbf{q_{0j}}$, $j \in [1,n_{AC}]$:

1. Chaque chaîne cinématique doit être observée au moins une fois avec la caméra, ce qui est déjà une condition nécessaire dans l'étape précédente ;

2. Le nombre de relations doit par ailleurs être plus grand ou égal au nombre n_{AC} d'inconnues :

$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} C^2_{n_{AC\alpha}} \geq n_{AC} \tag{3.22}$$

3.3.2.6 Etape 4 - Estimation des paramètres de l'effecteur

Centres des liaisons L'étape précédente permet de calculer dans $R_{C\alpha}$ la valeur moyenne des distances entre les centres des liaisons sur l'effecteur $\|\mathbf{B_j B_g}\|$ pour les n_{AC} chaînes actionnées ou de longueur fixe (le cas des chaînes passives sera traité en fin de paragraphe). Il est par conséquent possible de calculer les positions relatives des centres des liaisons $\mathbf{B_j}|_{R_E}$ sur l'effecteur. Pour cela, nous construisons une fonction d'erreur exprimant l'invariance des distances entre les centres des liaisons par changement de repère :

$$F_3 = \sum_{\alpha=1}^{N_C} \sum_{(j,g)\in AC_\alpha,\, g>j} \left[\|\mathbf{B_j B_g}\|^2_{R_{C_\alpha}} - \|\mathbf{BjB_g}\|^2_{R_E} \right]^2 \tag{3.23}$$

qui permet d'estimer les paramètres par optimisation non-linéaire de la fonction.

Pour ce faire, chaque chaîne doit être observée au moins une fois avec la caméra. De plus, le nombre de relations doit être supérieur au nombre de paramètres N_E à identifier. Pour un mécanisme spatial, celui-ci est identique au nombre de paramètres décrivant la position des centres des liaisons sur la base :

$$N_E = 3 + 3(n - N_D) \tag{3.24}$$

et pour un mécanisme plan, comme la normale au plan a été identifiée avec la position des liaisons sur la base :

$$N_E = 1 + 2(n - N_D) \tag{3.25}$$

La condition d'identifiabilité s'exprime donc par :

$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} C^2_{n_{AC_\alpha}} \geq N_E \tag{3.26}$$

Axes des liaisons pivots La transformation entre le repère R_{C_α} lié à la caméra et le repère R_E lié à l'effecteur ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E} = ({}^{R_{C_\alpha}}\mathbf{R}_{R_E}, {}^{R_{C_\alpha}}\mathbf{t}_{R_E})$ peut être estimée à partir des positions des points $\mathbf{B_j}$ connues désormais dans ces repères :

$$\left({}^{R_{C_\alpha}}\mathbf{R}_{R_E}\mathbf{B_j}|_{R_E} + {}^{R_{C_\alpha}}\mathbf{t}_{R_E}\right) \times \mathbf{B_{j,k}}|_{R_{C_\alpha}} = \mathbf{0},\, \forall k \in [1,N_I] \tag{3.27}$$

La transformation ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E}$ est définie par six paramètres. Chaque équation (3.27) fournit deux relations indépendantes. Trois points $\mathbf{B_j}$ distincts sont donc nécessaires. Seuls les points $\mathbf{B_j}$ appartenant à des chaînes actionnées ou de longueur fixe ont été estimés précédemment dans R_E. La condition nécessaire à l'estimation de ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E}$ est donc de pouvoir observer trois chaînes actionnées ou de longueur fixe, dont celle(s) liée(s) à l'effecteur par une liaison pivot, pour une position de la caméra : $n_{AC_\alpha} \geq 3$.

Ceci permet alors d'exprimer l'orientation de chaque chaîne $\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k}}$ et la position d'un point de son axe $\mathbf{M_k}$ dans le repère R_E lié à l'effecteur pour chaque position k de l'effecteur. La détermination de l'axe $\underline{\mathbf{w}}_{\mathbf{j}}$ de la liaison est dès lors équivalente à celle réalisée dans l'étape 1 pour les liaisons situées sur la base. Pour un mécanisme plan, les directions des axes des liaisons pivots sont déjà identifiées sur la base : le calcul n'est donc pas nécessaire.

Axes des liaisons cardans A l'issue des étapes 1 et 2, nous disposons de l'expression des centres des liaisons sur la base dans les repères R_{C_α} et R_B. Le calcul de la transformation ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_B}$ entre les repères liés à la caméra et à la base peut donc être conduit d'une manière similaire à celui utilisé pour estimer ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E}$ dans le paragraphe précédent :

$$\left({}^{R_{C_\alpha}}\mathbf{R}_{R_B}\mathbf{A_j}|_{R_B} + {}^{R_{C_\alpha}}\mathbf{t}_{R_B}\right) \times \mathbf{A_{j,k}}|_{R_{C_\alpha}} = 0,\, \forall k \tag{3.28}$$

Trois chaînes actionnées ou de longueur fixe doivent être observées simultanément. Dans ce cas, la connaissance de ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_B}$ et ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E}$ permet d'estimer ${}^{R_B}T_{R_E}$, pour identifier les axes des liaisons cardans à partir d'une fonction d'erreur basée sur le modèle géométrique inverse.

Chaînes passives De la connaissance de ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E}$, à partir de la relation (3.27), la position du centre de la liaison d'une chaîne passive avec l'effecteur peut être exprimée dans le repère caméra R_{C_α} en fonction de ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E}$ et de sa position dans le repère R_E lié à l'effecteur. Trois chaînes actionnées ou de longueur fixe et la chaîne passive doivent être observées simultanément. L'appartenance du centre $\mathbf{B_j}$ de la liaison à la chaîne cinématique peut alors être exprimée par :

$$\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k}}|_{R_{C_\alpha}} \times \mathbf{A_j B_j}|_{R_{C_\alpha}} = 0,\ k \in [1,N_I] \tag{3.29}$$

Dans l'étape 1, le centre $\mathbf{A_j}$ de la liaison sur la base a été déterminé dans R_{C_α}. Le centre de la liaison sur l'effecteur peut donc être déterminé par résolution du système linéaire sur-déterminé (3.29). Au moins deux orientations de l'axe de la chaîne sont nécessaires.

Si les axes des liaisons de la chaîne passive interviennent également dans la modélisation du mécanisme, ils peuvent être déterminés comme ceux des liaisons cardans, en utilisant une fonction d'erreur basée sur le modèle géométrique inverse. Trois chaînes actionnées ou de longueur fixe doivent également dans ce cas pouvoir être observées en même temps que la chaîne passive.

3.3.3 Famille 2 - Liaisons prismatiques sur la base

Dans ce cas, les n chaînes cinématiques liant la base à l'effecteur du mécanisme sont considérées composées de deux éléments dont l'un est en liaison glissière avec la base (figure 3.12). Les liaisons glissières sont actionnées et les liaisons entre les deux éléments, et sur l'effecteur, sont de type pivot, rotule ou cardan. Nous considérons également le cas d'éléments connectés à l'effecteur de type parallélogramme articulé (figure 3.13).

La caméra est supposée placée afin d'observer les éléments des chaînes connectés à l'effecteur.

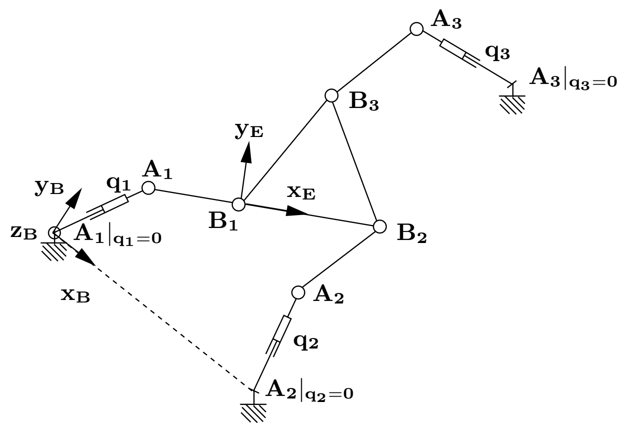
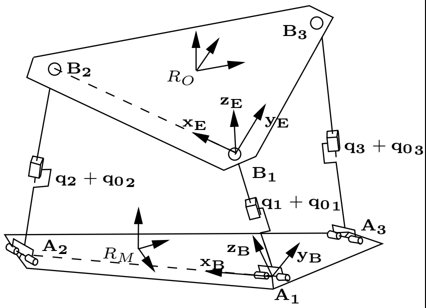


Fig. 3.12 : *Exemple de mécanisme plan appartenant à la deuxième famille de mécanismes étudiée. $n = 3$: trois chaînes cinématiques de type prismatique-pivot-pivot.*

3.3.3.1 Modélisation

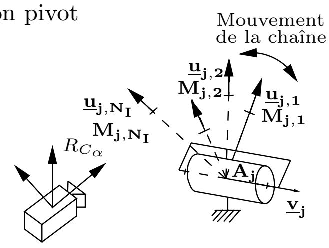
Hypothèses Comme pour la première famille de mécanismes, l'influence des défauts des liaisons est considérée négligeable devant celle des erreurs de positionnement des liaisons. La géométrie du mécanisme est donc décrite par les positions et orientations des éléments caractéristiques des liaisons sur la base, l'effecteur, et entre les éléments, ainsi que la longueur des éléments connectés à l'effecteur. Les liaisons glissières sur la base sont décrites par le vecteur directeur

Famille 1 - Mécanismes parallèles avec liaison glissière entre les éléments de la chaîne cinématique

Exemple	Eléments observés :
	Eléments des chaînes liant la base à l'effecteur Paramètres identifiés : - Paramètres des liaisons sur la base $\mathbf{A_j}\|_{\mathbf{R_B}}$, $\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}\|_{\mathbf{R_B}}$ - Paramètres des liaisons sur l'effecteur $\mathbf{B_j}\|_{\mathbf{R_E}}$, $\underline{\mathbf{w}}_\mathbf{j}\|_{\mathbf{R_E}}$ - Longueurs mortes $\mathbf{q_{0_j}}$

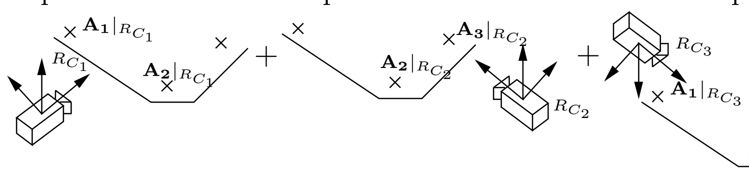
Etape 1 - Estimation des paramètres de la base dans le repère de la caméra

Exemple : Liaison pivot



$\rightarrow \ (\mathbf{A_j}|_{R_{C_\alpha}}, \underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}|_{R_{C_\alpha}})$

Etape 2 - Estimation des paramètres de la base dans le repère de base

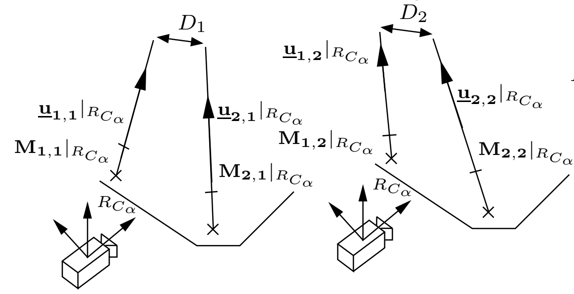


$\rightarrow \ (\mathbf{A_1}, \mathbf{A_2}, \mathbf{A_3})|_{R_B}$

En exprimant la conservation du produit scalaire entre les vecteurs ($\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}$, $\mathbf{A_jA_k}$) :

$$(\mathbf{A_j}|_{R_{C_\alpha}}, \underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}|_{R_{C_\alpha}}) \ \rightarrow \ (\mathbf{A_j}|_{R_B}, \underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}|_{R_B})$$

Etape 3 - Estimation des longueurs mortes



$D_1 = D_2 \ \rightarrow \ (\mathbf{q_{0_1}}, \mathbf{q_{0_2}})$

Détermination des $\mathbf{q_{0_j}}$ en exprimant la conservation de la distance entre les points $\mathbf{B_j}$.

Etape 4 - Estimation des paramètres de l'effecteur

- $\mathbf{B_j}|_{R_E}$: expression de la conservation des distances entre les $\mathbf{B_j}|_{R_{C_\alpha}}$ calculés à l'étape 3
- $\underline{\mathbf{w}}_\mathbf{j}|_{R_E}$: détermination de ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E}$ d'où $(\mathbf{M}|_{R_E}, \underline{\mathbf{u}}_{R_E})$ puis calcul similaire à l'étape 1
- Axes des liaisons cardans : détermination de ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_B}$ et ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E}$, d'où ${}^{R_B}T_{R_E}$ puis utilisation du modèle géométrique inverse
- Centres des liaisons des chaînes passives sur l'effecteur : détermination de ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E}$, puis calcul de $\underline{\mathbf{u}}|_{R_E}$ et expression de la colinéarité avec $\mathbf{AB}|_{R_{C_\alpha}}$

TAB. 3.5 : *Identification de la première famille de mécanismes .*

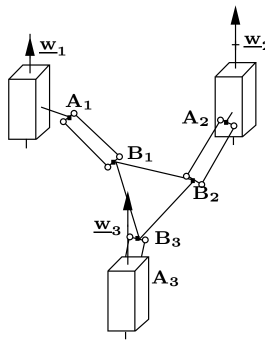


FIG. 3.13 : *Exemple de mécanisme spatial appartenant à la deuxième famille de mécanismes étudiée. $n = 3$: mécanisme Delta à actionnement linéaire [ZSR96]. Les paramètres à identifier dans le cas de parallélogrammes spatiaux sont les dimensions* $\|\mathbf{A_j B_j}\|$.

de leur axe $\underline{\mathbf{w}}$ (figure 3.13) et un point lui appartenant. Les éléments caractéristiques des autres liaisons ont été décrits dans le paragraphe 3.3.2.1.

Dans le cas de parallélogrammes articulés, ceux-ci sont supposés parfaits, auquel cas seule leur grande dimension doit être identifiée [Vis96], ainsi que la position des centres $\mathbf{A_j}$ et $\mathbf{B_j}$ des petits côtés des parallélogrammes.

Les défauts de coaxialité entre les axes des éléments cylindriques et les droites joignant les centres des liaisons $\mathbf{A_i}$ et $\mathbf{B_i}$ sont supposés négligeables.

Paramètres à identifier La géométrie du mécanisme est décrite par :

- la position des centres des liaisons $\mathbf{A_j}$, décrite lorsque les capteurs proprioceptifs des actionneurs correspondants sont à leur zéro ;
- la direction des axes $\underline{\mathbf{w}}_\mathbf{j}$ des actionneurs ;
- les directions $\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}$ des axes des liaisons pivots et cardans situées en $\mathbf{A_j}$;
- les longueurs L_j des éléments connectés à l'effecteur ;
- la position des centres des liaisons $\mathbf{B_j}$ sur l'effecteur, et s'il y a lieu, la direction des axes des liaisons pivots ou cardans sur l'effecteur.

Paramétrage Comme pour la première famille de mécanismes, nous identifions les paramètres listés dans le paragraphe précédent dans des repères construits à partir des éléments définissant les liaisons.

Le repère R_B est défini à l'aide des centres de liaisons $\mathbf{A_j}$ en translation par rapport à la base. Comme leur position évolue en fonction des variables articulaires imposées au niveau des actionneurs, la position utilisée pour créer les repères est celle des points $\mathbf{A_j}$ lorsque les valeurs des capteurs proprioceptifs intégrés aux actionneurs sont nulles. Le repère R_E lié à l'effecteur est défini par les centres des liaisons $\mathbf{B_j}$.

Dans le cas d'un mécanisme plan, les liaisons sur la base sont définies par leur position et par l'axe de rotation perpendiculaire au plan du mécanisme. Le repère R_B peut dans ce cas être défini par cet axe de rotation et deux centres de liaisons $\mathbf{A_j}$ lorsque les valeurs des capteurs proprioceptifs intégrés aux actionneurs sont nulles. La définition de R_E ne nécessite alors que deux centres de liaisons.

3.3.3.2 Conditions nécessaires d'identifiabilité

L'identification des paramètres géométriques d'un mécanisme appartenant à la deuxième famille de mécanismes, comportant n chaînes cinématiques composées de deux éléments entre la base et l'effecteur, à l'aide d'une caméra placée en N_C positions différentes nécessite le respect des conditions suivantes :

1. Chaque chaîne cinématique doit avoir été observée au moins une fois après avoir placé la caméra dans les N_C positions successives. Lorsqu'elles sont observables, les chaînes doivent être placées selon deux orientations différentes pour deux positions différentes de l'actionneur associé.

2. Les nombres n_α de chaînes observables pour les positions α successives de la caméra et les nombres r_α de chaînes parmi elles ayant une liaison pivot entre leurs deux éléments doivent être tels que :

$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} \left(2C_{n_\alpha}^2 + C_{r_\alpha}^2 + (r_\alpha + n_\alpha)(n_\alpha - 1) + n_\alpha r_\alpha\right) \geq N_B \tag{3.30}$$

   où N_B représente le nombre de paramètres nécessaires pour décrire les éléments caractéristiques des liaisons glissières sur la base et des liaisons entre les deux éléments de chaque chaîne. Pour un mécanisme spatial disposant de n chaînes dont r ont une liaison pivot entre leurs deux éléments, $N_B = 5n - 6 + 2r$. Pour un mécanisme plan, $N_B = 3n - 2$. La condition est nécessaire à l'identification des paramètres liés aux liaisons glissières et aux liaisons de centre $\mathbf{A_j}$.

3. Les nombres n_α de chaînes observables pour les positions α successives de la caméra doivent être tels que :

$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} C_{n_\alpha}^2 \geq n \tag{3.31}$$

4. Les nombres de chaînes observables n_α doivent également vérifier :

$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} C_{n_\alpha}^2 \geq N_E \tag{3.32}$$

   avec N_E le nombre de paramètres décrivant la position des centres des liaisons sur l'effecteur. Pour un mécanisme spatial, $N_E = 3n - 6$, et pour un mécanisme plan, $N_E = 2n - 3$. La condition est nécessaire à l'identifiabilité des centres des liaisons sur l'effecteur.

5. Si des liaisons pivots sont situées sur l'effecteur, chacune des chaînes cinématiques correspondantes doit pouvoir être observée avec au moins deux autres chaînes. La même condition doit être respectée pour chaque chaîne dont la liaison de centre $\mathbf{A_j}$ ou $\mathbf{B_j}$ est une liaison cardan dont l'orientation de l'axe intervient dans la modélisation géométrique.

Remarque Comme pour la première famille de mécanismes, ces conditions sont données en définissant N_C comme le nombre de positions successives d'une caméra. Il est également possible d'utiliser plusieurs caméras disposées autour du mécanisme. Dans ce cas, N_C sera défini comme la somme du nombre de positions successives de chaque caméra.

Ces conditions sont nécessaires à la détermination des paramètres géométriques en utilisant la méthode proposée dans la suite, également représentée sous forme schématique dans le tableau 3.6 p.97. Elles sont des conditions nécessaires dans le cas général, leur suffisance dépend des mouvements des chaînes cinématiques pour le mécanisme à identifier.

3.3.3.3 Etape 1 - Estimation des paramètres de la base dans le repère de la caméra

Chaque chaîne cinématique liant la base à l'effecteur est composée de deux éléments liés à la base par l'intermédiaire d'une liaison prismatique actionnée. L'identification des éléments caractéristiques de chaque liaison glissière et de la liaison située entre les deux éléments est réalisée en deux temps : l'organe terminal est tout d'abord déplacé pour obtenir la modification de l'orientation des éléments de la chaîne correspondante, tout en bloquant l'actionneur associé. Le centre de la liaison $\mathbf{A_j}$ (figure 3.13) et, s'il y a lieu, la direction de son axe $\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}$ peuvent alors être déterminés dans le repère caméra (figure 3.14). Il suffit d'utiliser à nouveau les relations (3.11) et (3.12). Au moins deux orientations différentes de l'élément observé sont nécessaires.

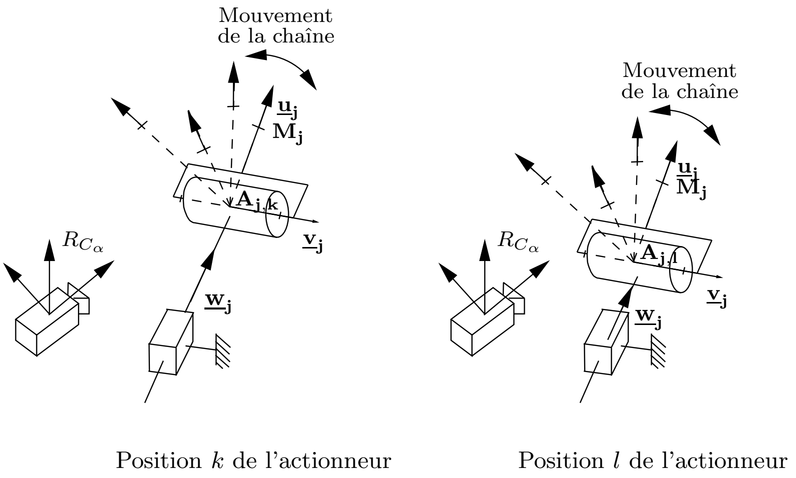


FIG. 3.14 : *Mouvement séquentiel de la chaîne cinématique pour identifier l'axe de la liaison glissière et les éléments caractéristiques de la liaison située entre les deux éléments - Cas d'une liaison pivot.*

Dans un deuxième temps, le centre $\mathbf{A_j}$ de la liaison est déplacé à l'aide de l'actionneur. Entre deux positions k et l, le déplacement est connu grâce au capteur proprioceptif intégré à l'actionneur. En réidentifiant la position du centre $\mathbf{A_j}$ pour la nouvelle position atteinte, il est alors facile de déterminer le vecteur directeur $\underline{\mathbf{w}}_\mathbf{j}$ de l'axe de la liaison prismatique en écrivant :

$$\mathbf{A_{j,k}A_{j,l}} = (\mathbf{q_{j,l}} - \mathbf{q_{j,k}})\underline{\mathbf{w}}_\mathbf{j} \tag{3.33}$$

Nous pouvons alors exprimer la position des points $\mathbf{A_j}$ dans le repère caméra à partir de la connaissance de la valeur délivrée par le capteur proprioceptif, pour toute position de l'effecteur.

Pour déterminer les éléments caractéristiques de la liaison glissière et de la liaison située entre les deux éléments de la chaîne, quatre images sont donc au minimum nécessaires.

3.3.3.4 Etape 2 - Estimation des paramètres de la base dans le repère de base

Principe Pour une position de la caméra définie par un repère $R_{C\alpha}$, n_α chaînes sont considérées pouvoir être observées pour toute position de l'organe terminal. Soit r_α le nombre de liaisons pivots parmi les n_α liaisons de centre $\mathbf{A_j}$. Notons également N_α le jeu de chaînes observables, et R_α le jeu de chaînes observables comportant une liaison pivot entre les deux éléments.

Pour tout état du mécanisme caractérisé par la valeur des n variables articulaires, nous connaissons la position des centres des liaisons $\mathbf{A_j}$. Nous pouvons donc exprimer en particulier leur position dans R_{C_α} lorsque les variables articulaires lues sont nulles, ainsi que la direction des axes des liaisons pivots. Nous sommes donc ramenés au cas des mécanismes traités en 3.3.2 en ce qui concerne la détermination des éléments caractéristiques des liaisons dans le repère de base. La seule modification consiste à prendre également en compte dans le jeu de vecteurs $\mathbf{V}$ les directions des liaisons glissières identifiées dans le repère caméra :

$$\mathbf{V} = \left\{\mathbf{A_j}|_{\mathbf{q_j=0}}\mathbf{A_g}|_{\mathbf{q_g=0}},\, (j,g) \in N_\alpha\right\} \cup \left\{\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j},\, j \in R_\alpha\right\} \cup \left\{\underline{\mathbf{w}}_\mathbf{j},\, j \in N_\alpha\right\} \tag{3.34}$$

d'où la fonction permettant l'identification des paramètres dans le repère de base par optimisation non-linéaire :

$$F_4 = \sum_{\alpha=1}^{N_C} \sum_{(p,q)} [\mathbf{V_p}.\mathbf{V_q}|_{R_{C\alpha}} - \mathbf{V_p}.\mathbf{V_q}|_{R_B}]^2 \tag{3.35}$$

Conditions d'identifiabilité Pour déterminer les éléments caractéristiques des liaisons dans le repère de base R_B, deux conditions doivent être satisfaites :

1. Toutes les chaînes doivent tout d'abord être observées avec la caméra au moins une fois, afin de mettre en jeu les paramètres correspondants dans la fonction d'erreur F_4 ;

2. Le nombre de relations doit être plus grand ou égal au nombre de paramètres à identifier. Par rapport à la première famille de mécanismes, le nombre d'inconnues est majoré par les directions des axes des n liaisons glissières $\underline{\mathbf{w}}_\mathbf{j}$:

   $$N_B = 3 + 3(n - N_D) + 2r + 2n \tag{3.36}$$

   avec r le nombre total de liaisons pivots entre deux éléments des chaînes cinématiques, et N_D le nombre de centres de liaisons utilisées pour définir R_B : $N_D = 3$.

   Pour un mécanisme plan, une fois le plan défini, la direction des axes des liaisons glissières est simplement défini par un paramètre :

   $$N_B = 2 + 2(n - N_d) + n \tag{3.37}$$

   avec N_D le nombre de centres de liaisons utilisées pour définir R_B : $N_D = 2$.

   La seconde condition d'identifiabilité devient en considérant les produits scalaires pouvant être effectués entre les vecteurs $\underline{\mathbf{w}}_\mathbf{j}$ et les autres termes de $\mathbf{V}$:

   $$\sum_{\alpha=1}^{N_C} \left(2C_{n_\alpha}^2 + C_{r_\alpha}^2 + (r_\alpha + n_\alpha)(n_\alpha - 1) + n_\alpha r_\alpha\right) \geq N_B \tag{3.38}$$

3.3.3.5 Etape 3 - Estimation des longueurs des éléments connectés à l'effecteur

Principe Pour une position de la caméra définie par le repère $R_{C\alpha}$, nous pouvons exprimer pour toute position $k \in [1{,}N_I]$ de l'effecteur la position de l'extrémité $\mathbf{B_j}$ des chaînes :

$$\mathbf{B_{j,k}}|_{R_{C_\alpha}} = \mathbf{A_j}|_{R_{C_\alpha}} + L_j\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k}}|_{R_{C_\alpha}} \; k \in [1{,}N_I] \tag{3.39}$$

Dans le second membre de cette relation, seule la longueur L_j des éléments connectés à l'effecteur est inconnue. Nous pouvons donc écrire comme pour la première famille de mécanismes une fonction d'erreur F_5 afin d'identifier les longueurs des chaînes :

$$F_5 = \sum_{\alpha=1}^{N_C}\sum_{k=1}^{N_I-1}\sum_{(j,g)\in N_\alpha,\, g>j}\left[\|\mathbf{B_{j,k+1}B_{g,k+1}}\|^2_{R_{C_\alpha}} - \|\mathbf{B_{j,k}B_{g,k}}\|^2_{R_{C_\alpha}}\right]^2 \tag{3.40}$$

qui devient en développant :

$$F_5 = \sum_{\alpha=1}^{N_C}\sum_{k=1}^{N_I-1}\sum_{(j,g)\in N_\alpha,\, g>j}\Big[\|\mathbf{A_g} - \mathbf{A_j} + L_g\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{g,k+1}} - L_j\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k+1}}\|^2_{R_{C_\alpha}} - \|\mathbf{A_g} - \mathbf{A_j} + L_g\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{g,k}} - L_j\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k}}\|^2_{R_{C_\alpha}}\Big]^2 \tag{3.41}$$

Les longueurs L_j sont obtenus par minimisation non-linéaire de F_5.

Conditions d'identifiabilité L'identification des L_j, $j \in [1{,}n]$ n'est possible que si d'une part chaque chaîne cinématique est observée au moins une fois avec la caméra, ce qui est déjà une condition nécessaire dans l'étape précédente. Le nombre de relations doit par ailleurs être plus grand ou égal au nombre n d'inconnues :

$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} C^2_{n_\alpha} \geq n \tag{3.42}$$

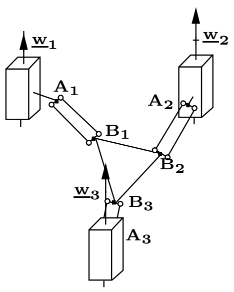
Remarque Comme pour la première famille de mécanismes, cette troisième étape n'utilise que les informations exprimées dans les repères caméra R_{C_α} (étape 1), mais pas les résultats de l'étape 2. Nous n'avons donc pas propagation des erreurs entre l'étape précédente et celle-ci.

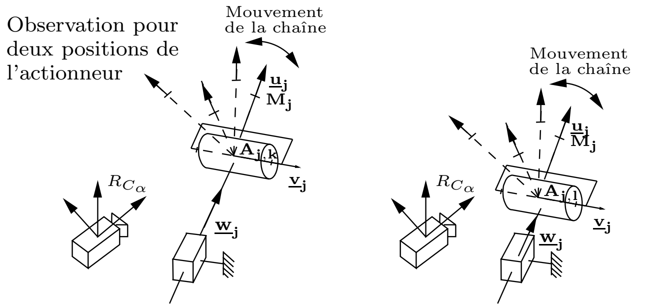
3.3.3.6 Etape 4 - Estimation des paramètres dans le repère de l'effecteur

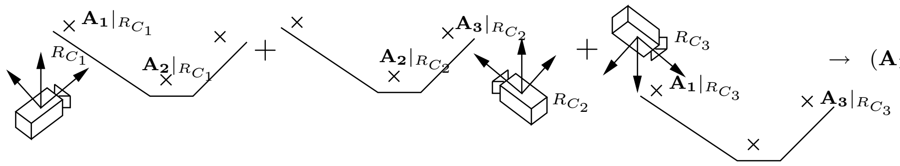
A la fin de l'étape précédente nous connaissons dans R_{C_α} la position de l'extrémité des chaînes. La situation est donc analogue à celle de la première famille de mécanismes : la démarche d'estimation des paramètres dans le repère lié à l'effecteur et les conditions d'identifiabilité sont identiques à celles décrites dans le paragraphe 3.3.2.6.

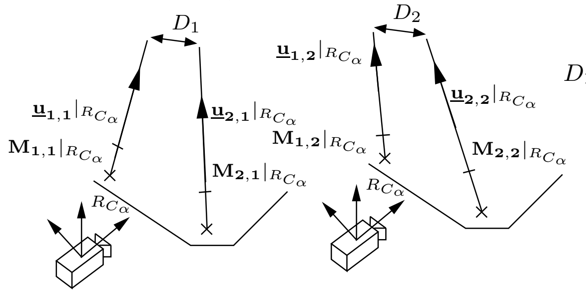
3.3.4 Famille 3 - Mécanismes sans liaison prismatique

Dans ce cas, les n chaînes cinématiques liant la base à l'effecteur sont considérées composées de deux éléments, bras et avant-bras (figure 3.15). Le déplacement de l'effecteur est obtenu par les déplacements imposés au niveau de liaisons pivots entre la base et les bras. Les liaisons entre bras

<table>
<tr><th colspan="2">Famille 2 - Liaisons prismatiques sur la base</th></tr>
<tr><td>Exemple

</td>
<td>Eléments observés :

Eléments connectés à l'effecteur<hr>Paramètres identifiés :
- Paramètres des liaisons glissières sur la base $\underline{\mathbf{w_j}}$
- Paramètres des liaisons entre les éléments des chaînes $\mathbf{A_j}|_{\mathbf{q_j}=0}$,$\underline{\mathbf{v_j}}$
- Longueurs L_j des éléments connectés à l'effecteur
- Paramètres des liaisons sur l'effecteur $\mathbf{B_j}$ et axes s'il y a lieu</td></tr>
<tr><td colspan="2">Etape 1 - Estimation des paramètres de la base dans le repère de la caméra


$\rightarrow\ (\mathbf{A_j},\underline{\mathbf{v_j}},\underline{\mathbf{w_j}})|_{R_{C_\alpha}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Etape 2 - Estimation des paramètres de la base dans le repère de base


$\rightarrow\ (\mathbf{A_1},\mathbf{A_2},\mathbf{A_3})|_{R_B}$
En exprimant la conservation du produit scalaire entre les vecteurs ($\underline{\mathbf{v_j}}$, $\mathbf{A_jA_k}$,$\underline{\mathbf{w_j}}$) :
$(\mathbf{A_j}|_{R_{C_\alpha}},\underline{\mathbf{v_j}}|_{R_{C_\alpha}},\underline{\mathbf{w_j}}|_{R_{C_\alpha}}) \rightarrow (\mathbf{A_j}|_{R_B},\underline{\mathbf{v_j}}|_{R_B},\underline{\mathbf{w_j}}|_{R_B})$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Etape 3 - Estimation des longueurs des éléments connectés à l'effecteur


$D_1 = D_2 \rightarrow (L_1,L_2)$
Détermination des L_j en exprimant la conservation de la distance entre les points $\mathbf{B_j}$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Etape 4 - Estimation des paramètres de l'effecteur
- $\mathbf{B_j}|_{R_E}$: expression de la conservation des distances entre les $\mathbf{B_j}|_{R_{C_\alpha}}$ calculées à l'étape 3
- $\underline{\mathbf{w_j}}|_{R_E}$: détermination de ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E}$ d'où $(\mathbf{M}|_{R_E},\underline{\mathbf{u}}_{R_E})$ puis calcul similaire à l'étape 1
- Axes des liaisons cardans : détermination de ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_B}$ et ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E}$, d'où ${}^{R_B}T_{R_E}$ puis utilisation du modèle géométrique inverse</td></tr>
</table>

TAB. 3.6 : *Identification de la deuxième famille de mécanismes*

et avant-bras et avant-bras et effecteur sont de type pivot, rotule ou cardan. Nous considérons également le cas où les avant-bras sont constitués de parallélogrammes articulés (figure 3.16).

La caméra est considérée placée afin d'observer les avant-bras du mécanisme.

