

N° d'ordre :
EDSPIC :

UNIVERSITÉ BLAISE PASCAL - CLERMONT II

ECOLE DOCTORALE

SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR DE CLERMONT-FERRAND

Formation Doctorale :

Electronique et systèmes

Thèse

présentée par

Lionel CORDESSES

Ingénieur du CUST

pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'UNIVERSITÉ

(SPÉCIALITÉ : Vision pour la Robotique)

**Commande de robots holonomes et non
holonomes. Application au guidage
d'engins agricoles par GPS**

2000 devant le Jury :

Monsieur	A	Président
Monsieur	B	Rapporteur
Monsieur	C	Rapporteur
Monsieur	D	Examineur
Monsieur	E	Examineur
Monsieur	F	Examineur
Monsieur	G	Examineur

A Viviane et Emilien,

à Joël,

à mes parents.

Remerciements

Cette thèse co-financée par le Cemagref et le CNRS m'a permis de travailler avec l'équipe Capteurs et Procédés pour l'agriculture, l'agroalimentaire et l'environnement de Clermont-Ferrand, et le Laboratoire des Sciences et Matériaux pour l'Electronique et d'Automatique. Je remercie donc Monsieur Marc RICHETIN, pour m'avoir accueilli au sein du LASMEA, et Monsieur Didier MÉCHINEAU pour m'avoir reçu au Cemagref.

J'exprime ma profonde reconnaissance à mon directeur de thèse, Monsieur Jean GALLICE. Il a toujours soutenu cet ingénieur aux approches pragmatiques et aux idées scientifiques parfois déroutantes.

Je remercie très sincèrement Monsieur Michel BERDUCAT pour m'avoir aidé dans de très nombreuses entreprises durant cette thèse.

Mes remerciements vont également à Monsieur Philippe MARTINET pour l'aide qu'il m'a apportée durant ces trois années de théorie, de recherche appliquée, et d'enseignement.

Quelques lignes pour Christophe Cariou, mon collègue et compagnon dans cette grande aventure du guidage d'engins agricoles par GPS. Depuis les prémices durant un hiver rigoureux jusqu'aux longues journées de juillet 1998 sur la moissonneuse batteuse, puis sur le tracteur, tu as suivi un Lionel enthousiaste. Je te remercie pour ton aide, ta confiance et ton humour.

Merci à Benoit Thuilot pour avoir réussi à me transmettre un savoir théorique en vue d'applications pratiques. Tu es à l'origine de ma récente implication professionnelle dans la robotique ainsi que de ma confiance en la science des asservissements.

Je remercie également Monsieur Christian THIBAUD, Monsieur Christophe DEBAIN, et Monsieur Roland CHAMOUX pour l'encadrement qu'ils m'ont prodigué et l'aide qu'ils m'ont apportée.

Enfin, je remercie tout le personnel du Cemagref et du Lasmea qui a participé activement au succès de ces projets et à la rédaction de cette thèse, ainsi que tous les membres de ma famille dont le dévouement et le soutien m'ont été précieux.

Table des matières

Liste des figures	10
Liste des tableaux	14
1 Introduction à l’asservissement visuel	17
1.1 Taxinomie de l’asservissement visuel	17
1.2 Asservissement visuel 3D	18
1.2.1 La commande	18
1.2.2 L’estimation de pose	19
1.3 Asservissement visuel 2D	20
2 Lois de commande 3D	23
2.1 Loi de commande 3D	23
2.1.1 Repères et conventions	24
2.1.2 Obtention de l’équation d’état	26
2.1.3 Commentaires sur cette loi de commande	28
2.2 La sortie du champ de vision de la caméra	32
2.2.1 Planification de trajectoire	32
2.2.2 Une approche par les potentiels	33
2.2.3 Une approche mixte 2D et 3D	35
2.2.4 Méthode par contrôle avancé.	36
2.2.5 Notre approche	38
2.3 Loi de commande 3D généralisée à une référence mobile	41

2.3.1	Les repères considérés	41
2.3.2	Equation d'état en $\mathbf{x}$	41
2.3.3	Equation d'état en $\mathbf{y}$	42
2.3.4	Equation d'état généralisée	43
2.3.5	Commande généralisée	44
2.4	Loi prenant en compte la sortie de champ de caméra	44
2.4.1	Etape I : définition de la trajectoire dans l'image	46
2.4.2	Etape II : paramétrage de la profondeur	47
2.4.3	Etape III : paramétrage des deux autres coordonnées x_F et y_F	47
2.5	Résultats	49
2.6	Discussion	54
2.7	Conclusion sur la loi 3D sans sortie de champ	55
2.7.1	Conclusion	55
2.7.2	Perspectives	55
3	Introduction à la commande de robots mobiles à roues	57
3.1	Modélisation et commande des robots mobiles	57
3.2	Exploitation des modélisations et des commandes	59
3.2.1	Applications aux véhicules de tourisme	60
3.2.2	Applications aux véhicules de construction des routes	62
3.2.3	Applications aux engins agricoles	62
4	Le capteur principal : le GPS	63
4.1	Historique du système GPS	63
4.1.1	Introduction aux systèmes de localisation	63
4.1.2	Le système GPS : trois modes d'utilisation	64
4.2	La réception des signaux GPS	68
4.2.1	Satellite GPS	69
4.2.2	Réception du signal GPS sur la Terre	70
4.2.3	De l'importance du facteur de bruit	74

4.2.4	Exploitation des signaux GPS	78
5	Modélisation cinématique et loi de commande	81
5.1	Modélisation cinématique	81
5.1.1	Modélisations envisageables	81
5.1.2	Implications du choix d'un modèle dynamique	82
5.2	Le modèle tricycle	83
5.2.1	Choix des notations, de l'état et de la commande	83
5.2.2	Cas particulier de la moissonneuse-batteuse	88
5.3	Loi de commande	89
5.3.1	Objectif	89
5.3.2	Chaînage du système	90
5.3.3	Commande avec intégrateur	92
5.3.4	Le cas particulier de la ligne droite	93
6	Expérimentations de guidage par GPS	95
6.1	Adéquation capteur et application de commande	95
6.1.1	Obtention du temps d'initialisation à chaud.	96
6.1.2	Précision de localisation.	97
6.2	Utilisation du GPS dans une boucle d'asservissement.	98
6.2.1	Solutions classiques d'obtention de l'orientation.	100
6.2.2	Approche par un unique capteur GPS.	101
6.3	Estimation et prise en compte de la pente	105
6.3.1	Influence de la pente sur les mesures	106
6.3.2	Méthode classique d'estimation de la pente	107
6.3.3	Notre approche basée sur un seul capteur GPS	108
6.4	Description du matériel	111
6.4.1	La moissonneuse batteuse	111
6.4.2	Le tracteur RENAULT Agriculture	112
6.5	Réponse à l'échelon	113

6.5.1	Réponse à l'échelon de la moissonneuse batteuse	114
6.5.2	Réponse à l'échelon du tracteur	114
6.6	Indépendance de la vitesse	118
6.7	Suivi de lignes courbes	119
6.7.1	Suivi de lignes presque droites : opération de semis d'orge . . .	120
6.7.2	Suivi de lignes presque droites en pente	121
6.7.3	Suivi de trajectoires à forte courbure	123
6.8	Conclusion sur le guidage automatique par GPS	125
6.9	Perpectives sur le guidage automatique par GPS	126
A		129
A.1	Matrice de rotation et vitesse de rotation : cas d'un axe de rotation fixe et d'un angle variable	129
A.2	Matrice de rotation et vitesse de rotation : axe de rotation variable .	131
B		133
B.1	Obtention du vecteur $\frac{d\mathbf{y}}{dt}$	133
B.2	Expression de la dérivée du vecteur $\mathbf{y}$ dans ref_C et ref_F	134
C		135
C.1	Inversion de B	135
D		139
D.1	Calcul de V_{ref} pour éviter la sortie de champ	139
D.1.1	Obtention de $\frac{dz_F}{dt}$	140
D.1.2	Obtention de $\frac{dx_F}{dt}$	140
D.1.3	Obtention de $\frac{dy_F}{dt}$	141
D.1.4	Résultat final	141
E		143
E.1	Influence d'un biais de δ sur l'écart latéral	143
E.1.1	Biais sur la commande virtuelle	143

E.1.2	Application numérique	144
E.2	Puissance de bruit thermique	145

Table des figures

1.1	Asservissement visuel 3D	19
1.2	Asservissement visuel 2D	21
2.1	Les repères considérés	24
2.2	Repères absolu, caméra et objet	29
2.3	Décroissance exponentielle pour $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$	30
2.4	Trajectoire de l'effecteur ref_C	30
2.5	Trajectoire de l'objet O dans le plan CCD	31
2.6	Plan image CCD et coordonnées	34
2.7	Objet et amers dans le plan image	36
2.8	La loi 3D entraînant une sortie de champ	39
2.9	Contrainte dans l'image	40
2.10	Les trois repères considérés	42
2.11	Repères absolu, caméra, mobile et objet	45
2.12	Droite dans le plan CCD	46
2.13	Simulation : commande sans sortie de champ	48
2.14	Configurations expérimentales observées dans le plan CCD	49
3.1	Asservissement longitudinal ACC	60
3.2	Distance inter véhicules	60
3.3	Asservissement latéral d'un véhicule	61
4.1	GPS absolu	65
4.2	GPS différentiel	67

4.3	GPS à précision centimétrique	68
4.4	Concept de l'émission du code C/A	69
4.5	Addition modulo 2 et modulation	70
4.6	Puissance du signal GPS (C/A) à la surface de la Terre	71
4.7	Puissances relatives du signal GPS et du bruit thermique	72
4.8	Antenne et préamplificateur à faible bruit	73
4.9	Chaîne de réception	73
4.10	Module générique	75
4.11	Deux modules en cascade	76
4.12	Plusieurs modules en cascade	77
4.13	Deux configurations possibles	77
4.14	Obtention d'un signal analogique complexe	79
5.1	Modèle cinématique du tracteur	83
5.2	Modèle cinématique du tracteur et référence courbe	85
5.3	Modèle cinématique du tracteur et centre instantané de rotation	86
5.4	Rayon de courbure et orientation du tracteur	87
5.5	Modèle cinématique de la moissonneuse-batteuse et centre instantané de rotation	88
5.6	Rayon de courbure et orientation de la moissonneuse-batteuse	89
5.7	Exemple de fonction sigmoïde	93
6.1	Aller et retour sur autoroute	99
6.2	Zoom sur autoroute	100
6.3	Orientation estimée par GPS sur moissonneuse batteuse.	104
6.4	Monde plan horizontal	106
6.5	Monde incliné	106
6.6	Erreur sur le monde incliné	107
6.7	Repères et points considérés	109
6.8	Ligne droite locale	109
6.9	Vecteurs de la matrice de rotation R	110

6.10	Nouvelle référence	110
6.11	Moissonneuse batteuse guidée par GPS	111
6.12	Tracteur ARES 640 guidé par GPS	112
6.13	Echelon géographique	114
6.14	Réponse à l'échelon de la moissonneuse batteuse	115
6.15	Orientations de la moissonneuse batteuse	115
6.16	Commandes de la moissonneuse batteuse	116
6.17	Réponse à l'échelon du tracteur	117
6.18	Indépendance de la vitesse du système bouclé sur moissonneuse batteuse	118
6.19	Indépendance de la vitesse du système bouclé sur tracteur	119
6.20	Trace mère et trajectoires suivies lors du semis d'orge	120
6.21	Ecart latéral lors du semis d'orge	121
6.22	Guidage automatique en pente	122
6.23	Suivi d'une trajectoire courbe par le tracteur	123
6.24	Orientations estimées par les vitesses et filtrées par le restructeur .	124
6.25	Suivi d'une trajectoire courbe par le tracteur	124
A.1	Repères et rotations	130

Liste des tableaux

6.1	Mesures de l'estimateur d'orientation basé sur les vitesses (en boucle ouverte)	104
6.2	Biais et écart-type lors des 5 passages en pente	122

Chapitre 1

Introduction à l'asservissement visuel

Ce premier chapitre a pour objectif d'introduire l'asservissement visuel. Il présente tout d'abord une taxinomie assez générale. Deux grandes catégories d'asservissements sont ensuite abordées : la commande 3D et la commande 2D. Les motivations sous jacente à ces deux approches sont explicitées.

1.1 Taxinomie de l'asservissement visuel

L'asservissement visuel a pour objectif la commande en boucle fermée d'un robot grâce à une caméra vidéo, afin de l'amener d'un état (position et orientation) initial à un état final.

La classification des types d'asservissements visuels proposés dans [87], [88] peut conduire à trois grandes familles. Les critères retenus sont :

- la position de la caméra. Cette dernière est :
 - embarquée sur l'effecteur du robot. Elle observe la scène et est mobile.
 - extérieure au robot. Elle observe la scène et le robot et est immobile.
- les grandeurs asservies :
 - l'état est fonction de la position et de l'attitude de l'effecteur du robot. Il s'agit de commande de type 3D (présentée par exemple dans [100]).
 - l'état est fonction de paramètres issus de l'image 2D. Il s'agit de commande 2D (présentée par exemple dans [41]).
 - l'état est fonction de paramètres images et de paramètres 3D. Il s'agit alors de commande mixte 2D et 3D (présentée par exemple dans [60] et [70]).
- les commandes mises en jeu :

- la position et l'attitude du robot sont commandées. L'asservissement repose sur les boucles internes du robot (en couple, vitesse et position). Il s'agit d'asservissement visuel indirect.
- les vitesses ou les couples du robot sont commandés. L'asservissement repose uniquement sur les contrôleurs des actionneurs (en accélération et vitesse). Il s'agit d'asservissement visuel direct.

Cette taxinomie engendre une combinatoire élevée. Nous ne décrivons que certaines combinaisons, en particulier avec une commande visuelle directe et une caméra embarquée.

Néanmoins, une autre manière de considérer le problème de l'asservissement visuel conduit à une classification moins dense. Elle repose sur des critères temporels et reprend la notion de grandeur asservie. Les différentes catégories engendrées sont alors :

- a) le "static look and move". L'information visuelle est extraite de l'image (*look*). Ensuite est appliquée une commande en position reposant sur une boucle interne d'asservissement en position (*move*). Il y a indépendance entre les deux étapes.
- b) le "dynamic look and move". Les deux étapes mentionnées précédemment sont réalisées simultanément (en parallèle) souvent à des fréquences d'échantillonnages différentes.
- c) le "position based visual servoing". La commande est calculée à partir de la position et de l'attitude de l'effecteur. Elle est appliquée au robot (sans passer par une boucle interne de régulation en position).
- d) le "image based visual servoing". La commande est calculée à partir de paramètres mesurés dans l'image. Elle est aussi appliquée au robot (sans passer par une boucle interne de régulation en position).

Cette classification distingue donc la boucle ouverte (a) de la boucle fermée (b). Ces deux catégories peuvent recevoir des commandes de type 3D (c) ou 2D (d). On retrouve en particulier dans (c) et (d) les classes de la première taxinomie avec :

- une caméra embarquée
- une commande en vitesse
- une commande de type 2D ou 3D.

1.2 Asservissement visuel 3D

1.2.1 La commande

L'asservissement visuel 3D a pour objectif la commande en boucle fermée d'un robot (figure 1.1) grâce à une caméra video, afin de l'amener d'un état (position

et orientation) initial à un état final. La position et l'orientation de l'effecteur du robot sont estimées par rapport à un objet O lors d'une étape de localisation. La localisation est l'étape qui permet le passage des coordonnées des amers dans l'image à la position et à l'orientation de l'effecteur du robot dans l'espace. On appelle amer¹ tout objet aisément identifiable dans l'espace d'évolution.

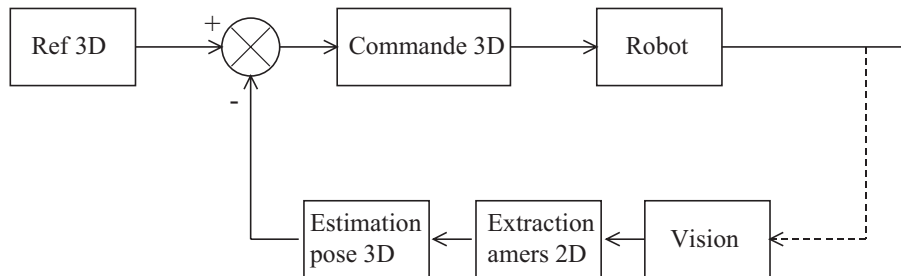


FIG. 1.1 – Asservissement visuel 3D

Ce type de commande repose sur deux modules que nous allons détailler.

La modélisation du robot est purement géométrique [63] ou prend en compte la dynamique [42]. Une loi de commande est construite à partir de ce modèle afin d'assurer la convergence. Cette loi utilise les informations 3D issues d'une chaîne de localisation 3D et commande le robot en vitesse.

En effet, la caméra observe une scène 3D et fournit une image 2D. La loi de commande utilise des informations 3D. Il est donc nécessaire d'estimer ces informations 3D à partir de :

- l'image 2D
- la connaissance de la scène (modèles d'objets)
- la connaissance du modèle de la caméra

1.2.2 L'estimation de pose

Le problème de l'estimation de pose par vision a été abordé dans l'ouvrage de Lowe [58].

Nous retiendrons néanmoins des travaux plus récents permettant l'estimation de la pose par vision. Plusieurs configurations se présentent :

¹Objet fixe et très visible (tour, moulin, etc.) situé sur la côte et servant de point de repère (définition du Larousse Lexis).

- Des amers de type point, de position 3D parfaitement connue, sont faciles à extraire de l'image. Une approche par filtrage de Kalman permet l'estimation de la pose. Présentée dans [100], elle s'inscrivait dans une boucle de commande 3D. D'autres méthodes reposant sur des algorithmes de localisation ([33], [58]) permettent de remonter à la pose de l'objet dans le repère caméra.
- Des amers de type droites [35] ou ellipses [34] de géométrie connue permettent de retrouver la pose de l'objet. Le calcul de pose à partir de la mise en correspondance de droites a aussi été présenté dans [21],[22] et [4].
- L'objet est bien modélisé, sa géométrie est connue ainsi que sa texture. Des algorithmes utilisent cette texture pour localiser des amers [2]. Ces derniers permettent, grâce aux mêmes algorithmes de reconstruction ([33], [58]) de connaître la pose de l'objet dans le repère caméra.

Différentes étapes sont nécessaires entre l'acquisition de l'image et l'obtention de la pose.

- A. L'extraction des amers est une de ces étapes. Le problème de l'extraction des indices visuels en situation réelle, par exemple le monde sous marin, a été étudié dans [101].
- B. Une bonne connaissance du modèle de la caméra est aussi nécessaire, tant pour corriger les imperfections de l'optique que pour employer les algorithmes de reconstruction. Des méthodes de calibrage de caméra [55] permettent l'obtention des différents paramètres de celle-ci au moyen d'une mire.
- C. Enfin, le lien entre repère caméra et repère effecteur doit aussi être connu. Il s'agit de quantifier la translation et la rotation permettant le passage entre ces deux repères. Ce problème a été traité par exemple dans [45] et [80].

Dans le cas où le système est faiblement calibré, i.e. lorsque les points B et C ne sont pas bien réalisés, l'asservissement visuel 3D donne de bons résultats après un apprentissage.

Toutes les méthodes, tous les outils sont donc disponibles pour mettre en pratique l'asservissement 3D. La relative complexité de cette approche 3D peut être opposée à une approche de type 2D que nous allons présenter.

1.3 Asservissement visuel 2D

L'objectif de l'asservissement visuel 2D est le même que celui de la commande 3D, à savoir la commande en boucle fermée d'un robot grâce à une caméra vidéo, afin de l'amener d'un état (position et orientation) initial à un état final. Mais cette fois la commande tend à minimiser un vecteur d'état composé d'informations visuelles (par opposition à des informations 3D comme la position et l'orientation dans l'espace).

Les informations visuelles sont directement extraites de l'image numérique - la phase de reconstruction n'existe donc plus.

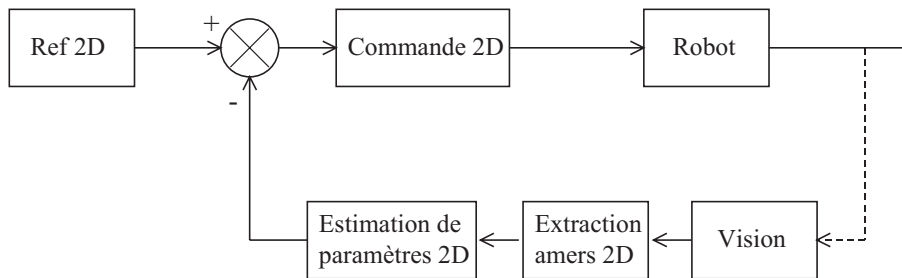


FIG. 1.2 – Asservissement visuel 2D

Le concept de base repose sur le lien entre la vitesse de l'effecteur et le mouvement dans l'image. L'objectif de la commande peut s'exprimer ainsi :

"commander en boucle fermée le robot grâce à une caméra vidéo, afin que le vecteur de mesures dans l'image converge vers une référence elle aussi exprimée dans l'image".

On notera $\mathbf{s}$ le vecteur d'état dans l'image avec $\mathbf{s} = \mathbf{s}(\mathbf{r}(t), t)$ et $\mathbf{s}^*$ le vecteur d'état désiré. Le vecteur $\mathbf{r}$ exprime la translation et la rotation liant repère caméra et repère objet.