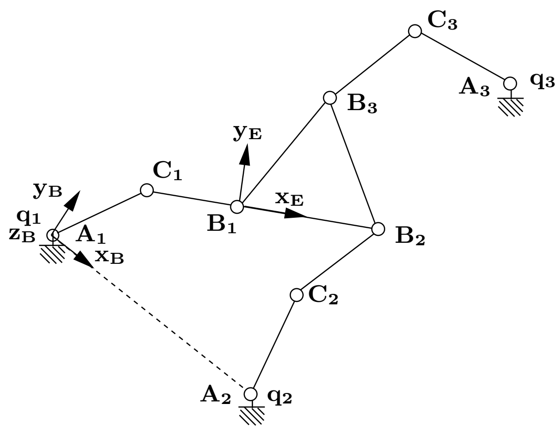


FIG. 3.15 : *Exemple de mécanisme plan appartenant à la troisième famille de mécanismes étudiée.* $n = 3$ *: trois chaînes cinématiques de type pivot-pivot-pivot.*

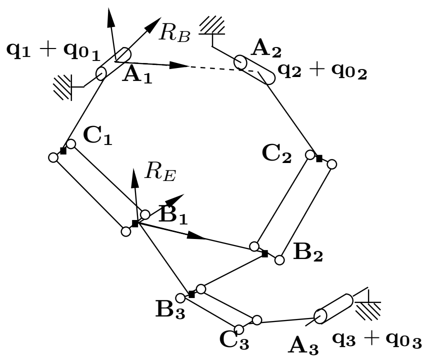


FIG. 3.16 : *Exemple de mécanisme spatial appartenant à la troisième famille de mécanismes étudiée.* $n = 3$ *: mécanisme Delta.*

3.3.4.1 Modélisation

Hypothèses Comme pour les deux autres familles de mécanismes, l'influence des défauts des liaisons est considérée négligeable devant celle des erreurs de positionnement des liaisons. La géométrie du mécanisme est donc décrite par les positions et orientations relatives des éléments caractéristiques des liaisons (§3.3.2.1) et les longueurs des bras et avant-bras.

Dans le cas de parallélogrammes articulés, ceux-ci sont supposés parfaits, auquel cas seule leur grande dimension doit être identifiée [Vis96], ainsi que la position des centres $\mathbf{B_j}$ et $\mathbf{C_j}$ des petits côtés des parallélogrammes.

Paramètres à identifier La géométrie du mécanisme est alors définie par :

- la position relative des centres des liaisons $\mathbf{A_j}$ et des vecteurs directeurs des axes $\underline{\mathbf{v_j}}$ des liaisons pivots sur la base ;
- les longueurs des bras L_{bj} et avant-bras L_{abj} connectant la base à l'effecteur ;
- la position relative des centres des liaisons $\mathbf{B_j}$, et s'il y a lieu, la direction $\underline{\mathbf{w_j}}$ des axes des liaisons pivots ou cardans sur l'effecteur ;
- les décalages à l'origine $\mathbf{q_{0j}}$ des capteurs proprioceptifs indiquant l'orientation des bras dans le repère de base.

Paramétrage Les repères R_B et R_E liés à la base et à l'effecteur sont définis comme précédemment par les centres des liaisons $\mathbf{A_j}$ et $\mathbf{B_j}$ sur ces éléments (§3.3.2.1).

3.3.4.2 Conditions nécessaires d'identifiabilité

L'identification des paramètres géométriques d'un mécanisme appartenant à la troisième famille de mécanismes, comportant n chaînes cinématiques composées de deux éléments entre la base et l'effecteur, à l'aide d'une caméra placée en N_C positions différentes nécessite le respect des conditions suivantes :

1. Chaque chaîne cinématique doit avoir été observée au moins une fois après avoir placé la caméra dans les N_C positions successives. Lorsqu'elles sont observables, les chaînes doivent être placées selon deux orientations différentes pour trois positions différentes de l'actionneur associé.

2. Les nombres n_α de chaînes observables pour les positions α de la caméra doivent être tels que :
$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} 2n_\alpha(n_\alpha - 1) \geq N_B \tag{3.43}$$
où N_B représente le nombre de paramètres nécessaires pour décrire les éléments caractéristiques des liaisons pivots sur la base. Pour un mécanisme spatial, $N_B = 5n - 6$, et $N_B = 2n - 2$ pour un mécanisme plan. La condition est nécessaire à l'identification des paramètres décrivant les liaisons pivots sur la base.

3. Chaque chaîne cinématique doit pouvoir être observée en même temps qu'une autre chaîne afin de déterminer le décalage à l'origine du codeur instrumentant la liaison pivot actionnée.

4. Les nombres n_α de chaînes observables pour les positions α de la caméra doivent être tels que :
$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} C_{n_\alpha}^2 \geq n \tag{3.44}$$
avec n le nombre total de chaînes. La condition est nécessaire à l'identification des longueurs des avant-bras.

Conditions nécessaires - suite

5. Le nombre de chaînes observables n_α doit également vérifier :

$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} C_{n_\alpha}^2 \geq N_E \tag{3.45}$$

avec N_E le nombre de paramètres décrivant la position des centres des liaisons sur l'effecteur. Pour un mécanisme spatial, $N_E = 3n - 6$, et pour un mécanisme plan, $N_E = 2n - 3$. La condition est nécessaire à l'identifiabilité des centres des liaisons sur l'effecteur.

6. Si des liaisons pivots sont situées sur l'effecteur, chacune des chaînes cinématiques correspondantes doit pouvoir être observée avec au moins deux autres chaînes. La même condition doit être respectée pour chaque chaîne dont la liaison de centre $\mathbf{B_j}$ ou $\mathbf{C_j}$ est une liaison cardan dont l'orientation de l'axe intervient dans la modélisation géométrique.

Remarque Comme pour la première famille de mécanismes, ces conditions sont données en définissant N_C comme le nombre de positions successives d'une caméra. Il est également possible d'utiliser plusieurs caméras disposées autour du mécanisme. Dans ce cas, N_C sera défini comme la somme du nombre de positions successives de chaque caméra.

Ces conditions sont nécessaires à la détermination des paramètres géométriques en utilisant la méthode proposée dans la suite, également représentée sous forme schématique dans le tableau 3.7 p.103. Elles sont des conditions nécessaires dans le cas général, leur suffisance dépend des mouvements des chaînes cinématiques pour le mécanisme à identifier.

3.3.4.3 Etape 1 - Estimation des paramètres dans le repère de la caméra

Un mouvement séquentiel des actionneurs permet l'identification des paramètres liés au bras de chaque chaîne cinématique. L'effecteur est déplacé en conservant l'actionneur de la chaîne cinématique à identifier bloqué (figure 3.17). La liaison entre le bras et l'avant-bras correspondante est alors fixe par rapport à la caméra, ce qui permet d'identifier la position du point $\mathbf{C_j}$ dans le repère lié à la caméra. Le principe est identique à celui présenté pour la première famille de mécanismes.

En réitérant la procédure d'estimation de $\mathbf{C_j}$ pour trois positions différentes de l'actionneur, nous pouvons alors exprimer l'orthogonalité de $\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}$, le vecteur directeur de la liaison pivot avec la base, avec les vecteurs déplacements du point $\mathbf{C_j}$:

$$(\mathbf{C_{j,k}C_{j,l}}).\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j} = 0, \forall(k,l) \tag{3.46}$$

A partir de trois positions différentes de $\mathbf{C_j}$ il est possible d'écrire deux relations indépendantes et donc d'estimer le vecteur $\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}$ dans le repère caméra.

Ayant l'estimation de $\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}$, le point $\mathbf{A_j}$ et la longueur du bras L_{bj} peuvent être calculés en exprimant la distance séparant les points $\mathbf{C_j}$ précédemment estimés :

$$(\mathbf{A_jC_{j,k}}).(\mathbf{A_jC_{j,l}}) = L_{bj}^2 cos(\mathbf{q_{j,k}} - \mathbf{q_{j,l}}), \forall(k,l) \tag{3.47}$$

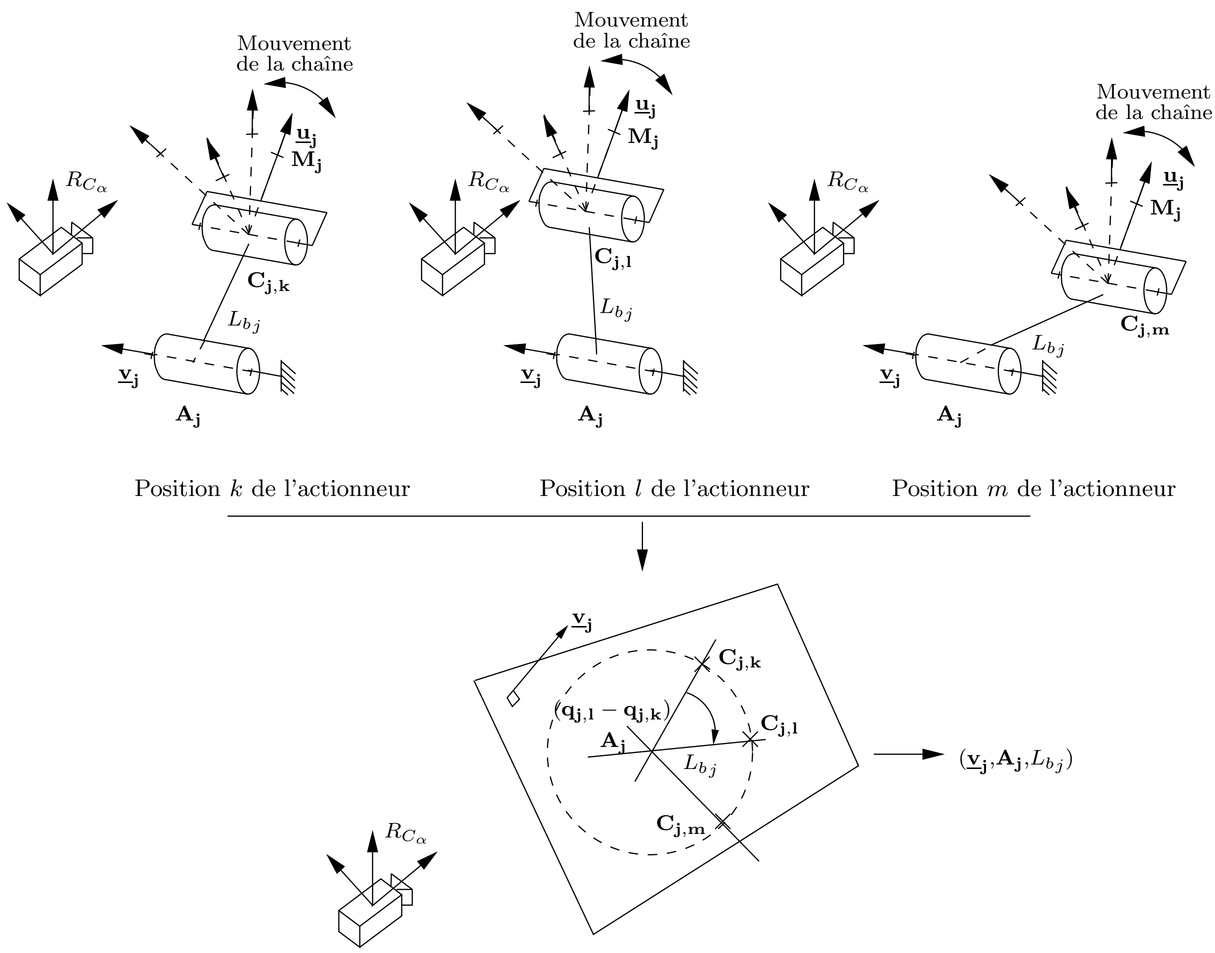


FIG. 3.17 : *Mouvements séquentiels pour identifier l'axe de la liaison pivot sur la base et la longueur du bras.*

Le point $\mathbf{A_j}$ est recherché dans le plan orthogonal à $\underline{\mathbf{v_j}}$ passant par $\mathbf{C_j}$. Il est donc défini par deux paramètres. Le couple d'inconnues $(\mathbf{A_j},L_{bj})$ peut par conséquent être déterminé à partir de la connaissance de trois points $\mathbf{C_j}$ obtenus pour trois valeurs articulaires différentes.

La longueur du bras, la direction de l'axe de la liaison pivot entre le bras et la base et son centre peuvent être identifiés en utilisant au moins six images. La position du point $\mathbf{C_j}$ est alors connue dans le repère caméra pour tout pose du mécanisme.

3.3.4.4 Etape 2 - Estimation des paramètres de la base dans le repère de base

Dans la première étape, nous avons pu identifier les éléments caractéristiques des liaisons pivots entre la base et les bras. L'identification des centres des liaisons pivots sur la base et de leurs axes dans le repère de base est donc identique à celle proposée pour la première famille de mécanismes. Les conditions d'identifiabilité sont celles écrites pour cette famille de mécanismes en considérant que toutes les chaînes observables sont liées à la base par une liaison pivot, si bien que $r_\alpha = n_\alpha$, et la condition d'identifiabilité (3.8) devient :

$$\sum_{\alpha=1}^{N_C} 2n_\alpha(n_\alpha - 1) \geq N_B \tag{3.48}$$

avec $N_B = 5n - 6$ pour un mécanisme spatial, et $N_B = 2n - 2$ pour un mécanisme plan.

Dès lors, nous pouvons exprimer le produit scalaire entre les vecteurs $\mathbf{A_jC_j}$ et $\mathbf{A_jA_k}$, $k \neq j$ dans les repères R_B et R_{C_α} :

$$\mathbf{A_jC_j}|_{R_B}.\mathbf{A_jA_k}|_{R_B} = \mathbf{A_jC_j}|_{R_{C_\alpha}}.\mathbf{A_jA_k}|_{R_{C_\alpha}}, \, k \neq j \tag{3.49}$$

Les deux termes du membre de droite de (3.49) sont connus si deux chaînes peuvent être observées simultanément. Le terme $\mathbf{A_jA_k}|_{R_B}$, $k \neq j$ est connu à l'issue de la première phase de l'étape 2. Le terme $\mathbf{A_jC_j}|_{R_B}$ dépend de $\underline{\mathbf{v_j}}|_{R_B}$, connu à l'issue de la première phase de l'étape 2, de $\mathbf{q_j}$, connu pour toute position du bras, et du décalage codeur $\mathbf{q_{0j}}$. Ce dernier peut donc être déterminé si la chaîne correspondante peut être observée avec au moins une autre chaîne.

3.3.4.5 Etape 3 - Estimation des longueurs des avant-bras

La caméra est utilisée pour observer les avant-bras. A la fin de la première étape, la position des points $\mathbf{C_j}$ peut être exprimée dans le repère caméra pour toute position de l'effecteur. Nous sommes donc dans une situation similaire à celle de la seconde famille de mécanismes (§3.3.3.5), et la procédure pour identifier la longueur L_{abj} des avant-bras est identique.

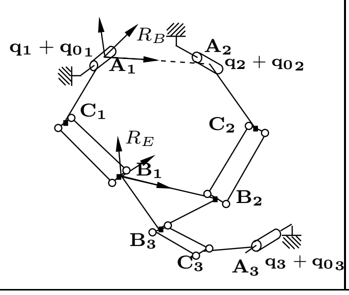
3.3.4.6 Etape 4 - Estimation des paramètres dans le repère lié à l'effecteur

A la fin de l'étape précédente nous connaissons la position de l'extrémité des chaînes liées à l'effecteur dans le repère lié à la caméra. La situation est donc analogue à celle de la première famille de mécanismes : la démarche d'estimation des paramètres dans le repère lié à l'effecteur et les conditions d'identifiabilité sont identiques à celles décrites dans le paragraphe 3.3.2.6.

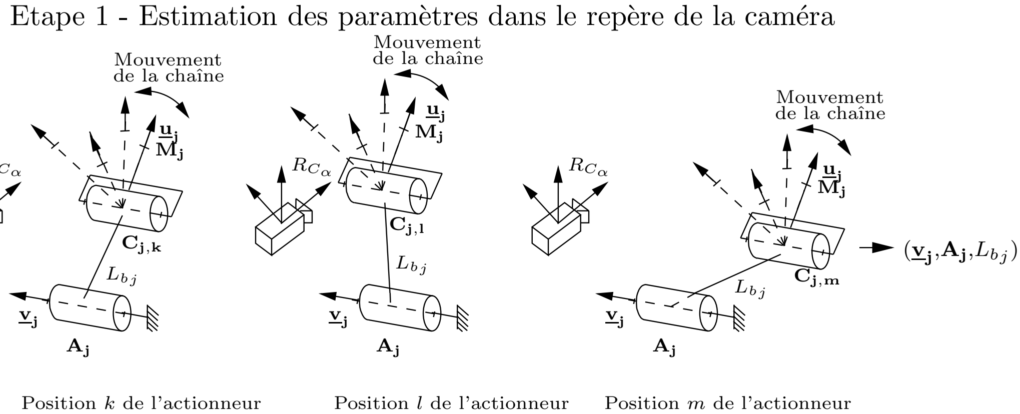
3.3.5 Extension des méthodes

Les méthodes proposées reposent sur l'expression d'invariants simples : invariance du centre et de l'axe de rotation, conservation des distances entre des points rigidement liés. Elles présentent donc une grande souplesse d'utilisation. Nous avons considéré dans leur développement que

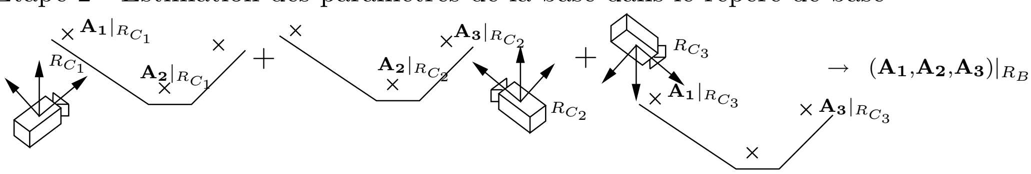
Famille 3 - Mécanismes sans liaisons prismatiques

Exemple	Eléments observés :
	Avant-bras (éléments connectés à l'effecteur) **Paramètres identifiés :** - Paramètres des liaisons pivots sur la base ($\mathbf{A_j}$,$\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}$) - Longueurs des bras L_{bj} et avant-bras L_{abj} - Paramètres des liaisons sur l'effecteur ($\mathbf{B_j}$,$\underline{\mathbf{w}}_\mathbf{j}$) - Décalages à l'origine $\mathbf{q_{0j}}$ des capteurs proprioceptifs indiquant l'orientation des bras dans le repère de base.

Etape 1 - Estimation des paramètres dans le repère de la caméra



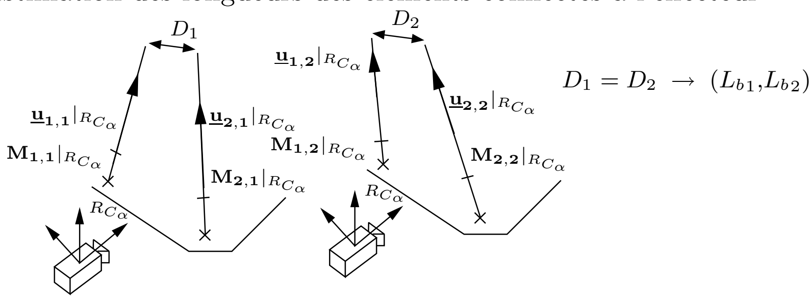
Etape 2 - Estimation des paramètres de la base dans le repère de base



En exprimant la conservation du produit scalaire entre les vecteurs ($\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}$, $\mathbf{A_jA_k}$) :

$$(\mathbf{A_j}|_{R_{C_\alpha}},\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}|_{R_{C_\alpha}}) \;\rightarrow\; (\mathbf{A_j}|_{R_B},\underline{\mathbf{v}}_\mathbf{j}|_{R_B})$$

Etape 3 - Estimation des longueurs des éléments connectés à l'effecteur



Détermination des L_{bj} en exprimant la conservation de la distance entre les points $\mathbf{B_j}$.

Etape 4 - Estimation des paramètres de l'effecteur

- $\mathbf{B_j}|_{R_E}$: expression de la conservation des distances entre les $\mathbf{B_j}|_{R_{C_\alpha}}$ calculées à l'étape 3
- $\underline{\mathbf{w}}_\mathbf{j}|_{R_E}$: détermination de ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E}$ d'où ($\mathbf{M}|_{R_E}$,$\underline{\mathbf{u}}_{R_E}$) puis calcul similaire à l'étape 1
- Axes des liaisons cardans : détermination de ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_B}$ et ${}^{R_{C_\alpha}}T_{R_E}$, d'où ${}^{R_B}T_{R_E}$ puis utilisation du modèle géométrique inverse

Tab. 3.7 : *Identification de la troisième famille de mécanismes* l'effecteur est l'élément terminal du mécanisme sur lequel est connecté l'ensemble des chaînes cinématiques. Ce n'est parfois pas le cas, par exemple pour le robot H4 [PMCG01] (figure 3.18), où les chaînes sont connectées à l'effecteur par l'intermédiaire d'un sous-ensemble articulé. Les méthodes proposés peuvent être facilement adaptées à ce cas en exprimant uniquement les conditions de conservation de distances (étape 3 des méthodes) entre des centres de liaisons effectivement liés. Le cas d'un mécanisme I4, qui relève de ce cas de figure, sera traité dans le chapitre suivant.

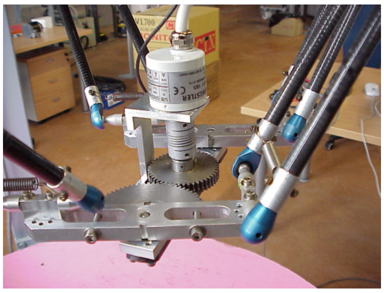


FIG. 3.18 : *Partie terminale du mécanisme H4 : les chaînes cinématiques sont liées deux à deux à des demi-nacelles. Ces dernières sont liées à l'effecteur par deux liaisons pivots.*

3.3.6 Evaluation

Afin d'évaluer les performances d'une méthode basée sur l'observation des chaînes cinématiques, l'identification d'une plate-forme de Gough est réalisée par simulation. L'évaluation par simulation présente l'intérêt de permettre l'estimation des écarts entre paramètres réels, définis lors de la simulation, et paramètres identifiés.

3.3.6.1 Conditions de simulation

Modélisation Le mécanisme comporte six chaînes cinématiques de type rotule-glissière-cardan. Il appartient donc à la première famille de mécanismes étudiée dans ce chapitre (§3.3.2). La géométrie est celle d'une plate-forme Deltalab. Les paramètres intervenant dans sa modélisation sont les positions relatives des centres des liaisons sur la base et sur l'effecteur, ainsi que les longueurs mortes des jambes. D'après (3.16) et (3.24) avec $n = 6$, $N_d = 3$ et $r = 0$, douze paramètres doivent être identifiés pour décrire la base, douze paramètres pour l'effecteur ainsi que six longueurs mortes. Le repère de base est construit à partir des points $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A_3}$ et $\mathbf{A_5}$ (figure 3.19), et le repère lié à l'effecteur R_E construit à partir de $\mathbf{B_1}$, $\mathbf{B_3}$ et $\mathbf{B_5}$. Les paramètres à identifier sont listés dans le tableau 3.8. Les résultats d'identification présenteront les trente paramètres dans cet ordre.

Liaisons base/chaînes	$x_{A_2}, x_{A_3}, x_{A_4}, x_{A_5}, x_{A_6}, y_{A_2}, y_{A_4}, y_{A_5}, y_{A_6}, z_{A_2}, z_{A_4}, z_{A_6}$
Liaisons effecteur/chaînes	$x_{B_2}, x_{B_3}, x_{B_4}, x_{B_5}, x_{B_6}, y_{B_2}, y_{B_4}, y_{B_5}, y_{B_6}, z_{B_2}, z_{B_4}, z_{B_6}$
Longueurs mortes	$\mathbf{q_{01}}, \mathbf{q_{02}}, \mathbf{q_{03}}, \mathbf{q_{04}}, \mathbf{q_{05}}, \mathbf{q_{06}}$

TAB. 3.8 : *Paramétrage de la plate-forme de Gough.*

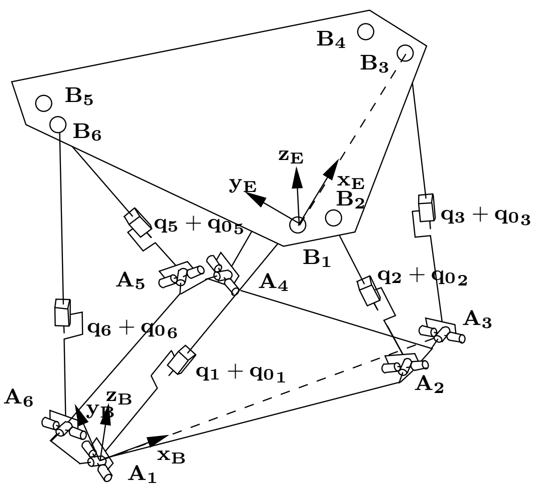


FIG. 3.19 : *Paramétrage de la plate-forme de Gough.*

Conditions de simulation Du fait de la symétrie du mécanisme, trois positions de caméra sont utilisées pour l'identifier. La relation (3.18) indique alors que l'observation simultanée de quatre chaînes est nécessaire.

Nous pouvons remarquer que l'emploi de trois positions successives aurait nécessité l'identification de $3 \times 6 = 18$ inconnues si le calcul des transformations entre les repères de base et caméra était explicité lors de la deuxième étape de l'identification (§3.3.2.4). Notre choix de travailler en recherchant directement les paramètres décrivant les liaisons dans les repères de base nous permet de nous limiter à douze inconnues.

Les incertitudes de mesure introduites correspondent aux majorants obtenus lors de l'évaluation de la répétabilité des mesures (§3.2.3.1). Les bruits de mesure sont supposés en première approximation gaussiens, et les erreurs de mesures des capteurs proprioceptifs instrumentant les chaînes sont modélisées par des bruits uniformes d'écart-type égal à $3\mu m$.

Les poses choisies pour l'identification sont générées en choisissant des longueurs extrémales des jambes du mécanisme. Ceci tend à maximiser les changements d'orientation des jambes, ce qui paraît favorable à l'identification.

Les paramètres initiaux sont définis à partir des valeurs du modèle en ajoutant un bruit gaussien d'écart-type égal à $1mm$.

3.3.6.2 Résultats

Critères d'évaluation de l'identification La performance de l'identification est évaluée par deux indicateurs. La simulation nous permet d'introduire les paramètres géométriques ξ_{mod} correspondant au mécanisme, et donc d'évaluer les écarts E_i, $i \in [1,30]$ entre ces valeurs et leur estimation ξ_{id} par identification :

$$E_i = |\xi_{mod\,i} - \xi_{id\,i}|,\ i \in [1{,}30] \tag{3.50}$$

Nous pourrons comparer ces valeurs aux valeurs E_{0i} obtenues pour le jeu de paramètres initiaux ξ_{in} (figure 3.20) :

$$E_{0i} = |\xi_{mod\,i} - \xi_{in\,i}|,\ i \in [1{,}30] \tag{3.51}$$

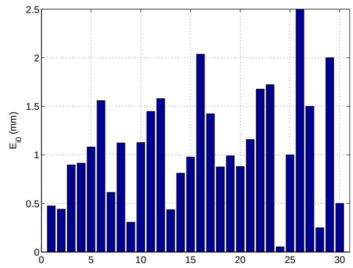


FIG. 3.20 : *Erreurs initiales E_{0i}.*

Afin d'évaluer également l'influence des erreurs d'identification, les erreurs de déplacement et d'orientation correspondantes sont évaluées pour un jeu de dix poses de l'effecteur choisies aléatoirement. Pour chaque jeu de paramètres, nous pouvons estimer la transformation ${}^{R_B}T_{R_E} = ({}^{R_B}\mathbf{R}_{R_E}, {}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E})$ correspondante à chacune de ces poses. L'erreur de déplacement Δ_{Dep} correspond alors à la norme de la différence entre les vecteurs ${}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E}$ obtenus pour les jeux de paramètres du modèle ξ_{mod} et identifiés ξ_{id}:

$$\Delta_{Dep} = \| {}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E}|_{\xi_{id}} - {}^{R_B}\mathbf{t}_{R_E}|_{\xi_{mod}} \| \tag{3.52}$$

et l'erreur d'orientation Δ_{Rot} est estimée à partir des angles d'Euler ($\psi_{\Delta R}$,$\theta_{\Delta R}$,$\varphi_{\Delta R}$) caractérisant la matrice de rotation ΔR définie par :

$$\mathbf{\Delta R} = {}^{R_B}\mathbf{R}_{R_E}^{-1}|_{\xi_{id}} {}^{R_B}\mathbf{R}_{R_E}|_{\xi_{mod}} \tag{3.53}$$

d'où

$$\Delta_{Rot} = \| \psi_{\Delta R} \ \theta_{\Delta R} \ \varphi_{\Delta R} \| \tag{3.54}$$

Nous pourrons évaluer le gain de précision apporté par l'identification en estimant les mêmes grandeurs pour le jeu de paramètres initial ξ_{in}.

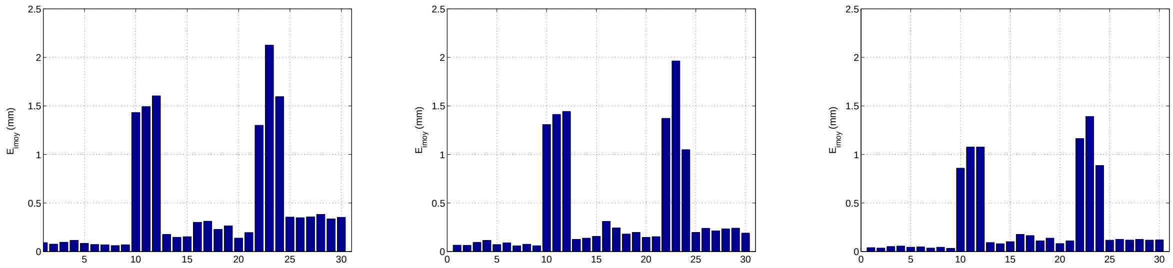
Afin d'obtenir une estimation de l'influence des erreurs de mesure, le processus d'identification est simulé dans chaque cas 100 fois, afin d'estimer les erreurs moyennes E_{imoy}, $i \in [1,30]$, $\Delta_{Dep_{moy}}$ et $\Delta_{Rot_{moy}}$ ainsi qu'une estimation des écarts-types σ_{E_i}, $\sigma_{\Delta_{Dep}}$ et $\sigma_{\Delta_{Rot}}$.

Influence des poses Afin d'analyser l'influence de la redondance d'information sur la précision de l'identification, nous considérons que nous enregistrons cinq images pour chaque position de caméra, puis dix et enfin trente images.

Sur les figures 3.21 et 3.22 sont représentées les valeur moyennes E_{imoy} et écarts-types σ_{E_i} des erreurs commises dans l'estimation des paramètres pour les trois tailles de jeu de poses.

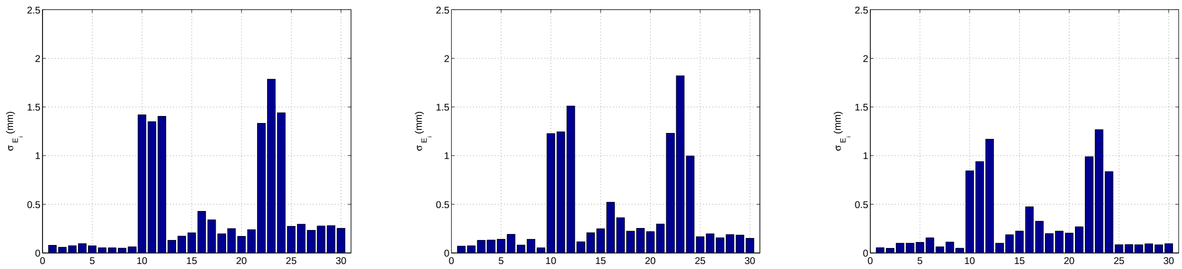
Dans le tableau 3.9 sont indiquées les erreurs moyennes $\Delta_{Dep_{moy}}$ et $\Delta_{Rot_{moy}}$ ainsi que leurs écarts-types $\sigma_{\Delta_{Dep}}$ et $\sigma_{\Delta_{Rot}}$.

L'utilisation d'un jeu de dix, voire trente poses, pour chaque position de la caméra modifie peu les résultats, au regard de l'effort expérimental supplémentaire qu'il faudrait fournir. Un jeu de quinze poses (cinq poses pour chacune des trois positions de la caméra) suffit donc à l'identification. Cela correspond à trois fois la taille minimale du jeu de poses nécessaire à l'identification par observation de l'effecteur. Nous monterons au chapitre 4 qu'un tel nombre de poses est nécessaire à une identification correcte des paramètres. L'effort expérimental est donc équivalent dans les deux approches.



(a) Jeu de 5 poses (b) Jeu de 10 poses (c) Jeu de 30 poses

FIG. 3.21 : *Influence du nombre de poses sur les erreurs moyennes E_{imoy} commises dans l'estimation des paramètres géométriques.*



(a) Jeu de 5 poses (b) Jeu de 10 poses (c) Jeu de 30 poses

FIG. 3.22 : *Influence du nombre de poses sur les écarts-types des erreurs σ_{E_i} commises dans l'estimation des paramètres géométriques.*

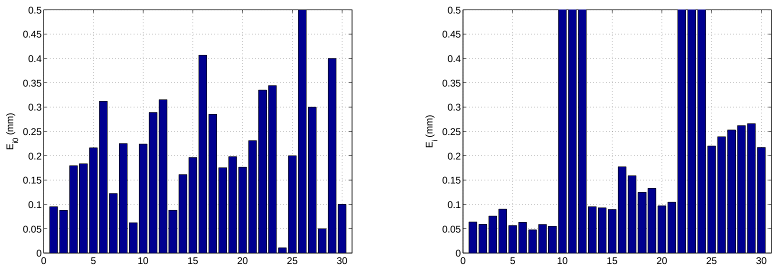
Nombre de poses	$\Delta_{Dep_{moy}}$ (mm)	$\sigma_{\Delta_{Dep}}$ (mm)	$\Delta_{Rot\,moy}$ (rad)	$\sigma_{\Delta_{Rot}}$ (rad)
Avant identif.	1.00	-	0.11	-
5 poses	0.35	0.27	0.05	0.03
10 poses	0.19	0.16	0.04	0.03
30 poses	0.12	0.08	0.03	0.02

TAB. 3.9 : *Valeurs moyennes et écart-types des erreurs commises en déplacement et orientation. Identification par l'observation des chaînes cinématiques.*

Efficacité de l'identification Dans tous les cas, nous constatons une nette disparité de la qualité de l'estimation des paramètres. Les six paramètres les plus mal identifiés sont les coordonnées selon $\mathbf{z_B}$ et $\mathbf{z_E}$ des centres des liaisons sur la base et l'effecteur (paramètres numérotés 10 à 12 et 22 à 24 : z_{A_2},z_{A_4},z_{A_6},z_{B_2},z_{B_4},z_{B_6}). L'amplitude de mouvement des jambes restant limitée, la détermination dans R_C des centres des rotules sur la base semble effectivement la plus délicate selon la direction $\mathbf{z_B}$, qui correspond à la direction moyenne des jambes. La fonction d'erreur utilisée pour identifier les paramètres de l'effecteur est peut-être également sensible à cette faiblesse de l'excitation.

Malgré cela, la précision du mécanisme est améliorée : les erreurs en déplacement et orientation sont divisées par deux avec un jeu de cinq poses par position de caméra.

Influence de la connaissance *a priori* Dans le cas où la connaissance *a priori* du mécanisme est plus fine, les résultats évoluent. En considérant une incertitude sur les paramètres cinq fois plus faible (figure 3.23), les erreurs en position et orientation augmentent après identification (tableau 3.10). La qualité de la mesure devient alors insuffisante en regard de la connaissance *a priori* sur les paramètres. L'amplitude plus faible des erreurs commises sur les paramètres peut également provoquer sur un plan numérique des difficultés de convergence de l'identification.