Le lien mathématique entre mouvement dans l'image et mouvement du robot repose sur une matrice d'interaction ([86], [41], [18]) notée L et définie par :

$$L = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{r}}$$

Pour un objet immobile, l'on a $\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} = 0$. Le mouvement dans l'image s'écrit alors :

$$\dot{\mathbf{s}} = LT$$

avec $T = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ vecteur vitesse de la caméra relativement à l'objet. C'est la commande du robot. L'objectif est donc de construire T afin que le vecteur $\mathbf{s}$ converge vers $\mathbf{s}^*$.

La matrice d'interaction L peut être construite à partir de primitives géométriques [18]. Une approche basée sur les niveaux de luminance dans l'image permet une estimation de la matrice d'interaction pour des objets texturés [50].

L'asservissement visuel de type 2D a été étendu à un asservissement visuel dénommé $\frac{d2D}{dt}$. L'objectif est d'asservir le robot afin d'obtenir un champ de vitesse dans l'image conforme à une référence [26], [27].

Ces deux types de commandes permettent un asservissement visuel de l'effecteur du robot par rapport à un objet. L'asservissement visuel 3D permet un contrôle de l'effecteur en 3D à partir d'informations capteur en 3D. Mais si la trajectoire est imposée, un risque de sortie de champ de vision de la caméra apparaît.

L'asservissement visuel 2D contrôle, par essence, l'effecteur du robot grâce à des informations situées dans l'image. Mais le mouvement de l'effecteur n'est pas contrôlé en 3D. De plus, des rotations importantes conduisent au même problème de sortie de champ.

D'où l'intérêt de concevoir une commande en 3D afin de contrôler l'effecteur sans sortir du champ de vision de la caméra.

Chapitre 2

Lois de commande 3D

Ce chapitre présente une loi de commande 3D, précise ses qualités et mentionne ses problèmes lorsqu'un capteur de vision est employé.

Après l'introduction de différentes solutions au problème de l'asservissement sans sortie de champ, nous présentons notre contribution à ce problème.

2.1 Loi de commande 3D

Dans cette première partie, nous allons reprendre les travaux présentés dans [64], travaux sur la commande visuelle 3D reposant sur un formalisme d'état. Nous utiliserons des conventions qui nous permettront d'introduire le cas de l'asservissement sur une référence mobile.

Des hypothèses de modélisation sont à la base de cette loi. Le robot sera considéré comme *parfait*. Trois points particuliers méritent d'être retenus :

- le robot possède six degrés de liberté
- le robot est holonome
- sa dynamique est négligée

Le premier point indique que le robot peut se mouvoir selon trois translations et tourner autour de trois axes de rotations. Le second point (l'holonomie) découle du fait que tous les degrés de liberté sont commandables indépendamment les uns des autres. Il n'y a donc aucune contrainte sur les vitesses. Une évolution instantanée de l'effecteur du robot dans n'importe quel sens est donc possible.

L'absence de cette propriété - la non holonomie - sera introduite dans la seconde

partie de ce manuscript¹.

Le dernier point (la dynamique est négligée) est une hypothèse courante dans la littérature pour aborder la modélisation. Il signifie que l'on peut assimiler chaque ensemble (amplificateur-actionneur) à un intégrateur pur. Chaque degré de liberté se commande en vitesse.

2.1.1 Repères et conventions

Les repères considérés

Nous introduisons trois repères dénotés ref_F , ref_C , et ref_A (figure 2.1) avec :

- ref_F : repère final (immobile) d'origine F
- ref_C : repère caméra (mobile) d'origine C
- ref_A : repère absolu (immobile) d'origine A

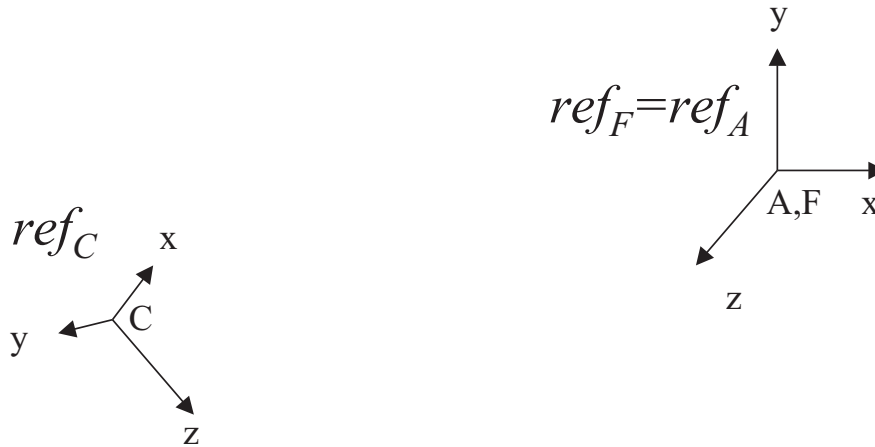


FIG. 2.1 – Les repères considérés

Dans cette première partie, nous posons $ref_F = ref_A$. Dans un second temps, afin de généraliser la loi à une référence mobile, ref_F sera différent et en mouvement.

Notations

Nous utiliserons, tout au long de cette partie, la convention suivante :

¹Une voiture dans des conditions normales d'évolution ne peut, par exemple, avoir une vitesse parallèle à l'axe de ses roues arrière.

- $\mathbf{u}|_1$ désigne un vecteur vitesse $\mathbf{u}$ exprimé dans le repère 1 et de coordonnées $(x\mathbf{u}|_1, y\mathbf{u}|_1, z\mathbf{u}|_1)^T$
- $\mathbf{u}|_2$ désigne ce même vecteur vitesse $\mathbf{u}$ exprimé dans le repère 2

R_{12} est la matrice de rotation permettant de transformer le vecteur $\mathbf{u}$ du repère 2 dans le repère 1 :

$$\mathbf{u}|_1 = R_{12}\mathbf{u}|_2 \quad (2.1)$$

En utilisant la forme exponentielle des matrices de rotation, nous avons :

$$R_{12} = \exp(\theta AS(\mathbf{u}_{2/1}|_1))$$

L'expression $\theta AS(\mathbf{u}_{2/1}|_1)$ représente la matrice antisymétrique du vecteur de rotation du référentiel 2 par rapport au référentiel 1 exprimée dans le référentiel 1 avec :

- θ norme de l'angle de la rotation autour de $\mathbf{u}_{2/1}|_1$, avec ...
- $\mathbf{u}_{2/1}|_1$ vecteur unitaire axe de la rotation

Ce qui, par définition signifie : si l'on fait tourner le repère 1 autour de $\mathbf{u}_{2/1}|_1$ d'un angle θ , alors on obtient le repère 2. Deux cas particuliers illustrant ce concept se trouvent en annexe (A.1).

La matrice anti symétrique est définie en fonction du vecteur $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)^T$ par :

$$AS(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} 0 & -u_3 & u_2 \\ u_3 & 0 & -u_1 \\ -u_2 & u_1 & 0 \end{pmatrix}$$

Une matrice de rotation R vérifie :

$$RR^T = I_d$$

En dérivant cette équation on obtient :

$$\frac{dR}{dt} = AS(\boldsymbol{\omega})R$$

où $\boldsymbol{\omega}$ est le vecteur vitesse de rotation. Une approche similaire mais reposant sur des conventions différentes est présentée dans [48].

Plus précisément, pour la matrice R_{12} définie en (2.1) :

$$\frac{dR_{12}}{dt} = AS(\boldsymbol{\omega}_{2/1}|_1)R_{12}$$

$\boldsymbol{\omega}_{2/1}|_1$ représente le vecteur vitesse de rotation du référentiel 2 par rapport au référentiel 1, exprimé dans le référentiel 1.

2.1.2 Obtention de l'équation d'état

L'objectif de la loi de commande ([64]) est de faire converger le repère ref_C vers ref_F . Nous considérerons plus particulièrement :

- le vecteur $\mathbf{x} = FC|_F$, lié à la distance entre les origines des deux repères
- le vecteur $\mathbf{y}$, fonction de la matrice de rotation entre ces deux repères

L'objectif de la loi de commande est donc d'amener ce vecteur d'état $X = (\mathbf{x}^T, \mathbf{y}^T)^T$ à zéro. La méthode choisie pour y parvenir consiste à décrire le comportement du robot sous forme d'état : $\frac{d\mathbf{X}}{dt} = A(\mathbf{X})\mathbf{U}$ avec $\mathbf{U} = (\mathbf{V}, \boldsymbol{\Omega})^T$ le vecteur de commande. Dans le cas où $A(\mathbf{X})$ est inversible, la commande $\mathbf{U} = A^{-1}(\mathbf{X})K\mathbf{X}$ sera choisie et linéarisera le système (avec K matrice des gains).

Equation d'état en $\mathbf{x}$

$\mathbf{x} = FC|_F = R_{FA}FC|_A$ On dérive :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{dR_{FA}}{dt}FC|_A + R_{FA}\frac{dFC|_A}{dt}$$

Sachant que $R_{FA} = I_d$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = 0_{3 \times 3} + R_{FA} \left(\frac{dFA|_A}{dt} + \frac{dAC|_A}{dt} \right)$$

Les points F et A sont confondus :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = R_{FA} \left(0_{3 \times 1} + \mathbf{v}_{C/A}|_A \right)$$

où $\mathbf{v}_{C/A}|_A$ est la vitesse du point C par rapport au point A , exprimée dans le repères ref_A .

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = R_{FA} \left(R_{AC}\mathbf{v}_{C/A}|_C \right) = R_{FC}\mathbf{v}_{C/A}|_C \quad (2.2)$$

Posons :

- $R_{FC} = R$ qui sera utilisée lorsque la lisibilité ne sera pas pénalisée.
- $\mathbf{v}_{C/A}|_C = \mathbf{V}$ vitesse de translation de la caméra C par rapport à A , exprimée dans le repère caméra. C'est une partie du vecteur de commande.

L'équation (2.2) devient :

$$\boxed{\frac{d\mathbf{x}}{dt} = R.\mathbf{V}} \quad (2.3)$$

Equation d'état en $\mathbf{y}$

Nous reprenons l'idée présentée dans [64] et introduisons le vecteur $\mathbf{y}$ représentatif de la rotation de ref_C par rapport au repère ref_F . Plus précisément, la formule de Rodrigue permet d'écrire R en fonction de $\mathbf{u}$ et de θ :

$$R = I_d + \sin \theta AS(\mathbf{u}) + (1 - \cos \theta) AS(\mathbf{u})^2$$

La transposée s'écrit :

$$R^T = I_d - \sin \theta AS(\mathbf{u}) + (1 - \cos \theta) AS(\mathbf{u})^2$$

Donc :

$$R - R^T = 2 \sin \theta AS(\mathbf{u})$$

Posons :

$$\mathbf{y} = \sin \theta \mathbf{u}$$

On a :

$$R - R^T = 2AS(\mathbf{y})$$

avec $\mathbf{y}$ vecteur d'état fonction de l'orientation. C'est la modélisation en $(\mathbf{u}, \sin \theta)$. Deux exemples d'obtention du vecteur $\mathbf{y}$ dans des cas particuliers sont détaillés en annexe (A.1, A.2). D'autres approches ont préféré une modélisation en $(\mathbf{u}\theta)$ [60] ou $(\mathbf{u}, \theta/2)$ [85] via les quaternions. Toutes ces modélisations ont été initialement proposées par C. Samson, M. Le Borgne et B. Espiau dans [85]. Ce vecteur $\mathbf{y}$ est défini par :

$$AS(\mathbf{y}) = \frac{1}{2} (R_{FC} - R_{FC}^T)$$

En dérivant, l'on a :

$$\frac{dAS(\mathbf{y})}{dt} = \frac{1}{2} (AS(\boldsymbol{\omega}_{C/F|F})R_{FC} + R_{FC}^T AS(\boldsymbol{\omega}_{C/F|F}))$$

On arrive à (voir l'annexe B.1) :

$$\boxed{\frac{d\mathbf{y}}{dt} = \frac{1}{2} (\text{trace}(R)I_d - R) R\boldsymbol{\Omega}} \quad (2.4)$$

en posant $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\omega}_{C/F|C}$ commande en vitesse de rotation de l'effecteur C exprimée dans le repère ref_C .