(a) Erreurs initiales E_{0i}

(b) Erreurs E_i après identification

FIG. 3.23 : *Conséquences d'une amélioration de la connaissance a priori - Jeux de 10 poses (les erreurs sur le graphe de droite atteignent environ* $1.5mm$*).*

	$\Delta_{Dep_{moy}}$ (mm)	$\sigma_{\Delta_{Dep}}$ (mm)	$\Delta_{Rot\,moy}$ (rad)	$\sigma_{\Delta_{Rot}}$ (rad)
Param. initiaux	0.20	-	0.025	-
Param. identifiés	0.22	0.15	0.034	0.025

TAB. 3.10 : *Valeurs moyennes et écart-types des erreurs commises en déplacement et orientation. Identification par l'observation des chaînes cinématiques, jeux de 10 poses. Amélioration de la connaissance a priori.*

L'analyse des erreurs commises dans l'estimation des paramètres montre que la dégradation de la précision du mécanisme vient essentiellement des erreurs commises dans l'estimation des positions selon $\mathbf{z_B}$ et $\mathbf{z_E}$ des centres des liaisons sur la base et effecteur. La connaissance des autres paramètres est tout de même améliorée.

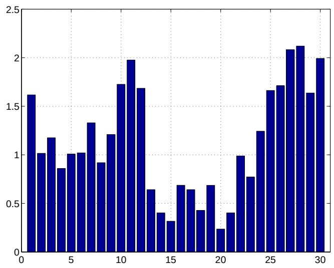


FIG. 3.24 : *Erreurs moyennes E_i d'estimation des paramètres par observation de l'effecteur.*

Comparaison avec l'observation de l'effecteur Pour évaluer son efficacité, la méthode peut être également comparée à celle basée sur l'observation de l'effecteur, en utilisant le modèle géométrique inverse et l'outil de métrologie par vision.

La caméra est supposée fixée à la base pour observer la mire installée sur l'effecteur. Douze paramètres ξ_e définissant les transformations ${}^{R_B}T_{R_C}$ et ${}^{R_M}T_{R_E}$ doivent être identifiés en même temps que les trente paramètres géométriques ξ_g. Les écarts-types caractérisant la précision de mesure de la pose de l'effecteur sont indiqués dans le tableau 3.11 (valeurs estimées lors d'une expérimentation). Trente poses sont utilisées pour réaliser l'identification. Les résultats sont donc comparables en terme d'effort expérimental à l'acquisition de trois jeux de dix poses en observant les jambes.

Paramètre	x_{CM}	y_{CM}	z_{CM}	ψ_{CM}	θ_{CM}	φ_{CM}
Ecart-type	$0.12mm$	$0.12mm$	$0.24mm$	$0.03°$	$0.03°$	$0.002°$

TAB. 3.11 : *Ecarts-types des incertitudes de mesure utilisées pour la simulation - Observation de l'effecteur.*

	$\Delta_{Dep_{moy}}$ (mm)	$\sigma_{\Delta_{Dep}}$ (mm)	$\Delta_{Rot_{moy}}$ (rad)	$\sigma_{\Delta_{Rot}}$ (rad)
Param. initiaux	1.00	-	0.11	-
Obs. des jambes	0.19	0.16	0.04	0.03
Obs. de l'effecteur	1.66	1.26	0.03	0.02

TAB. 3.12 : *Valeurs moyennes et écarts-types des erreurs commises en déplacement et orientation. Identification par observation de l'effecteur avec un jeu de 30 poses.*

Sur cet exemple, l'identification s'avère plus performante par l'observation des jambes que de l'effecteur : les erreurs commises dans l'estimation des paramètres en utilisant l'observation de l'effecteur sont supérieures à celles obtenues en utilisant l'observation des chaînes cinématiques, et l'erreur commise dans l'estimation en déplacement est également bien supérieure.

Nous pouvons constater par ailleurs un profil des erreurs moyennes commises dans l'estimation des paramètres très différent en observant l'effecteur (figure 3.24) de celui obtenu en observant les jambes (figure 3.22(b)) : les erreurs commises sont plus réparties sur l'ensemble des paramètres. Les paramètres les mieux identifiés sont dans ce cas les positions relatives des centres des rotules sur l'effecteur selon les direction $\mathbf{x_E}$ et $\mathbf{y_E}$.

Une identification en paramétrant le mécanisme dans R_C et R_M directement a aussi été simulée. Elle permet de découpler l'identification. Les résultats sont très voisins de ceux obtenus par une détermination simultanée des trente paramètres.

3.4 Conclusion

Dans le chapitre 2 nous avons proposé d'associer une fonction d'erreur basée sur le modèle géométrique inverse à l'observation de l'effecteur, qui permet de disposer d'une mesure de pose. L'approche peut s'avérer peu performante dans le cas de mécanismes ayant un volume de travail important car le ratio précision/volume de mesure va diminuer. Le couplage de l'identification et de l'observation de l'effecteur semble par ailleurs peu adapté à l'identification en ligne du mécanisme du fait des difficultés d'observabilité et d'accessibilité de l'effecteur pour des mécanismes industriels (machines-outils, robots manipulateurs). Sur un plan théorique, l'approche est également limitée par l'impossibilité de rechercher les paramètres géométriques dans l'image comme pour un mécanisme sériel. L'observation des chaînes cinématiques pour identifier le mécanisme permet de remédier aux difficultés pratiques que nous venons de citer : les chaînes cinématiques sont inoccupées, ce qui permet d'envisager leur observation durant le fonctionnement normal du système, et dans le cas de mécanismes tels que la plate-forme de Gough l'observation des chaînes cinématiques près de la base limite le volume de mesure nécessaire. De plus, on sait que l'état des chaînes est représentatif de la cinématique du mécanisme. Dans ce chapitre nous avons donc proposé l'identification de mécanismes parallèles par observation des chaînes cinématiques.

Evaluation de la mesure Nous avons tout d'abord présenté le moyen d'extraire une information sur l'état des chaînes cinématiques par observation d'éléments cylindriques. Nous avons montré qu'il est possible de déterminer l'orientation et la position de ces éléments par rapport à la caméra, et avons réalisé une évaluation expérimentale de la précision de cette mesure. Compte-tenu de la simplicité de la méthode choisie pour extraire l'information à partir de l'image, les résultats s'avèrent encourageants. La précision devrait pouvoir être nettement améliorée en utilisant une détection subpixellique des limbes des éléments cylindriques ainsi que notre connaissance sur leur géométrie.

Détermination des paramètres Nous avons ensuite proposé des méthodes d'identification basées sur l'observation des chaînes cinématiques. Trois familles de mécanismes ont été étudiées. Pour chacune, une méthode est proposée qui est adaptée à l'information disponible par vision, et qui présente l'intérêt de ne pas introduire de contraintes sur le nombre de positions de la caméra utilisées ou sur la connaissance *a priori* nécessaire de ces positions par rapport à la base du mécanisme. Les conditions nécessaires correspondantes d'identifiabilité des paramètres ont été précisées. Une évaluation par simulation de la méthode pour le cas d'une plate-forme de Gough a montré une efficacité supérieure de la méthode basée sur l'observation des chaînes à celle basée sur l'observation de l'effecteur.

La flexibilité des méthodes proposées, qui a permis de traiter simultanément l'ensemble des membres d'une famille de mécanismes, a pour principal inconvénient son caractère séquentiel, avec l'utilisation de l'estimation des paramètres liés aux éléments des chaînes (décalages codeurs ou longueur des éléments) pour estimer les paramètres décrivant les liaisons sur l'effecteur. Les conséquences de cette séquentialité seront analysées à travers les résultats expérimentaux obtenus pour le cas du robot I4 dans le chapitre suivant.

Les méthodes d'identification proposées reposent sur une utilisation séquentielle de l'information contenue dans l'image. Ainsi, pour une plate-forme de Gough (figure 3.25), l'observation de deux jambes permet dans un premier temps de déterminer les orientations $\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{1}}$ et $\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{2}}$ à partir de l'image des cylindres des jambes, puis dans un deuxième temps de construire une fonction d'erreur en exprimant la distance $\|\mathbf{A_1A_2}\|$ dans le repère caméra :

$$\|\mathbf{A_1A_2}\| = \|\mathbf{A_1B_1} + \mathbf{B_1B_2} + \mathbf{B_2A_2}\| \tag{3.55}$$

avec $\begin{cases} \mathbf{A_1B_1} = (\mathbf{q_1} + \mathbf{q_{0_1}})\underline{\mathbf{u_1}} \\ \mathbf{B_2A_2} = -(\mathbf{q_2} + \mathbf{q_{0_2}})\underline{\mathbf{u_2}} \end{cases}$

Le premier membre de (3.55) peut être exprimé dans le repère de base en fonction des paramètres géométriques et le second membre écrit dans le repère caméra.

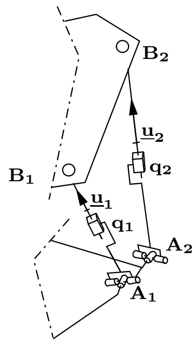


FIG. 3.25 : *Représentation partielle d'une plate-forme de Gough.*

Nous pouvons également envisager de rechercher les vecteurs $\underline{\mathbf{u_1}}$ et $\underline{\mathbf{u_2}}$ en même temps que les paramètres géométriques, par exemple en recherchant la position optimale des deux jambes dans l'image en tenant compte de la relation (3.55) qui les lie. L'identification par observation des chaînes cinématiques peut donc devenir l'équivalent de l'observation de l'effecteur pour les mécanismes sériels, avec la recherche de l'information dans un seul processus global, en travaillant directement dans l'image.

Chapitre 4

Applications

Sommaire

4.1 **Introduction** 113
4.2 **Démarche expérimentale** 114
4.3 **Outil de métrologie utilisé** 116
4.4 **Robot H4** 117
4.5 **Robot Orthoglide** 134
4.6 **Robot I4** 144
4.7 **Bilan expérimental et conclusion** 160

4.1 Introduction

Motivations

Dans les deux précédents chapitres, nous avons proposé l'utilisation de la vision pour l'identification géométrique de mécanismes parallèles. Pour le cas de l'observation de l'effecteur nous avons développé une méthode d'optimisation des poses utilisées durant l'expérimentation. Des méthodes d'identification basées sur l'information recueillie par observation des chaînes cinématiques ont ensuite été présentées. L'apport de ces méthodes a pu être évalué dans un premier temps à travers des simulations de l'identification de mécanismes parallèles. La simulation ne permet cependant pas de se confronter à la réalité de la qualité de la mesure et du contexte expérimental, ni au comportement réel des mécanismes. Nous proposons par conséquent l'évaluation expérimentale des méthodes mises en place par l'identification de trois mécanismes parallèles : les robots H4 [PMCG01] et I4 [KCB+03] développés au LIRMM, et le robot Orthoglide [CW03] de l'IRCCyN.

Propositions

Pour chaque mécanisme nous proposons d'évaluer les points suivants :

- **Efficacité de l'identification** Il est nécessaire de se confronter à une réalité terrain pour évaluer l'efficacité réelle de l'identification. Nous proposons donc d'appliquer les méthodes d'identification par observation de l'effecteur ou des chaînes cinématiques. Dans le cas du mécanisme I4, il est possible d'observer simultanément l'effecteur et les chaînes cinématiques. Ce mécanisme possède par ailleurs des propriétés cinématiques particulières qui nous amènent à proposer des méthodes d'identification spécifiques, que nous évaluerons dans le même temps.

- **Influence du modèle** Le choix du modèle le plus adapté à l'identification dépend de la sensibilité de la fonction d'erreur aux paramètres, ce qui peut être évalué numériquement en simulation, mais aussi et surtout du comportement réel du mécanisme. Nous proposons donc d'analyser l'influence du modèle sur l'identification à partir de données expérimentales.
- **Influence du choix des poses** Dans la méthode d'optimisation des poses proposée pour l'identification par observation de l'effecteur, nous recherchons le jeu de poses permettant d'identifier au mieux un mécanisme. Le nombre de poses, qui reste alors constant, n'a pas été défini dans la méthode. Dans ce chapitre nous proposons donc d'analyser l'influence du nombre et du choix des poses afin d'une part de déterminer la taille de jeu de poses à optimiser et d'autre part d'évaluer l'intérêt de l'optimisation.

4.2 Démarche expérimentale

Pour chacun des mécanismes, nous souhaitons pouvoir évaluer l'amélioration de la précision du mécanisme après identification, mais également l'influence du choix des poses et du modèle sur la qualité de l'identification.

4.2.1 Evaluation de l'identification

Sur un plan expérimental, l'implantation des paramètres identifiés dans la loi de commande afin de vérifier l'amélioration de sa précision n'a pas été possible dans chaque cas, soit parce que les paramètres n'étaient pas disponibles à la fin de l'expérimentation sur site, soit parce que le modèle identifié ne correspondait pas au modèle implanté dans la commande. Nous introduisons donc des critères d'évaluation de la qualité de l'identification.

4.2.1.1 Evaluation des résidus

Les paramètres identifiés sont obtenus par minimisation d'une fonction d'erreur. Pour évaluer le gain de précision, nous pouvons tout d'abord comparer les valeurs de la fonction d'erreur obtenues avec les paramètres initiaux et identifiés, pour des mesures n'ayant pas été utilisées auparavant.

En notant $F_V(\xi)$ l'ensemble des N_V erreurs calculées pour les poses de validation, nous caractérisons la qualité de l'identification par deux critères :

- V_1 l'erreur moyenne :

$$V_1 = \frac{1}{N_V} \sum_{i=1}^{N_V} F_{V\,i}(\xi) \tag{4.1}$$

- V_2 l'erreur quadratique moyenne :

$$V_2 = \sqrt{\frac{1}{N_V} F_V^T(\xi) F_V(\xi)} \tag{4.2}$$

4.2.1.2 Respect d'une contrainte cinématique

Les critères V_1 et V_2 nous fournissent une indication du respect du modèle identifié au sens du capteur utilisé. Afin d'avoir une validation indépendante de l'outil de métrologie nous introduisons un autre indicateur de la qualité de l'identification. Il est délicat de mesurer avec précision la pose de l'effecteur du mécanisme. C'est ce qui nous a poussé auparavant à choisir la vision pour l'identification. Pour la validation, nous préférons par conséquent choisir une méthode n'utilisant pas de capteur extéroceptif et imposons une contrainte cinématique à l'effecteur, ce qui expérimentalement peut être fait avec précision.

En déplaçant manuellement l'effecteur selon une trajectoire de nature connue (rectiligne, plane, etc) (figure 4.1) nous pouvons estimer l'état de l'effecteur en différentes positions à l'aide des capteurs proprioceptifs et d'un modèle géométrique direct. Selon les paramètres utilisés dans ce modèle, la nature de la trajectoire de l'effecteur est reconstituée avec une précision que nous pouvons utiliser comme un indicateur de la qualité de l'identification. Cet indicateur, que nous noterons V_3, possède par ailleurs l'avantage de ne nécessiter que des données pouvant être collectées avant identification des paramètres.

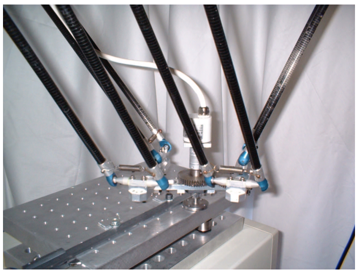


FIG. 4.1 : *Exemple d'expérimentation de validation par contrainte cinématique sur l'effecteur : l'organe terminal du robot H4 est déplacé selon une droite.*

4.2.2 Démarche d'analyse proposée

L'efficacité de l'identification dépend à la fois du modèle utilisé, du nombre et du lieu des poses retenues pour l'identification. Ces facteurs n'ont pas une influence totalement découplée : le lieu des poses dépend par exemple *a priori* du modèle utilisé. Afin de limiter l'effort expérimental nous proposons d'analyser l'efficacité de l'identification de la manière suivante :

1. **Evaluation initiale de la qualité de l'identification** Dans un premier temps nous analysons l'ordre de grandeur de l'amélioration de la connaissance du mécanisme par identification. Les mécanismes étudiés n'ont fait l'objet d'aucune identification au préalable. Une première évaluation de l'identification va donc nous permettre d'une part de statuer sur l'existence d'un gain réel de précision, et d'autre part de posséder des valeurs de référence pour analyser l'influence du modèle et des poses. Le mécanisme est identifié en utilisant un jeu de poses régulièrement réparties dans l'espace de travail, dont le nombre permet d'assurer une large redondance d'information, afin de limiter l'influence de leur choix. Le modèle utilisé correspond alors au modèle implanté dans la commande du mécanisme.

2. **Influence du modèle** Dans un deuxième temps nous analysons l'influence du choix du modèle. Pour éviter de faire intervenir le choix des poses, l'ensemble des poses mesurées

est conservé, comme dans l'analyse précédente. L'influence de la connaissance *a priori* sur la qualité de l'identification peut alors également être analysée.

3. **Influence des poses** Dans un troisième temps, nous analysons l'influence des poses en utilisant le modèle retenu à l'issue de la phase précédente. Cette analyse est réalisée en deux phases :

   (a) **Influence du nombre de poses** Dans cette première phase, nous choisissons plusieurs tailles de jeux de poses, et générons pour chacune un ensemble de jeux par tirages aléatoires dans l'ensemble des poses mesurées. La variabilité des paramètres identifiés ainsi que la valeur moyenne et la variabilité des indicateurs de la qualité de l'identification nous permettent alors de déterminer le nombre de poses le plus pertinent pour l'identification.

   (b) **Influence du lieu des poses** Dans la deuxième phase, nous analysons pour le nombre retenu de poses l'influence de leur lieu. Les valeurs moyennes des indicateurs de la qualité de l'identification déterminés précédemment nous permettent alors de juger de l'intérêt de la stratégie de choix des poses.

4.2.3 Démarche suivie

Les contraintes matérielles et de développement des outils et méthodes proposées dans les chapitres précédents n'ont pas permis la réalisation complète de la démarche proposée pour chaque mécanisme. L'observation des chaînes cinématiques n'a notamment été réalisée que pour le robot I4, sans aborder le problème du choix de modèle et des poses. Les expérimentations réalisées et leur dépouillement nous permettent finalement de proposer l'analyse des points indiqués dans le tableau 4.1.

	H4	Orthoglide	I4
Observation de l'effecteur			
Evaluation initiale de l'identification	x	x	x
Influence du nombre de poses	x	x	x
Influence du lieu des poses	x (qualitatif)	x (qualitatif)	x (quantitatif)
Influence du modèle	x	x	-
Observation des chaînes cinématiques			
Evaluation initiale de l'identification	-	-	x

TAB. 4.1 : *Analyse expérimentale réalisée sur les trois mécanismes.*

4.3 Outil de métrologie utilisé

L'outil de métrologie utilisé pour les trois expérimentations est un système transportable, composé d'une caméra numérique SONY XCD-X700, de résolution 1024×768 pixels sur 8bits, et d'un PC portable avec connexion IEEE1394 (figure 4.2). La mire utilisée a une taille d'environ $100mm \times 100mm$. L'objectif a une focale de $3.6mm$. Chaque image est obtenue comme la moyenne de 10 prises de vue afin de réduire l'influence des bruits haute-fréquence. Les poses sont mesurées avec une précision de l'ordre de $0.2mm$ et $0.03°$ pour chaque composante en translation et rotation de ${}^{R_C}T_{R_M}$.

FIG. 4.2 : *Exemple d'utilisation de l'outil de métrologie - Le PC portable est connecté à la caméra pour observer la mire, montée sur le robot Orthoglide.*

4.4 Robot H4

4.4.1 Présentation du robot

Le robot H4, développé au LIRMM [PMCG01], est un robot parallèle composé de quatre chaînes cinématiques (figure 4.3), actionnées par quatre moteurs situés entre la base et les bras. Les avant-bras liant les bras et la nacelle sont composés de deux barres. Les quatre degrés de spatialité du robot sont composés de trois translations et une rotation si les chaînes fermées formées par les quatre paires de barres constituent des parallélogrammes spatiaux [PMCG01]. Les deux demi-nacelles sont liées par une bielle sur laquelle est monté en liaison pivot l'effecteur. Un mécanisme amplificateur permet d'accroître sa capacité en rotation (figures 4.4 & 4.5). Dans la suite, nous considérerons pour simplifier les écritures que le rapport d'amplification est égal à l'unité, sans perte de généralité.

4.4.2 Modélisation

Par la suite, les parallélogrammes sont supposés parfaits. La validité de cette hypothèse sera discutée avec les résultats expérimentaux. Deux modèles sont proposés pour l'identification du mécanisme. Il sera ensuite possible de générer des variantes de ces modèles en bloquant certains paramètres géométriques à leur valeur *a priori*.

4.4.2.1 Modèle 12

Hypothèses Pour ce modèle, les hypothèses formulées lors de la conception du mécanisme [Com00] sont conservées. Les centres $\mathbf{P_i}$, $i \in [1,4]$ des liaisons entre la base et les bras (figure 4.6) sont en effet supposés situés dans un même plan, à égale distance R des centres des liaisons correspondants $\mathbf{A_i}$ sur la nacelle lorsque celle-ci est considérée fixée sur la base dans sa configuration en "H". Toujours dans cette position, la nacelle permet de définir le repère de base $R_B(\mathbf{O},\mathbf{x_B},\mathbf{y_B},\mathbf{z_B})$. La position des centres de liaisons $\mathbf{P_i}$, $i \in [1,4]$ est alors définie par les angles α_i, $i \in [1,4]$. Les quatre bras sont supposés de même longueur L, et les éléments équivalents aux avant-bras de dimension l (figure 4.7). En considérant les dimensions de la nacelle h et d (figure 4.7), la géométrie du mécanisme est définie par neuf paramètres. Avec cette modélisation, le paramètre d n'a cependant pas d'influence sur le comportement du mécanisme [Com00]. En ajoutant les décalages codeurs $\mathbf{q_{0i}}$, $i \in [1,4]$, douze paramètres définissent la géométrie du

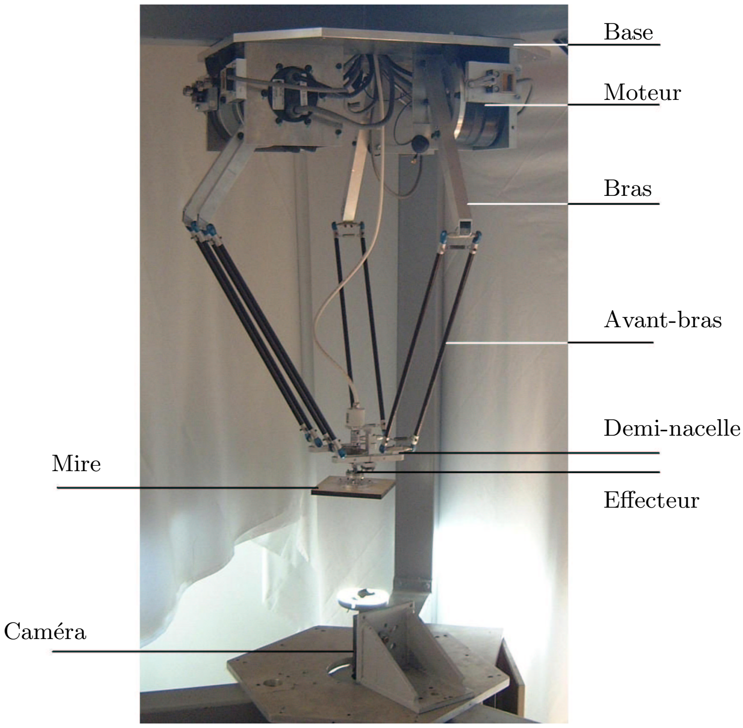


FIG. 4.3 : *Mécanisme H4 avec l'outil de métrologie par vision en place.*

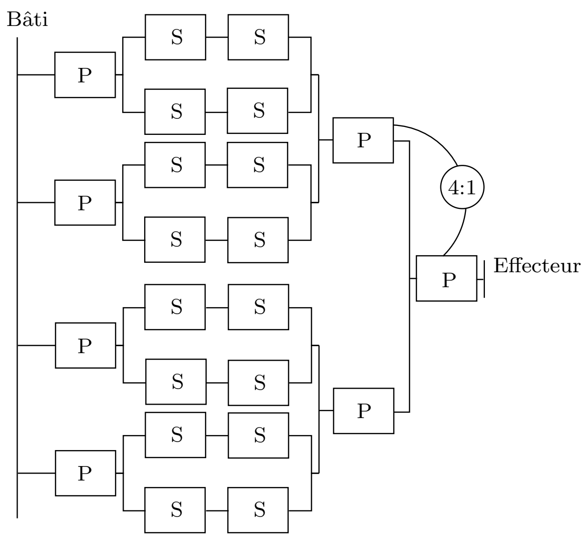


FIG. 4.4 : *Graphe des liaisons du mécanisme H4 (P : liaison pivot, S : liaison sphérique).*

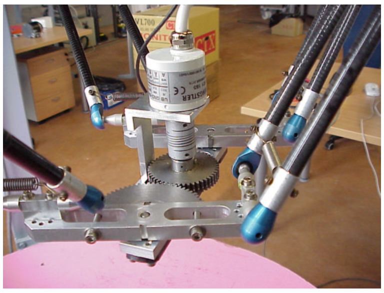


FIG. 4.5 : *Mécanisme d'amplification du débattement angulaire de l'effecteur.*

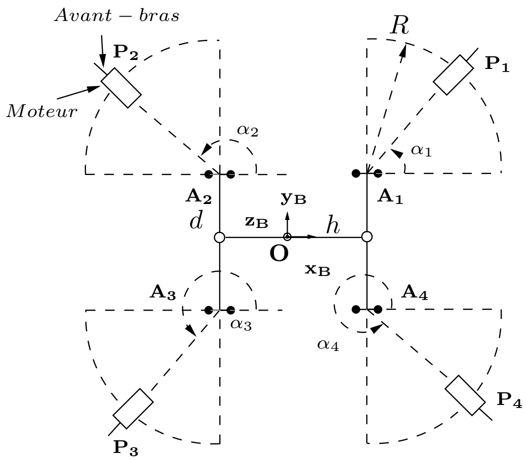


FIG. 4.6 : *Paramétrage de l'implantation des bras sur la base pour le modèle 12.*

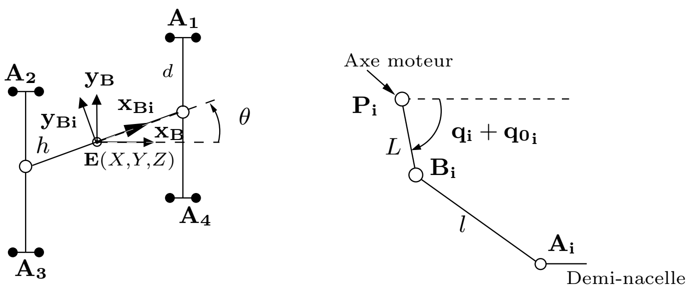


FIG. 4.7 : *Paramétrage de la nacelle, des bras et avant-bras pour le modèle 12.*

mécanisme : R,L,l,h,α_i,$\mathbf{q_{0i}}$, $i \in [1{,}4]$. Le tableau 4.2 reprend ce paramétrage et le compare à celui du deuxième modèle proposé, afin de mettre en avant les différences de modélisation.
Le repère $R_{Bi}(\mathbf{E},\mathbf{x_{Bi}},\mathbf{y_{Bi}},\mathbf{z_B})$ lié à la bielle liant les deux demi-nacelles est défini par l'axe de la liaison pivot avec l'effecteur et sa direction, ainsi que par la direction de la bielle (figure 4.7). Son centre $\mathbf{E}$ est défini par l'intersection de l'axe de l'organe terminal avec le plan contenant les points $\mathbf{A_i}$, $i \in [1{,}4]$. Le repère lié à l'effecteur est défini de telle manière qu'il soit confondu avec le repère lié à la bielle lorsque la nacelle est dans sa configuration en “H”.

	Liaison pivot base/bras		Longueur	Longueur	Dimensions
	Position centre liaison	Direction liaison	de bras	avant-bras	nacelle
Modèle 12	R,$\alpha_{i\in[1,4]}$	$(\alpha_i,\mathbf{q_{0i}})_{i\in[1,4]}$	L	l	h
Modèle 31	$(x_i,y_i,z_i)_{i\in[2,4]}$	$(\psi_j,\beta_j,\mathbf{q_{0j}})_{j\in[1,4]}$	L_i, $i \in [1{,}4]$	l_i, $i \in [1{,}4]$	(h,d)

TAB. 4.2 : *Paramétrage des éléments caractéristiques du H4 pour les deux modèles.*

Modèle géométrique inverse Un modèle implicite peut être obtenu immédiatement en exprimant la dimension l des éléments équivalents aux avant-bras en fonction de la pose de la bielle (X,Y,Z,θ), des variables articulaires $\mathbf{q_i}$, $i \in [1{,}4]$ et des douze paramètres :

$$L^2 - l^2 - \|\mathbf{P_iA_i}\|^2 = \; -2.(\mathbf{P_iA_i}_x.l.cos(\alpha_i).cos(q_i) + \mathbf{P_iA_i}_y.l.sin(\alpha_i).cos(q_i) - \mathbf{P_iA_i}_z.l.sin(q_i)) \tag{4.3}$$

En notant chaque vecteur position comme un vecteur colonne, la matrice définissant la position des points $\mathbf{P_i}$, $i \in [1{,}4]$ s'écrit :

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} h + R.cos(\alpha_1) & -h + R.cos(\alpha_2) & -h + R.cos(\alpha_3) & h + R.cos(\alpha_4) \\ d + R.sin(\alpha_1) & d + R.sin(\alpha_2) & -d + R.sin(\alpha_3) & -d + R.sin(\alpha_4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.4}$$

et la position des points $\mathbf{A_i}$, de la même manière :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} X + h.cos(\theta) & X - h.cos(\theta) & X - h.cos(\theta) & X + h.cos(\theta) \\ Y + h.sin(\theta) + d & Y - h.sin(\theta) + d & Y - h.sin(\theta) - d & Y + h.sin(\theta) - d \\ Z & Z & Z & Z \end{pmatrix} \tag{4.5}$$

Le modèle géométrique est alors obtenu en isolant les variables articulaires dans la relation (4.3) [Com00] :

$$\mathbf{q_i} = 2.Atan(\frac{N \pm \sqrt{N^2 + M^2 - G^2}}{G + M}) \tag{4.6}$$

avec

$$\begin{aligned} &G = L^2 - l^2 - (P_i - A_i)^2 \\ &M = -2.l.(\mathbf{P_iA_i}_x.cos(\alpha_i) + \mathbf{P_iA_i}_y.sin(\alpha_i)) \\ &N = 2.l.\mathbf{P_iA_i}_z \end{aligned} \tag{4.7}$$

La variable articulaire doit être sélectionnée parmi les deux solutions de (4.6). Ces deux solutions correspondent aux deux montages possibles des avant-bras (figure 4.8). Nous conservons donc la solution correspondante au bras “vers l'extérieur”, qui correspond au montage utilisé.

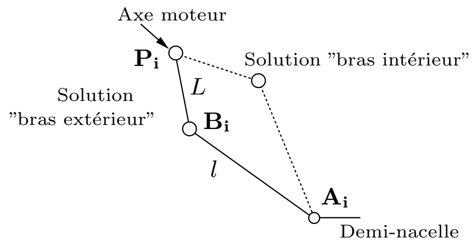


FIG. 4.8 : *Choix de la valeur des variables articulaires.*

4.4.2.2 Modèle 31

Hypothèses Le modèle 12 correspond au modèle utilisé pour la conception du mécanisme. Un modèle plus particulièrement destiné à l'identification est donc mis en place. Les déplacements de l'effecteur sont toujours supposés être composés de trois translations et une rotation, et la nacelle plane de dimensions h et d. En revanche, aucune hypothèse n'est faite sur la position et l'orientation des axes des liaisons pivots entre la base et les bras, ni sur la longueur des bras et avant-bras.
L'orientation du repère lié à la base du mécanisme est définie comme précédemment par la configuration en "H" de la nacelle. Le vecteur $\mathbf{z_B}$ est construit pour être normal au plan de la nacelle. Comme aucune hypothèse n'est faite sur la position relative des centres de liaisons $\mathbf{P_i}$, le repère lié à la base est défini à partir du point $\mathbf{P_1}$ (figure 4.9). Les autres centres $\mathbf{P_i}$, $i \in [2,4]$ sont définis d'une manière similaire à celle employée pour le modèle 12. Chaque axe de liaison pivot entre base et bras est défini par deux angles (ψ_i,β_i), définis comme les deux premiers angles d'Euler. Le troisième angle d'Euler correspond alors à la somme de l'angle imposé $\mathbf{q_i}$ et de l'offset articulaire $\mathbf{q_{0i}}$ (figure 4.10). Trente-et-un paramètres définissent la géométrie du mécanisme (tableau 4.2).

Le repère R_E lié à l'effecteur est défini d'une manière similaire à celle utilisée pour le modèle 12.

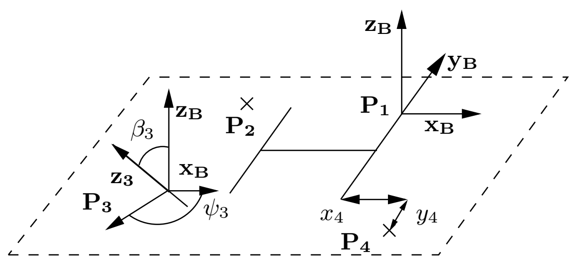


FIG. 4.9 : *Définition du repère de base et paramétrage des liaisons entre base et bras pour le modèle 31.*

Modèle géométrique inverse Le modèle implicite s'obtient aussi immédiatement que celui du modèle 12 :

$$\|L_i\mathbf{V_i} + \mathbf{W_i}\|^2_{R_B} = {l_i}^2 \tag{4.8}$$

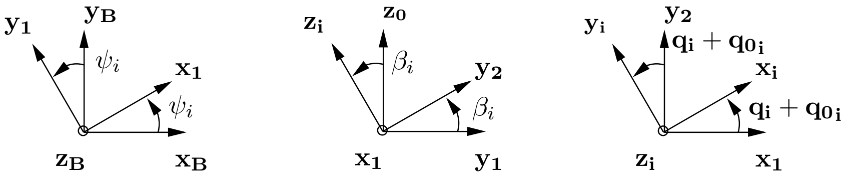


FIG. 4.10 : *Définition des angles utilisés pour paramétrer l'orientation d'un bras pour le modèle 31.*

avec

$$\mathbf{V_i} = \begin{pmatrix} sin(\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{0i}})cos(\beta_i)sin(\psi_i) - cos(\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{0i}})cos(\psi_i) \\ -sin(\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{0i}})cos(\beta_i)cos(\psi_i) - cos(\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{0i}})sin(\psi_i) \\ -sin(\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{0i}})sin(\beta_i) \end{pmatrix}_{R_B} \tag{4.9}$$

$$\mathbf{W_i} = \begin{pmatrix} X - x_i + (1+\epsilon_{1i} - \epsilon_{2i}cos(\theta))h \\ Y - y_i + d - \epsilon_{2i}hsin(\theta) \\ Z - z_i \end{pmatrix}_{R_B} \tag{4.10}$$

et $\epsilon_{1i} = \pm 1$, $\epsilon_{2i} = \pm 1$ selon la chaîne cinématique considérée.
En développant l'expression (4.8), une équation trigonométrique apparaît :

$$S_i sin(\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{0i}}) + C_i cos(\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{i0}}) = T_i \tag{4.11}$$

avec

$$\begin{array}{l} S_i = L_i\left(\mathbf{W_i}_x cos(\beta_i)sin(\psi_i) - \mathbf{W_i}_y cos(\beta_i)cos(\psi_i) - \mathbf{W_i}_z sin(\beta_i)\right) \\ C_i = L_i\left(-\mathbf{W_i}_x cos(\psi_i) - \mathbf{W_i}_y sin(\psi_i)\right) \\ T_i = \left(l_i^2 - L_i^2 - \left(\mathbf{W_i}_x^2 + \mathbf{W_i}_y^2 + \mathbf{W_i}_z^2\right)\right)/2 \end{array} \tag{4.12}$$

En utilisant la tangente de l'angle moitié, le modèle géométrique inverse devient la solution d'une équation du second degré en $u = tan((\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{0i}})/2)$:

$$(T+C)u^2 - 2Su + (T-C) = 0 \tag{4.13}$$

d'où le modèle géométrique inverse :

$$\mathbf{q_i}+\mathbf{q_{0i}} = 2Atan(\frac{S_i \pm \sqrt{C_i^2 + S_i^2 - T_i^2}}{T_i + C_i}) \tag{4.14}$$

Comme pour le modèle 12 la solution correspondante à l'assemblage du mécanisme est facilement déterminée.

4.4.3 Couplage identification - observation de l'effecteur

Nous appliquons ici la démarche d'analyse de l'identifiabilité des paramètres développée au chapitre 2. Nous recherchons tout d'abord les pertes d'identifiabilité dues à des couplages de paramètres géométriques entre eux, puis de paramètres externes, liés à l'implantation du capteur, et enfin les couplages entre paramètres géométriques et externes. Nous savons déjà que l'existence d'un seul degré de spatialité en rotation du mécanisme va engendrer une perte d'identifiabilité de certains paramètres externes.

4.4.3.1 Paramètres externes à identifier

La mire est fixée à l'effecteur et la caméra à la base du mécanisme (figure 4.3). Pour faciliter l'observation de la mire avec la caméra, le dispositif expérimental est conçu pour que le plan de la mire soit parallèle au plan de la nacelle. La transformation ${}^{R_E}T_{R_M}$ est donc définie par 4 paramètres : (x_{EM}, y_{EM}, z_{EM}) qui définissent la position du centre de R_M par rapport à celui de R_E, et ψ_{EM} qui définit la matrice de passage de R_E à R_M.

L'outil de métrologie par vision fournit la pose complète de la mire par rapport à la caméra, ce qui permet de déterminer immédiatement l'axe de rotation $\mathbf{z_B}$ de l'effecteur dans le repère caméra. Un seul paramètre ψ_{BC} est donc nécessaire pour définir la matrice de rotation ${}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C}$ du repère de base R_B au repère de la caméra R_C. La transformation ${}^{R_B}T_{R_C}$ est définie par 4 paramètres : (x_{BC}, y_{BC}, z_{BC}) qui définissent la position du centre de R_C par rapport à celui de R_B et ψ_{BC}.

4.4.3.2 Identifiabilité des paramètres

Paramètres géométriques En déterminant les valeurs singulières de la matrice jacobienne $\mathbf{J}_\xi$ du modèle inverse par rapport aux paramètres à partir d'un jeu de poses généré aléatoirement, nous vérifions que l'ensemble des paramètres des modèles 12 et 31 est identifiable (tableau 4.3). Le paramètre d, qui n'intervient pas dans le modèle 12, reste cependant difficilement identifiable avec le modèle 31 : sa prise en compte engendre une augmentation d'un facteur trois du conditionnement de $\mathbf{J}_\xi$.

	Modèle 12	Modèle 31
Cond($\mathbf{J}_\xi$)	257	421 (sans d) 1900 (avec d)

TAB. 4.3 : *Estimations du conditionnement de la matrice jacobienne $\mathbf{J}_\xi$ pour les deux modèles (jeu de 100 poses choisies aléatoirement dans l'espace de travail).*

Paramètres externes Le mécanisme dispose de quatre degrés de spatialité. La transformation entre le repère de base et le repère lié à l'effecteur est donc de la forme :

$$
{}^{R_B}T_{R_E} = \begin{pmatrix} cos(\theta) & -sin(\theta) & 0 & x_{BE} \\ sin(\theta) & cos(\theta) & 0 & y_{BE} \\ 0 & 0 & 1 & z_{BE} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4.15}
$$

En suivant une procédure analogue à celle utilisée au chapitre 2 pour le robot Orthoglide, nous pouvons montrer que l'ensemble des paramètres externes est identifiable, à l'exception des paramètres z_{BC} et z_{EM}. Ces derniers peuvent en effet être modifiés simultanément sans modification de la pose du mécanisme estimée à partir de la mesure extéroceptive (figure 4.11).

Cette perte d'identifiabilité est également constatée à partir de la simulation de l'identification du mécanisme. Afin de la supprimer, nous emploierons la valeur *a priori* de z_{EM}. Seuls sept paramètres externes doivent donc être identifiés.

Couplages paramètres géométriques/externes Pour le modèle 12, l'estimation des valeurs singulières de la matrice jacobienne du modèle inverse par rapport aux paramètres à partir

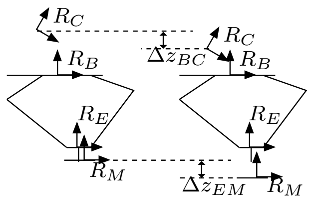


FIG. 4.11 : *La modification simultanée des paramètres z_{BC} et z_{EM} ne modifie pas la pose du mécanisme estimée à partir de la mesure extéroceptive.*

des valeurs *a priori* des paramètres géométriques ne laisse pas apparaître de couplage entre des paramètres géométriques et externes. Dix-neuf paramètres sont donc à identifier.

Pour le modèle 31, 38 paramètres géométriques et externes sont à identifier. En introduisant les paramètres externes dans le modèle 31, nous pouvons cependant remarquer que la largeur d de la nacelle intervient de manière identique au paramètre y_{BC} (relation (4.10)). Seule leur somme est donc identifiable. Cette perte d'identifiabilité apparaît clairement en réécrivant le modèle implicite dans le repère lié à la caméra :

$$\|L_i \mathbf{V_i} + \mathbf{W_i}\|^2_{R_C} = {l_i}^2 \tag{4.16}$$

avec

$$\mathbf{W_i}_{R_C} = \begin{pmatrix} X_{CM} \\ Y_{CM} \\ Z_{CM} \end{pmatrix}_{R_C} - \begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{pmatrix}_{R_C} + {}^{\mathbf{R}_C}\mathbf{R}_{R_E} \begin{pmatrix} h \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_C} + \epsilon d \mathbf{x_H}_{R_C} \tag{4.17}$$

où (X_{CM}, Y_{CM}, Z_{CM}) représente la position mesurée par vision, (x'_i, y'_i, z'_i) sont les paramètres définissant la position des centres des liaisons sur la base dans le repère de la caméra, et ${}^{R_C}\mathbf{R}_{R_E}$ désigne la matrice de rotation du repère R_C au repère R_E lié à l'effecteur. Cette matrice est connue à partir de la mesure extéroceptive au décalage angulaire ψ_{ME} près entre le repère lié à la mire et le repère lié à l'effecteur.

Le vecteur $\mathbf{x_H}$ est un vecteur colinéaire au côté du "H" que forme la nacelle. Il est invariant dans le déplacement de l'effecteur. Les paramètres (x'_i, y'_i, z'_i) ne peuvent donc être distingués du terme $\epsilon d \mathbf{x_H}$ lors de l'identification. Seule leur somme que nous noterons (x''_i, y''_i, z''_i) est identifiable. En exprimant le modèle dans le repère lié à la caméra, 36 paramètres sont finalement identifiables : $(x''_i, y''_i, z''_i, \psi_i, \beta_i, q_{i0}, l_i, L_i,\ h, \psi_{ME}, x_{ME}, y_{ME})_{i \in [1,4]}$.

Ayant au départ un jeu de 38 paramètres, un deuxième couplage se produit donc. L'identification du paramètre ψ_{ME} permet d'exprimer pour chaque pose la matrice de rotation ${}^{R_C}\mathbf{R}_{R_E}$ en utilisant la mesure ${}^{R_C}\mathbf{R}_{R_M}$:

$${}^{R_C}\mathbf{R}_{R_E} = {}^{R_C}\mathbf{R}_{R_M}\, {}^{R_M}\mathbf{R}_{R_E} \tag{4.18}$$

L'observation de l'effecteur dans ses déplacements permet de déterminer l'expression de l'axe de rotation de la nacelle $\mathbf{z_B} = \mathbf{z_E}$ dans le repère caméra R_C. La relation (4.18) permet donc d'exprimer l'angle ψ_{CE} définissant la matrice de rotation ${}^{R_C}\mathbf{R}_{R_E}$. Cette matrice peut également être exprimée en faisant intervenir la pose de l'effecteur :

$${}^{R_C}\mathbf{R}_{R_E} = {}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B}\, {}^{R_B}\mathbf{R}_{R_E} \tag{4.19}$$

avec ${}^{R_B}\mathbf{R}_{R_E}$ défini par l'orientation θ de la nacelle. Le vecteur $\mathbf{z_B}$ étant connu dans R_C, la matrice ${}^{R_C}\mathbf{R}_{R_B}$ est définie par l'angle ψ_{CB} autour de ce dernier. La combinaison des relations (4.18) et (4.19) s'exprime donc par :

$$\theta + \psi_{CB} = \psi_{CM} + \psi_{ME} \tag{4.20}$$

Le second membre correspond à la partie connue après identification. ψ_{CB} n'a pu être identifié avec les autres paramètres. Nous ne pouvons donc exprimer l'orientation de la nacelle dans le repère de base qu'à une constante ψ_{CB} près. Il s'agit de la conséquence du deuxième couplage entre paramètres géométriques et externes.

Remarque Le paramètre d intervient de la même manière que la position Y de l'effecteur dans le modèle inverse (4.14). Une modification de ce paramètre ne modifie donc la position de l'effecteur que d'une valeur qui reste constante dans l'espace de travail. Nous sommes dans le cas d'un couplage entre paramètres géométriques et externes : nous ne pouvons identifier d seul, et rendre le mécanisme précis en position, mais cela ne nous empêche pas de rendre le mécanisme précis en déplacement.

Bilan Les mouvements possibles de l'effecteur par rapport à la base ne permettent pas l'identification de l'ensemble des paramètres externes. Nous avons déterminé les couplages correspondants qui peuvent perturber l'optimisation mais qui n'ont pas de conséquence sur l'amélioration de précision par identification.

Pour le modèle 12, l'ensemble des paramètres géométriques est identifiable indépendamment des paramètres externes. L'amélioration totale de la précision du mécanisme est donc possible.

Pour le modèle 31, nous ne pouvons identifier le mécanisme qu'à un déplacement près en translation selon $\mathbf{y_B}$ (couplage entre d et y_{BC}) et en rotation selon $\mathbf{z_B}$. Nous pouvons donc obtenir la précision du mécanisme en translation selon $\mathbf{x_B}$ et $\mathbf{z_B}$ mais uniquement en déplacement en translation selon $\mathbf{y_B}$ et en rotation selon $\mathbf{z_B}$.

Remarque La formulation du modèle inverse du modèle 31 directement dans le repère caméra, à partir du modèle implicite (4.16), permet de diminuer nettement en simulation le conditionnement Cond($\mathbf{J}_\xi$) par rapport à la formulation dans le repère de base (4.14). Nous utiliserons par conséquent cette forme dans la suite.

4.4.4 Expérimentation

L'outil de métrologie par vision décrit en 4.3 est utilisé pour acquérir 81 poses disposées régulièrement dans un volume de $200 \times 200 \times 150mm^3$: trois orientations différentes ($-20°$, $0°$, $20°$) sont utilisées pour 27 positions de l'effecteur.

4.4.5 Résultats expérimentaux

4.4.5.1 Critères d'évaluation de l'identification

Critère 1 - Evaluation des résidus Le mécanisme est identifié par minimisation d'une fonction d'erreur définie à partir du modèle géométrique inverse :

$$\xi_{solution} = \underset{\xi}{\operatorname{argmin}}\ \epsilon^T \epsilon \tag{4.21}$$

pour un ensemble de N poses, avec

$$\begin{array}{l} \epsilon = [\epsilon_1{}^T \ \epsilon_2{}^T \ \ldots \ \epsilon_N{}^T]^T \\ \epsilon_i = \mathbf{q_i} - \mathbf{f}(\mathbf{X_i},\xi),\ i \in [1,N] \end{array} \tag{4.22}$$

Une réduction des erreurs commises dans l'estimation des variables articulaires à partir de la mesure extéroceptive doit être constatée en utilisant les paramètres identifiés à la place des paramètres estimés *a priori*. Nous définissons à partir de ϵ_V, le vecteur constitué des erreurs calculées pour les N_V poses de validation :

- V_1 l'erreur moyenne commise dans l'estimation des variables articulaires :

$$V_1 = \frac{1}{4N} \sum_{i=1}^{4N} \epsilon_{V\,i}(\xi) \tag{4.23}$$

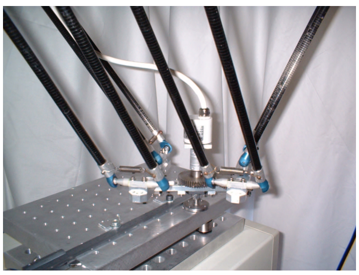
- V_2 l'erreur quadratique moyenne :

$$V_2 = \sqrt{\frac{1}{4N} \epsilon_V^T(\xi) \epsilon_V(\xi)} \tag{4.24}$$

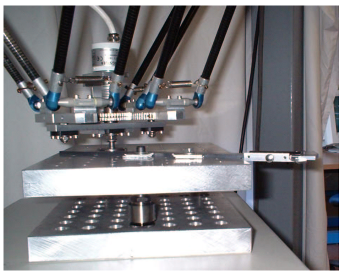
Critère 2 - Respect d'une contrainte cinématique Dans le cas présent, l'effecteur est déplacé selon une trajectoire rectiligne, dans deux directions (figure 4.12). Pour chaque position de l'effecteur, il est possible de déterminer *a posteriori* sa position à l'aide des paramètres initiaux ou identifiés et d'un modèle géométrique direct numérique. Nous utilisons 20 positions pour chaque direction de mesure. L'ensemble de points obtenu doit être réparti selon une droite que nous estimons par une méthode des moindres carrés. L'écart quadratique moyen des points par rapport à la droite, qui correspond à l'estimation de la rectitude R de la droite reconstituée, permet d'estimer la pertinence des paramètres.

Nous définissons l'indicateur V_3 comme la valeur moyenne de rectitude obtenue à partir des deux configurations de mesure :

$$V_3 = \frac{1}{2}(R_{Config.1} + R_{Config.2}) \tag{4.25}$$



(a) Configuration 1



(b) Configuration 2

FIG. 4.12 : *Validation de l'identification par contrainte cinématique sur l'effecteur.*

Paramètre	h (mm)	l (mm)	R (mm)	L (mm)
Valeur *a priori*	60.0	260.5	140.0	480.0
Valeur identifiée	61.0	260.0	141.3	487.6
Paramètre	α_1 (rad)	α_2 (rad)	α_3 (rad)	α_4 (rad)
Valeur *a priori*	0	3.14	4.71	4.71
Valeur identifiée	-1.5E-3	3.10	4.68	4.68
Paramètre	$\mathbf{q_0}_1$ (rad)	$\mathbf{q_0}_2$ (rad)	$\mathbf{q_0}_3$ (rad)	$\mathbf{q_0}_4$ (rad)
Valeur *a priori*	0	0	0	0
Valeur identifiée	-0.0662	-0.0080	-0.0476	-0.0561

TAB. 4.4 : *Paramètres géométriques identifiés (d n'est pas identifiable).*

4.4.5.2 Evaluation initiale de l'amélioration de la précision du mécanisme

Un jeu de 71 poses choisies aléatoirement parmi les 81 poses mesurées est utilisé pour identifier le modèle 12 du mécanisme. Les paramètres géométriques identifiés sont comparés à leurs valeurs *a priori* dans le tableau 4.4. Les variations des valeurs des paramètres restent faibles et acceptables compte tenu de la précision de la connaissance initiale du mécanisme. Remarquons tout de même la variation assez forte de la longueur des avant-bras (plusieurs millimètres). Nous reviendrons sur cet écart dans la discussion du choix de l'influence du modèle.

Critère 1 Les paramètres identifiés permettent une nette réduction des erreurs commises dans l'estimation des variables articulaires à partir de la mesure par vision. Les valeurs des critères V_1 et V_2 estimées pour 10 poses non utilisées durant l'identification [6] sont fortement diminuées : le critère V_1 est de l'ordre de l'erreur de mesure des capteurs proprioceptifs, et une diminution de 83% de V_2 est constatée (tableau 4.5).

Critère	V_1 *(rad)*	V_2 *(rad)*	V_3 *(mm)*
Paramètres initiaux	6.9E-2	7.3E-3	1.8
Paramètres identifiés	-2.5E-5	1.2E-3	0.55

TAB. 4.5 : *Validation de l'identification avec les critères V_1, V_2 et V_3.*

Critère 2 L'utilisation des paramètres identifiés à la place des paramètres initiaux permet une réduction de la rectitude moyenne évaluée V_3 de $1.8mm$ à $0.55mm$ (tableau 4.5). L'amélioration de la connaissance du comportement du mécanisme est confirmée par ce deuxième indicateur, indépendant de l'outil de métrologie utilisé.

Amélioration de la précision du robot Pour ce mécanisme, les paramètres identifiés ont été utilisés pour modifier la loi de commande et évaluer le gain conséquent de précision. La trajectoire imposée est un carré de coté $100mm$ dans un plan à z constant. Pour effectuer le relevé de la trajectoire, un stylet est placé perpendiculairement au plan défini par l'extrémité de l'effecteur (figure 4.13). La perpendicularité est assurée en orientant le support du vé qui met en

6. Le jeu de paramètres à identifier contient des paramètres géométriques, liés à la description du mécanisme, et des paramètres externes, liés à l'implantation du capteur. Pour n'évaluer que l'influence de la modification des paramètres géométriques, les paramètres externes identifiés sont utilisés lors du calcul des critères V_1 et V_2 avec les paramètres initiaux.

position le stylet (figure 4.14). Sur l'extrémité de l'effecteur est disposée une plaque permettant de relever le tracé du stylet, et donc le mouvement relatif de l'effecteur par rapport à la base du mécanisme.

FIG. 4.13 : *Plaque et stylet permettant le tracé de la trajectoire.*

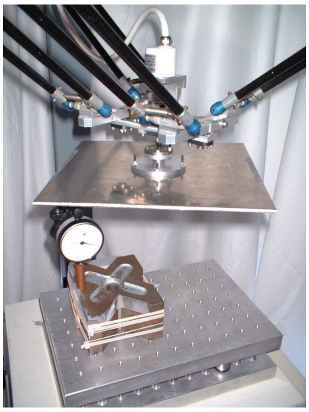


FIG. 4.14 : *Support, vé et plaque permettant le tracé de la trajectoire (le comparateur est remplacé après dégauchissage par le stylet pour le tracé).*

La commande n'assure que le respect des coordonnées des points rentrés, mais pas la nature de la trajectoire. Il s'agit donc uniquement de déterminer les distances relatives entre les 4 points définissant le carré (figure 4.15). L'extraction des résultats reste délicate, et la précision des mesures est de l'ordre de $0.5mm$. La précision du mécanisme est caractérisée par les erreurs commises sur les dimensions du carré.

Les tracés 1 et 2 (tableau 4.6 - figure 4.15) correspondent au tracé successif du carré avec les paramètres initialement implantés dans la commande, avec un décalage manuel du stylet entre les 2 tracés. Ils montrent une bonne répétabilité du robot. Le tracé 3 est effectué en utilisant les paramètres identifiés. Nous pouvons observer une rotation du tracé correspondant à la modification de l'orientation du repère de base après identification. Les erreurs dimensionnelles relevées après modification des paramètres de la loi de commande sont de l'ordre de l'incertitude de mesure sur les tracés : de l'ordre de 0.5mm à comparer à des erreurs initiales de l'ordre de 5mm. Une nette amélioration de la précision est donc effectivement constatée.

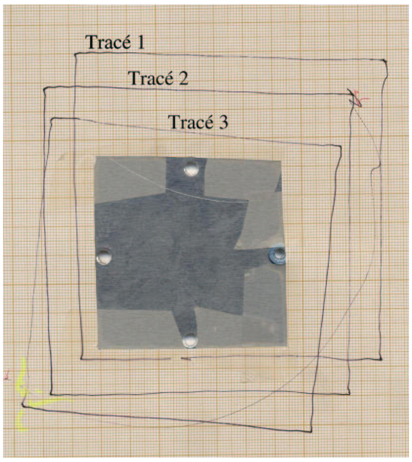


FIG. 4.15 : *Tracés d'un carré de côté* 100*mm à l'aide de la commande du robot H4.*

Tracé	Coté 1	Coté 2	Coté 3	Coté 4
1	6.8	3.6	3.8	6.9
2	6.9	3.6	3.8	6.7
3	0.6	-0.2	0.4	-0.4

TAB. 4.6 : *Erreurs dimensionnelles (en mm) mesurées sur les tracés. Les tracés 1 et 2 sont effectués avec les paramètres initiaux, le tracé 3 avec les paramètres identifiés.*

4.4.5.3 Influence du modèle sur l'identification

Les poses utilisées dans le paragraphe précédent sont maintenant utilisées pour analyser l'influence du choix du modèle sur la qualité de l'identification. Deux modèles ont été introduits, les modèles 12 et 31, qui peuvent également être déclinés en plusieurs variantes, selon l'information *a priori* utilisée. Nous avons évalué au total huit variantes, décrites dans le tableau 4.7. Elles correspondent au choix de la prise en compte d'informations sur les dimensions de certains éléments (avant-bras, demi-nacelle) dont nous avons une bonne estimation.

Dans le tableau 4.8 sont indiquées les valeurs du conditionnement $\mathrm{Cond}(\mathbf{J}_\xi)$ et des critères V_1, V_2 et V_3. Le conditionnement constitue un indicateur de la sensibilité de la fonction d'erreur aux paramètres.

La comparaison des variantes a été effectuée 25 fois en re-générant un jeu de 71 poses à partir de l'ensemble des 81 mesures disponibles. Les performances comparées des variantes restent semblables. La valeur moyenne du critère V_3 sur l'ensemble de ces jeux est représentée en figure 4.16 en fonction de la variante identifiée. L'évolution de V_3 en fonction de la variante est la même pour chacune des deux configurations de mesure. Les écarts constatés semblent donc significatifs.

L'écart quadratique moyen V_2 diminue constamment avec l'augmentation du nombre de paramètres à identifier. L'évolution de V_3 n'est en revanche pas constante en fonction de ce nombre de paramètres. Ce critère semble permettre ici de déceler une différence entre les variantes que ne traduisent pas les indicateurs V_1 et V_2. L'indicateur V_3 permet de ne pas faire intervenir de mesure extéroceptive, délicate à réaliser. Il nécessite en revanche ici l'utilisation de modèles géométriques directs numériques, dont la robustesse aux erreurs de mesure des capteurs proprioceptifs peut varier. Il est donc délicat de statuer sur l'origine des écarts de V_3 constatés

Dénomination	Modèle de référence	Nbre de param. géom.	Nbre de param. externes	Nbre total de param.	Information *a priori* ajoutée au modèle de référence
A	12	10	7	17	Largeur nacelle h Longueur avant-bras l
B	12	11	7	18	Largeur nacelle h
C	12	11	7	18	Longueur avant-bras l
D	12	12	7	19	-
E	31	25	3	28	Longueur L identique des quatre bras Largeur nacelle h Longueur avant-bras l
F	31	28	3	31	Largeur nacelle h Longueur avant-bras l
G	31	29	3	32	Longueur avant-bras l
H	31	33	3	36	-

TAB. 4.7 : *Variantes identifiées avec l'information a priori utilisée. Le modèle de référence est le modèle à partir duquel est construit la variante.*

	A	B	C	D	E	F	G	H
Cond($\mathbf{J}_\xi$)	115	160	116	161	187	192	194	220
V_1 (rad)	1.6E-4	5.1E-5	1.3E-4	-2.5E-5	2.5E-4	2.3E-4	1.9E-4	-3.0E-5
V_2 (rad)	1.4E-3	1.3E-3	1.2E-3	1.2E-3	9.8E-4	8.5E-4	7.1E-4	6.1E-4
V_3 (mm)	6.1E-1	5.4E-1	6.2E-1	5.5E-1	7.9E-1	8.8E-1	8.8E-1	7.7E-1

TAB. 4.8 : *Valeurs du conditionnement* Cond($\mathbf{J}_\xi$) *et des critères V_1, V_2 et V_3 pour un jeu de 71 poses.*

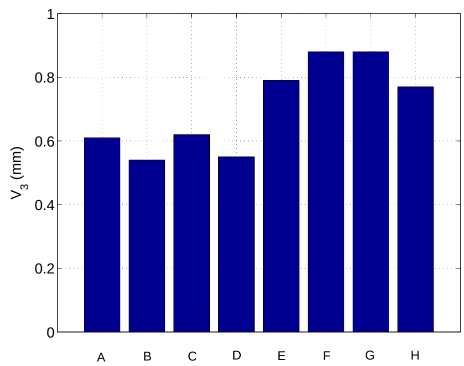


FIG. 4.16 : *Valeur moyenne de V_3 en fonction de la variante identifiée.*

entre les variantes du modèle 12 et du modèle 31. Nous pouvons simplement constater que les variantes finalement les plus efficaces pour décrire l'évolution de l'effecteur lors de l'évaluation de rectitude sont ici celles basées sur le modèle 12.

Remarquons par ailleurs que le conditionnement varie environ d'un facteur 2 entre les variantes A et H. La variation la plus forte du conditionnement est due à la prise en compte de la longueur des avant-bras (variante A par rapport à B, C/D, G/H). Il s'agit d'une dimension facilement mesurable, donc qui peut être remplacée par une valeur *a priori* fiable. Sa suppression du jeu de paramètres à identifier n'est cependant pas évidente : la rectitude évaluée est en effet légèrement meilleure avec les variantes B, D et H, pour lesquels l est identifié, qu'avec les variantes A, C et G. L'identification du paramètre tend à améliorer également V_2 alors qu'elle entraîne une augmentation du conditionnement, et que la valeur identifiée semble très éloignée de la valeur réelle (écart de plusieurs millimètres). Cette tendance peut résulter de la possibilité dans ce cas de mieux compenser un défaut de modèle. L'analyse du déplacement de la mire dans le volume de travail montre en effet qu'une variation de l'axe de rotation de la nacelle de l'ordre de 0.3° se produit. Cette variation est supérieure au bruit de mesure de l'outil de métrologie par vision, et semble donc significative. Elle est le signe que l'hypothèse faite sur la géométrie des parallélogrammes n'est pas tout à fait respectée. La modélisation du défaut d'orientation de l'effecteur nécessiterait la modélisation complète des avant-bras, comme Visher l'a fait pour le Delta [Vis96]. Ses travaux montrent cependant la difficulté d'identification des paramètres associés, et dans notre cas l'amplitude des défauts nous a paru trop faible par rapport à la précision de mesure pour envisager une telle modélisation. Identifier une longueur équivalente des avant-bras semble constituer une alternative pour améliorer la description du mécanisme, même si cette dernière est alors éloignée de la valeur physique du paramètre.

Finalement, les variantes B et D semblent les variantes les plus intéressantes à identifier : elles permettent une nette amélioration des critères d'évaluation de l'identification, tout en limitant la complexité du modèle géométrique.

4.4.5.4 Influence des poses sur l'identification

Influence du nombre de poses Dans un premier temps nous analysons l'influence du nombre de poses sur l'identification. Le modèle identifié est le modèle 12 (variante D). Pour ce dernier, 19 paramètres (12 paramètres géométriques et 7 paramètres externes) sont à identifier. Au moins cinq poses sont donc nécessaires. Afin d'évaluer la redondance d'information nécessaire pour avoir une estimation fiable des paramètres, l'identification est réalisée en utilisant successivement des jeux de 6, 15 et 71 poses. Pour chacune de ces trois tailles de jeux de poses, nous réalisons l'identification 100 fois en choisissant à chaque fois le jeu de poses aléatoirement parmi les 81 poses mesurées. Ceci nous permet d'estimer la valeur moyenne et un écart-type des paramètres (tableau 4.9) et des critères V_1, V_2 et V_3 (tableau 4.10).

Les écarts-types estimés des valeurs identifiées des paramètres (tableau 4.9) sont quasiment divisés par trois en utilisant un jeu de 15 poses au lieu de 6. Le gain en utilisant 71 poses n'est en revanche ensuite que de l'ordre de 30%. De la même manière, les valeurs moyennes et écarts-types des indicateurs V_1, V_2 et V_3 (tableau 4.10) diminuent fortement en utilisant un jeu de 15 poses au lieu de 6, puis plus faiblement en utilisant 71 poses au lieu de 15. Un jeu de 15 poses (soit trois fois la taille minimale du jeu de poses pour l'identification) semble représenter un bon compromis entre la performance de l'identification et l'effort expérimental.

Influence du lieu des poses L'identification de ce mécanisme n'a pas fait l'objet d'une optimisation des poses avant expérimentation. Il est donc difficile d'évaluer quantitativement

	Jeu de 6 poses		Jeu de 15 poses		Jeu de 71 poses		Valeurs
	Moyenne	Ecart-type	Moyenne	Ecart-type	Moyenne	Ecart-type	initiales
h (mm)	61.1	0.9	6.10E-2	0.25	60.9	0.1	60.0
L (mm)	260.2	1.8	259.8	0.42	259.6	0.16	260.5
R (mm)	138.7	7.7	141.1	1.6	141.1	1.2	140.0
l (mm)	484.5	12.3	486.8	2.4	487.2	1.4	480.0
α_1 (rad)	-5.7E-3	3.08E-2	-1.65E-2	9.1E-3	-1.51E-2	7.9E-3	0
α_2 (rad)	3.112	3.3E-2	3.099	9.3E-3	3.094	6.8E-3	3.141
α_3 (rad)	4.688	2.96E-2	4.677	9.0E-3	4.675	7.0E-3	4.712
α_4 (rad)	4.693	2.5E-2	4.682	8.4E-3	4.680	6.3E-3	4.712
$\mathbf{q_{01}}$ (rad)	-6.64E-2	2.8E-2	-6.98E-2	1.1E-2	-6.93E-2	8.9E-3	0
$\mathbf{q_{02}}$ (rad)	-7.0E-3	2.7E-2	-1.02E-2	8.9E-3	-1.91E-2	7.8E-3	0
$\mathbf{q_{03}}$ (rad)	-4.49E-2	2.9E-2	-5.16E-2	1.0E-2	-5.25E-2	8.2E-3	0
$\mathbf{q_{04}}$ (rad)	-5.62E-2	3.0E-2	-5.98E-2	9.8E-3	-6.09E-2	8.8E-3	0

TAB. 4.9 : *Influence du nombre de poses sur valeurs moyennes et écarts-types des paramètres identifiés.*

	Jeu de 6 poses		Jeu de 15 poses		Jeu de 71 poses		Valeurs
	Moyenne	Ecart-type	Moyenne	Ecart-type	Moyenne	Ecart-type	initiales
V_1 (rad)	3.28E-4	1.49E-3	5.65E-5	4.3E-4	-2.4E-5	2.7E-4	6.92E-2
V_2 (rad)	2.87E-3	2.3E-3	1.31E-3	2.85E-4	1.01E-3	3.2E-4	7.3E-2
V_3 (mm)	8.65E-1	4.5E-1	5.6E-1	8.0E-2	5.35E-1	4.5E-2	1.8

TAB. 4.10 : *Influence du nombre de poses sur les critères V_1, V_2 et V_3.*

l'influence du choix des poses pour l'identification. *A posteriori* l'optimisation des poses en simulation montre que les poses favorables à l'identification sont situées au bord du volume de mesure. Quinze poses situées aux sommets du parallélépipède de mesure sont donc utilisées pour réaliser l'identification. Les valeurs des critères V_1, V_2 et V_3 sont indiquées dans le tableau 4.11. Elles sont comparées aux valeurs moyennes et écarts-types de ces critères obtenus en identifiant le mécanisme 100 fois à l'aide de jeux de quinze poses choisis aléatoirement. Les valeurs des critères obtenues semblent en deçà des résultats moyens, et donc favorables à l'identification.

Critère	15 poses sur les bords	15 poses aléatoires Valeur moyenne	15 poses aléeatoires Ecart-type
V_1 (rad)	1.0E-4	5.65E-5	4.3E-4
V_2 (rad)	1.0E-3	1.3E-3	2.8E-4
V_3 (mm)	0.44	0.56	0.08

TAB. 4.11 : *Valeurs des critères V_1, V_2 et V_3 pour un jeu de huit poses choisies près des bords du volume de travail.*

4.4.5.5 Efficacité atteinte de l'identification

Dans le tableau 4.12 sont comparées les valeurs des critères V_1, V_2 et V_3 obtenues pour les paramètres initiaux, identifiés initialement (§4.4.5.2), et identifiés en ayant analysé l'influence du modèle et des poses (§4.4.5.3 & 4.4.5.4).

	Avant identification	Première identification	Optimisation identification
V_1 (rad)	6.92E-2	-2.5E-5	1.0E-4
V_2 (rad)	7.3E-3	1.2E-3	1.0E-3
V_3 (mm)	1.8	0.55	0.44

TAB. 4.12 : *Evolution des critères V_1, V_2 et V_3 au cours de l'identification.*

Pour ce mécanisme, le modèle choisi initialement pour l'identification correspond au modèle retenu après analyse de l'influence du modèle. Le choix de 15 poses favorables à l'identification, au sens des critères d'évaluation des poses, permet d'améliorer d'environ 20% les critères V_2 et V_3 par rapport au cas d'un jeu de 71 poses réparties régulièrement dans l'espace de travail. Les critères V_1 restent de l'ordre de grandeur du bruit de mesure des capteurs proprioceptifs. L'apport de l'identification est très net en comparant les première et troisième colonnes du tableau 4.12.