Equation d'état et commande non linéaire

Si l'on rassemble les équations (2.3) et (2.4), l'on obtient :

$$\boxed{\frac{d\mathbf{X}}{dt} = A(\mathbf{X}).\mathbf{U}} \quad (2.5)$$

avec :

- $\mathbf{X} = (\mathbf{x}^T, \mathbf{y}^T)^T$
- $\mathbf{U} = (\mathbf{V}, \boldsymbol{\Omega})^T$
- $A(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} R & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & B.R \end{pmatrix}$
- $B = \frac{1}{2} (\text{trace}(R)I_d - R)$

En prenant pour commande en vitesse de translation :

$$\mathbf{V} = -R^{-1}k_x \mathbf{x} \quad k_x \in R^+$$

et pour commande en vitesse de rotation (B est inversible sauf pour $\theta = \frac{\pi}{2} + n\pi$ $n \in N^+$ voir l'annexe C.1) :

$$\boldsymbol{\Omega} = -R^{-1}B^{-1}k_y \mathbf{y} \quad k_y \in R^+$$

l'équation (2.5) devient :

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = - \begin{pmatrix} k_x I_d & 0 \\ 0 & k_y I_d \end{pmatrix} \mathbf{X}$$

Cette commande permet un découplage complet et assure une décroissance exponentielle de l'erreur. Notons que cette loi de commande 3D est indépendante du type de capteur employé.

2.1.3 Commentaires sur cette loi de commande

Cette loi de commande nécessite la pose de l'effecteur ref_C soit :

- $\mathbf{x}$: la position 3D
- $\mathbf{y}$: une fonction de l'orientation

Nous savons que la loi de commande proposée est indépendante du type de capteur. Dans le cadre de nos applications (l'asservissement visuel 3D) le capteur est une caméra vidéo. Les informations nécessaires au calcul de cette commande ($\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$) sont issues d'une étape de reconstruction. La pose de la caméra est estimée relativement à un objet (lié au repère ref_O sur la figure 2.2). La scène se compose de l'objet et de ses amers utilisés par le système de vision. Ces amers, visibles dans l'image, sont extraits par traitement d'image grâce à un calculateur de type architecture parallèle [65]. Un algorithme de type Dementhon [33] reconstruit la pose en temps réel.

La pose initiale est choisie de manière à ce que l'objet (ref_O sur la figure 2.2) soit parfaitement visible par la caméra (i.e. dans le plan CCD). Il en est de même de la pose finale.

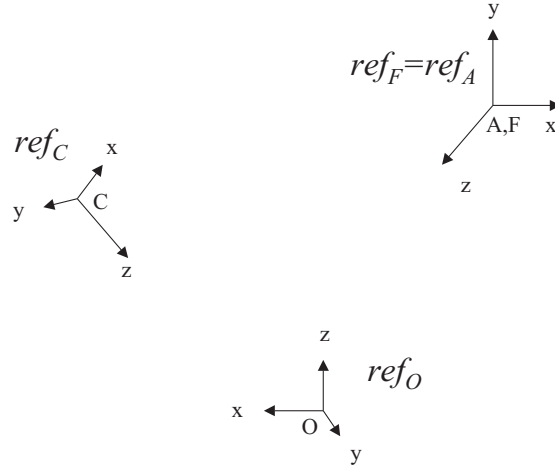


FIG. 2.2 – Repères absolu, caméra et objet

Intérêt de cette loi

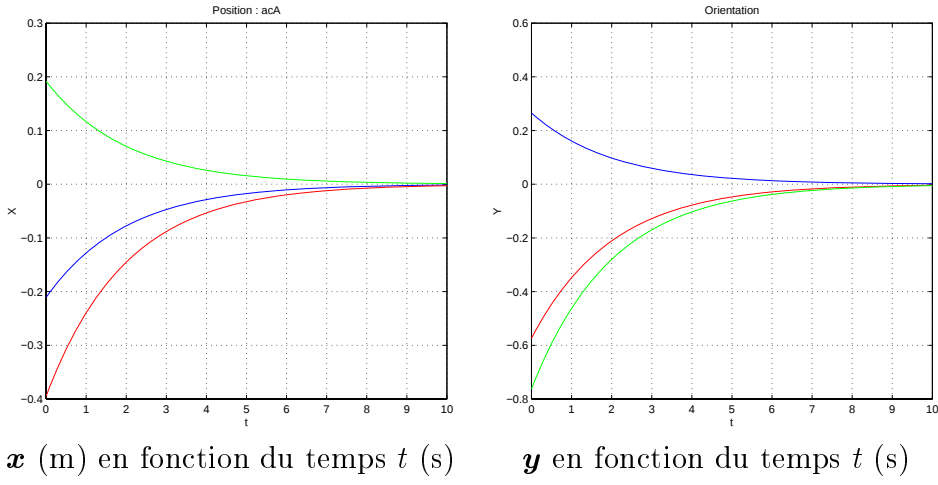
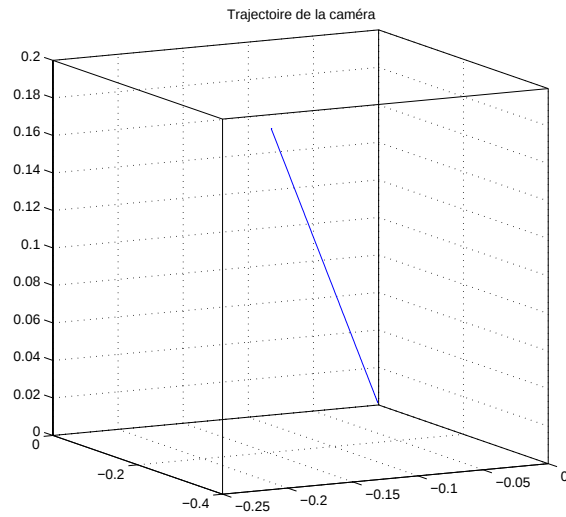
Les résultats expérimentaux illustrent les propriétés théoriques (décroissance exponentielle sur les six axes)(figure 2.3). On soulignera le fait que la trajectoire suivie par la caméra (l'origine de ref_C) est une droite dans le repère ref_A (figure 2.4). En effet, toutes les composantes de $\mathbf{x}$ décroissent de manière exponentielle avec le même taux k_x . Enfin, rotation et translation sont parfaitement découplées.

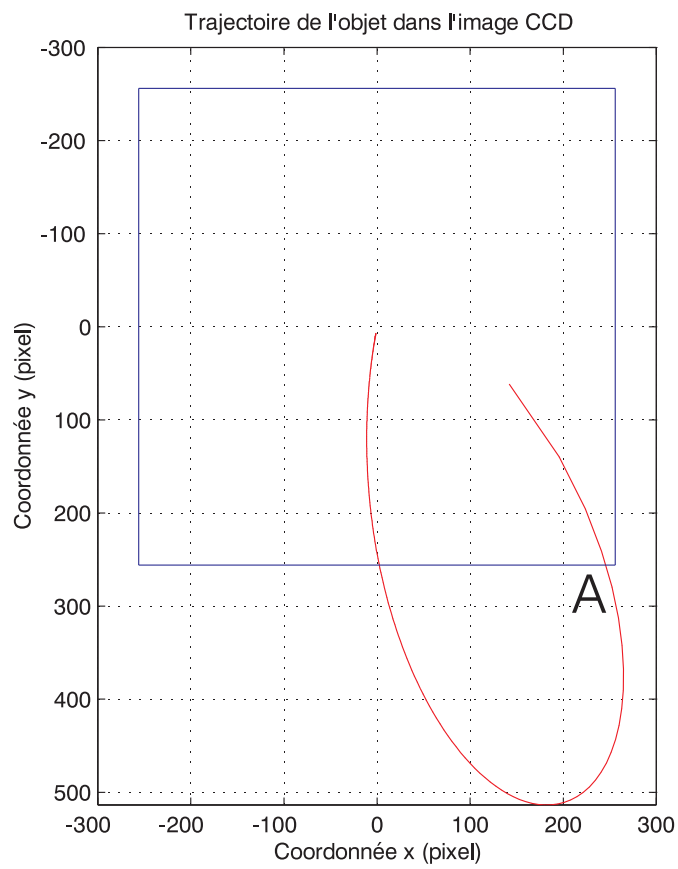
Faiblesses de cette loi

Cette loi ne fonctionne pas toujours dans la pratique. Précisons que les conditions d'inversibilité de la matrice B sont rarement la cause de ces problèmes.

Il existe des conditions initiales particulières qui ne permettent plus la convergence. Un résultat de simulation dans une de ces conditions initiales particulières est présenté en figure 2.5.

La trajectoire de l'objet sort du champ de vision de la caméra. La conséquence - immédiate - est une rupture du lien virtuel. Le système n'est plus bouclé à partir de la position A (figure 2.5).

FIG. 2.3 – Décroissance exponentielle pour x et y FIG. 2.4 – Trajectoire de l'effecteur ref_C

FIG. 2.5 – Trajectoire de l'objet O dans le plan CCD

Le formalisme présenté nous a conduit vers une loi 3D parfaitement découplée. Jamais il n'a été mentionné que le capteur serait une caméra. Jamais les limitations du couple (caméra-reconstructeur de pose) n'ont été prises en compte.

C'est ainsi que nous nous sommes tout naturellement intéressés au problème de la sortie du champ de vision. Et c'est ici que commence notre contribution.

2.2 La sortie du champ de vision de la caméra

Dans un premier temps, nous allons présenter brièvement quelques approches pouvant résoudre le problème de la sortie de champ.

Les quatre approches que nous avons sélectionnées sont représentatives de quatre écoles de pensées. La première repose sur la planification de trajectoire en 3D [38]. La seconde utilise les potentiels [67], tandis que la troisième propose une approche mixte 2D/3D [70]. La dernière s'inscrit dans un cadre plus générale de prise en compte des limitations du système réel et utilise des techniques de contrôle avancé [95].