4.4.6 Conclusion

L'identification du mécanisme H4 nous apporte deux types d'informations :

- au niveau de l'apport de la vision, le couplage identification - observation de l'effecteur semble efficace. Une nette amélioration de la précision du mécanisme est constatée et validée par plusieurs expérimentations indépendantes. Un nombre relativement faible de poses (une quinzaine) suffit à identifier le mécanisme. La procédure peut donc être rapide dans le cas d'une identification périodique.
- au niveau du choix du modèle pour l'identification, la complexité du modèle ne semble pas aller de pair avec son efficacité. Dans le cas présent, l'utilisation de modèles élaborés pour

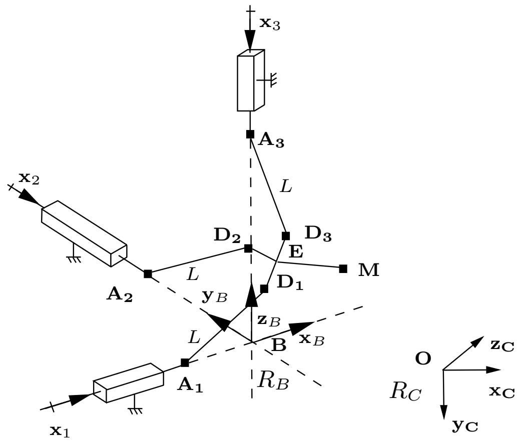


FIG. 4.17 : *Paramètres du modèle 13 du mécanisme Orthoglide.*

l'identification provoque en effet la détérioration de l'évaluation de rectitude. Il est difficile de déterminer si cette variation de rectitude est due à la détérioration de l'identification ou à l'instabilité numérique des modèles directs utilisés pour déterminer la pose de l'effecteur. L'introduction dans le jeu de paramètres à identifier de la longueur équivalente des parallélogrammes est un cas particulier par rapport aux autres paramètres géométriques : l'augmentation du conditionnement qu'elle provoque semble rendue nécessaire par la compensation de défaut du modèle qu'elle permet d'apporter.

4.5 Robot Orthoglide

4.5.1 Présentation du robot

Le mécanisme Orthoglide [CW03] a déjà été présenté dans le deuxième chapitre (§2.3.5.1). Nous rappellerons donc succinctement ses propriétés et les modèles utilisés avant de développer la démarche expérimentale proposée d'analyse de l'identification.

4.5.2 Modélisation

4.5.2.1 Modèle 13

Rappels L'effecteur a un déplacement selon trois degrés de liberté en translation par rapport à la base si les mécanismes quatre-barres liant l'effecteur aux actionneurs peuvent être modélisés par des parallélogrammes spatiaux. Nous nous placerons dans ce cadre dans la suite (l'hypothèse sera discutée avec les résultats expérimentaux) et modélisons les parallélogrammes par des éléments équivalents $\mathbf{A_i D_i}$, $i \in [1,3]$ (figure 4.17). Le modèle 13 reprend les hypothèses faites lors de la conception du mécanisme. Les axes $(\mathbf{A_i},\mathbf{x_i})$, $i \in [1,3]$ des actionneurs sont supposés orthogonaux et s'intersectant en un point $\mathbf{B}$.

Un repère $R_B(\mathbf{B},\mathbf{x_B},\mathbf{y_B},\mathbf{z_B})$ peut ainsi être lié à la base du mécanisme, en choisissant $\mathbf{x_B} = \mathbf{x_1}$, $\mathbf{y_B} = -\mathbf{x_2}$, $\mathbf{z_B} = -\mathbf{x_3}$. Le repère lié à l'effecteur est construit à partir du centre du porte-outil $\mathbf{E}$, avec ses vecteurs de base colinéaires à ceux de R_B. Les trois bras liant la base et l'effecteur sont caractérisés par leur dimension L, et l'implantation des bras sur l'effecteur décrite par les vecteurs $\mathbf{ED_i}(x_{ED_i},y_{ED_i},z_{ED_i})_{i\in[1,3]}$. Le décalage existant entre les valeurs articulaires lues et la position des points $\mathbf{A_i}$ dans le repère de base est pris en compte en introduisant les décalages $\mathbf{q_{0i}}$:

$$\mathbf{A_iB} = -(\mathbf{q_i} + \mathbf{q_{0i}})\mathbf{x_i},\ i \in [1,3] \tag{4.26}$$

Treize paramètres géométriques sont donc nécessaires pour décrire la position de l'effecteur par rapport à R_B : $(L, x_{ED_i}, y_{ED_i}, z_{ED_i}, \mathbf{q_{0i}})_{i\in[1,3]}$

Existence d'un point de fonctionnement isotrope Le mécanisme est conçu pour avoir un point de fonctionnement isotrope, c'est à dire tel qu'en ce point la matrice jacobienne du modèle inverse par rapport à la pose soit égale à la matrice identité. Pour que ce point existe, les paramètres géométriques $(x_{ED_i}, y_{ED_i}, z_{ED_i})_{i\in[1,3]}$ doivent vérifier les relations :

$$\left\{\begin{array}{ccc} x_{ED_2} & = & x_{ED_3} \\ y_{ED_1} & = & y_{ED_3} \\ z_{ED_1} & = & z_{ED_2} \end{array}\right. \tag{4.27}$$

Nous considérerons dans la suite le modèle obtenu en supposant ou non la relation (4.27) vérifiée.

4.5.2.2 Modèle 21

Dans ce modèle, les axes $(\mathbf{A_i}, \mathbf{x_i})$ des actionneurs ne sont plus supposés orthogonaux ni s'intersectant (figure 4.18). Le repère R_B lié à la base est donc construit tel que :

- $\mathbf{x_B}$ soit colinéaire à $\mathbf{x_1}$;
- le centre de R_B corresponde à la position du point $\mathbf{A_1}$ lorsque le zéro du codeur correspondant est atteint ;
- le point $\mathbf{A_2}$ soit d'ordonnée nulle lorsque le zéro du codeur est atteint : $z_{A_2} = 0$.

L'axe 2 est défini par la position $(x_{A_2}, y_{A_2}, 0)$ de $\mathbf{A_2}$ lorsque le zéro du codeur est atteint, et la direction $\mathbf{x_2}$ de translation. La liaison glissière de l'axe 3 est définie par les coordonnées $(x_{A_3}, y_{A_3}, z_{A_3})$ du point $\mathbf{A_3}$ lorsque le zéro du codeur est atteint, et sa direction $\mathbf{x_3}$. Pour définir les directions $\mathbf{x_2}$ et $\mathbf{x_3}$ nous introduisons deux couples d'angles (ψ_i, θ_i), définis comme les deux premiers angles d'Euler. Le repère lié à l'effecteur a pour origine $\mathbf{E}$ et ses vecteurs de base sont choisis parallèles à ceux de R_B.

Les dimensions L_i, $i \in [1,3]$ des éléments équivalents des bras sont supposées différentes. Comme précédemment, leur implantation sur l'effecteur est caractérisée par les vecteurs $\mathbf{ED_i}$ $(x_{ED_i}, y_{ED_i}, z_{ED_i})$. Vingt-et-un paramètres sont donc nécessaires à la description de la position de l'effecteur par rapport à R_B : $(x_{A_2}, y_{A_2}, x_{A_3}, y_{A_3}, z_{A_3}, \psi_2, \theta_2, \psi_3, \theta_3, L_i, x_{ED_i}, y_{ED_i}, z_{ED_i})$, $i \in [1,3]$

4.5.3 Couplage identification - observation de l'effecteur

L'analyse de l'identifiabilité des paramètres dans le cas du modèle 13 a été étudiée au chapitre 2 (§2.4.3). Il est apparu que les paramètres $\mathbf{q_{0i}}$, $(x_{ED_i}, y_{ED_i}, z_{ED_i})$ ne sont identifiables que par leur combinaison avec les paramètres externes décrivant la position de la caméra et de la mire respectivement par rapport à la base et à l'effecteur. Treize paramètres doivent être identifiés.

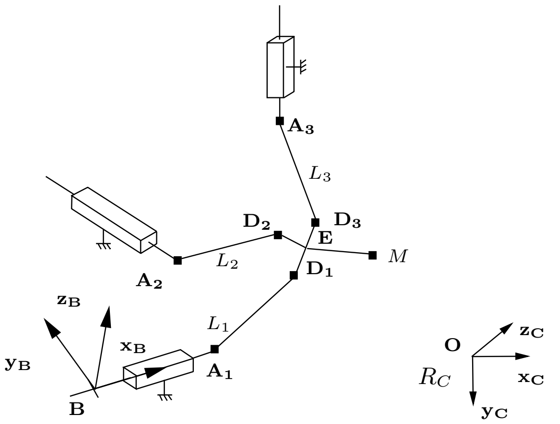


FIG. 4.18 : *Paramètres du modèle 21 du mécanisme Orthoglide.*

Dans le cas où nous supposons l'existence d'un point de fonctionnement isotrope, et si nous fixons les coordonnées de ce point par :

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{ED_1} = z_{ED_1} = 0 \\ x_{ED_2} = z_{ED_2} = 0 \\ x_{ED_3} = y_{ED_3} = 0 \end{array} \right. \tag{4.28}$$

alors l'ensemble des paramètres géométriques peut être identifié indépendamment des paramètres externes.
Dans la suite du paragraphe nous analysons le cas du modèle 21.

4.5.3.1 Paramètres externes à identifier

La mire n'est pas positionnée avec précision par rapport au repère lié à l'effecteur. La transformation ${}^{R_E}T_{R_M}({}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M}, {}^{R_E}\mathbf{R}_{R_M})$ entre les repères R_E et R_M liés à l'effecteur et à la mire nécessite donc l'introduction de trois paramètres (x_{EM}, y_{EM}, z_{EM}) définissant ${}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M}$ et trois paramètres $(\psi_{EM}, \theta_{EM}, \phi_{EM})$ définissant ${}^{R_E}\mathbf{R}_{R_M}$. De la même manière la définition de la transformation ${}^{R_B}T_{R_C}$ entre le repère lié à la caméra et le repère lié à la base fait intervenir six paramètres (x_{BC}, y_{BC}, z_{BC}) et $(\psi_{BC}, \theta_{BC}, \phi_{BC})$. Du fait du mouvement de translation pure de l'effecteur par rapport à sa base, la connaissance d'une des deux matrices de rotation ${}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C}$ et ${}^{R_E}\mathbf{R}_{R_M}$ suffit à déterminer l'autre, puisque pour toute mesure ${}^{R_C}\mathbf{R}_{R_M}$ nous avons la relation :

$${}^{R_B}\mathbf{R}_{R_E} = {}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C}\,{}^{R_C}\mathbf{R}_{R_M}\,{}^{R_M}\mathbf{R}_{R_E} = \mathbf{I} \tag{4.29}$$

donc

$${}^{R_E}\mathbf{R}_{R_M} = {}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C}\,{}^{R_C}\mathbf{R}_{R_M} \tag{4.30}$$

4.5.3.2 Identifiabilité des paramètres

Paramètres géométriques L'écriture du modèle implicite montre immédiatement l'existence de couplages entre paramètres géométriques :

$$\begin{array}{rcl} L_i & = & \|\mathbf{A_iB} + \mathbf{BE} + \mathbf{ED_i}\|_{R_B} \\ & = & \|\mathbf{A_iA_{i0}} + \mathbf{A_{i0}B} + \mathbf{BE} + \mathbf{ED_i}\|_{R_B} \end{array} \tag{4.31}$$

Les paramètres $(x_{ED_i},y_{ED_i},z_{ED_i})$, $i \in [1{,}3]$ définissant $\mathbf{ED_i}$ et $(x_{A_2},y_{A_2},x_{A_3},y_{A_3},z_{A_3})$ définissant $\mathbf{A_{i0}B}$ peuvent être modifiés simultanément en laissant invariant l'état des actionneurs du mécanisme. Les paramètres identifiables sont donc $(\psi_2,\theta_2,\psi_3,\theta_3,L_i,x_{ED'_i},y_{ED'_i},z_{ED'_i})$, $i \in [1{,}3]$ avec :

$$\begin{cases} x_{ED'_1} = x_{ED_1} \\ y_{ED_1} = y_{ED_1} \\ z_{ED'_1} = z_{ED_1} \\ x_{ED'_2} = x_{ED_2} - x_{A_2} \\ y_{ED'_2} = y_{ED_2} - y_{A_2} \\ x_{ED'_3} = x_{ED_3} - x_{A_3} \\ y_{ED'_3} = y_{ED_3} - y_{A_3} \\ z_{ED'_3} = z_{ED_3} - z_{A_3} \end{cases} \tag{4.32}$$

Paramètres externes L'identifiabilité des paramètres est liée comme nous l'avons montré au chapitre 2 à la nature des mouvements de l'effecteur par rapport à sa base. Pour les deux modèles, celui-ci est supposé effectuer un mouvement de translation par rapport à la base. Nous avons montré (§2.4.3.2) que les vecteurs ${}^{R_E}\mathbf{t}_{R_M}$ et ${}^{R_B}\mathbf{t}_{R_C}$ ne sont alors identifiables que par leur différence. Les autres paramètres externes peuvent être identifiés.

Couplages paramètres géométriques/externes La détermination du jeu de paramètres minimal, et donc l'existence de couplages entre paramètres géométriques et externes, est immédiate si l'on écrit le modèle implicite dans le repère lié à la caméra. Dans ce cas, on a en effet :

$$\begin{aligned} L_i &= \|\mathbf{A_iO} + \mathbf{OM} + \mathbf{ME} + \mathbf{ED_i}\|_{R_C} \\ &= \|\mathbf{A_iA_{i0}} + \mathbf{OM} + \mathbf{ME} + \mathbf{ED_i} + \mathbf{A_{i0}O}\|_{R_C} \end{aligned} \tag{4.33}$$

avec $\mathbf{A_{i0}}$ la position de $\mathbf{A_i}$ lorsque le zéro codeur est atteint. Les vecteurs $\mathbf{ME}$, $\mathbf{ED_i}$ et $\mathbf{A_{i0}O}$ ne peuvent être distingués dans l'équation précédente, l'effecteur ne réalisant que des mouvements de translation par rapport à la base. Leur somme est notée $\mathbf{ME'_i}$. En exprimant le second membre de l'équation précédente dans le repère lié à la caméra, le modèle implicite s'écrit finalement :

$$L_i = \left\| -\mathbf{q_i x_i} + \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{ME'_i} \\ y_{ME'_i} \\ z_{ME'_i} \end{pmatrix} \right\|_{R_C} \tag{4.34}$$

avec $\mathbf{x_i}$ le vecteur directeur de l'actionneur i. La mesure par vision fournit la position de la mire (X,Y,Z). La définition de l'axe de l'actionneur dans le repère R_C lié à la caméra nécessite deux angles (ψ_i,θ_i). Six paramètres doivent donc être identifiés pour chaque chaîne cinématique, soit dix-huit paramètres au total. La simulation de l'identification montre l'identifiabilité de l'ensemble de ces 18 paramètres.

Les couplages se produisant concernent finalement les vecteurs $\mathbf{ME}$, $\mathbf{ED_i}$ et $\mathbf{A_{i0}O}$. Nous pouvons remarquer que nous sommes dans un cas similaire au cas particulier présenté au chapitre 2 : la modification des paramètres géométriques définissant $\mathbf{ED_i}$ entraîne une modification de la position de l'effecteur constante dans l'espace de travail. L'existence de couplages entre paramètres géométriques et externes ne permet donc pas de rendre le mécanisme précis en déterminant l'ensemble des paramètres géométriques, mais sa précision en déplacement peut être assurée.

Bilan Les mouvements possibles de l'effecteur par rapport à la base ne permettent pas l'identification de l'ensemble des paramètres externes. Nous avons déterminé les couplages qui peuvent perturber l'optimisation mais qui n'ont pas de conséquence sur l'amélioration de précision par identification.

Pour le modèle 13, en considérant l'existence d'un point de fonctionnement isotrope, défini par les conditions (4.28), l'ensemble des paramètres géométriques est identifiable indépendamment des paramètres externes. L'obtention d'un mécanisme précis en position est donc possible. Sinon nous pouvons rendre le mécanisme précis uniquement en déplacement.

Pour le modèle 21, nous ne pouvons obtenir la précision du mécanisme qu'en déplacement.

Remarque Dans le cas du modèle 21, nous conserverons l'écriture dans le repère caméra qui permet d'avoir un modèle à la fois minimal et découplé : l'identification de chaque chaîne est indépendante.

4.5.4 Expérimentation

L'outil de métrologie par vision décrit en 4.3 est utilisé pour acquérir 75 poses disposées régulièrement dans un volume de $150 \times 150 \times 150 mm^3$ (figure 4.19). L'orientation de la mire et de la caméra sont choisies pour permettre l'observation de la mire dans l'espace de travail et l'absence d'interférences entre la mire et les chaînes cinématiques.

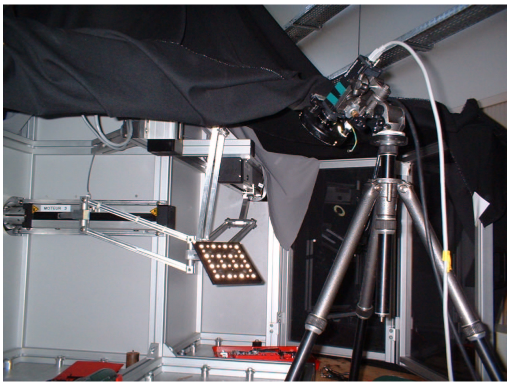


FIG. 4.19 : *Acquisition des images pour l'identification du prototype de l'Orthoglide.*

4.5.5 Résultats expérimentaux

4.5.5.1 Critères d'évaluation de l'identification

Critère 1 - Evaluation des résidus Comme pour le mécanisme H4, les paramètres identifiés peuvent tout d'abord être utilisés pour calculer la valeur de la fonction d'erreur à partir de mesures non utilisées durant l'identification. Nous utilisons :

- V_1 l'erreur moyenne commise dans l'estimation des variables articulaires :

$$V_1 = \frac{1}{3N} \sum_{i=1}^{3N} \epsilon_{V\,i}(\xi) \tag{4.35}$$

- V_2 l'erreur quadratique moyenne :

$$V_2 = \sqrt{\frac{1}{3N}\epsilon_V^T(\xi)\epsilon_V(\xi)} \tag{4.36}$$

Critère 2 - Respect d'une contrainte cinématique Lors de l'expérimentation, l'effecteur est contraint en déplacement selon une trajectoire plane (figure 4.20). L'ensemble des positions de l'effecteur obtenues à l'aide d'un modèle géométrique direct doit être situé selon un plan que nous estimons par une méthode des moindres carrés. L'écart quadratique moyen V_3 des points par rapport au plan, qui correspond à l'estimation de la planéité du plan reconstitué, permet d'estimer l'amélioration de la description du déplacement de l'effecteur. Une trentaine de points est enregistrée.

FIG. 4.20 : *Validation de l'identification par contrainte cinématique sur l'effecteur.*

4.5.5.2 Evaluation initiale de l'amélioration de la précision du mécanisme

Un jeu de 50 poses est choisi aléatoirement parmi les 75 mesures et utilisé pour identifier le modèle 13 du mécanisme, dans le cas où les conditions (4.28) sont vérifiées. Seuls trois paramètres doivent alors être identifiés : ($x_{ED_1} - \mathbf{q_{01}}$,$y_{ED_2} - \mathbf{q_{02}}$,$z_{ED_3} - \mathbf{q_{03}}$) (équation 2.89). Les valeurs identifiées sont comparés à leurs valeurs *a priori* dans le tableau 4.13. Les variations des valeurs des paramètres sont relativement importantes par rapport à la précision de la connaissance initiale du mécanisme. Nous discuterons de ces écarts dans l'analyse du choix du modèle.

Paramètre	Valeur initiale (mm)	Valeur identifiée (mm)
$x_{ED_1} - \mathbf{q_{01}}$	-310.00	-309.33
$y_{ED_2} - \mathbf{q_{02}}$	310.00	306.63
$z_{ED_3} - \mathbf{q_{03}}$	310.00	312.81

TAB. 4.13 : *Valeurs initiales et identifiées des paramètres géométriques du robot Orthoglide.*

Critère 1 Les paramètres identifiés permettent une nette réduction des erreurs commises dans l'estimation des variables articulaires à partir de la mesure par vision. Les valeurs des critères V_1 et V_2 estimées pour 10 poses non utilisées durant l'identification [7] sont fortement diminuées :

7. Comme pour le H4, les paramètres externes identifiés sont utilisés lors du calcul des critères avec les paramètres initiaux.

le critère V_1 est de l'ordre de l'erreur de mesure des capteurs proprioceptifs, et une diminution de 87% de V_2 est constatée (tableau 4.14).

Critère	V_1 (mm)	V_2 (mm)	V_3 (mm)
Paramètres initiaux	0.40	2.37	0.22
Paramètres identifiés	-2.0E-3	0.30	0.13

TAB. 4.14 : *Validation de l'identification avec les critères V_1, V_2 et V_3.*

Critère 2 L'utilisation des paramètres identifiés à la place des paramètres initiaux permet une réduction de la planéité évaluée V_3 de $0.22mm$ à $0.13mm$ (tableau 4.14). L'amélioration de la connaissance du comportement du mécanisme est confirmée par ce deuxième indicateur, indépendant de l'outil de métrologie utilisé.

4.5.5.3 Influence du modèle sur l'identification

Les modèles 13 et 21 peuvent être exprimés selon plusieurs variantes, en fonction de l'information *a priori* utilisée. Nous avons évalué finalement six variantes, décrites dans le tableau 4.15.

Dénomination	Modèle de référence	Nbre total de param.	Information *a priori* ajoutée au modèle de référence
A	13	9	Existence d'un point de fonctionnement isotrope Longueur des bras L
B	13	12	Longueur des bras L
C	13	13	-
D	21	15	Longueur des bras L
E	21	16	Longueurs de bras L égales et inconnues.
F	21	18	-

TAB. 4.15 : *Variantes identifiées avec l'information a priori utilisée. Le modèle de référence est le modèle à partir duquel est construit la variante.*

Comme précédemment, un jeu de 50 poses est choisi aléatoirement, et utilisé pour identifier l'ensemble des variantes. Dans le tableau 4.16 sont indiquées les valeurs correspondantes du conditionnement $\mathrm{Cond}(\mathbf{J}_\xi)$ et des critères V_1, V_2 et V_3. Pour les variantes D et F, l'identification des chaînes est réalisée de manière indépendante. Le conditionnement associé à chaque résolution est alors indiqué.

La comparaison des modèles a été effectuée pour 25 jeux de 50 poses générés à partir des 75 poses acquises lors de l'expérimentation. Les performances comparées des variantes restent semblables. La valeur moyenne du critère V_3 sur l'ensemble de ces jeux est représentée en figure 4.21.

Comme nous l'avons déjà constaté pour le mécanisme H4, les écarts quadratiques moyens diminuent avec l'augmentation du nombre de paramètres du modèle, même si par ailleurs la

	A	B	C	D	E	F
Cond($\mathbf{J}_\xi$)	23	68	133	10 - 10 - 9	112	98 - 104 - 111
V_1 (mm)	-3.5E-2	-5.8E-2	-6.4E-2	-1.0E-1	-4.6E-2	-3.2E-2
V_2 (mm)	2.6E-1	2.25E-1	2.24E-1	2.05E-1	2.02E-1	2.01E-1
V_3 (mm)	1.3E-1	8.2E-2	7.9E-2	8.6E-2	1.1E-1	8.2E-2

TAB. 4.16 : *Valeurs du conditionnement* Cond($\mathbf{J}_\xi$) *et des critères* V_1*,* V_2 *et* V_3 *- 50 poses pour l'identification, 10 pour la validation.*

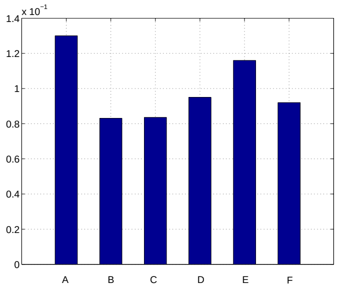


FIG. 4.21 : *Valeur moyenne de* V_3 *en fonction de la variante identifiée.*

planéité évaluée varie. L'identification de la dimension des éléments équivalents des bras pénalise l'identification, avec une nette augmentation du conditionnement. Nous pouvons remarquer l'intérêt de la formulation du modèle 21 dans le repère caméra, qui permet de découpler l'identification de chaque chaîne et avoir un conditionnement pour chaque résolution plus faible.

L'influence des variantes sur l'évaluation de la planéité semble faible. Il est délicat d'analyser plus avant cette influence, les valeurs obtenues étant proches des incertitudes de mesure et d'expérimentation.

L'orientation de l'effecteur évolue plus faiblement dans l'espace de travail que dans le cas du mécanisme H4. Des variations de l'ordre de 0.1° des angles caractérisant l'orientation de la mire sont mesurées. Proches des incertitudes de mesure, elles ne sont peut être pas dans ce cas significatives d'un défaut de géométrie des parallélogrammes. Comme pour le mécanisme H4, la faiblesse de leur amplitude nous a conduit à ne pas introduire de nouvelle modélisation. L'identification de la longueur équivalente des parallélogrammes ne modifie quasiment pas ici la qualité de l'identification. La difficulté de leur estimation, qui se manifeste par une nette augmentation du conditionnement, empêche probablement la détermination d'une valeur fiable.

La variation la plus significative de planéité concerne la variante A par rapport aux autres variantes. Les paramètres identifiés avec la variante B montrent en effet que les relations (4.27) d'existence du point isotrope ne sont vérifiées qu'à plusieurs millimètres près. Ces écarts semblent difficiles à justifier par rapport à la qualité de réalisation des pièces. L'explication semble plutôt dans le respect des hypothèses de perpendicularité des axes des actionneurs : à partir des angles définissant les axes des actionneurs pour le modèle 21, il est possible de calculer les orientations relatives des axes. Nous obtenons une erreur de perpendicularité entre les axes 1 et 2 de 0.17°, de 0.34° entre les axes 2 et 3 et 0.44° entre 1 et 3. Ces écarts peuvent paraître faibles, mais à une distance de $300mm$, la longueur d'une chaîne, ils sont équivalents à un déplacement supérieur à $2mm$. Les modèles les plus représentatifs semblent donc plutôt être ceux prenant en compte ces erreurs de perpendicularité des axes. Nous choisissons par conséquent pour l'analyse des poses le modèle 21 en utilisant la dimension *a priori* des parallélogrammes.

4.5.5.4 Influence des poses sur l'identification

Influence du nombre de poses Le modèle 21 est identifié à l'aide de jeux de 7, 18 et 50 poses. Ces jeux sont générés aléatoirement à partir de l'ensemble des 75 mesures. Dans chacun des trois cas, l'identification est réalisée à partir de 100 tirages afin d'évaluer la variabilité des résultats. Les valeurs moyennes et les écarts-types estimés des critères V_1, V_2 et V_3 sont indiqués dans le tableau 4.17, et ceux des paramètres géométriques dans le tableau 4.18.

	Jeu de 7 poses		Jeu de 18 poses		Jeu de 50 poses	
	Moyenne	Ecart-type	Moyenne	Ecart-type	Moyenne	Ecart-type
V_1 (mm)	3.0E-2	2.6E-1	-3.1E-2	3.4E-2	-2.2E-2	4.0E-2
V_2 (mm)	4.1E-1	3.3E-1	2.0E-1	1.7E-2	1.9E-1	2.1E-2
V_3 (mm)	2.8E-1	1.9E-1	9.8E-2	1.8E-2	8.9E-2	9.1E-3

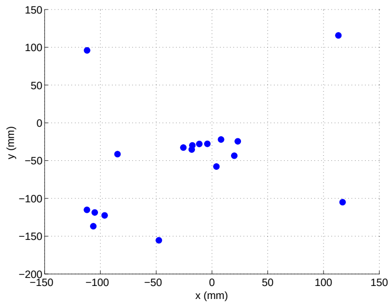
TAB. 4.17 : *Influence du nombre de poses sur les critères V_1, V_2 et V_3.*

	Jeu de 7 poses		Jeu de 18 poses		Jeu de 50 poses	
	Moyenne	Ecart-type	Moyenne	Ecart-type	Moyenne	Ecart-type
x'_{ME_1} (mm)	-194.9	6.6	-194.7	0.44	-194.43	0.36
y'_{ME_1} (mm)	-253.2	6.0	-253.4	0.4	-253.6	0.31
z'_{ME_1} (mm)	536.7	0.51	536.9	0.42	536.5	0.31
ψ_1 (rad)	2.183	1.8E-3	2.186	2.1E-3	2.185	1.9E-3
θ_1 (rad)	2.214	8.1E-3	2.216	2.0E-3	2.215	1.2E-3
x'_{ME_2} (mm)	239.5	1.27	239.9	0.66	240.5	0.40
y'_{ME_2} (mm)	-250.7	1.17	-251.1	0.56	-251.4	0.31
z'_{ME_2} (mm)	504.3	1.1	504.7	0.49	505.5	0.32
ψ_2 (rad)	1.035	8.9E-3	1.034	1.8E-3	1.037	1.5E-3
θ_2 (rad)	1.067	1.2E-2	1.069	1.6E-3	1.067	1.4E-3
x'_{ME_3} (mm)	-2.13	1.32	-2.32	0.18	-2.24	7.5E-2
y'_{ME_3} (mm)	-350.0	5.9	-351.1	1.48	-351.9	0.67
z'_{ME_3} (mm)	151.0	4.9	150.5	0.92	150.2	0.42
ψ_3 (rad)	-5.49E-2	1.7E-2	-5.83E-2	3.9E-3	-5.89E-2	1.6E-3
θ_3 (rad)	2.274	1.8E-2	2.276	3.7E-3	2.276	1.2E-3

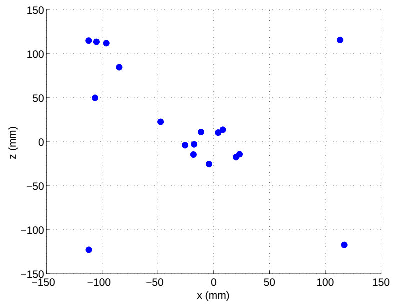
TAB. 4.18 : *Influence du nombre de poses sur les valeurs moyennes et écarts-types estimés des paramètres identifiés.*

Les écarts-types estimés des valeurs identifiées des paramètres sont réduits de 70% en utilisant un jeu de 18 poses au lieu de 7. Le gain en utilisant 50 poses n'est en revanche ensuite que de l'ordre de 30%. La réduction des critères V_1, V_2 et V_3 en utilisant 18 poses au lieu de 7 est encore plus marquée, les valeurs étant comparables à celles obtenues avec des jeux de 50 poses. Dix-huit poses semblent donc suffisantes pour réaliser l'identification du mécanisme, ce qui représente un rapport entre le nombre d'informations et le nombre d'inconnues égal à 3, tout comme pour le robot H4.

Influence du choix des poses L'analyse réalisée au chapitre 2 a montré que pour ce mécanisme, avec l'outil de métrologie utilisé et l'espace de travail accessible, les critères d'optimisation des poses conduisent à des poses semblables. Le choix est ici réalisé en optimisant le critère C_5 (§2.3.3.3) pour un jeu de 18 poses (figure 4.22).



(a) Dans le plan xy



(b) Dans le plan xz

FIG. 4.22 : *Jeu de poses optimal pour l'identification du mécanisme Orthoglide. Les positions de l'effecteur sont représentées dans le repère de base introduit dans le modèle 13 pour faciliter la compréhension.*

L'optimisation des poses a été réalisée après l'expérimentation. Les poses sont donc choisies au mieux parmi l'ensemble des mesures effectuées. Les critères V_1, V_2 et V_3 obtenus sont sensiblement plus faibles que les valeurs moyennes obtenues pour un jeu de 18 poses (tableau 4.19).

Critère	18 poses optimisées	18 poses aléatoires Valeur moyenne	18 poses aléatoires Ecart-type
V_1 (mm)	-4.1E-2	-3.1E-2	3.4E-2
V_2 (mm)	1.9E-1	2.0E-1	1.7E-2
V_3 (mm)	7.7E-2	9.8E-2	1.8E-2

TAB. 4.19 : *Valeurs des critères V_1, V_2 et V_3 pour un jeu de dix-huit poses optimisé et des jeux choisis aléatoirement.*

4.5.5.5 Efficacité atteinte de l'identification

Dans le tableau 4.20 sont comparées les valeurs des critères V_1, V_2 et V_3 obtenues pour les paramètres initiaux, identifiés initialement (§4.4.5.2), et identifiés en ayant analysé l'influence du modèle et des poses.

	Avant identification	Première identification	Optimisation identification
V_1 (mm)	0.40	-2.0E-3	-4.1E-2
V_2 (mm)	2.37	0.30	0.19
V_3 (mm)	0.22	0.13	0.077

TAB. 4.20 : *Evolution des critères V_1, V_2 et V_3 au cours de l'identification.*

Nous identifions finalement bien plus efficacement le mécanisme en utilisant un jeu de 18 poses proches des poses optimales et le modèle apparaissant le plus représentatif du mécanisme qu'en utilisant un jeu de 50 poses et le modèle implanté dans la commande. Les critères V_1 restent de l'ordre de grandeur du bruit de mesure des capteurs proprioceptifs. Les critères V_2 et

V_3 sont améliorés d'environ 40% en ayant soigné le choix des poses et du modèle. L'apport de l'identification est très net sur les critères V_1, V_2 et V_3.

4.5.6 Conclusion

L'identification du robot Orthoglide apporte tout comme celle du mécanisme H4 des informations concernant la méthode d'identification et la modélisation de ce type de mécanismes.

La méthode d'identification par l'utilisation du modèle géométrique inverse et d'un outil de métrologie par vision est validée par l'amélioration des critères de qualité de l'identification, dont l'indicateur de planéité, indépendant de la vision. La méthode de choix des poses semble fournir des résultats favorables à l'identification. Comme précédemment, un faible nombre de poses suffit à une identification fiable des paramètres : dix-huit poses suffisent, soit trois fois plus d'informations que de paramètres à identifier.

Concernant le choix du modèle pour l'identification, des similitudes sont constatées avec le cas du H4. L'identification de la longueur équivalente des chaînes cinématiques est de nouveau délicate, avec une nette augmentation du conditionnement. Une variation de l'orientation de l'effecteur trois fois plus faible est en revanche constatée. L'identification de la longueur des chaînes n'est alors cette fois pas apparue bénéfique de manière sensible à l'identification, ce qui peut s'expliquer par sa faible identifiabilité et le meilleur comportement du mécanisme.

4.6 Robot I4

4.6.1 Présentation du robot

Le mécanisme I4, développé au LIRMM [KCB+03], dispose de quatre degrés de liberté. Il est une évolution du mécanisme H4, avec une nacelle constituée de deux éléments en liaison glissière (figure 4.23), qui assurent la rotation de l'organe terminal par leur mouvement relatif. Pour le prototype réalisé (figure 4.24), cette transformation de mouvement est obtenue à l'aide d'un système pignon-crémaillère.