2.2.1 Planification de trajectoire

Une solution assez simple consiste à calculer une "trajectoire 6D" en imposant la contrainte de visibilité. Nous entendons par 6D les 3 degrés de liberté des positions et les 3 degrés de liberté des rotations.

En d'autres termes, l'on passe d'un problème de commande :

"asservir l'effecteur sur une (position, attitude) finale immobile sans sortir du champ de vision de la caméra"

à un problème de génération de trajectoire et de suivi de cette trajectoire :

"générer une trajectoire garantissant la non sortie du champ de vision de la caméra. Puis asservir l'effecteur sur un *effecteur virtuel* qui parcourt cette trajectoire."

Supposons le problème de génération de trajectoire résolu [38]. L'orientation et la position de l'effecteur virtuel seront, par exemple, une fonction paramétrée par le temps. La loi de commande tentera d'asservir l'effecteur sur l'effecteur virtuel.

L'effecteur convergera ainsi vers l'état final désiré.

La planification de trajectoire en 3D fonctionne. Mais, par essence, elle ne s'inscrit plus dans la lignée des boucles fermées. L'avancée de l'effecteur virtuel - et donc son état - sont indépendants de l'état réel de l'effecteur. Imaginons que l'effecteur s'écarte de l'effecteur virtuel (le robot est loin d'être parfait, sa modélisation a, par essence, masqué sa complexité réelle). Il se trouve donc dans un état X_{loin} , et va tenter de rejoindre l'effecteur virtuel, alors en $X_{virtuel}$. La planification n'a pas pris en compte cette condition. Il est tout à fait possible que l'objet sorte du champ de vision.

Nous retiendrons que cette approche ne tient pas compte de l'état *réel* de l'effecteur. D'où sa faiblesse.

Un complément peut néanmoins être apporté à cette méthode de planification "statique" (c'est à dire effectuée avant même que l'asservissement n'entre en fonction). La trajectoire peut être ré-évaluée au cours de l'évolution du robot. Une planification de ce type, basée sur une étape de prédiction et présentée dans [6] permet la prise en compte des contraintes physiques du robot, ce qui rapproche cette étape de la réalité.

2.2.2 Une approche par les potentiels

Oublions un instant la notion de pure planification de trajectoires 3D. Le problème qui nous intéresse peut être formulé de différentes manières :

- asservir l'effecteur sur un état final sans sortir du champ de vision
- asservir l'effecteur sur un état final tout en restant dans l'image
- asservir l'effecteur sur un état final en évitant de s'approcher des bords de l'image.

La dernière formulation nous amène à la solution présentée dans [68]. Une méthode classique pour *éviter* un obstacle consiste à utiliser des potentiels engendrant une force répulsive. Dans ce cas particulier, les bords de l'image tendent à repousser l'objet vers l'intérieur de l'image.

La force répulsive $\mathcal{F}_r$ dérive du potentiel V_r imposé par les auteurs dans ([67], [68]) :

$$\mathcal{F}_r(X) = -\vec{\nabla} V_r$$

où $\vec{\nabla} V_r$ représente le gradient de V_r par rapport à l'état X . Ce potentiel est défini pour tout point P_j de coordonnées $(u_j, v_j)^T$ dans l'image (figure 2.6) par :

$$V_r = \frac{1}{2} \log \left(\prod_{j=1}^n \frac{1}{(1 - \frac{u_j}{u_M})(1 - \frac{u_j}{u_m})(1 - \frac{v_j}{v_M})(1 - \frac{v_j}{v_m})} \right)$$

Lorsqu'un point P_j de coordonnées $(u_j, v_j)^T$ se rapproche du bord de l'image u_M

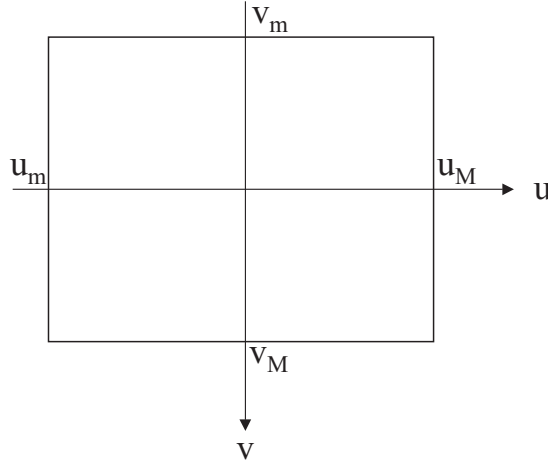


FIG. 2.6 – Plan image CCD et coordonnées

(respectivement u_m), $(1 - \frac{u_j}{u_M})$ tend vers zéro (respectivement $(1 - \frac{u_j}{u_m})$ tend vers zéro). Les quotients ont pour limite :

$$\lim_{u_j \rightarrow u_M^-} \frac{1}{(1 - \frac{u_j}{u_M})} = +\infty$$

$$\lim_{u_j \rightarrow u_m^+} \frac{1}{(1 - \frac{u_j}{u_m})} = -\infty$$

Cela signifie que le potentiel ainsi créé est très élevé vers les bords de l'image, et demeure faible vers le centre de l'image. Le gradient de ce potentiel, dont découle la force artificielle, tend donc à ramener l'objet du bord vers le centre de l'image. La planification de trajectoire tient compte de cette force répulsive ainsi que d'une autre force attractive $\mathcal{F}_r$ pour converger vers la référence. La génération de la trajectoire est obtenue de manière itérative grâce à l'équation suivante :

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \varepsilon_k \frac{\mathcal{F}(X)}{|\mathcal{F}(X)|} \quad (2.6)$$

avec :

- k indice de l'itération
- ε_k scalaire positif représentant la longueur de l'incrément d'indice k
- $\mathcal{F} = \mathcal{F}_a + \mathcal{F}_r$

A partir de cette idée, les auteurs de [68] développent une approche mixte. La trajectoire 3D ainsi planifiée de manière itérative grâce à l'équation (2.6) et le modèle simplifié de la caméra permettent de passer à une trajectoire 2D. Cette dernière est contrainte à demeurer dans l'image grâce aux potentiels. Enfin, un asservissement 2D (visuel) se charge de fermer la boucle.

La méthode profite donc pleinement des qualités de l'asservissement visuel pour des erreurs faibles² tout en évitant les sorties de champ.

2.2.3 Une approche mixte 2D et 3D

L'approche présentée dans [70] diffère de la précédente en ce sens qu'elle introduit les contraintes 2D de visibilité dans la loi de commande.

D'après son auteur, elle s'inscrit dans la famille des loi de commande de type 2D 1/2 introduites par Ezio Malis [60] :

- la commande en rotation est de type 3D
- la commande en translation est de type 2D dans l'image

L'originalité de la méthode proposée dans [70] réside dans le choix du vecteur d'état utilisé dans la commande 2D. Il se compose des coordonnées 2D du centre O de l'objet de référence, ainsi que du rayon σ du cercle englobant cet objet³ (figure 2.7). L'amer principal O permettra d'imposer la trajectoire de son image dans le plan CCD. L'amer le plus distant de O (amer de coordonnées (u_d, v_d) sur la figure 2.7) permet la définition de ce disque englobant. Le vecteur d'état $\mathbf{s}$ utilisé dans la commande 2D s'écrit :

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} u_O \\ v_O \\ \sigma = \sqrt{(u_O - u_d)^2 + (v_O - v_d)^2} \end{pmatrix}$$

Ce choix permet la prise en compte de tous les amers visibles de l'objet par l'intermédiaire de σ , ainsi que le contrôle de la trajectoire dans l'image d'un point de l'objet, le point O , grâce à $(u_O, v_O)^T$. La loi de commande se charge de contrôler :

- la trajectoire du centre O dans l'image

²A chaque itération, les images initiales et finales issues de la planification 2D sont similaires.

³Ce cercle est défini dans l'image comme le cercle de centre C et englobant tous les amers visibles de l'objet.

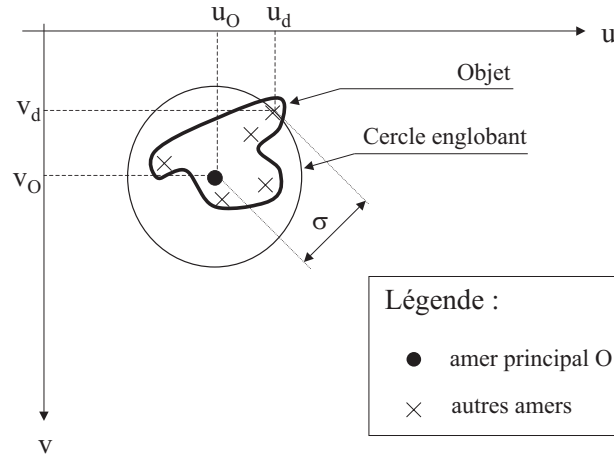


FIG. 2.7 – Objet et amers dans le plan image

- la taille de l'objet dans l'image

On se trouve donc en présence d'une loi de commande découplant commande en rotation et commande dans l'image 2D.

La trajectoire de O est une ligne droite dans l'image. Néanmoins, comme certains amers peuvent sortir du champ de vision de la caméra, l'auteur décompose l'asservissement en plusieurs phases :

- une phase de translation pure, afin de positionner la caméra dans un volume *sûr* (imposition de contraintes)
- la phase d'asservissement mixte 2D et 3D sans sortie de champ présentée ci-dessus
- une phase de mise à zéro des contraintes pour converger vers l'état désiré.

L'intérêt de ces trois phases est de supprimer les attitudes initiales risquant d'entraîner une sortie de champ. L'auteur souligne le revers de cette décomposition : les transitions entre phases peuvent être brutales.

2.2.4 Méthode par contrôle avancé.

La méthode présentée par S. Tarbouriech et P. Soueres dans [95] s'inscrit dans le contexte du contrôle 2D. Très générale, elle résout trois problèmes classiques en asservissement visuel, dont celui de la sortie de champ.

Les auteurs s'appuient sur le formalisme de l'asservissement visuel 2D et sur l'équation suivante :

$$\dot{s} = LT \quad (2.7)$$

avec :

- L : matrice d'interaction
- T : torseur cinématique
- s : vecteur de données capteur (image 2D)

Le torseur cinématique est lié aux vitesses articulaires $\dot{q}$ par l'intermédiaire du jacobien J du robot : $T = J\dot{q}$.

Une loi de commande proportionnelle à l'erreur ϵ est classiquement utilisée et conduit à une décroissance exponentielle de l'erreur ($\dot{\epsilon} = -K\epsilon$ avec K gain strictement positif).

Les auteurs ont reformulé le problème de manière à tenir compte de trois points importants et souvent négligés :

- les actionneurs peuvent saturer
- la matrice d'interaction L est inconnue (sauf à l'équilibre)
- l'objet de référence (fournissant le vecteur de données capteur) peut sortir du champ de vision.