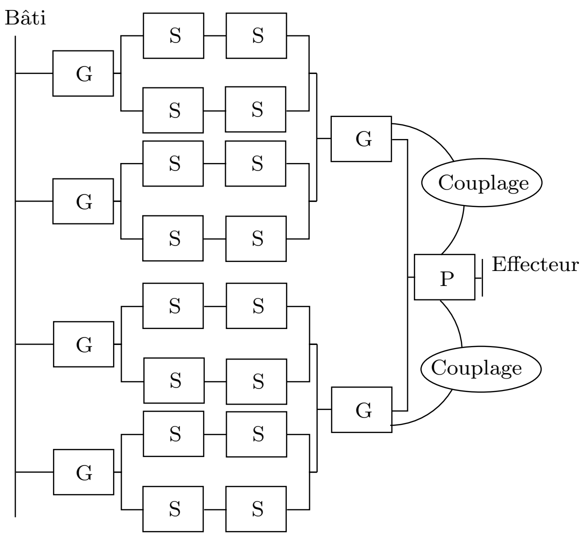
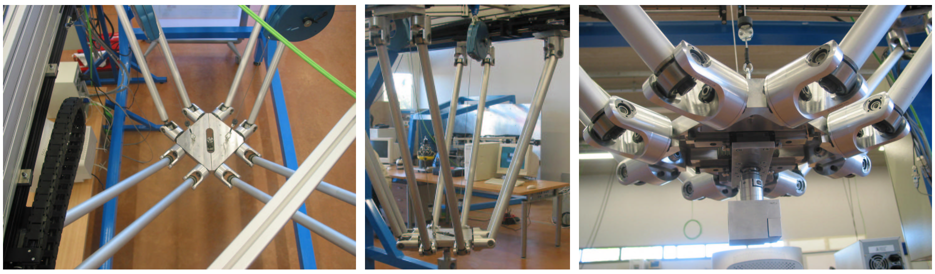


Fig. 4.23 : *Graphe des liaisons du mécanisme I4 (G : liaison glissière, S : liaison sphérique).*



(a) Vue de dessus (b) Vue de côté (c) Vue de dessous

FIG. 4.24 : *Prototype du I4 (d'après S. Krut).*

Le mécanisme a trois degrés de liberté en translation et un degré de liberté en rotation autour d'un axe fixe si les systèmes quatre-barres formant chacune des quatre jambes constituent des parallélogrammes spatiaux.

Pour le prototype réalisé, quatre actionneurs linéaires permettent le positionnement de l'organe terminal. Ils sont alignés deux à deux, et parallèles entre eux. La conception du mécanisme est symétrique, avec des parallélogrammes identiques (figure 4.24(a) et 4.24(b)).

4.6.2 Modélisation

Dans la suite, les quatre systèmes quatre-barres sont considérés parfaits, et modélisés par des éléments équivalents entre les points $\mathbf{A_i}, i \in [1{,}4]$ sur les liaisons glissière et $\mathbf{B_i}, i \in [1{,}4]$ sur la nacelle (figure 4.25). Nous reviendrons sur cette hypothèse dans l'exploitation des résultats. Leurs dimensions sont considérées égales et valant L. Les quatre actionneurs sont supposés avoir même direction de translation, et sont parallèles deux à deux, distants de $2H$. La nacelle est de dimensions $2E \times 2D$. La configuration de l'organe terminal peut être décrite par la position $(X{,}Y{,}Z)$ du point $\mathbf{F}$ de la nacelle et le décalage T entre les deux demi-éléments de la nacelle (figure 4.26). L'orientation de l'effecteur est égale au paramètre T à un coefficient près qui est le facteur de transmission du système pignon-crémaillère.

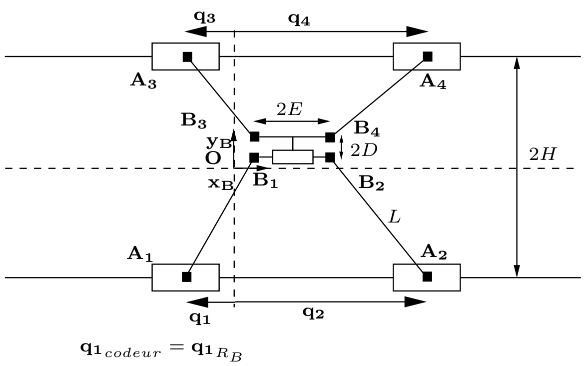


FIG. 4.25 : *Schéma d'ensemble du I4.*

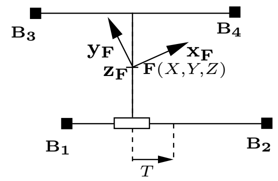


FIG. 4.26 : *Schéma de la nacelle du I4.*

Comme le mécanisme est globalement invariant par une translation selon la direction des actionneurs $\mathbf{x_B}$, nous fixons arbitrairement le repère de base $R_B(\mathbf{O},\mathbf{x_B},\mathbf{y_B},\mathbf{z_B})$ tel que :

- la valeur $\mathbf{q_1}$ lue soit égale à la valeur articulaire ;
- les centres de liaisons $\mathbf{A_i}$,$i \in [1{,}4]$ soient situés dans le plan $z = 0$, et répartis symétriquement par rapport au plan $(\mathbf{O},\mathbf{x_B},\mathbf{z_B})$: $y_{A_i} = \pm H$.

Le repère R_F lié à l'effecteur est défini à partir du centre de l'organe terminal $\mathbf{F}$ (figure 4.26), défini dans le plan contenant les points $\mathbf{B_i}$, $i \in [1{,}4]$, et tel que ses axes $(\mathbf{x_F},\mathbf{y_F},\mathbf{z_F})$ soient parallèles à ceux de R_B lorsque les points $\mathbf{B_i}$ de la nacelle sont en regard.

Il convient de prendre en compte les décalages existants entre valeurs lues par les capteurs proprioceptifs et les valeurs articulaires définies sur la figure 4.25. Nous considérons trois décalages $\mathbf{q_{0i}}$,$i \in [2{,}4]$ tels que :

$$\mathbf{q_i}_{R_B} = \mathbf{q_i} + \mathbf{q_0}_i \tag{4.37}$$

Sous ces hypothèses, les modèles géométriques direct et inverse sont uniques dans le volume de travail et peuvent être exprimés sous forme analytique. En notant (X,Y,Z,T) la pose de l'organe terminal nous avons le modèle inverse [KCB+03] :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \mathbf{q_1} & = & (X+T)-(E+\sqrt{L^2-Z^2-(Y+(H-D))^2}) \\ \mathbf{q_2}+\mathbf{q_{02}} & = & (X+T)+(E+\sqrt{L^2-Z^2-(Y+(H-D))^2}) \\ \mathbf{q_3}+\mathbf{q_{03}} & = & (X-T)-(E+\sqrt{L^2-Z^2-(Y-(H-D))^2}) \\ \mathbf{q_4}+\mathbf{q_{04}} & = & (X-T)+(E+\sqrt{L^2-Z^2-(Y-(H-D))^2}) \end{array}\right. \tag{4.38}$$

et le modèle géométrique direct :

$$\left\{\begin{array}{rcl} X & = & \frac{\mathbf{q_1}+\mathbf{q_2}+\mathbf{q_3}+\mathbf{q_4}+\mathbf{q_{02}}+\mathbf{q_{03}}+\mathbf{q_{04}}}{4} \\ Y & = & \frac{(\mathbf{q_4}-\mathbf{q_3}-2E+\mathbf{q_{04}}-\mathbf{q_{03}})^2-(\mathbf{q_2}-\mathbf{q_1}-2E+\mathbf{q_{02}})^2}{16(H-D)} \\ Z & = & -\sqrt{L^2-(H-D)^2-Y^2-\frac{(\mathbf{q_4}-\mathbf{q_3}-2E+\mathbf{q_{04}}-\mathbf{q_{03}})^2-(\mathbf{q_2}-\mathbf{q_1}-2E+\mathbf{q_{02}})^2}{8}} \\ T & = & \frac{\mathbf{q_1}+\mathbf{q_2}-\mathbf{q_3}-\mathbf{q_4}+\mathbf{q_{02}}-\mathbf{q_{03}}-\mathbf{q_{04}}}{4} \end{array}\right. \tag{4.39}$$

Les paramètres H et D n'interviennent que par leur différence. Six paramètres sont donc à identifier pour rendre le mécanisme précis : $(E,(H-D),L,\mathbf{q_{02}},\mathbf{q_{03}},\mathbf{q_{04}})$.

4.6.3 Couplage identification - observation de l'effecteur

4.6.3.1 Paramètres externes à identifier

Pour le modèle considéré, l'organe terminal a un mouvement de translation selon $\mathbf{x_B}$ en imposant un déplacement identique aux quatre actionneurs, quelle que soit la valeur des six paramètres géométriques (figure 4.27). En effectuant un tel mouvement, nous pouvons donc estimer expérimentalement le vecteur $\mathbf{x_B}$ dans le repère caméra $R_C(\mathbf{C},\mathbf{x_C},\mathbf{y_C},\mathbf{z_C})$. De la même manière, comme les chaînes cinématiques sont supposées identiques, l'axe de rotation de l'effecteur correspond au vecteur $\mathbf{z_B}$ du repère de base. Il peut donc être identifié en réalisant un mouvement de rotation. Nous pouvons par conséquent identifier la matrice de rotation ${}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C}$ permettant le passage du repère R_B au repère R_C. La détermination de la transformation ${}^{R_B}T_{R_C}$ ne nécessite finalement que la détermination de la position (x_{BC},y_{BC},z_{BC}) du centre du repère lié à la caméra R_C dans le repère de la base R_B.

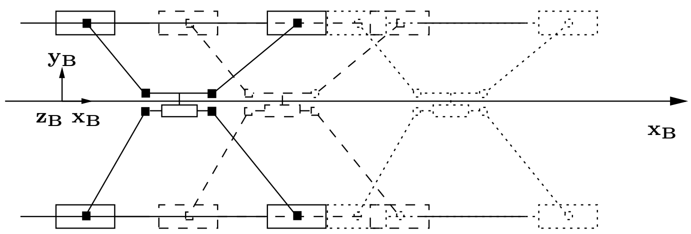


Fig. 4.27 : *Le déplacement de l'ensemble des actionneurs d'une même valeur provoque le déplacement de l'effecteur selon la direction $\mathbf{x_B}$, quelle que soit la valeur des paramètres géométriques.*

Il nous faut par ailleurs identifier la transformation ${}^{R_M}T_{R_F}$ entre repère mire et repère effecteur. Le dispositif expérimental est réalisé de telle sorte que le plan de la mire soit parallèle au plan $(\mathbf{F},\mathbf{x_F},\mathbf{y_F})$ lié à l'organe terminal (figure 4.26). Pour le modèle considéré, comme les mouvements en translation selon $\mathbf{x_B}$ et en rotation sont découplés, il est possible d'imposer une rotation de l'effecteur autour d'un axe fixe. Pour cela, il suffit d'actionner chaque couple de moteurs colinéaires dans des directions opposées avec un déplacement de même amplitude (figure 4.28). En commandant ce déplacement, la position de l'axe de rotation dans le plan de la mire $(\mathbf{M},\mathbf{x_M},\mathbf{y_M})$ peut être identifiée. Seuls deux paramètres restent donc à identifier pour obtenir le transformation ${}^{R_M}T_{R_F}$ entre le repère lié à la mire R_M et le repère lié à l'effecteur R_F : la distance z_{MF} séparant les centres des repères R_M et R_F selon la direction $\mathbf{z_M}$, et la rotation ψ_{MF} selon l'axe $\mathbf{z_M}$ permettant de décrire la matrice de rotation R_{MF}. Nous noterons T_{MF} la valeur de ψ_{MF} convertie à l'aide du rapport de réduction du système pignon-crémaillère.

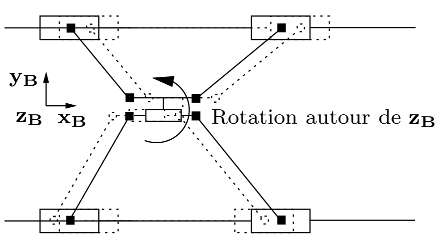


Fig. 4.28 : *Le déplacement antagoniste de chaque couple d'actionneurs provoque un mouvement de rotation pure de l'effecteur selon la direction $\mathbf{z_B}$, quelle que soit la valeur des paramètres géométriques.*

4.6.3.2 Identifiabilité des paramètres

Paramètres géométriques Sous la forme (4.38), les six paramètres $(E,(H-D),L,\mathbf{q_{02}},\mathbf{q_{03}},\mathbf{q_{04}})$ sont identifiables en utilisant la méthode du modèle géométrique inverse.

Paramètres externes L'effecteur du mécanisme peut effectuer les mêmes mouvements que celui du robot H4. Des difficultés similaires d'identifiabilité se posent donc entre le paramétrage de la position de la caméra par rapport au repère de base et celui de la mire par rapport à l'organe terminal. Pour les éviter, nous utiliserons comme pour le robot H4 la valeur *a priori* du paramètre z_{MF}.

Couplages paramètres géométriques / externes La position (X,Y,Z) de l'effecteur s'écrit en fonction de la mesure extéroceptive :

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{BC} \\ y_{BC} \\ z_{BC} \end{pmatrix} + {}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C} \begin{pmatrix} x_{CM} \\ y_{CM} \\ z_{CM} \end{pmatrix} + {}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C}\,{}^{R_C}\mathbf{R}_{R_M} \begin{pmatrix} x_{MF} \\ y_{MF} \\ z_{MF} \end{pmatrix} \tag{4.40}$$

et en rotation :

$$T = T_{MF} + T_{BM} \tag{4.41}$$

avec T_{BM} la valeur déterminée à partir de la matrice de rotation mesurée ${}^{R_C}\mathbf{R}_{R_M}$ et de la matrice préalablement identifiée ${}^{R_B}\mathbf{R}_{R_C}$. En introduisant les expressions (4.40) et (4.41) dans le modèle géométrique inverse, les paramètres géométriques n'apparaissent plus de manière indépendante des paramètres externes. Nous obtenons finalement le jeu de huit paramètres identifiables suivant : $(E-x_{BC}-T_{MF},E+x_{BC}+T_{MF}-\mathbf{q_{02}},E-x_{BC}+T_{MF}+\mathbf{q_{03}},E+x_{BC}-T_{MF}-\mathbf{q_{04}},L,(H-D),y_{BC},z_{BC})$.

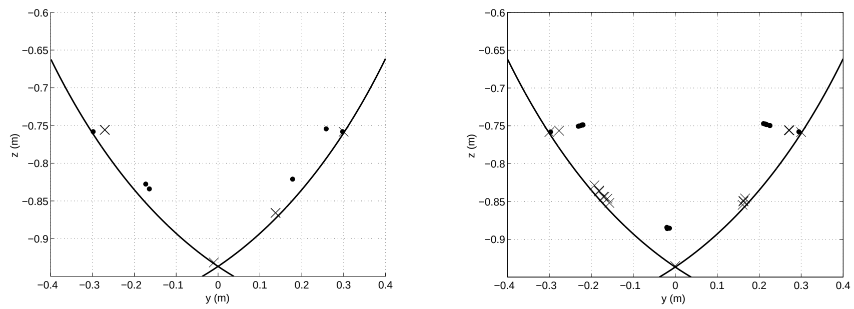
Bilan L'ensemble des paramètres du modèle géométrique (4.38) n'est donc pas identifiable indépendamment des paramètres externes. Cependant l'identification des paramètres listés dans le paragraphe précédent permet, à la vue des équations (4.39), de rendre le mécanisme précis selon les axes $\mathbf{y_B}$ et $\mathbf{z_B}$ en position. Le mécanisme sera précis en translation selon $\mathbf{x_B}$ et en rotation uniquement en déplacement, ce qui n'est pas préjudiciable à son utilisation.

4.6.3.3 Choix des poses

L'expérimentation devant être réalisée dans le cas de l'observation de l'effecteur puis dans le cas de l'observation des chaînes cinématiques, nous avons réduit le protocole expérimental en utilisant uniquement des jeux de poses optimisés. Les expérimentations sur les robots H4 et Orthoglide ont montré qu'utiliser trois fois plus d'informations que de paramètres à identifier est suffisant pour limiter l'influence des bruits de mesure. Dans le cas du I4, nous utilisons donc des jeux de 6 poses, ce qui permet d'avoir 24 relations pour 8 paramètres, et 20 poses pour vérification.

Un déplacement selon X ou T n'apportant pas d'information pour les huit paramètres à identifier, la recherche des poses est effectuée dans le plan (Y,Z). Nous utilisons la méthode d'optimisation des poses développée au chapitre 2. Le critère d'optimisation utilisé est le critère C_5, et pour comparaison le critère C_4.

Les jeux de poses obtenus sont très dépendants du critère utilisé. Avec le critère C_4 les poses se situent en limite de l'espace de travail (figure 4.29). L'utilisation du critère C_5 tend en revanche à éloigner les poses de ces limites, du fait de l'augmentation de l'amplification des incertitudes de mesures. Les écarts entre les critères C_4 et C_5 sont conséquents (tableau 4.21).



(a) Jeu de 6 poses

(b) Jeu de 20 poses

FIG. 4.29 : *Jeux de poses optimaux pour l'identification du mécanisme I4 (croix : critère C_4, points : critère C_5). Les lignes continues représentent le bord de l'espace de travail.*

Jeu de poses	6 poses - C_4	6 poses - C_5	20 poses - C_4	20 poses - C_5
C_4	4.71E4	5.37E4	2.23E4	4.30E4
C_5	956	687	766	581

TAB. 4.21 : *Valeurs des critères C_4 et C_5 pour les jeux de poses optimaux*

La simulation de l'identification en utilisant les jeux de 20 poses optimisés montrent que les écarts constatés sur les critères C_4 et C_5 sont effectivement perçus dans la précision de l'identification. L'erreur moyenne E (définie par la relation §2.49) commise sur le jeu de paramètres est quasiment divisée par deux en utilisant le critère C_5 au lieu du critère C_4 (tableau 4.22).

Jeu de poses	20 poses - C_4	20 poses - C_5	20 poses - C_4 & MC pondérés
E (mm)	0.33	0.19	0.46

TAB. 4.22 : *Erreur moyenne commise sur 100 simulations de l'estimation du jeu de paramètres après mise à l'échelle.*

Une optimisation d'un jeu de 20 poses a également été réalisée en considérant une fonction d'erreur de type moindres carrés pondérés (troisième colonne du tableau 4.22) et le critère C_4 de choix des poses. La simulation de l'identification montre alors que l'utilisation d'une fonction d'erreur de type moindres carrés standards et du critère C_5 est plus performante. Le résultat peut s'expliquer par le fait que l'utilisation d'une fonction d'erreur de type moindres carrés pondérés assure, à données identiques, la réduction de l'erreur commise dans les résultats. Nous n'avons cependant pas l'assurance qu'un jeu optimal pour une fonction d'erreur de type moindres carrés pondérés est toujours plus performant qu'un jeu optimal au sens d'une fonction d'erreur de type moindres carrés standards. Seuls les jeux de 6 et 20 poses optimisés selon C_4 ou C_5 pour une fonction d'erreur de type moindres carrés standards sont par conséquent utilisés lors de l'expérimentation.

4.6.4 Couplage identification - observation des chaînes cinématiques

Pour ce mécanisme, l'observabilité des chaînes cinématiques est bonne : il nous est possible d'observer simultanément les quatre chaînes pour une fraction significative de l'espace de travail (figure 4.30). Nous pouvons donc utiliser les méthodes développées au chapitre 3 pour identifier le mécanisme.

Par ailleurs, l'effecteur du I4 peut être observé en même temps que les chaînes cinématiques. Nous proposons donc également des méthodes d'identification utilisant l'information extraite à la fois des chaînes cinématiques et de l'effecteur.

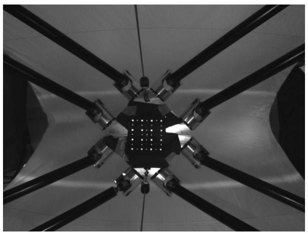


FIG. 4.30 : *Observation des chaînes cinématiques et de la mire liée à l'effecteur.*

4.6.4.1 Méthode 1 - A partir des chaînes

La géométrie du mécanisme est proche de celles de la deuxième famille de mécanismes traitée dans le chapitre 3. Dans le cas présent, la nacelle sur laquelle sont raccordées les quatre chaînes cinématiques est cependant articulée. La méthode proposée est donc légèrement modifiée, en prenant en compte également les particularités géométriques du mécanisme. L'algorithme d'identification comprend quatre étapes.

Etape 1 - Détermination des paramètres de la base dans le repère caméra L'organe terminal est déplacé en conservant un actionneur fixe. La position des liaisons rotules sur l'actionneur bloqué peut ainsi être déterminée dans le repère lié à la caméra (figure 4.31). La démarche est conduite de manière séquentielle afin de déterminer le centre des huit liaisons rotules.

A partir de chaque couple de liaisons rotules, nous pouvons donc déterminer la position des points $\mathbf{A_i}$, $i \in [1,4]$ dans le repère lié à la caméra. Les liaisons glissières sont colinéaires deux à deux, aussi nous n'avons pas besoin de réaliser la détermination des centres de liaisons pour deux positions différentes de chaque actionneur. Nous pouvons en effet directement déterminer l'expression du vecteur $\mathbf{x_B}$ dans le repère caméra en utilisant les relations :

$$\begin{array}{rcl} \mathbf{A_1A_2}|_{R_C} & = & (\mathbf{q_2} + \mathbf{q_{02}} - \mathbf{q_1})\mathbf{x_B}|_{R_C} \\ \mathbf{A_3A_4}|_{R_C} & = & (\mathbf{q_4} + \mathbf{q_{04}} - \mathbf{q_3} - \mathbf{q_{03}})\mathbf{x_B}|_{R_C} \end{array} \tag{4.42}$$

Nous connaissons la position de chaque point $\mathbf{A_i}$ pour une position de l'actionneur définie par son capteur proprioceptif. Les relations précédentes nous permettent donc de déterminer $\mathbf{x_B}$ dans le repère caméra. La position des points $\mathbf{A_i}$ peut alors être exprimée dans le repère caméra pour toute position de l'actionneur, en particulier lorsque le zéro codeur est atteint.

Remarquons qu'en calculant la normale au plan contenant les points $\mathbf{A_i}$ nous pouvons également estimer $\mathbf{z_B}$, et donc également le vecteur $\mathbf{y_B}$.

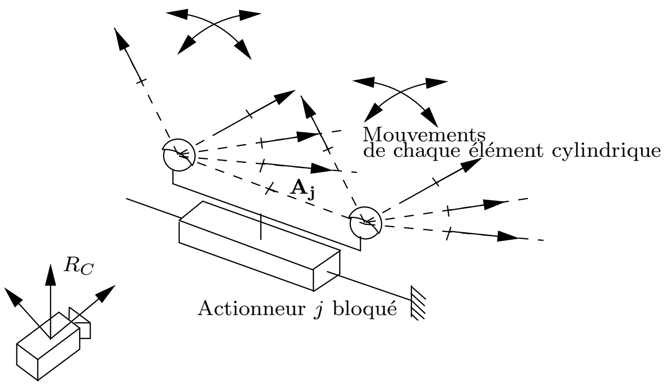


FIG. 4.31 : *Identification dans le repère caméra du point $\mathbf{A_j}$ par mouvements des chaînes à actionneur bloqué.*

Etape 2 - Détermination des paramètres de la base dans le repère de base La détermination des éléments caractéristiques des liaisons glissières et des centres $\mathbf{A_i}$ dans le repère de base est réalisée comme décrit dans la méthode proposée au chapitre 3, en utilisant la conservation du produit scalaire par transformation euclidienne.

La disposition particulière des points $\mathbf{A_i}$ simplifie leur paramétrage par rapport au cas développé dans le chapitre 3. Pour quatre centres de liaison, nous devrions utiliser six paramètres. Quatre suffisent ici : $\mathbf{q_{02}}$,$\mathbf{q_{03}}$,$\mathbf{q_{04}}$,H. L'alignement des axes des liaisons glissières avec les points $\mathbf{A_i}$ permet par ailleurs de rendre inutile leur paramétrage.

Les paramètres ($\mathbf{q_{02}}$,$\mathbf{q_{03}}$,$\mathbf{q_{04}}$,H) peuvent alors être déterminés en minimisant la fonction d'erreur :

$$F(\mathbf{q_{02}},\mathbf{q_{03}},\mathbf{q_{04}},H) = \sum_{(p,q)} [\mathbf{V_p}.\mathbf{V_q}|_{R_C} - \mathbf{V_p}.\mathbf{V_q}|_{R_B}]^2 \tag{4.43}$$

avec $\mathbf{V} = (\mathbf{A_1}|_{\mathbf{q_1=0}}\mathbf{A_2}|_{\mathbf{q_2=0}},\mathbf{A_1}|_{\mathbf{q_1=0}}\mathbf{A_3}|_{\mathbf{q_3=0}},\mathbf{A_1}|_{\mathbf{q_1=0}}\mathbf{A_4}|_{\mathbf{q_4=0}})$
et

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \mathbf{A_1}|_{\mathbf{q_1=0}}\mathbf{A_2}|_{\mathbf{q_2=0}} & = & \mathbf{q_{02}}\mathbf{x_B} \\ \mathbf{A_1}|_{\mathbf{q_1=0}}\mathbf{A_3}|_{\mathbf{q_3=0}} & = & \mathbf{q_{03}}\mathbf{x_B} + 2H\mathbf{y_B} \\ \mathbf{A_1}|_{\mathbf{q_1=0}}\mathbf{A_4}|_{\mathbf{q_4=0}} & = & \mathbf{q_{04}}\mathbf{x_B} + 2H\mathbf{y_B} \end{array} \right. \tag{4.44}$$

Etape 3 - Détermination de la longueur des éléments connectés à l'effecteur La distance séparant les points $\mathbf{B_1}$ et $\mathbf{B_2}$ reste constante pour toute position de l'effecteur. Entre deux poses consécutives k et $k+1$ nous avons donc :

$$\|\mathbf{B_{1,k+1}}\mathbf{B_{2,k+1}}\| = \|\mathbf{B_{1,k}}\mathbf{B_{2,k}}\| \tag{4.45}$$

avec $\|\mathbf{B_1}\mathbf{B_2}\|$ qui peut être exprimé pour les N poses acquises en fonction de la longueur L à identifier :

$$\mathbf{B_{1,k}}\mathbf{B_{2,k}} = -L\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{1,k}} + (\mathbf{q_2} - \mathbf{q_1} + \mathbf{q_{02}})\mathbf{x_B} + L\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{2,k}} \; \forall k \in [1,N] \tag{4.46}$$

En exprimant de la même manière le vecteur $\mathbf{B_3B_4}$ nous pouvons alors écrire, comme présenté au chapitre 3, la fonction d'erreur permettant d'identifier la longueur L :

$$F(L) = \sum_{k=1}^{N-1} \left[\left(\|\mathbf{B_{1,k+1}B_{2,k+1}}\|^2_{R_C} - \|\mathbf{B_{1,k}B_{2,k}}\|^2_{R_C} \right)^2 + \left(\|\mathbf{B_{3,k+1}B_{4,k+1}}\|^2_{R_C} - \|\mathbf{B_{3,k}B_{4,k}}\|^2_{R_C} \right)^2 \right] \tag{4.47}$$

Etape 4 - Détermination des paramètres de l'effecteur La détermination des paramètres des liaisons sur l'effecteur repose sur la conservation de la distance entre les centres de liaisons sur l'effecteur. La méthode est ici adaptée au cas d'une nacelle articulée en considérant la conservation de la distance entre les points $\mathbf{B_1}$ et $\mathbf{B_2}$ d'une part, $\mathbf{B_3}$ et $\mathbf{B_4}$ d'autre part, ainsi que la conservation de la distance selon $\mathbf{y_B}$ entre les quatre points $\mathbf{B_i}$, $i \in [1,4]$.

Les distances $\|\mathbf{B_1B_2}\|$ et $\|\mathbf{B_3B_4}\|$ sont égales à la longueur de la nacelle $2E$. Sa connaissance est donc immédiate à partir du résultat de l'étape précédente.

La largeur $2D$ de la nacelle est obtenue en exprimant dans le repère caméra la distance selon $\mathbf{y_B}$ entre les quatre points $\mathbf{B_i}$, $i \in [1,4]$:

$$\begin{array}{lcl}
\mathbf{B_1B_3}|_{R_C}.\mathbf{y_B}|_{R_C} & = & -L\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{1,k}}|_{R_C}.\mathbf{y_B}|_{R_C} + 2(H-D) + L\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{3,k}}|_{R_C}.\mathbf{y_B}|_{R_C}\ \forall k \in [1,N] \\
\mathbf{B_1B_4}|_{R_C}.\mathbf{y_B}|_{R_C} & = & -L\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{1,k}}|_{R_C}.\mathbf{y_B}|_{R_C} + 2(H-D) + L\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{4,k}}|_{R_C}.\mathbf{y_B}|_{R_C}\ \forall k \in [1,N] \\
\mathbf{B_2B_3}|_{R_C}.\mathbf{y_B}|_{R_C} & = & -L\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{2,k}}|_{R_C}.\mathbf{y_B}|_{R_C} + 2(H-D) + L\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{3,k}}|_{R_C}.\mathbf{y_B}|_{R_C}\ \forall k \in [1,N] \\
\mathbf{B_2B_4}|_{R_C}.\mathbf{y_B}|_{R_C} & = & -L\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{2,k}}|_{R_C}.\mathbf{y_B}|_{R_C} + 2(H-D) + L\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{4,k}}|_{R_C}.\mathbf{y_B}|_{R_C}\ \forall k \in [1,N]
\end{array} \tag{4.48}$$

L'ensemble des termes exprimés dans R_C est connu. La détermination de D est donc immédiate.

Identifiabilité des paramètres Par cette méthode nous pouvons donc estimer le jeu de paramètres $(L,H,D,E,\mathbf{q_{02}},\mathbf{q_{03}},\mathbf{q_{04}})$. L'amélioration de la précision du mécanisme est donc assurée.

4.6.4.2 Méthode 2 - A partir des chaînes et des particularités du I4

Motivations L'observation des cylindres qui composent chaque chaîne permet de connaître leurs vecteurs directeurs dans le repère lié à la caméra. Pour ce mécanisme, nous pouvons par ailleurs exprimer ces vecteurs directeurs dans le repère lié à la base en fonction des paramètres géométriques. Nous construisons donc une méthode d'identification reposant sur l'observation des chaînes et tirant profit des relations que nous pouvons écrire entre l'orientation des chaînes et la valeur des paramètres géométriques.

Principe La conservation du produit scalaire avec le changement de repère permet d'écrire une fonction d'erreur F_2 faisant intervenir les paramètres géométriques :

$$F_2(\xi) = \sum_{k=1}^{N} \sum_{j>i,i=1}^{4} \left(\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{i,k}}|_{R_B}.\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k}}|_{R_B} - \underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{i,k}}|_{R_C}.\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{j,k}}|_{R_C} \right)^2 \tag{4.49}$$

Nous recherchons les paramètres par minimisation non linéaire de cette fonction.

Identifiabilité des paramètres Le calcul de la matrice jacobienne associée à la fonction d'erreur $F_2(\xi)$ montre que les paramètres $(L,(H-D),E-\mathbf{q_{02}}/2,E-(\mathbf{q_{04}}-\mathbf{q_{03}})/2)$ sont identifiables. Leur connaissance permet comme avec l'observation de l'effecteur de rendre le mécanisme précis selon les directions $\mathbf{y_B}$ et $\mathbf{z_B}$, et selon $\mathbf{x_B}$ et en rotation à une constante près.

4.6.4.3 Méthode 3 - A partir des chaînes, de l'effecteur et des particularités du I4

Motivations La matrice jacobienne du modèle géométrique inverse par rapport à la pose possède une forme particulièrement simple. En particulier, les termes variant dans l'espace de travail correspondent aux projections des vecteurs directeurs des éléments $\mathbf{A_iB_i}$ dans le repère de base :

$$\mathbf{J_X} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\mathbf{A_1B_1.y_B}}{\mathbf{A_1B_1.x_B}} & \frac{\mathbf{A_1B_1.z_B}}{\mathbf{A_1B_1.x_B}} & 1 \\ 1 & -\frac{\mathbf{A_1B_1.y_B}}{\mathbf{A_1B_1.x_B}} & -\frac{\mathbf{A_1B_1.z_B}}{\mathbf{A_1B_1.x_B}} & -1 \\ 1 & \frac{\mathbf{A_3B_3.y_B}}{\mathbf{A_3B_3.x_B}} & \frac{\mathbf{A_3B_3.z_B}}{\mathbf{A_3B_3.x_B}} & -1 \\ 1 & -\frac{\mathbf{A_3B_3.y_B}}{\mathbf{A_3B_3.x_B}} & -\frac{\mathbf{A_3B_3.z_B}}{\mathbf{A_3B_3.x_B}} & -1 \end{bmatrix} \tag{4.50}$$

Nous proposons donc de créer une fonction d'erreur à partir de l'écart entre la matrice jacobienne mesurée à partir de l'image et de la matrice estimée à partir des paramètres géométriques.

Principe L'ensemble des termes de la matrice jacobienne peut être déterminé dans le repère caméra, à condition d'estimer les vecteurs du repère de base ($\mathbf{x_B}$,$\mathbf{y_B}$,$\mathbf{z_B}$). Pour cela, la mire est considérée montée dans un premier temps sur l'effecteur. L'utilisation de mouvements de translation et rotation de l'effecteur permet alors l'identification des vecteurs du repère de base (paragraphe 4.6.3.1).

Une fonction d'erreur F_3 peut alors être construite pour identifier les paramètres géométriques ξ :

$$F_3(\xi) = \sum_{k=1}^{N} \|\mathbf{J_X}(\xi) - \tilde{\mathbf{J_X}}\|_F^2 \tag{4.51}$$

où $\|.\|_F$ désigne la norme matricielle de Frobenius. Le terme $\mathbf{J_X}(\xi)$ correspond à l'estimation de la matrice jacobienne à partir des capteurs proprioceptifs et des paramètres géométriques, et $\tilde{\mathbf{J_X}}$ l'estimation de $\mathbf{J_X}$ à partir des mesures dans l'image. Seule l'orientation des chaînes est déterminée à partir de leur observation, aucune information de position n'est nécessaire.

Identifiabilité des paramètres Les paramètres $(L,(H-D),E-\mathbf{q_{02}}/2,E-(\mathbf{q_{04}}-\mathbf{q_{02}})/2)$ sont identifiables avec cette fonction d'erreur. L'amélioration de la précision est donc réalisée dans les mêmes conditions que pour la méthode 2. Notons cependant que le jeu de paramètres identifiables est distinct de celui obtenu par la méthode 1.

4.6.4.4 Méthode 4 - A partir des chaînes, de l'effecteur et des particularités du I4 - Variante

Une alternative à la fonction d'erreur mise en place dans la méthode 3 consiste à déterminer les produits scalaires entre les vecteurs $\mathbf{A_iB_i}$ et les vecteurs du repère de base ($\mathbf{x_B}$,$\mathbf{y_B}$,$\mathbf{z_B}$), d'une part dans le repère caméra à partir des informations obtenues par vision, et d'autre part à l'aide du modèle géométrique. Une fonction d'erreur peut alors être formée sous une forme quadratique :

$$\begin{aligned} F_4(\xi) = \textstyle\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{4} & ((\mathbf{A_iB_i}|_{R_B}.\mathbf{x_B}|_{R_B}) - (\mathbf{A_iB_i}|_{R_C}.\mathbf{x_B}|_{R_C}))^2 + \\ & ((\mathbf{A_iB_i}|_{R_B}.\mathbf{y_B}|_{R_B}) - (\mathbf{A_iB_i}|_{R_C}.\mathbf{y_B}|_{R_C}))^2 + ((\mathbf{A_iB_i}|_{R_B}.\mathbf{z_B}|_{R_B}) - (\mathbf{A_iB_i}|_{R_C}.\mathbf{z_B}|_{R_C}))^2 \end{aligned} \tag{4.52}$$

Les paramètres $(L,(H-D),E-\mathbf{q_{02}}/2,E-(\mathbf{q_{04}}-\mathbf{q_{03}})/2)$ sont également identifiables avec cette fonction d'erreur.

4.6.5 Expérimentation

La caméra est installée entre les actionneurs afin de pouvoir observer simultanément la mire, fixée sur l'organe terminal, et les éléments cylindriques constituant les parallélogrammes (figure 4.32).

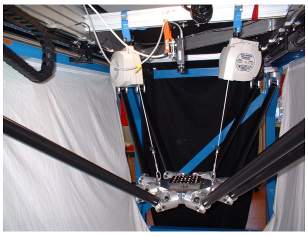


FIG. 4.32 : *Dispositif expérimental pour l'identification du I4.*

Quatre jeux de poses sont enregistrés pour pouvoir utiliser les méthodes d'identification décrites précédemment. Leur nature et leur désignation sont indiquées dans le tableau 4.23.

Jeu	Particularité	Description
J1	Translation de l'effecteur selon $\mathbf{x_B}$ avec rotation alternée	Figures 4.27 et 4.28
J2	Jeu de 20 poses optimisé selon C_4	Figure 4.29(b)
J3	Jeu de 20 poses optimisé selon C_5	Figure 4.29(b)
J4	Jeu de 20 poses avec mouvement séquentiel des rotules	Figure 4.31

TAB. 4.23 : *Jeux de poses utilisés durant l'expérimentation sur le robot I4.*

Leur utilisation pour l'identification ou la validation dépend des méthodes utilisées (tableau 4.24).

Méthode	J1	J2	J3	J4
Obs. effecteur	V	I	I	V
Obs. chaînes - Méthode 1	-	-	I+V	I
Obs. chaînes -Méthode 2	-	-	I+V	-
Obs. chaînes -Méthode 3	I	-	I+V	-
Obs. chaînes -Méthode 4	I	-	I+V	-

TAB. 4.24 : *Utilisation des jeux de poses pour l'identification (I) et/ou la validation (V) en fonction de la méthode d'identification.*

4.6.6 Résultats - Observation de l'effecteur

4.6.6.1 Critères d'évaluation de l'identification

Critère 1 - Evaluation des résidus Comme précédemment, nous évaluons la qualité de l'identification en calculant :

- V_1 l'erreur moyenne commise dans l'estimation des variables articulaires :

$$V_1 = \frac{1}{4N_V} \sum_{i=1}^{4N_V} \epsilon_{V\,i}(\xi) \tag{4.53}$$

- V_2 l'erreur quadratique moyenne :

$$V_2 = \sqrt{\frac{1}{4N_V}\epsilon_V^T(\xi)\epsilon_V(\xi)} \tag{4.54}$$

Ces critères nous permettront de comparer les différents jeux de poses utilisés pour l'identification. Pour les robots H4 et Orthoglide, nous disposions au moins d'un modèle pour lequel les paramètres géométriques et externes pouvaient être identifiés indépendamment. Ce n'est pas le cas ici, aussi comme notre connaissance initiale des paramètres externes est très faible, nous n'évaluerons pas ces critères avec les paramètres géométriques initiaux.

Critère 2 - Evaluation de rectitude Commme pour le robot H4, la contrainte cinématique imposée à l'effecteur est une contrainte de rectitude (figure 4.33). Vingt-huit mesures sont réalisées pour différentes orientations de l'effecteur, avec un déplacement de ce dernier de l'ordre de $500mm$. La rectitude évaluée constitue le troisième indicateur V_3 de la qualité de l'identification.

FIG. 4.33 : *Validation de l'identification par contrainte cinématique sur l'effecteur.*

La mise en place d'une telle expérimentation de manière fiable est plus complexe pour ce mécanisme que pour les mécanismes précédents. Un volume de travail plus grand doit en effet être parcouru. Vingt-huit points de mesure sont utilisés, qui sont situés en huit positions (X,Y,Z) de l'effecteur distinctes. La rectitude est estimée à partir de huit poses choisies aléatoirement parmi ces positions, 100 fois de suite, afin d'estimer d'une part la valeur moyenne de la rectitude et d'autre part sa variabilité, caractérisée par l'écart-type de l'ensemble des résultats.

Erreurs d'estimation du déplacement Pour ce mécanisme, nous avons dans le cas du modèle 6 une formulation analytique du modèle géométrique direct. Nous utiliserons donc également pour évaluer la qualité de l'identification la comparaison des déplacements estimés à l'aide de l'outil de métrologie par vision et des déplacements calculés à partir du modèle direct et d'un jeu de paramètres. Ceci nous permet en particulier de comparer les erreurs commises avant identification, avec les paramètres initialement implantés dans la loi de commande, et les erreurs résiduelles après identification. Nous notons V_4 et V_5 les valeurs moyennes et quadratiques moyennes des erreurs de déplacement.

4.6.6.2 Résultats expérimentaux

Influence des poses sur l'identification L'identification est réalisée à partir des jeux J_2 et J_3, comprenant les jeux de 6 et 20 poses optimisés selon C_4 et C_5. Les écarts entre valeurs *a priori* et identifiées des paramètres sont de l'ordre de quelques millimètres (tableau 4.25).

Jeu de poses	Avant identif.	6 poses - C_4	6 poses - C_5	20 poses - C_4	20 poses - C_5
L	1.0010m	1.0071m	1.0067m	1.0069m	1.0068m
$H - D$	0.3464m	0.3472m	0.3485m	0.3477m	0.3475m
$E - \mathbf{q_{02}}/2$	-0.6316m	-0.6354m	-0.6339m	-0.6331m	-0.6338m
$E - (\mathbf{q_{04}} - \mathbf{q_{03}})/2$	-0.6304m	-0.6331m	-0.6318m	-0.6322m	-0.6329m

TAB. 4.25 : *Valeurs a priori et identifiées des paramètres en fonction du jeu de poses optimal utilisé pour l'identification.*

Les critères V_1 et V_2 sont calculés pour chaque jeu de paramètres identifiés pour un jeu de 28 poses, constitué des jeux J1 et J4 non utilisés durant l'identification (tableaux 4.26 & 4.27). Les critères V_1 sont de l'ordre de grandeur de l'incertitude résultante de l'erreur de mesure extéroceptive. Les jeux de six et vingt poses optimisés selon C_5 semblent les plus efficaces pour l'identification, avec des critères V_2 plus faibles que dans le cas de leurs homologues optimisés selon C_4.

Le calcul du conditionnement à convergence montre cependant que sa valeur est sensiblement différente de celle estimée avec les valeurs *a priori* des paramètres géométriques. En particulier, le conditionnement pour le jeu minimisant C_5 devient plus faible (tableau 4.28) que celui du jeu minimisant C_4, ce qui n'était pas le cas avec les valeurs *a priori*. Ces variations sont vraisemblablement dues aux écarts entre valeurs *a priori* et identifiées des paramètres géométriques. Il est donc délicat de statuer sur les performances comparées des deux critères. Ceci montre également que l'optimisation de l'expérimentation devrait être réalisée en deux temps. Une première identification pourrait permettre d'obtenir une valeur approximative des paramètres et une seconde, optimisée en utilisant les paramètre obtenus, d'avoir les valeurs précises des paramètres.

Les résidus obtenus en utilisant six poses sont très proches de ceux obtenus en employant vingt poses. Ceci va dans le sens des résultats sur H4 et Orthoglide : un rapport de l'ordre de trois entre le nombre d'informations et de paramètres suffit à estimer correctement les paramètres.

Efficacité atteinte de l'identification La valeur moyenne de V_3 semble diminuer après identification (tableau 4.29). Le gain reste cependant très faible, de l'ordre de quelques centièmes de millimètres. La variabilité des résultats semble par ailleurs montrer que la précision de l'expérimentation est du même ordre de grandeur que le gain procuré par l'identification. Il n'est donc pas possible d'affirmer qu'une amélioration de la précision du mécanisme est obtenue. Il faut noter que la rectitude obtenue avec les paramètres initiaux est déjà bonne : sa valeur est égale à celle du mécanisme H4 après identification.

Jeu de poses	6 poses - C_4	6 poses - C_5	20 poses - C_4	20 poses - C_5
V_1	-2.5E-5	-7.5E-4	-1.5E-3	-8.5E-4
V_2	1.4E-3	1.2E-3	1.9E-3	1.2E-3

TAB. 4.26 : *Valeurs des critères V_1 et V_2 en fonction du jeu de poses optimales utilisé pour l'identification - Jeu de poses de validation J1*

Jeu de poses	6 poses - C_4	6 poses - C_5	20 poses - C_4	20 poses - C_5
V_1 (m)	1.5E-4	5.5E-4	-6E-4	2.5E-5
V_2 (m)	3.7E-3	2.3E-3	2.1E-3	1.9E-3

TAB. 4.27 : *Valeurs des critères V_1 et V_2 en fonction du jeu de poses optimales utilisé pour l'identification - Jeu de poses de validation J4*

Jeu de poses	6 poses - C_4	6 poses - C_5	20 poses - C_4	20 poses - C_5
Cond($\mathbf{J}_\xi$)	610	245	135	124

TAB. 4.28 : *Valeur du conditionnement de la matrice jacobienne du modèle inverse par rapport aux paramètres en fonction du jeu de poses optimales utilisé - Jeu de poses J1.*

L'évaluation des erreurs de déplacement pour le jeu J2 montre une légère amélioration des critères V_4 et V_5 après identification (tableau 4.30).

La faiblesse constatée du gain de précision en rectitude et en erreur de déplacement peut être expliquée par deux phénomènes. Tout d'abord, l'expérience montre que la nacelle connaît des mouvements parasites en orientation. Il apparaît notamment que l'orientation T imposée à zéro au cours du jeu de poses J2 n'est pas respectée, avec une variation de l'ordre de 2°. Les mouvements du mécanisme ne semblent donc pas découplés pour les poses choisies. Ces dernières ont été optimisées au sens du modèle 6, ce qui ne permet pas de prendre en compte le fait que le modèle peut être mis en défaut près des bords de la zone de travail, comme cela semble se produire.

Par ailleurs, la précision de mesure est plus faible que pour les mécanismes précédents, du fait de l'augmentation du volume de travail : elle doit varier entre 0.2 et 0.4mm selon les directions $\mathbf{x_C}$ et $\mathbf{y_C}$, et entre 0.4 et 0.8mm selon l'axe optique $\mathbf{z_C}$ de la caméra. Il est donc possible que dans la configuration utilisée l'outil de métrologie par vision s'avère à peine suffisant pour l'identification.

4.6.7 Résultats - Observation des chaînes cinématiques

4.6.7.1 Critères d'évaluation de l'identification

Evaluation de rectitude Le critère d'évaluation de rectitude V_3 présenté précédemment est utilisé comme indicateur de la qualité de l'identification.

Erreurs d'estimation du déplacement Le jeu de poses J3 est utilisé lors de l'identification avec l'ensemble des méthodes basées sur l'observation des chaînes cinématiques. Il est donc possible de comparer ces méthodes en évaluant les critères V_4 et V_5 pour ce jeu de poses. Pour les méthodes 3 et 4, nous utilisons partiellement la mesure de pose par observation de l'effecteur pour identifier le mécanisme. La validation n'est donc pas complètement découplée de la mesure

Jeu de poses	Avant identif.	6 poses - C_4	6 poses - C_5	20 poses - C_4	20 poses - C_5
V_{3moyen}	0.56mm	0.53mm	0.54mm	0.53mm	0.52mm
σ_{V_3}	0.06mm	0.07mm	0.08mm	0.07mm	0.06mm

TAB. 4.29 : *Valeur moyenne et écart-type estimé du critère V_3 en fonction du jeu de poses optimales utilisé pour l'identification.*

	V_4	V_5
Avant identification	-0.06mm	0.52mm
Obs. effecteur	0.03mm	0.46mm

Tab. 4.30 : *Erreurs d'estimation du déplacement de l'effecteur avant identification et en utilisant le jeu de 20 poses optimisées selon C_5.*

utilisée pour l'identification. La comparaison des valeurs de V_4 et V_5 nous permettra tout de même d'estimer l'amélioration de la précision et de plus de permettre la comparaison avec l'identification par observation de l'effecteur.

4.6.7.2 Méthode 1 - A partir des chaînes

Les écarts résiduels moyens lors du calcul du centre des liaisons rotules situées sur les actionneurs sont de l'ordre de $1.2mm$ en utilisant cinq images pour la détermination de chaque centre. Les paramètres géométriques identifiés sont indiqués dans le tableau 4.31.

Paramètre	L	H	D	E	$\mathbf{q_{02}}$	$\mathbf{q_{03}}$	$\mathbf{q_{04}}$
Valeur initiale	1.001m	0.5m	0.1536m	0.1536m	1.5705m	1.2190m	2.7870m
Valeur identifiée	1.0213m	0.4985m	0.1602	0.1598m	1.5675m	1.2190m	2.7867m

Tab. 4.31 : *Valeurs a priori et identifiées des paramètres - Méthode 1.*

Nous pouvons constater des écarts assez nets (plusieurs millimètres) entre les paramètres identifiés et les valeurs *a priori* ou identifiées à partir de l'observation de l'effecteur. Bien ce que ces écarts paraissent importants, le critère V_5 est amélioré, et même plus faible qu'en l'estimant avec les paramètres identifiés par observation de l'effecteur (tableau 4.32). La rectitude V_3 évaluée avec les paramètres identifiés est approximativement égale à celle obtenue avec les paramètres *a priori*.

4.6.7.3 Autres méthodes

Les paramètres géométriques identifiés avec les autres méthodes basées sur l'observation des chaînes cinématiques sont indiqués dans le tableau 4.33. Les variations des paramètres par rapport aux valeurs *a priori* sont plus grandes que celles enregistrées en observant l'effecteur.

Pour la méthode 3, utilisant la fonction d'erreur construite à partir de la matrice jacobienne, les critères de validation indiquent une amélioration de la connaissance du comportement du mécanisme (tableau 4.32), au contraire des deux autres méthodes.

	V_{3moyen}	σ_{V_3}	V_4	V_5
Avant identification	0.53mm	0.06mm	-0.063mm	0.53mm
Obs. effecteur	0.52mm	0.06mm	3.4E-2mm	0.46mm
Méthode 1	0.50mm	0.07mm	-3.4E-3mm	0.33mm
Méthode 2	0.77mm	0.05mm	1.1mm	0.69mm
Méthode 3	0.53mm	0.06mm	-2.1E-4mm	0.11mm
Méthode 4	0.71mm	0.08mm	1.4mm	1.3mm

Tab. 4.32 : *Valeurs des critères de validation de l'identification pour les quatre méthodes basées sur l'observation des chaînes cinématiques.*

Paramètre	L	$H - D$	$E - \mathbf{q_{02}}/2$	$E - (\mathbf{q_{04}} - \mathbf{q_{03}})/2$
Avant identification	1.001m	0.3464m	-0.6316m	-0.6304m
Méthode 2	0.9949m	0.3297m	-0.6143m	-0.6145m
Méthode 3	1.0131m	0.3380m	-0.6229m	-0.6236m
Méthode 4	0.9992m	0.3314m	-0.6188m	-0.6162m

TAB. 4.33 : *Valeurs a priori et identifiées des paramètres - Méthodes 2, 3 et 4.*

4.6.7.4 Performances des méthodes basées sur l'observation des chaînes cinématiques

Deux méthodes se distinguent : celle utilisant l'identification séquentielle des chaînes, reprenant la méthode développée dans le troisième chapitre, et la méthode 3 pour laquelle la fonction d'erreur est construite à partir de la matrice jacobienne. Dans les deux cas, nous pouvons observer une bonne cohérence des mesures de déplacement de la mire et de leur estimation à partir des paramètres identifiés. Il s'agit également des deux méthodes pour lesquelles la rectitude reste très proche de celle obtenue avec les paramètres initiaux ou identifiés par observation de l'effecteur. Les poses utilisées pour l'identification sont les mêmes que dans le cas de l'observation de l'effecteur. Le même problème de respect du modèle se pose donc, ce qui peut expliquer l'absence d'amélioration de la rectitude évaluée.

A partir de ces observations, il semble donc que les mesures sur les chaînes peuvent être au moins aussi efficaces que celles réalisées à partir de la mire. L'identification par observation des chaînes cinématiques est donc une approche très intéressante, car elle nous permet de réaliser l'identification sans utilisation de mire, ou alors uniquement dans un premier temps, pour "recaler" la caméra. Par la suite, laisser à demeure la caméra pourrait permettre d'identifier le mécanisme de manière automatique, par exemple après une intervention de maintenance sur l'un des actionneurs.

4.6.8 Conclusion

Les expérimentations sur ce mécanisme ont été réalisées en observant à la fois l'effecteur et les chaînes cinématiques, ce qui a permis l'évaluation de plusieurs méthodes.

Concernant l'identification par observation de l'effecteur, l'évaluation par estimation de rectitude n'a pas montré d'amélioration sensible de la connaissance du mécanisme. Deux facteurs peuvent en être la cause : nous sommes dans un cas où l'outil de métrologie par vision, tel qu'il était défini lors de l'expérimentation, semble atteindre ses limites. Sa précision devient faible dans le volume de mesure à analyser. Par ailleurs, si la méthode de choix des poses proposée dans la seconde partie permet en simulation un gain net sur l'identification des paramètres, elle ne permet pas la prise en compte du non-respect des hypothèses du modèle à identifier, ce qui semble se produire. Il serait intéressant durant l'optimisation d'évaluer tout d'abord les conséquences d'un non-respect du modèle à identifier, en quantifiant par exemple l'influence d'un défaut de géométrie des parallélogrammes sur le comportement du mécanisme. Nous pourrions alors optimiser les poses en utilisant la méthode présentée précédemment, mais en ajoutant une fonction de pénalité traduisant, pour une pose donnée, l'erreur due au non-respect du modèle.

Parmi les méthodes utilisées pour identifier le mécanisme par l'observation de ses chaînes, deux se sont révélées au moins aussi efficaces que l'observation de l'effecteur. Ce résultat est encourageant pour le développement de ces méthodes, avec la mise en place d'un traitement plus efficace des images pour en extraire l'information. Par ailleurs nous constatons que l'algorithme proposé dans la troisième partie pour identifier ce mécanisme semble efficace, malgré la séquentialité de la détermination des paramètres.

4.7 Bilan expérimental et conclusion

4.7.1 Bilan expérimental

La réalisation d'expérimentations pour l'identification de trois mécanismes parallèles nous permet d'évaluer de manière critique l'utilisation de la vision pour les mécanismes parallèles sur un plan expérimental :

- Lors des expérimentations, pour le cas de l'observation de l'effecteur, le placement de l'outil de métrologie par vision est essentiellement dicté par les conditions d'observabilité de la mire dans l'espace de travail. Les possibilités d'optimiser le choix du placement du capteur pour améliorer l'estimation des paramètres sont très limitées. Ainsi sur les robots H4 et I4, une seule position de la caméra a permis d'avoir l'image de la mire dans l'espace de travail. Pour le robot Orthoglide, les positions de la mire et de la caméra ont également été imposées par les conditions d'observation de la mire dans l'espace de travail, et les interférences entre les chaînes cinématiques et la mire.

- Les mêmes conditions d'observabilité de la mire ont imposé le choix d'objectifs à focale courte, afin de limiter l'éloignement de la caméra qui entraîne une perte de précision de la mesure. Ce faible recul de la caméra provoque de fortes variations d'incidence entre cette dernière et la mire, qui rendent impossible pour l'instant l'utilisation de mires de synthèse générées sur écran LCD. Des essais réalisés ont en effet montré une forte perte de contraste de l'image de la mire rendant impossible la détection des amers.

- Pour les expériences réalisées, nous avons préféré fixer la mire à la partie mobile et la caméra à la base. Dans le cas de l'utilisation de mires de synthèse, la configuration devra être inversée pour des raisons d'encombrement de la mire. Il ne sera alors plus possible de recaler précisément l'orientation du repère lié à l'effecteur à celui lié à la caméra, contrairement à ce que nous avons fait dans le cas d'une mire matérielle. Dans le cas de mécanismes industriels où l'effecteur est équipé d'un actionneur (préhenseur, broche) il faudra par ailleurs que la caméra ne soit pas sensible aux perturbations pouvant être engendrées par cet actionneur.

- Sur ces deux derniers points, l'observation des chaînes cinématiques apporte une solution efficace, en ne nécessitant plus l'installation de mire. La caméra peut alors être fixée à la base du mécanisme, sans contraintes d'accessibilité sur l'effecteur. L'expérimentation sur le robot I4 a sur ce plan montré que nous pouvons utiliser les éléments cylindriques de la structure en les peignant simplement en noir pour faciliter leur observabilité. Aucune autre modification du mécanisme n'est alors nécessaire.

4.7.2 Conclusion

Dans les chapitres 2 et 3, nous avons proposé l'utilisation de la vision pour l'identification géométrique de mécanismes parallèles. L'apport des méthodes alors développées nécessite leur confrontation à une réalité terrain sur la qualité des mesures et le comportement réel des mécanismes. Nous avons donc dans ce chapitre proposé l'évaluation des méthodes proposées en réalisant l'identification des robots I4 et H4 du LIRMM et du robot Orthoglide de l'IRCCyN. Trois points ont été développés :

Efficacité de l'identification Une nette amélioration des critères d'évaluation de la qualité de l'identification a pu être constatée dans le cas des robots H4 et Orthoglide identifiés par observation de l'effecteur. Dans le cas du H4, l'amélioration de la précision a également été constatée en modifiant la loi de commande du mécanisme. L'efficacité de l'approche est donc validée. L'identification du robot I4 n'a permis en revanche qu'une faible amélioration de la connaissance du mécanisme. Son volume de travail est plus important que celui des mécanismes précédents. La précision de mesure devient donc peut-être insuffisante. L'augmentation de la résolution du capteur, l'utilisation de mires de synthèse sont nécessaires pour y remédier. L'analyse de l'identifiabilité des paramètres pour ces trois mécanismes a montré que nous pouvons au moins assurer l'obtention de la précision du mécanisme en déplacement, mais pas nécessairement la précision de la pose.

Dans le cas de l'observation des chaînes cinématiques, la méthode présentée au chapitre 3 et appliquée au robot I4 a permis d'obtenir des résultats légèrement supérieurs au cas de l'observation de l'effecteur, malgré un procédé d'extraction de l'information à partir de l'image assez simple. Cette approche est donc prometteuse. D'autres méthodes ont été mises en place pour tirer profit des spécificités du robot I4. Toutes ne sont pas pour l'instant efficaces, et nécessitent encore des développements. Nous pouvons remarquer que pour ce mécanisme, il est possible d'envisager de coupler la recherche des limbes et des paramètres géométriques : nous pouvons exprimer l'orientation des éléments cylindriques en fonction de l'information contenue dans l'image et dans le même temps exprimer cette orientation en fonction des paramètres géométriques.

Influence du modèle L'analyse de l'influence du modèle et de la connaissance *a priori* sur la qualité de l'identification s'avère délicate, car les critères de qualité de l'identification n'évoluent pas nécessairement de la même manière avec la complexité du modèle. Ainsi, dans le cas du robot H4, la rectitude évaluée augmente avec cette dernière, au contraire de la fonction d'erreur calculée pour des poses de validation. Il est donc difficile de statuer sur la choix du modèle optimal. Nous pouvons tout de même remarquer que les modèles les plus simples mis en place pour les robots H4 et Orthoglide permettent une amélioration nette des critères de qualité de l'identification, tout en limitant la complexité du modèle.

Pour le robot H4, l'identification de la dimension des éléments équivalents des parallélogrammes semble permettre d'améliorer la précision de l'identification. Dans le cas du robot Orthoglide, aucune variation sensible n'est en revanche enregistrée. L'apport de l'identification de ce paramètre semble liée à la nature des mouvements de l'effecteur : le robot H4 connaît des mouvements parasites plus importants que le robot Orthoglide.

Influence du choix des poses L'analyse de l'influence du nombre de poses a montré que disposer de trois fois plus d'informations que de paramètres à identifier semble suffisant pour assurer une certaine robustesse par rapport aux erreurs de mesure, tout en évitant un protocole expérimental trop long.

Dans le cas des robots H4 et Orthoglide, les différents critères d'optimisation des poses introduits au chapitre 2 donnent en simulation des résultats équivalents. L'utilisation de jeux de poses favorables au sens de ces critères semble montrer l'intérêt de l'optimisation des poses :

les critères de qualité de l'identification obtenus expérimentalement sont sensiblement meilleurs que les valeurs moyennes obtenues pour des jeux de même taille.

L'utilisation de l'optimisation des poses pour le cas du robot I4 a montré deux choses. D'une part, la connaissance *a priori* n'est pas nécessairement suffisante pour optimiser les poses. Dans notre cas, une variation sensible du conditionnement caractérisant les poses est en effet constatée en utilisant les paramètres identifiés au lieu des paramètres initiaux. Une procédure itérative d'optimisation des poses peut donc être nécessaire. D'autre part, le modèle utilisé pour optimiser les poses semble peu respecté pour les poses obtenues. Il serait intéressant de choisir les poses en ayant fait au préalable une analyse de l'influence des défauts de réalisation du mécanisme. En quantifiant les écarts entre le comportement décrit par le modèle à identifier et le comportement possible du mécanisme en présence de défauts, nous pourrions alors introduire une fonction de pénalité pour éviter de choisir des poses sensibilisant notre fonction d'erreur aux paramètres, mais dans des zones de l'espace de travail qui ne seront pas utilisées lors du fonctionnement du mécanisme, et qui ne reflètent pas son comportement dans l'espace de travail “utile”.

Conclusion et perspectives

Conclusion

La maîtrise du comportement dynamique des mécanismes parallèles est un enjeu important de leur développement. Rapides, ces mécanismes doivent être également commandés de manière précise. Une phase préliminaire indispensable consiste à contrôler la précision du mécanisme en dehors de l'effet des sollicitations dynamiques, et donc à décrire correctement sa géométrie. Dans ce document nous nous sommes attachés à cette première étape de la maîtrise de la commande du mécanisme. La géométrie ne peut être décrite que par des mesures indépendantes sur chacun des éléments. Une analyse à partir du mécanisme en fonctionnement doit être réalisée. Par ailleurs, la sensibilité de la précision d'un mécanisme parallèle à un paramètre géométrique peut évoluer fortement dans l'espace de travail. Nous avons donc préféré utiliser le "recalage" d'un modèle de connaissance, c'est-à-dire l'identification géométrique du mécanisme, plutôt qu'une stratégie de compensation par cartographie des défauts de positionnement.

Les méthodes d'identification géométrique développées pour les mécanismes sériels ne peuvent être transposées directement aux mécanismes parallèles, du fait de la différence de leurs propriétés. Pour les mécanismes parallèles, l'existence du modèle géométrique inverse sous forme analytique permet en principe de réaliser l'identification de manière efficace. La principale difficulté réside dans la mesure de pose de l'effecteur alors nécessaire. Nous avons proposé d'effectuer cette mesure à l'aide d'un outil de métrologie par vision et par conséquent de conduire l'identification par observation de l'effecteur.

L'état des chaînes cinématiques liant la base à l'effecteur est étroitement lié à la description de la cinématique d'un mécanisme parallèle. Instrumenter les liaisons passives qui composent les chaînes afin de recueillir de l'information sur leur état suppose de prévoir l'installation de capteurs dès la conception du mécanisme. Pour profiter de la richesse de l'information contenue dans l'état des chaînes cinématiques tout en conservant les avantages d'une mesure extéroceptive, nous avons proposé l'identification de mécanismes parallèles à l'aide d'un capteur de vision par observation des chaînes cinématiques.

Les principales contributions de cette thèse sont les suivantes :

Observation de l'effecteur Pour assurer l'efficacité de l'identification, nous avons d'abord proposé d'optimiser l'outil de métrologie pour notre contexte. Une méthode d'automatisation de la mesure de pose a été mise en place afin de simplifier la procédure d'identification et pallier les erreurs expérimentales. L'utilisation de mires de synthèse a été proposée pour améliorer la précision de mesure dans le volume de travail du mécanisme. L'évaluation expérimentale de l'outil de métrologie ainsi obtenu a montré l'intérêt des mires de synthèse pour l'amélioration du compromis précision/volume de mesure. En terme de fidélité de mesure, la pose peut être déterminée avec des écarts-types de quelques micromètres et millièmes de degré. Un travail supplémentaire de prise en compte des propriétés de luminosité des mires générées sur écran LCD est cependant apparu nécessaire.

Nous avons ensuite proposé d'optimiser l'excitation du mécanisme afin d'assurer la représentativité des paramètres estimés. La connaissance *a priori* des propriétés statistiques de la mesure par vision est faible. Nous avons donc préféré utiliser une fonction d'erreur pour l'identification ne faisant pas intervenir cette connaissance. L'estimateur des moindres carrés standards utilisé peut être perturbé par la propagation des erreurs de mesure dans la fonction d'erreur, particulièrement sensible pour les mécanismes parallèles. Nous avons donc proposé une méthode d'optimisation des poses basée sur un critère d'évaluation prenant en compte à la fois la sensibilité de la fonction d'erreur aux paramètres et l'influence des erreurs de mesure. Les simulations réalisées montrent que la méthode proposée permet d'éviter le choix de poses proches des limites de l'espace de travail, pour lesquelles les erreurs de mesure extéroceptive sont amplifiées dans la fonction d'erreur, sans avoir besoin d'une connaissance complète des propriétés statistiques de la mesure.

L'introduction d'un capteur extéroceptif implique l'utilisation de paramètres externes pour décrire son implantation sur le mécanisme. L'obtention d'un mécanisme précis après identification n'est possible que si l'ajout de ces paramètres dans la procédure d'identification n'introduit pas de difficultés d'identifiabilité des paramètres décrivant le mécanisme dans la loi de commande. Nous avons proposé une analyse des causes de perte d'identifiabilité des paramètres dans la fonction d'erreur basée sur le modèle géométrique inverse. Nous avons pu montrer que selon les degrés de spatialité du mécanisme, l'ensemble des paramètres externes n'est pas nécessairement identifiable, ce qui ne porte cependant pas préjudice à l'amélioration de précision. En revanche, l'existence de couplages entre paramètres externes et géométriques est possible. Elle dépend du mécanisme et de son paramétrage. Si elle se produit, l'amélioration de la précision du mécanisme ne pourra être complètement assurée.

L'identification de trois mécanismes parallèles a été réalisée. Plusieurs indicateurs ont montré l'amélioration de la précision de deux d'entre eux après identification. Nous avons également proposé une analyse expérimentale de l'influence du choix du modèle et de la connaissance *a priori* utilisée sur l'efficacité de l'identification, afin de faciliter le choix du modèle à identifier pour d'autres mécanismes. L'influence du nombre de poses et de leur choix a également été évaluée de manière qualitative pour deux mécanismes et quantitative pour un troisième. Cette évaluation a permis d'estimer le nombre de poses nécessaires à l'identification d'un mécanisme, et l'intérêt d'une optimisation des poses.

Observation des chaînes cinématiques La mise en place de méthodes d'identification par observation des chaînes cinématiques tient d'abord à l'information pouvant être extraite de cette observation. Nous avons donc dans un premier temps présenté les relations existantes entre l'image d'un élément de forme cylindrique d'une chaîne cinématique et sa pose par rapport à la caméra. Nous avons alors réalisé une évaluation expérimentale de la précision de la mesure ainsi réalisée. Compte-tenu de la simplicité de la méthode choisie pour extraire l'information à partir de l'image, les résultats s'avèrent encourageants.

Nous avons ensuite proposé des méthodes d'identification basées sur l'observation des chaînes cinématiques. Trois familles de mécanismes ont été étudiées. Pour chacune, une méthode est proposée qui est adaptée à l'information disponible par vision, et qui présente l'intérêt de ne pas introduire de contraintes sur le nombre de positions de la caméra utilisées ou sur la connaissance *a priori* nécessaire de ces positions par rapport à la base du mécanisme. Les conditions nécessaires correspondantes d'identifiabilité des paramètres ont été précisées. Une évaluation par simulation de la méthode pour le cas d'une plate-forme de Gough a montré une efficacité supérieure de la méthode basée sur l'observation des chaînes à celle basée sur l'observation de l'effecteur.

L'identification d'un robot I4 a été réalisée à partir des méthodes mises en place. L'amélioration de la précision du mécanisme a été constatée, avec des performances légèrement supérieures à celles de la méthode basée sur l'observation de l'effecteur. La structure du mécanisme permet de surcroît l'observation simultanée de l'effecteur et des chaînes cinématiques. Nous avons par conséquent proposé des méthodes d'identification utilisant les informations extraites de l'observation de l'ensemble de ces éléments, dont les résultats sont également encourageants.

Perspectives

Cette étude ouvre de nombreuses perspectives quant à l'amélioration de la précision des mécanismes parallèles. Nous les présentons ici brièvement selon l'utilisation faite du capteur de vision.

Observation de l'effecteur

Sur le plan métrologique, l'utilisation de mires de synthèse est une voie intéressante pour l'amélioration de la précision de mesure et du compromis précision/volume de mesure. Dans le cas de mires LCD, le développement de l'outil de métrologie doit passer par la prise en compte des variations de luminosité avec l'angle d'incidence entre caméra et mire.

Les motifs affichés sur les mires correspondent actuellement aux amers matériels utilisés. Le développement d'amers spécifiques, action en cours au LASMEA, est un moyen d'aller plus loin dans l'amélioration de la précision de mesure, en profitant de la possibilité d'afficher un motif quelconque à l'écran.

L'utilisation d'amers permet de reconstituer rapidement la transformation liant la caméra à la mire. L'utilisation de l'information contenue par le capteur reste alors cependant relativement faible puisque l'on recherche seulement la position dans l'image de quelques amers. Il serait intéressant d'ajouter pour nos applications de métrologie de précision l'utilisation de méthodes telles que la stéréo-corrélation fine [Gar01, Dev97] pour affiner l'estimation de pose.