L'objectif de la méthode proposée est de trouver un vecteur de gain K ainsi qu'un ensemble E_0 de conditions initiales sur l'erreur :

- assurant la convergence de la loi de commande même en présence de saturations des actionneurs
- conduisant à une loi robuste vis à vis des erreurs commises sur la matrice d'interaction L
- bornant l'erreur ϵ (évitant donc la sortie de champ)

Afin de vérifier les trois points mentionnés ci-dessus, les contraintes suivantes sont introduites :

1. $\|\dot{q}\| < q_0$ (la vitesse articulaire est bornée)
2. $L_{reelle} = L + \Delta L$ et l'équation (2.7) devient $\dot{s} = (L + \Delta L)T$ (incertitude sur la matrice L réelle)
3. $\|\dot{\epsilon}\| < \epsilon_0$ (l'erreur est elle aussi contrainte à demeurer inférieure à une borne supérieure. Le ϵ_0 est choisi de manière à assurer la non sortie du champ de vision de la caméra.)

L'équation décrivant la dynamique de l'erreur s'écrit :

$$\dot{\epsilon} = C(L + \Delta L)Js_{at_{q_0}}(K\epsilon) \quad (2.8)$$

Avec la fonction de saturation $Js_{at_{q_0}}$ définie par :

$$\begin{aligned}
Jsat_{q_0}(\omega(i)(t)) &= -\omega_0(i) & \text{si } \omega(i)(t) < \omega_0(i) \\
&= \omega(i)(t) & \text{si } -\omega_0(i) < \omega(i)(t) < \omega_0(i) \\
&= \omega_0(i) & \text{si } \omega(i)(t) > \omega_0(i)
\end{aligned}$$

Le problème est formulé de la manière suivante : trouver un vecteur de gain K et un ensemble de conditions initiales E_0 tels que le système décrit par (2.8) soit stable pour tout $\epsilon(0) \in E_0$ tout en vérifiant les points 1,2 et 3.

Les auteurs présentent une méthode permettant de passer de l'équation (2.8) à une représentation matricielle prenant en compte les différentes contraintes. Les auteurs ont prouvé que le problème pouvait alors s'exprimer sous forme d'inégalité de matrices (Linear Matrix Inequality ou LMI). Une méthode de calcul numérique (solveur LMI) permet d'obtenir un vecteur de gain K ainsi qu'un ensemble E_0 vérifiant simultanément les trois points mentionnés précédemment.

Cette approche pose de manière formelle un problème beaucoup plus large que celui de la sortie de champ. Elle résout élégamment et simultanément trois problèmes rencontrés en asservissement visuel 2D. En effet, la stabilité du système bouclé est prouvée en présence d'erreurs sur L . De même, la stabilité du système est vérifiée en tenant compte de saturations sur les actionneurs. Enfin, l'amplitude bornée de l'erreur dans l'image se traduit par une garantie sur la visibilité de l'objet de référence.

Nous venons de présenter quatre approches distinctes abordant le problème de la sortie de champ de caméra. Lorsque nos travaux sur ce sujet ont été entrepris, il n'y avait pas, à notre connaissance, de solutions à ce problème dans le domaine de la robotique.

Nous avons donc proposé une méthode d'asservissement sans sortie de champ. Elle possède les originalités suivantes :

- il s'agit d'une approche sans phases multiples
- et la commande est de type 3D.

Nous allons maintenant détailler notre approche.

2.2.5 Notre approche

Afin de restreindre le domaine - fort vaste - des investigations, nous nous sommes fixés quelques lignes de travail :

- nous considérerons des lois de commande de type 3D
- plusieurs formalismes permettent l'obtention de lois 3D [85]. Nous nous appuyerons sur la méthode présentée en 2.1
- toutes les autres caractéristiques du robot sont conservées.

Plutôt que de proposer immédiatement notre solution à ce problème, nous préférons introduire les différentes étapes de notre approche. Quelques figures tenteront d'éclaircir nos propos.

Par hypothèse, les configurations initiales et finales de la caméra imposent la visibilité de l'objet. Le schéma ci-dessous (figure 2.9) illustre un cas particulier, vu à travers la caméra.

Nous l'avons préalablement mentionné, la loi 3D (présentée dans [64]) peut entraîner une sortie de champ de vision de la caméra (exemple : figure 2.8). Oublions

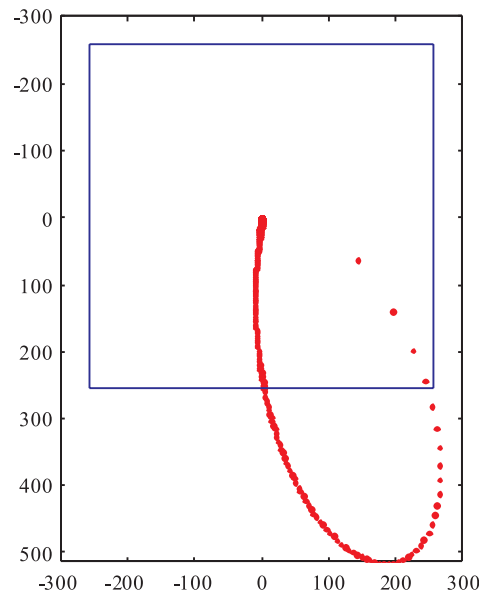


FIG. 2.8 – La loi 3D entraînant une sortie de champ

donc cette trajectoire inadéquate, et préférons-lui la trajectoire rectiligne dans l'image : le segment $[if]$ (figure 2.9). Cette idée a déjà été proposée dans [70].

Plusieurs solutions se présentent pour résoudre le problème de l'asservissement. Nous choisissons une approche conduisant à une commande découplant translation et rotation. Cette contrainte introduite, nous pouvons employer la loi de commande 3D assurant la convergence de $\mathbf{y}$. L'on pourrait écrire que la rotation ne se préoccupe pas du problème de sortie de champ de vision. La translation devra seule assurer cette trajectoire rectiligne dans le plan CCD.

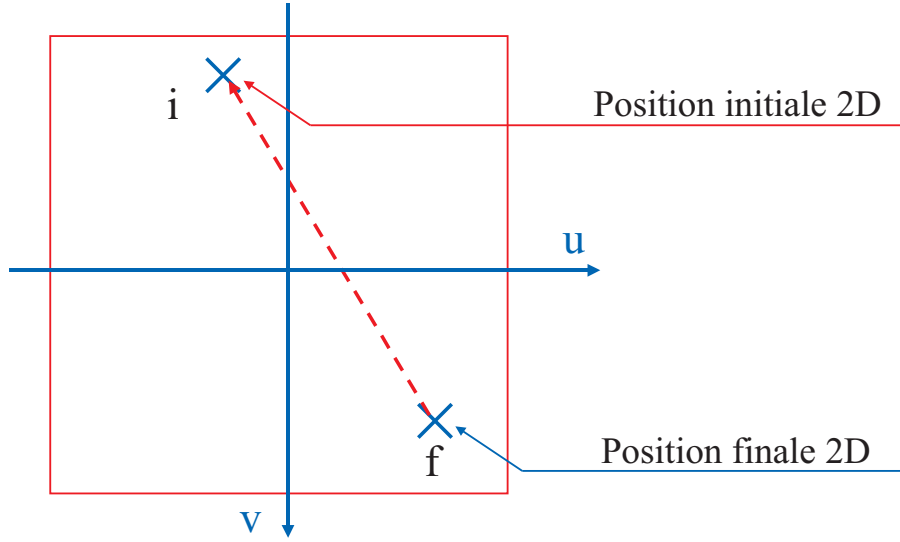


FIG. 2.9 – Contrainte dans l'image

Apparaît alors la notion de planification de trajectoire, tout comme dans [67]. Nous aurions pu écrire :

- à $t = 0$ le centre du référentiel objet O se trouve en i dans le plan CCD
- à $t = t_{final}$ le centre du référentiel objet O se trouve en f dans le plan CCD

En paramétrant le déplacement le long de $[if]$ selon le temps, nous pourrions résoudre ce problème. Or nous avons souligné un défaut de cette planification temporelle : elle ne tient pas compte de l'état.

Nous proposons donc une nouvelle formulation ne tenant plus compte du temps :

- à l'état initial, le centre du référentiel objet O se trouve en i
- à l'état final, le centre du référentiel objet O se trouve en f

Les grandes lignes de notre approche sont maintenant tracées. Supposons le paramétrage en fonction de l'état connu. La contrainte 2D de la trajectoire lie deux degrés de liberté en translation pour la référence (notés x_F et y_F , coordonnées x et y du point F du repère ref_F). L'on impose la troisième translation (notée z_F) :

- à l'état initial, $z_F = z_{F_{initial}}$
- à l'état final, $z_F = z_{F_{final}}$

La convergence en rotation est assurée et l'erreur décroît de manière exponentielle. La convergence de la position résulte de la convergence de l'orientation. Le choix de ce paramètre d'état sera explicité plus tard.

Une autre manière de résumer notre approche suit :

- la rotation est contrôlée par la loi 3D
- pour chaque état $\mathbf{y}$, notre approche calcule la position d'une référence virtuelle ref_F vérifiant la contrainte dans l'image. La loi de commande tente de s'asservir sur cette référence mobile.

Une loi de commande 3D généralisée à une référence mobile ref_F est donc nécessaire.

2.3 Loi de commande 3D généralisée à une référence mobile

Le suivi d'une référence mobile a été abordé tant en commande 2D qu'en commande 3D. L'asservissement visuel permet le suivi de cibles mobiles. La prise en compte du mouvement de la cible, évitant le traînage, a été proposée, par exemple dans ([19], [46]). De même, la commande 3D peut aussi s'appliquer dans le cas du suivi d'une référence mobile : [42] mentionne cette possibilité pour le suivi de cible.

La loi présentée dans [64] ne considère pas le suivi de référence mobile. Nous allons donc présenter un formalisme étendu prenant en compte une référence mobile

2.3.1 Les repères considérés

Nous conservons le même formalisme et travaillons avec les trois repères dénotés ref_F , ref_C , et ref_A avec :

- ref_F : repère final (cette fois *mobile*) d'origine F
- ref_C : repère caméra (mobile) d'origine C
- ref_A : repère absolu (immobile) d'origine A , lié au corps du robot

Notons que dans cette partie, le repère ref_F est mobile (figure 2.10).