Sur le plan de la méthodologie d'identification, la méthode d'optimisation des poses proposée repose, comme les autres approches proposées dans la littérature, sur l'optimisation au sens d'un modèle suppposé respecté : tout défaut de modèle est alors écarté. L'analyse de la cinématique du robot I4 nous a montré qu'en se rapprochant des bords de l'espace de travail, la sensibilité aux paramètres du modèle augmente, mais également la sensibilité au défaut de modèle. Le critère de choix des poses que nous avons proposé permet de limiter l'influence des erreurs de mesure sur la fonction d'erreur pour l'identification. Avec ce critère nous avons introduit une première "frontière" évitant de trop s'approcher des limites de l'espace de travail. Il serait intéressant d'introduire une seconde frontière par l'intermédiaire d'une fonction de pénalité quantifiant le risque de s'écarter du comportement du mécanisme souhaité dans l'espace de travail.

Les résultats expérimentaux montrent que l'identifiabilité des paramètres des modèles géométriques diminue sensiblement lorsque les hypothèses de conception ne sont plus utilisées. Les modèles les plus "simples" semblent par ailleurs déjà efficaces pour améliorer la précision. L'utilisation de modèles complexes pour l'identification n'est peut être donc pas judicieuse, leur implantation dans la commande risquant de plus d'être délicate par la suite. Il pourrait donc être intéressant de limiter le modèle identifié au modèle utilisé dans la commande, et de "compléter" la description du comportement du mécanisme par une identification par modèle de représentation.

Pour certains mécanismes développés récemment (I4, Orthoglide), les modèles développés lors de la conception du mécanisme, qui sont ceux implantés dans la commande, possèdent des propriétés particulières comme l'existence d'un modèle géométrique direct sous forme analytique. Il est donc alors possible d'utiliser les méthodes développées pour l'identification de mécanismes sériels par vision, en écrivant la fonction d'erreur directement dans l'image. Il serait intéressant de confronter les performances d'une telle approche à celles de la méthode basée sur l'utilisation du modèle géométrique inverse.

Observation des chaînes cinématiques

Sur un plan métrologique, l'identification par observation des chaînes cinématiques a été présentée ici à un stade relativement sommaire. Les résultats n'en sont que plus encourageants sur la performance d'une telle méthode. Afin d'améliorer l'efficacité de l'identification, une recherche subpixellique des limbes, et la prise en compte de la nature de l'objet recherché dans l'image devraient permettre d'améliorer les caractéristiques de la mesure.

Sur un plan pratique, l'automatisation de la procédure d'identification devrait être réalisée, comme dans le cas de la mesure à partir de l'observation de la mire.

Sur un plan méthodologique, le choix des poses devrait faire l'objet d'une optimisation semblable à celle réalisée pour le cas de l'observation de l'effecteur. La qualité de la mesure est dépendante de l'attitude de l'élément cylindrique par rapport à la caméra, comme l'ont montré les premiers tests de fidélité de mesure effectués au chapitre 3. La sensibilité des fonctions d'erreurs aux paramètres varie également certainement avec le choix des poses de l'effecteur et des différents placements de la caméra par rapport au mécanisme. Une optimisation des poses pour l'identification devrait donc être mise en place afin d'améliorer les performances de l'approche.

L'étape suivante consistera alors à coupler les aspects vision et amélioration de la précision, en identifiant les limbes et les paramètres géométriques directement dans l'image. Comme nous l'avons présenté à la fin du chapitre 3, les relations utilisées pour identifier les paramètres géométriques doivent pouvoir être intégrées à la phase de recherche des limbes comme des contraintes supplémentaires. Les informations sur la pose des éléments cylindriques seront alors obtenues en même temps que certains paramètres géométriques. L'identification par observation des chaînes cinématiques nous place alors dans une voie pouvant nous conduire à plus long terme vers le contrôle du mécanisme directement dans l'image, c'est-à-dire vers la commande du mécanisme par asservissement visuel. Le challenge est alors plus grand car la contrainte de traitement en temps réel des informations apparaît.

Couplage des approches

Les développements proposés dans les deux paragraphes précédents respectent la distinction faite dans ce document entre l'identification par observation de l'effecteur et par observation des chaînes cinématiques. Coupler les approches est également possible, comme nous l'avons montré en proposant des méthodes d'identification du robot I4 utilisant l'observation simultanée de l'effecteur et des chaînes cinématiques. Le couplage des deux observations peut permettre d'augmenter la redondance d'information et donc la robustesse aux erreurs de mesure. Il peut également permettre d'identifier plus finement les mécanismes. Ainsi, les analyses réalisées sur les mécanismes H4 et Orthoglide ont montré que les dimensions des parallélogrammes articulés font partie des paramètres difficilement identifiables. L'observation dans un premier temps des éléments, souvent cylindriques, qui les composent permettrait probablement d'identifier plus facilement les paramètres géométriques les décrivant, y compris ceux décrivant leurs défauts de réalisation. Dans un second temps, nous pourrions alors utiliser l'observation de l'effecteur pour achever l'identification. Cette méthode présente en effet l'avantage de réduire le nombre de poses nécessaires pour réaliser l'identification.

L'identification par vision des mécanismes parallèles semble d'ores et déjà une approche pertinente pour l'amélioration de la précision statique des mécanismes. Il serait donc désormais également intéressant de développer l'utilisation de la vision pour identifier le comportement dynamique du mécanisme. Cette identification dynamique, tout comme l'asservissement visuel, impose des contraintes fortes sur l'aspect métrologie. Il s'agit donc d'un axe de développement à plus long terme.

Bibliographie

[ADL95] S.K. Agrawal, G. Desmier et S. Li. « Fabrication and analysis of a novel 3 DOF parallel wrist mechanism ». *ASME Journal of Mechanical Design*, 117(2):343–345, juin 1995.

[AG99] Leica Geosystems AG. « Leica Laser Tracker System », 1999.

[AHE01] N. Andreff, R. Horaud et B. Espiau. « Robot hand-eye calibration using structure-from-motion ». *International Journal of Robotics Research*, 20(3):228–248, 2001.

[BA00] L. Baron et J. Angeles. « The direct kinematics of parallel manipulators under joint-sensor redundancy ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 16(1):1–8, février 2000.

[BK99] S. Besnard et W. Khalil. « Calibration of parallel robots using two inclinometers ». Dans *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference On Robotics and Automation*, pages 1758–1763, Detroit, Michigan, 1999.

[BK01] S. Besnard et W. Khalil. « Identifiable parameters for parallel robots kinematic calibration ». Dans *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2859–2866, Seoul, Corée, 2001.

[BM91] J.H. Borm et C.H. Menq. « Determination of optimal measurement configurations for robot calibration based on observability measure ». *The International Journal of Robotics Research*, 10(1):51–63, 1991.

[Bom02] J. Bom. « Création de mires numériques sur un écran à cristaux liquides en vue de la calibration d'une caméra vidéo ». Mémoire de DEA, Université B. Pascal, juin 2002.

[Can86] J. Canny. « A computational approach to edge detection ». *Pattern Analysis and Machine Recognition*, 8(6):679–698, 1986.

[Cap67] K.L. Cappel. « Motion Simulator ». US Patent No. 3,295,224, janvier 1967.

[Cha98] F. Chaumette. « De la perception à l'action : l'asservissement visuel ; de l'action à la perception : la vision active ». Habilitation à diriger des recherches, Université de Rennes I, IRISA, janvier 1998.

[Chr98] S. Christy. « *Localisation et modélisation tridimensionnelles par approximations successives du modèle perspectif de caméra* ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, septembre 1998.

[Cla91] R. CLAVEL. « *Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté* ». Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1991.

[Com00] O. COMPANY. « *Machines-outils rapides à structure parallèle. Méthodologie de conception, applications et nouveaux concepts* ». Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, décembre 2000.

[Cor93] P.I. CORKE. « *Visual servoing* », Chapitre "Visual control of robot manipulators - a review". World Scientific, ISBN 9-8102-1304-6, 1993.

[CP99] O. COMPANY et F. PIERROT. « A new 3T-1R parallel robot ». Dans *Proceedings of the* 9^{th} *International Conference on Advanced Robotics*, pages 557–562, Tokyo, Japon, 1999.

[CW98] D. CHABLAT et P. WENGER. « Working modes and aspects in fully-parallel manipulators ». Dans *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1964–1969, Leuven, Belgique, 1998.

[CW03] D. CHABLAT et P. WENGER. « Architecture optimization of a 3-DOF parallel mechanism for machining applications, the Orthoglide ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2003. to appear.

[Dan99] D. DANEY. « Self calibration of Gough platform using leg mobility constraints ». Dans *Proceedings of the* 10^{th} *world congress on the theory of machine and mechanisms*, pages 104–109, Oulu, Finlande, 1999.

[Dan00] D. DANEY. « *Etalonnage géométrique des robots parallèles* ». Thèse de doctorat, Université de Nice - Sophia Antipolis, 2000.

[Dan02] D. DANEY. « Optimal measurement configurations for Gough platform calibration ». Dans *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 147–152, Washington, Washington DC, 2002.

[DE01] D. DANEY et I.Z. EMIRIS. « Robust parallel robot calibration with partial information ». Dans *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference On Robotics and Automation*, pages 3262–3267, Seoul, Corée, 2001.

[Dev97] F. DEVERNAY. « *Vision stéréoscopique et propriétés différentielles des surfaces* ». Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, 1997.

[DNG02] F. DUDITA, M. NEAGOE et G. GOGU. « On the kinematic calibration of a Stewart platform ». Dans *Proceedings of the* 4^{th} *International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*, Clermont-Ferrand, France, 2002.

[DP90] M.R. DRIELS et U.S. PATHRE. « Significance of observation strategy on the design of robot calibration experiments ». *Journal of Robotic Systems*, 7(2):197–223, 1990.

[Fau93] O. FAUGERAS. *Three-dimensional Computer Vision : A Geometric Viewpoint*. The MIT Press, 1993. ISBN 0-262-06158-9.

[FDAF96] G. Fried, K. Djouani, Y. Amirat et C. François. « A 3-D sensor for parallel robot calibration. A parameter perturbation analysis ». Dans J. Lenarcic et V. Parenti-Castelli, éditeurs, *Recent Advances in Robot Kinematics*, pages 451–460. Kluwer Academic Publishers, ISBN 0-7923-4124-4, 1996.

[GA90] C. Gosselin et J. Angeles. « Singularity analysis of closed-loop kinematic chains ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 6(3):281–290, juin 1990.

[Gar01] D. Garcia. « *Mesures de formes et de champs de déplacements tridimensionnels par stéréo-corrélation d'images* ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2001.

[GCB97] G. Gogu, P. Coiffet et A. Barraco. *Représentation des déplacements des robots*. Hermès, 1997.

[GH94a] Z. Geng et L.S. Haynes. « An effective kinematic calibration method for Stewart platform ». Dans *Proceedings of the* 5^{th} *International Symposium on Robotics and Manufacturing*, pages 87–92, Hawaï, Hawaï, 1994.

[GH94b] Z.J. Geng et L.S. Haynes. « A "3-2-1" kinematic configuration of a Stewart platform and its application to six degrees of freedom pose measurements ». *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 11(1):23–34, 1994.

[GK92] M. Gautier et W. Khalil. « Exciting trajectories for the identification of base inertial parameters of robots ». *The International Journal of Robotics Research*, 11(4):362–375, 1992.

[GLZ+02] F. Gao, W. Li, X. Zhao, Z. Jin et H. Zhao. « New kinematic structures for 2-, 3-, 4-, and 5-DOF parallel manipulator designs ». *Mechanism and Machine Theory*, 37:1395–1411, 2002.

[Gog02] G. Gogu. « Families of 6R orthogonal robotic manipulators with only isolated and pseudo-isolated singularities ». *Mechanism and Machine Theory*, 37:1347–1375, 2002.

[GW62] V.E. Gough et S.G. Whitehall. « Universal tyre test machine ». Dans *Proceedings of the FISITA* 9^{th} *International Technical Congress*, pages 117–137, mai 1962.

[HCB97] M. Honegger, A. Codourey et E. Burdet. « Adaptive control of the Hexaglide, a 6 dof parallel manipulator ». Dans *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Albuquerque, Nouveau Mexique, avril 1997.

[HL02] J. Hueber et S. Lachanat. « Analyse du comportement d'un axe UGV par interférométrie laser ». Rapport de projet, Institut Français de Mécanique Avancée, janvier 2002.

[HM93] R. Horaud et O. Monga. *Vision Par Ordinateur - Outils Fondamentaux*. Hermès, Paris, 1993. ISBN 2-86601-370-0.

[Hus96] M.L. Husty. « An algorithm for solving the direct kinematics of general Stewart-Gough platforms ». *Mechanism and Machine Theory*, 31(4):365–380, 1996.

[HV89] S. Van Huffel et J. Vandewalle. « Comparison of total least squares and instrumental variable methods for parameter estimation of transfer function models ». *International Journal of Control*, 50(4):1039–1056, 1989.

[HW96] J.M. Hollerbach et C.W. Wampler. « The calibration index and taxonomy for robot kinematic calibration methods ». *The International Journal of Robotics Research*, 15(6):573–591, décembre 1996.

[IIK+00] Y. Ihara, T. Ishida, Y. Kakino, Z. Li, T. Matsushita et M. Nakagawa. « Kinematic calibration of a hexapod machine tool by using a circular test ». Dans *Proceedings of the 2000 Japan-USA flexible automation conference*, Ann Arbor, Michigan, juillet 2000.

[Inn95a] C. Innocenti. « Polynomial solution of the spatial Burmester problem ». *Journal of Mechanical Design*, 117:64–68, 1995.

[Inn95b] C. Innocenti. « Algorithms for kinematic calibration of fully-parallel manipulators ». Dans J.-P. Merlet et B. Ravani, éditeurs, *Computational Kinematics*, pages 241–250. Kluwer Academic Publishers, ISBN 0-7923-3673-9, 1995.

[Ion03] « Standardization of Terminology ». *Mechanism and Machine Theory*, 38(7-10):597–1111, juillet 2003.

[IR00] I.A.Bonev et J. Ryu. « A new method for solving the direct kinematics of general 6-6 Stewart Platforms using three linear extra sensors ». *Mechanism and Machine Theory*, 35:423–436, 2000.

[ISO94] ISO. « ISO 5725-1:1994 : Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results - Part 1: General principles and definitions », 1994.

[JKK99] JW. Jeong, S.H. Kim et Y.K. Kwak. « Kinematics and workspace analysis of a parallel wire mechanism for measuring a robot pose ». *Mechanism and Machine Theory*, 34:825–841, 1999.

[Joh93] R. Johansson. *System Modeling and Identification*. Prentice Hall, 1993. ISBN 0-13-482308-7.

[KAS+98] Y. Koseki, T. Arai, K. Sugimoto, T. Takatuji et M. Goto. « Design and accuracy evaluation of high-speed and high-precision parallel mechanism ». Dans *Proceedings of the 1998 International Conference on Robotics and Automation*, pages 1340–1345, Leuven, Belgique, 1998.

[KB99] W. Khalil et S. Besnard. « Self calibration of Stewart-Gough parallel robots without extra sensors ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, pages 1758–1763, 1999.

[KCB+03] S. Krut, O. Company, M. Benoit, H. Ota et F. Pierrot. « I4: A new parallel mechanism for Scara motions ». Dans *Proceedings of the 2003 International Conference on Robotics and Automation*, Taipei, Taiwan, 2003. to appear.

[KD99] W. Khalil et E. Dombre. *Modélisation, identification et commande des robots.* Hermès, ISBN 2-7462-0003-1, 1999.

[KGE91] W. Khalil, M. Gautier et C. Enguehard. « Identifiable parameters and optimum configurations for robot calibration ». *Robotica*, 9:63–70, 1991.

[KM97] W. Khalil et D. Murareci. « Autonomous calibration of parallel robots ». Dans *Proceedings of the* 5^{th} *IFAC Symposium on Robot Control*, pages 425–428, Nantes, France, 1997.

[LD97] A.B. Lintott et G.R. Dunlop. « Parallel topology robot calibration ». *Robotica*, 15:395–398, 1997.

[LD00] J.M. Lavest et M. Dhome. « Comment calibrer des objectifs à très courte focale ». Dans *Actes de Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle (RFIA2000)*, pages 81–90, Paris, France, 2000.

[Lju99] L. Ljung. *System Identification : Theory for the User.* PTR Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., ISBN 0-13-656695-2, 1999.

[LVD98] JM. Lavest, M. Viala et M. Dhome. « Do we really need an accurate calibration pattern to achieve a reliable camera calibration ». Dans *Proceedings of the* 5^{th} *European Conference on Computer Vision*, pages 158–174, Freiburg, Allemagne, juin 1998.

[Mar99] P. Martinet. « Asservissement visuel ». Habilitation à diriger des recherches, Université Blaise Pascal, janvier 1999.

[Mar02] F. Marquet. « *Contribution à l'étude de l'apport de la redondance en robotique parallèle* ». Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, 2002.

[MAU99] P. Maurine, K. Abe et M. Uchiyama. « Towards more accurate parallel robots ». Dans *Proceedings of IMEKO-XV World Congress*, pages 73–80, Osaka, Japon, 1999.

[MCKP02] F. Marquet, O. Company, S. Krut et F. Pierrot. « Enhancing parallel robots accuracy with redundant sensors ». Dans *Proceedings of the 2002 International Conference on Robotics and Automation*, Washington, Washington DC, 2002.

[MD96a] P. Maurine et E. Dombre. « A calibration procedure for the parallel robot Delta ». Dans *Proceedings of the 1996 International Conference on Robotics and Automation*, pages 975–980, Minneapolis, Minesota, 1996.

[MD96b] P. Maurine et E. Dombre. « Registration and calibration procedure for parallel robot ». Dans *Proceedings of the* 6^{th} *International Symposium on Robotics and Manufacturing*, pages 447–452, Montpellier, France, 1996.

[MD00] M.A. Meggiolaro et S. Dubowsky. « An analytical method to eliminate the redundant parameters in robot calibration ». Dans *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3609–3615, San Francisco, Californie, 2000.

[MdCM01] J.M.S.T. Motta, G.C. de Carvalho et R.S. McMaster. « Robot calibration using a 3D vision-based measurement system with a single camera ». *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, (17):487–497, 2001.

[Mer88] J.-P. Merlet. « Parallel manipulators. Part 2 - Singular configurations and Grassmann geometry ». Rapport de Recherche 791, INRIA, février 1988.

[Mer97] J.P. Merlet. *Les Robots Parallèles*. Hermès, Paris, ISBN 2-8660-1599-1, 1997.

[Mer03] « http://www-sop.inria.fr/coprin/equipe/merlet/Archi/archi_robot.html », 2003.

[Mit74] T. Mitchell. « An algorithm for the construction of "D-optimal" experimental designs ». *Technometrics*, 16(2):203–210, 1974.

[Mur97] O.D. Murareci. « *Contribution à la modélisation géométrique et à l'étalonnage des robots séries et parallèles* ». Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, Nantes, Mars 1997.

[MWZ93] O. Masory, J. Wang et H. Zhuang. « On the accuracy of a Stewart platform - Part II kinematic calibration and compensation ». Dans *Proceedings of the 1993 International Conference on Robotics and Automation*, pages 725–731, Atlanta, Georgie, 1993.

[NH96] A. Nahvi et J.M. Hollerbach. « The noise amplification index for optimal pose selection in robot calibration ». Dans *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 647–654, Minneapolis, Minnesota, 1996.

[NMWaYI02] M. Nakagawa, T. Matsushita, S. Watanabe et Y. Kakino ad Y. Ihara. « The improvement of motion accuracy of hexapod type machine tools and its machining performance ». Dans *Proceedings of the 2002 Japan-USA Symposium on Flexible Automation*, Hiroshima, Japon, juillet 2002.

[NP97] L. Notash et R.P. Podhorodeski. « Fixtureless calibration of parallel manipulators ». *Transactions of the CSME*, 21(3):273–294, 1997.

[NWSH99] R. Neugebauer, F. Wieland, M. Schwaar et C. Hochmuth. « *Parallel kinematic machines - Theoretical aspects and industrial requirements* », Chapitre Experiences with a Hexapod-based machine Tool, pages 313–326. Springer-Verlag, London, ISBN 1-8523-3613-7, 1999.

[OM95] M.P. Oliviers et J.R.R Mayer. « Global kinematic calibration of a Stewart platform ». *Proceedings of the ASME Dynamic Systems and Control Division*, 57(1):129–136, 1995.

[OSTU00] H. Ota, T. Shibukawa, T. Tooyama et M. Uchiyama. « Forward kinematic calibration method for parallel mechanism using pose data measured by a double ball bar system ». Dans *Proceedings of 2000 Parallel Kinematic Machines Inernational Conference*, pages 57–62, Ann Arbor, Michigan, septembre 2000.

[PAM02] K. Parsa, J. Angeles et A.K. Misra. « Attitude calibration of an accelerometer array ». Dans *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 129–134, Washington, Washington DC, 2002.

[PCV02] V. Parenti-Castelli et S. Venanzi. « On the joint clearance effects in serial and parallel manipulators ». Dans C.M. Gosselin et I. Ebert-Uphoff, éditeurs, *Proceedings of the Workshop on Fundamental Issues and Future Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators*, pages 215–223, Quebec City, Quebec, octobre 2002.

[PE97] A.J. Patel et K.F. Ehmann. « Volumetric error analysis of a Stewart platform-based machine tool ». *Annals of the CIRP*, 46(1):287–290, 1997.

[PMCG01] F. Pierrot, F. Marquet, O. Company et T. Gil. « H4 parallel robot: modeling, design and preliminary experiments ». Dans *Proceedings of the 2001 IEEE Inernational Conference on Robotics and Automation*, pages 3256–3261, Seoul, Corée, 2001.

[PPR98] H. Pottmann, M. Peternell et B. Ravani. « Approximation in line space - applications in robot kinematics and surface reconstruction ». Dans *Advances in Robot Kinematics*, pages 403–412, Strobl, ISBN 0-7923-5169-X, 1998.

[Pri90] M. Priel. *Les robots industriels : caractéristiques, performances et choix*. Collection AFNOR Technique. ISBN 2-1230-6211-3, 1990.

[PTVF92] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling et B.P. Flannery. *Numerical recipes in Fortran 77 : the art of scientific computing*. Cambridge University Press, 2nd édition, ISBN 0-5214-3064-X, 1992.

[RA95] T. Ropponen et T. Arai. « Accuracy analysis of a modified Stewart platform manipulator ». Dans *Proceeedings of the 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 521–525, Nagoya, Japon, 1995.

[RADM02a] P. Renaud, N. Andreff, M. Dhome et P. Martinet. « Experimental evaluation of a vision-based measuring device for parallel machine-tool calibration ». Dans *Proceedings of the 2002 International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Lausanne, Suisse, octobre 2002.

[RADM02b] P. Renaud, N. Andreff, M. Dhome et P. Martinet. « Utilisation d'un outil de métrologie par vision pour l'étalonnage de machines-outils ». Dans *Actes des* 2^{mes} *Assises Usinage à Grande Vitesse*, pages 151–160, Lille, France, mars 2002.

[RAGD03] P. Renaud, N. Andreff, G. Gogu et M. Dhome. « Optimal pose selection for vision-based kinematic calibration of parallel mechanisms ». Dans *Proceedings of the 2003 International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Las Vegas, Nevada, octobre 2003. to appear.

[RAGM03] P. Renaud, N. Andreff, G. Gogu et P. Martinet. « On vision-based kinematic calibration of n-leg parallel mechanisms ». Dans *Proceedings of IFAC Symposium on System Identification 2003*, Rotterdam, Pays-Bas, aout 2003. to appear.

[RAGM04] P. Renaud, N. Andreff, G. Gogu et P. Martinet. « On vision-based kinematic calibration of a Stewart-Gough platform ». Dans *Proceedings of the* 11^{th} *IFTOMM World congress in mechanism and machine science*, Tianjin, Chine, reporté en avril 2004.

[Rem98] S. Remy. « *Etalonnage d'un système de vision embarqué* ». Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont II, 1998.

[Ric98] J. Richalet. *Pratique de l'identification*. Hermès, ISBN 2-8660-1664-5, 1998.

[Rod03] S. Roddier. « Evaluation d'un outil de métrologie par vision ». Rapport de projet, Institut Français de Mécanique Avancée, 2003.

[RR01] A. Rauf et J. Ryu. « Fully autonomous calibration of parallel manipulators by imposing position contraint ». Dans *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2389–2394, Seoul, Corée, 2001.

[SA89] Y.C. Shiu et S. Ahmad. « Calibration of wrist mounted robotic sensors by solving homogeneous transform equations of the forme AX=XB ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 5(1):16–29, 1989.

[Sch93] K. Schroer. « *Robot Calibration* », Chapitre "Theory of kinematic modelling and numerical procedures for robot calibration", pages 157–196. Chapman & Hall, ISBN 0-4124-9140-0, 1993.

[Soo97] J.A. Soons. « Error analysis of a hexapod machine tool ». Dans *Proceedings of the* 3^{rd} *International Conference on Laser Metrology and Machine Performance (LAMDAMAP)*, pages 347–358, Huddersfield, Angleterre, 1997.

[Ste00] C. Steger. « Subpixel-precise extraction of lines and edges ». Dans *Proceedings of the XIX International Society for Photogrammetry and Remote Sensing Congress*, Amsterdam, Pays-Bas, 2000.

[SZ00] T. Schmitz et J. Ziegert. « Dynamic evaluation of spatial CNC contouring accuracy ». *Precision Engineering*, (24):99–118, 2000.

[TAI$^+$02] W. Tanaka, T. Arai, K. Inoue, Y. Mae et C.S. Park. « Simplified kinematic calibration for a class of parallel mechanism ». Dans *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 483–488, Washington, Washington DC, 2002.

[Tan95] L. Tancredi. « *De la simplification et la résolution du modèle géométrique direct des robots parallèles* ». Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, Sophia, 1995.

[Tan98] T.K. Tanev. « Forward displacement analysis of a three legged four-degree-of-freedom parallel manipulator ». Dans *Advances in Robot Kinematics*, pages 147–154, Strobl, juillet ISBN 0-7923-5169-X, 1998.

[TL89] R.Y. Tsai et R.K. Lenz. « A new technique for fully autonomous and efficient 3D robotics hand/eye calibration ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 5(3):345–358, 1989.

[TORC02] F. Thomas, E. Ottaviano, L. Ros et M. Ceccarelli. « Uncertainty model and singularities of 3-2-1 wire-based tracking systems ». Dans *Advances in Robot Kinematics*, pages 107–116, ISBN 1-4020-0696-9, 2002.

[Tsa96] L.-W. Tsai. « Kinematics of a three-dof platform with three extensible limbs ». Dans J. Lenarcic et V. Parenti-Castelli, éditeurs, *Recent Advances in Robot Kinematics*, pages 401–410. Kluwer Academic Publishers, ISBN 0-7923-4124-4, 1996.

[TSFA02] P.L. Teoh, B. Shirinzadeh, C.W. Foong et G. Alici. « The measurement uncertainties in the laser interferometry-based sensing and tracking technique ». *Measurement*, pages 135–150, 2002.

[vALVH95] G.D. van Albada, J.M. Lagerberg, A. Visser et L.O. Hertzberger. « A low-cost pose-mesuring system for robot calibration ». *Robotics and Autonomous Systems*, 15:207–227, 1995.

[VC98] P. Vischer et R. Clavel. « Kinematic calibration of the parallel Delta robot ». *Robotica*, 16:207–218, 1998.

[Vis96] P. Visher. « *Improve the accuracy of parallel robot* ». Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1996.

[VPG94] M. Vincze, J.P. Prenninger et H. Gander. « A Laser Tracking System to measure position and orientation of robot end-effectors under motion ». *International Journal of Robotics Research*, 13(4):305–314, 1994.

[WA92] C. Wampler et T. Arai. « Calibration of robots having kinematic closed loops using non-linear least-squares estimation ». Dans *Proceedings of the 1992 IFTOMM World Congress in Mechanism and Machine Science*, pages 153–158, Nagoya, Japon, September 1992.

[WE02] S.-M. Wang et K.F. Ehmann. « Error model and accuracy analysis of a six-dof Stewart platform ». *Transactions of the ASME*, 124:286–295, 2002.

[WHA95] C.W. Wampler, J.M. Hollerbach et T. Arai. « An implicit loop method for kinematic calibration and its application to closed-chain mechanisms ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 11(5):710–724, 1995.

[Wil00] F. Wildenberg. « Calibrations for hexapod CMW ». Dans *Proceedings of the* 2^{nd} *Chemnitzer Parallelkinematik Seminar*, pages 101–112, Chemnitz, Allemagne, 2000.

[WK01] S. Weikert et W. Knapp. « The grid bar, calibration and application ». Dans *Proceedings of the ASPE Annual Meeting 2001*, Washington, Washington DC, 2001.

[WK02] S. Weikert et W. Knapp. « Application of the Grid-Bar device on the Hexaglide ». Dans *Proceedings of the* 3^{rd} *Chemnitzer Parallelkinematic Seminar*, pages 295–310, Chemnitz, Allemagne, April 2002.

[WM93] J. Wang et O. Masory. « On the accuracy of a Stewart platform - Part I : The effect of manufacturing tolerances ». Dans *Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 114–120, Atlanta, Georgie, 1993.

[WP94] E. Walter et L. Pronzato. *Identification de modèles paramétriques à partir de données expérimentales.* Masson, Paris, ISBN 2-225-84407-0, 1994.

[WS00] M. Weck et D. Staimer. « On the accuracy of parallel kinematic machine tools: design, compensation and calibration ». Dans *Proceedings of the* 2^{nd} *Chemnitzer Parallelkinematic Seminar*, pages 73–83, Chemnitz, Allemagne, April 2000.

[ZBFS94] G. Zak, B. Benhabib, R.G. Fenton et I. Saban. « Aplication of the weighted least squares parameter estimation method to the robot calibration ». *Transactions of the ASME*, 116:890–893, 1994.

[Zhu97] H. Zhuang. « Self-calibration of parallel mechanisms with a case study on Stewart platforms ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 13(3):387–397, 1997.

[ZJH99] J.C. Ziegert, B. Jokiel et C.C. Huang. « *Parallel kinematic machines - Theoretical aspects and industrial requirements* », Chapitre Calibration and self-Calibration of hexapod machine tools, pages 205–216. Springer-Verlag, London, ISBN 1-8523-3613-7, 1999.

[ZL96] H. Zhuang et L. Liu. « Self calibration of a class of parallel manipulators ». Dans *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 994–999, Minneapolis, Minnesota, 1996.

[ZM94] J.C. Ziegert et C.D. Mize. « Laser ball bar: A new instrument for machine tool metrology ». *Precision Engineering*, 16(4):259–267, 1994.

[ZMY95] H. Zhuang, O. Masory et J. Yan. « Kinematic calibration of a Stewart platform using pose measurements obtained by a single theodolite ». Dans *Proceedings of the 1995 International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 329–334, Pittsburgh, Pennsylvanie, 1995.

[ZR93] H. Zhuang et Z.S. Roth. « Method for kinematic calibration of Stewart platforms ». *Journal of Robotic Systems*, 10(3):391–405, 1993.

[ZR96] H. Zhuang et Z.S. Roth. *Camera-Aided Robot Calibration.* CRC Press, ISBN 0-8493-9407-4, 1996.

[ZSR96] P.B. Zobel, P. Di Stefano et T. Raparelli. « The design of a 3 dof parallel robot with pneumatic drives ». Dans *Proceedings of the* 27^{th} *International Symposium on Industrial Robots*, pages 707–710, Milan, Italie, octobre 1996.

[ZWH97] H. Zhuang, J. Wu et W. Huang. « Optimal planning of robot calibration experiments by genetic algorithms ». *Journal of Robotic Systems*, 14(10):741–752, 1997.

[ZWR93] H. Zhuang, K. Wang et Z.S. Roth. « Error-model-based robot calibration using a modified CPC model ». *International Journal on Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 10(4):287–299, 1993.

[ZWR94] H. Zhuang, K. Wang et Z. Roth. « Optimal selection of measurement configurations for robot calibration using simulated annealing ». Dans *Proceedings* *of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 393–398, San Diego, Californie, 1994.

[ZWR95] H. Zhuang, K. Wang et Z.S. Roth. « Simultaneous calibration of a robot and a hand-mounted camera ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 11(5):649–660, 1995.

[ZYM98] H. Zhuang, J. Yan et O. Masory. « Calibration of Stewart platforms and other parallel manipulators by minimizing inverse kinematic residuals ». *Journal of Robotic Systems*, 15(7):395–405, 1998.

Résumé

Apport de la vision pour l'identification géométrique de mécanismes parallèles

Comparés aux mécanismes sériels, les mécanismes parallèles présentent de nombreux avantages en terme de performances dynamiques, de rigidité, qui en font des candidats potentiels à de nombreuses applications industrielles. L'une des pierres d'achoppement de leur développement reste leur précision qui n'est pas supérieure à celle d'un mécanisme sériel après assemblage. L'amélioration de leur précision peut être obtenue en déterminant les paramètres géométriques décrivant au mieux le comportement du mécanisme. Cette identification géométrique est envisagée dans ce document en s'appuyant sur la vision, c'est-à-dire l'utilisation d'une caméra pour avoir une information redondante sur l'état du mécanisme.

Deux approches sont développées : la première repose sur l'observation de l'effecteur et le seconde sur celle des chaînes cinématiques connectant l'effecteur à la base. Il s'agit dans les deux cas d'un travail original dans le contexte des mécanismes parallèles. Dans le cas de l'identification par observation de l'effecteur, une analyse du comportement et des performances de l'outil de métrologie par vision est réalisée, qui permet ensuite la définition de l'expérimentation en prenant en compte le comportement du capteur et du mécanisme. L'influence de l'implantation du capteur sur l'identifiabilité des paramètres est également analysée. L'identification par observation des chaînes cinématiques, approche novatrice, est développée sur le plan méthodologique pour pouvoir être appliquée à plusieurs familles de mécanismes. Les deux approches sont validées par des expérimentations sur trois mécanismes parallèles.

Mots-clés: Mécanismes parallèles, identification, étalonnage, paramètres géométriques, vision par ordinateur, métrologie 3D sans contact.

Abstract

Vision-based kinematic calibration of parallel mechanisms

Compared to serial mechanisms, parallel structures exhibit many interesting features such as dynamic performance, stiffness, so that they can fit to many industrial applications. A main limitation is their accuracy, which needs to be improved after assembly. One way is to determine the kinematic parameters that best describe the mechanism behaviour. We propose to conduct this calibration process using vision, that is to say to use a camera to get information on the mechanism.

Two approaches are developed: the first one is based on the end-effector observation, and the second one on the observation of the kinematic chains connecting the end-effector to the base. In both cases, the contribution is original in the context of parallel mechanisms. For the first approach, an analysis of the vision-based measuring device specifications is achieved, which enables us then to define the experimentation according to the sensor and the mechanism behavior. Calibration using observation of the kinematic chains, which is an innovative approach, is developed by proposing algorithms adapted to several classes of mechanisms. Efficiency of both approaches is confirmed by the calibration of three parallel mechanisms.

Keywords: Parallel mechanisms, identification, calibration, kinematic parameters, computer vision, 3-D metrology.