2.3.2 Equation d'état en $\mathbf{x}$

$$\mathbf{x} = FC|_F = R_{FA}FC|_A$$

On dérive :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{dR_{FA}}{dt}FC|_A + R_{FA}\frac{dFC|_A}{dt}$$

On a :

$$\frac{dR_{FA}}{dt} = AS(\boldsymbol{\omega}_{A/F}|_F)R_{FA}$$

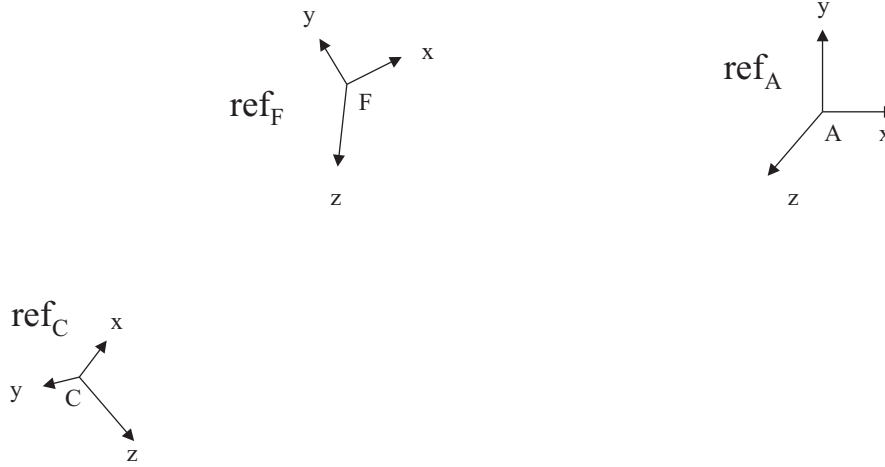


FIG. 2.10 – Les trois repères considérés

De plus

$$\begin{aligned}
 R_{FA} \frac{dFC|_A}{dt} &= R_{FA} \left(\frac{dFA|_A}{dt} + \frac{dAC|_A}{dt} \right) \\
 R_{FA} \frac{dFC|_A}{dt} &= R_{FA} \left(-\mathbf{v}_{F/A}|_A + \mathbf{v}_{C/A}|_A \right) \\
 R_{FA} \frac{dFC|_A}{dt} &= -\mathbf{v}_{F/A}|_F + R_{FA} R_{CA}^T \mathbf{v}_{C/A}|_C
 \end{aligned}$$

Soit :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = AS(\boldsymbol{\omega}_{A/F}|_F) R_{FA} FC|_A - \mathbf{v}_{F/A}|_F + R_{FA} R_{CA}^T \mathbf{v}_{C/A}|_C$$

On pose :

- $R_{FC} = R_{FA} R_{CA}^T = R$ matrice de rotation
- $\mathbf{v}_{C/A}|_C = \mathbf{V}$ vitesse de translation de la caméra C par rapport à A , exprimée dans le repère caméra.
- $\mathbf{v}_{F/A}|_F = \mathbf{V}_{ref}$ vitesse de translation de la référence F par rapport à A , exprimée dans le repère ref_F .

L'équation d'état en $\mathbf{x}$ s'écrit :

$$\boxed{\frac{d\mathbf{x}}{dt} = -AS(\boldsymbol{\omega}_{F/A}|_F)\mathbf{x} - \mathbf{V}_{ref} + R.\mathbf{V}} \quad (2.9)$$

Si la référence est immobile, on retrouve l'équation (2.3).

2.3.3 Equation d'état en $\mathbf{y}$

L'approche est similaire au cas de la référence fixe :

$$AS(\mathbf{y}) = \frac{1}{2} (R_{FC} - R_{FC}^T)$$

En dérivant, l'on a :

$$\frac{dAS(\mathbf{y})}{dt} = \frac{1}{2} \left(AS(\boldsymbol{\omega}_{C/F}|_F) R_{FC} + R_{FC}^T AS(\boldsymbol{\omega}_{C/F}|_F) \right)$$

Ce qui nous conduit à :

$$\boxed{\frac{d\mathbf{y}}{dt} = \frac{1}{2} (\text{trace}(R)I_d - R) \boldsymbol{\omega}_{C/F}|_F} \quad (2.10)$$

Il s'agit maintenant de faire apparaître la vitesse de rotation de la référence mobile $\boldsymbol{\Omega}_{ref} = \boldsymbol{\omega}_{F/A}|_F$ ainsi que la vitesse de rotation du repère ref_C lié à l'effecteur : $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\omega}_{C/A}|_C$.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_{C/F}|_F &= \boldsymbol{\omega}_{C/A}|_F & + & \boldsymbol{\omega}_{A/F}|_F \\ &= \boldsymbol{\omega}_{C/A}|_F & - & \boldsymbol{\omega}_{F/A}|_F \\ &= R_{FC} \boldsymbol{\omega}_{C/A}|_C & - & \boldsymbol{\omega}_{F/A}|_F \\ &= R.\boldsymbol{\Omega} & - & \boldsymbol{\Omega}_{ref} \end{aligned}$$

L'équation d'état en $\mathbf{y}$ s'écrit donc :

$$\boxed{\frac{d\mathbf{y}}{dt} = \frac{1}{2} (\text{trace}(R)I_d - R) (R.\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}_{ref})} \quad (2.11)$$

Si la référence est immobile, on retrouve l'équation (2.4).

2.3.4 Equation d'état généralisée

En rassemblant (2.9) et (2.11), on a :

$$\begin{pmatrix} \frac{d\mathbf{x}}{dt} \\ \frac{d\mathbf{y}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -AS(\boldsymbol{\Omega}_{ref}) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & B.R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V} - R^T \mathbf{V}_{ref} \\ \boldsymbol{\Omega} - R^T \boldsymbol{\Omega}_{ref} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Nous introduisons le torseur cinématique de l'effecteur : $\boldsymbol{\zeta} = (\mathbf{V}^T, \boldsymbol{\Omega}^T)^T$ et celui de la référence : $\boldsymbol{\zeta}_{ref} = R^T (\mathbf{V}_{ref}^T, \boldsymbol{\Omega}_{ref}^T)^T$, l'équation (2.12) devient :

$$\boxed{\frac{d\mathbf{X}}{dt} = A_0.\mathbf{X} + A(\mathbf{X})(\boldsymbol{\zeta} - \boldsymbol{\zeta}_{ref})} \quad (2.13)$$

avec :

- $A_0 = \begin{pmatrix} -AS(\boldsymbol{\Omega}_{ref}) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix}$
- $A(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} R & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & B.R \end{pmatrix}$

2.3.5 Commande généralisée

La commande en vitesse de translation suivante :

$$\mathbf{V} = R^T ((AS(\boldsymbol{\Omega}_{ref}) - k_x.I_d)\mathbf{x} + \mathbf{V}_{ref}) \quad (2.14)$$

conduit à une décroissance exponentielle de l'état $\mathbf{x}$. De même, la commande en vitesse de rotation suivante :

$$\boldsymbol{\Omega} = R^T (\boldsymbol{\Omega}_{ref} - B^{-1}k_y.I_d.\mathbf{y}) \quad (2.15)$$

conduit à une décroissance exponentielle de l'état $\mathbf{y}$. On peut vérifier qu'en injectant (2.14) dans (2.9) et (2.15) dans (2.11) on a dans le cas idéal :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= -k_x.\mathbf{x} \\ \frac{d\mathbf{y}}{dt} &= -k_y.\mathbf{y} \end{aligned} \quad (2.16)$$

La commande peut aussi s'écrire :

$$\boldsymbol{\zeta} = \boldsymbol{\zeta}_{ref} + A^{-1}(\mathbf{X}) \begin{pmatrix} AS(\boldsymbol{\Omega}_{ref}) - k_x.I_d & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -k_y.I_d \end{pmatrix} \mathbf{X} \quad (2.17)$$

2.4 Loi prenant en compte la sortie de champ de caméra

Nous avons préalablement introduit l'idée générale de notre approche. Les lignes qui vont suivre détaillent la planification et la loi de commande associée. Celle-ci est une version dégradée de la loi généralisée à une référence mobile.

Nous réintroduisons ici le repère objet ref_O (figure 2.11). L'objet considéré servira aux algorithmes de reconstruction pour connaître la pose de la caméra. La méthode consiste à :

- asservir l'orientation de ref_C sur l'orientation de ref_A
- asservir la position de ref_C sur la position d'un mobile virtuel ref_F

Deux paramètres de la position de F sont contraints par la droite CCD. Le troisième paramètre est contraint par une notion de profondeur.

Au départ, F et C sont confondus. L'orientation de ref_F est la même que celle de ref_A (ces hypothèses sont similaires pour la rotation à la première loi de commande (2.5)).

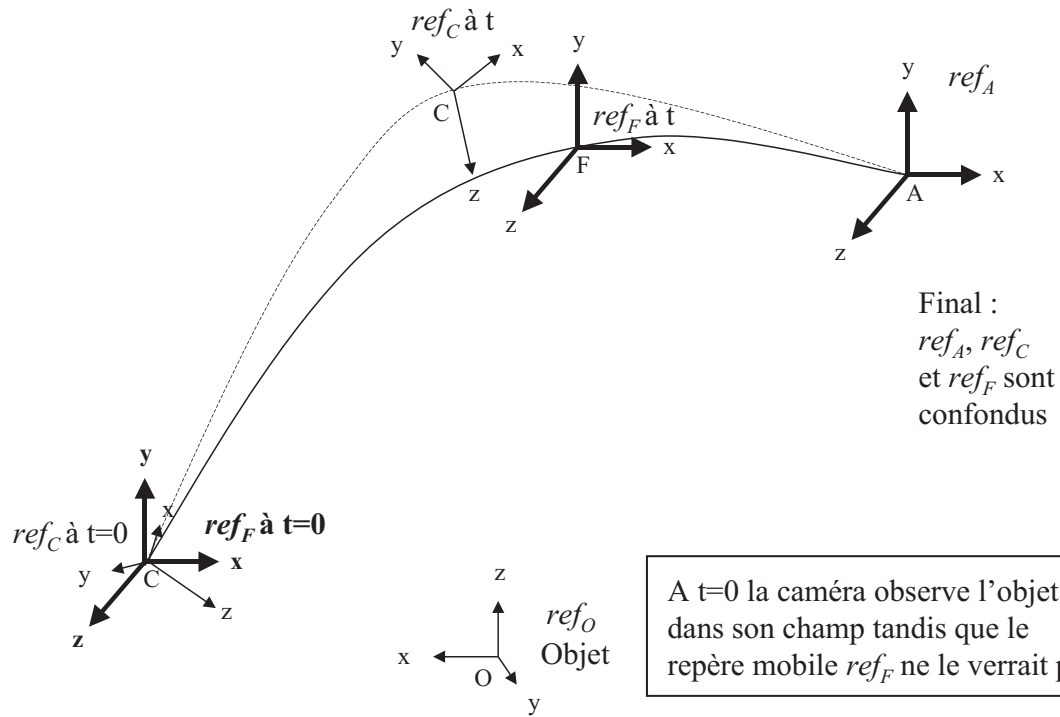


FIG. 2.11 – Repères absolu, caméra, mobile et objet

Les trois scalaires x_F , y_F et z_F sont paramétrés par une fonction dépendant de l'orientation, notée α et définie par :

$$\alpha(\mathbf{y}) = 1 - \frac{\|\mathbf{y}\|}{\|\mathbf{y}_0\|} \quad (2.18)$$

avec $\mathbf{y}_0 = \mathbf{y}$ initial (de norme non nulle). De part sa définition, α est une fonction strictement croissante pour $\mathbf{y}$ variant de $\mathbf{y}_0$ à $\mathbf{y}_{final}$ avec $\mathbf{y}_{final} = (0, 0, 0)^T$ d'après (2.16). De plus, $\alpha(\mathbf{y}_0) = 0$ et $\alpha(\mathbf{y}_{final}) = 1$.

2.4.1 Etape I : définition de la trajectoire dans l'image

Les coordonnées $(u, v)^T$ dans le plan image du point où se projette O devront vérifier (voir la figure 2.12) :

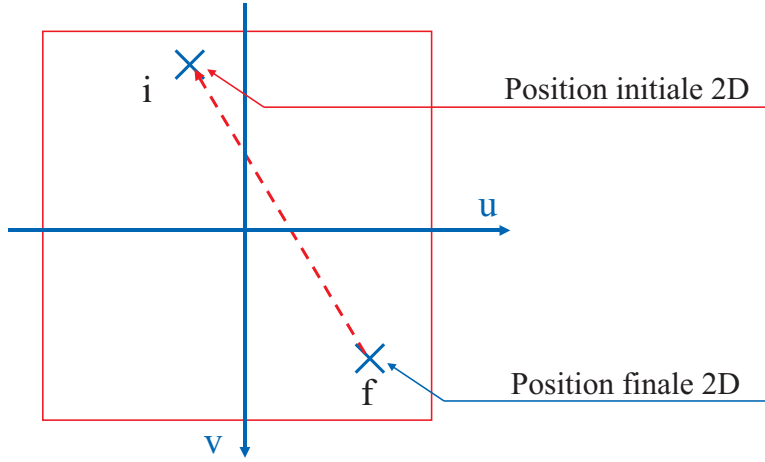


FIG. 2.12 – Droite dans le plan CCD

$$\begin{cases} u(\mathbf{y}) &= u_i + (u_f - u_i)\alpha(\mathbf{y}) \\ v(\mathbf{y}) &= v_i + (v_f - v_i)\alpha(\mathbf{y}) \end{cases} \quad (2.19)$$

La trajectoire ainsi obtenue est bien une droite dans le plan CCD, car u et v sont toutes deux fonctions affines de α . La caméra est modélisée par une projection perspective (l'on considère une focale unité). Connaissant la position initiale de l'objet O dans le repère absolu ref_A , il est aisé de calculer :

$$CO|_{C_{initial}} = R_{CA_{initiale}} CO|_{A_{initial}}$$

avec $R_{CA_{initiale}}$ matrice de rotation R_{CA} initiale. L'on déduit ensuite :

$$\begin{cases} u_i &= \frac{x_{CO|C}}{z_{CO|C}} \\ v_i &= \frac{y_{CO|C}}{z_{CO|C}} \end{cases} \quad (2.20)$$

De même, connaissant l'attitude finale de l'effecteur, $R_{CA} = I_d$, on déduit :

$$\begin{cases} u_f &= \frac{x_{AO|A}}{z_{AO|A}} \\ v_f &= \frac{y_{AO|A}}{z_{AO|A}} \end{cases} \quad (2.21)$$

car $ref_A = ref_C$ à l'équilibre ($A = C$).

2.4.2 Etape II : paramétrage de la profondeur

La profondeur, définie comme la distance selon l'axe z dans le repère caméra, sera paramétrée grâce à α . Imposons :

- $\alpha = 0$ entraîne $z =$ profondeur initiale z_i
- $\alpha = 1$ entraîne $z =$ profondeur à l'équilibre z_f

avec :

$$\begin{cases} z_i &= z_{CO|C} \\ z_f &= z_{AO|A} \end{cases}$$

D'où la profondeur z du point F :

$$z_F = z_i + (z_f - z_i)\alpha(\mathbf{y}) \quad (2.22)$$

2.4.3 Etape III : paramétrage des deux autres coordonnées x_F et y_F

Les deux autres coordonnées du mobile virtuel F sont calculées à partir de $u(\mathbf{y})$ et de $v(\mathbf{y})$, données par les équations (2.19) :

$$\begin{cases} x_F &= u(\mathbf{y}).z_F \\ y_F &= v(\mathbf{y}).z_F \end{cases}$$

L'on dispose maintenant des coordonnées de $FO|_C$ (exprimées dans le repère caméra). La loi de commande généralisée à une référence mobile se charge du suivi en translation de ce mobile F . Il s'agit donc d'une version dégradée de la loi généralisée, car ref_F et ref_A possèdent la même orientation. Ce qui revient à écrire $\omega_{F/A|F} = \Omega_{ref} = 0$.

D'où la commande en translation (l'expression de $\mathbf{V}_{ref}$ est donnée en annexe D.1) :

$$\boxed{\mathbf{V} = R^T(-\mathbf{x}k_x I_d + \mathbf{V}_{ref})} \quad (2.23)$$

et la commande en rotation :

$$\boxed{\boldsymbol{\Omega} = -R^T B^{-1} k_y \mathbf{y}} \quad (2.24)$$

La commande peut aussi s'écrire :

$$\boldsymbol{\zeta} = \begin{pmatrix} I_d & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix} \boldsymbol{\zeta}_{ref} + A^{-1}(\mathbf{X}) \begin{pmatrix} -k_x \cdot I_d & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -k_y \cdot I_d \end{pmatrix} \mathbf{X} \quad (2.25)$$

La commande (2.24) assure la convergence de $\mathbf{y}$ vers $(0,0,0)^T$, elle est indépendante de la notion de sortie de champ de vision. La position du repère ref_F , fonction de $\mathbf{y}$, converge (par construction) vers le repère ref_A , donc $\mathbf{x}$ converge vers $(0,0,0)^T$.

Pour des conditions initiales identiques à celles de la figure (2.8), la simulation nous donne la trajectoire suivante (figure 2.13).

La trajectoire suivie par la caméra dans le repère absolu n'est plus une ligne droite, mais une courbe qui garantit la non sortie du champ de vision de la caméra.

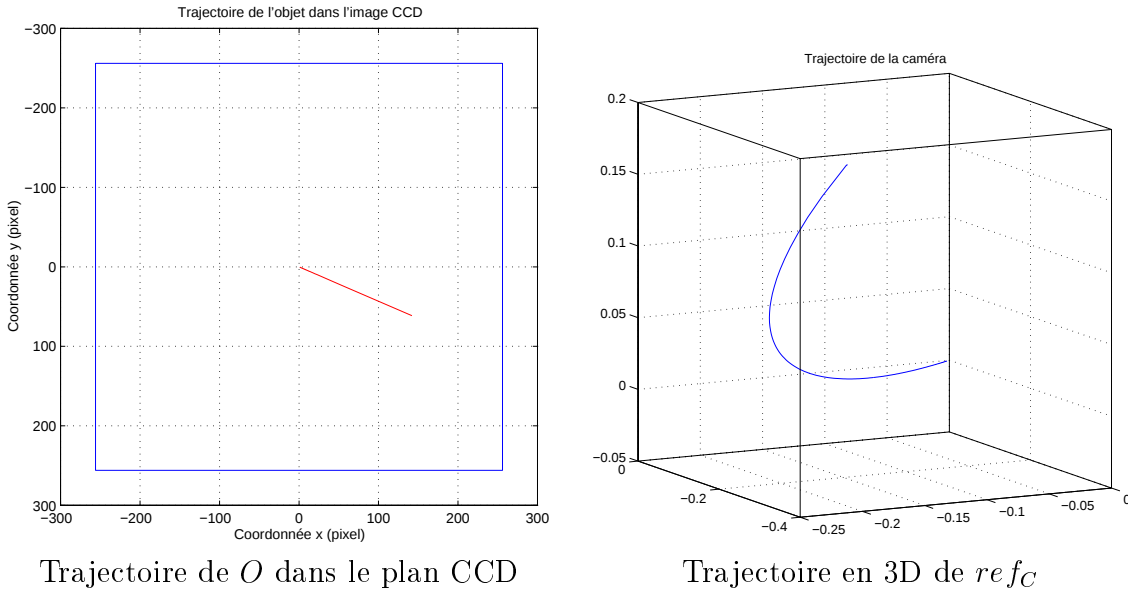


FIG. 2.13 – Simulation : commande sans sortie de champ

2.5 Résultats

Les expérimentations ont été effectuées sur le robot AFMA du Lasma. Ce robot est un robot manipulateur à 6 degrés de liberté. Chaque axe est commandable indépendamment en vitesse, une boucle interne se chargeant de l'asservissement en accélération.

Le système de vision repose sur une architecture parallèle dénommée Windis [66]. Ce système permet d'effectuer des traitements bas niveau (sur les pixels d'une image) tels que les convolutions, certains seuillages, la sélection de points candidats etc. Dans le cadre de cette application, il calcule la pose de l'objet toutes les 80ms grâce à un algorithme de type DeMenthon ([33].

Quatre configurations représentatives de différentes attitudes ont été testées. Elles correspondent à un objet situé dans chaque "coin" de la caméra CCD, respectivement en A_1 , A_2 , A_3 et A_4 sur la figure (2.14). Ces conditions sont obtenues en prenant pour rotation (exprimée en degrés dans la représentation roulis tangage lacet) $R = (-20, -20, -68)^T$. Les paramètres de la translation sont données par :

- $T = (86, -48, 670)^T$ en A_1
- $T = (86, 48, 670)^T$ en A_2
- $T = (-86, 48, 670)^T$ en A_3
- $T = (-86, -48, 670)^T$ en A_4

Les valeurs numériques sont exprimées en millimètres.

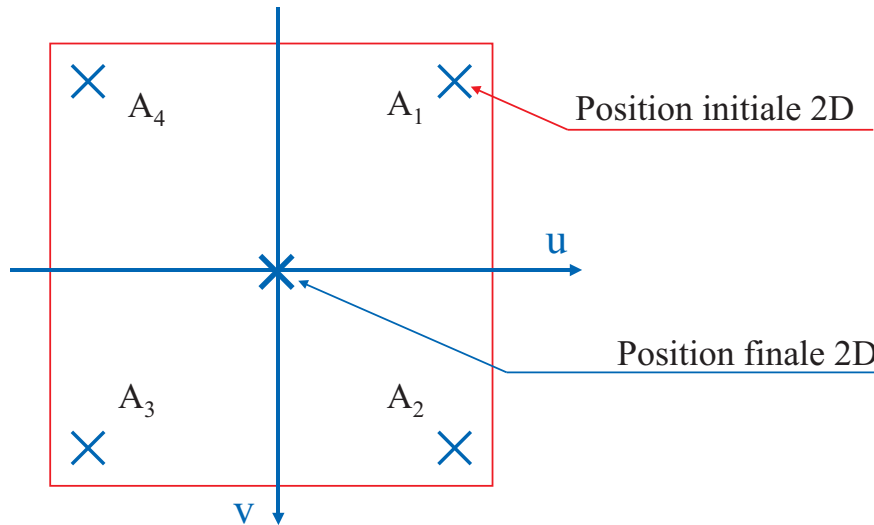


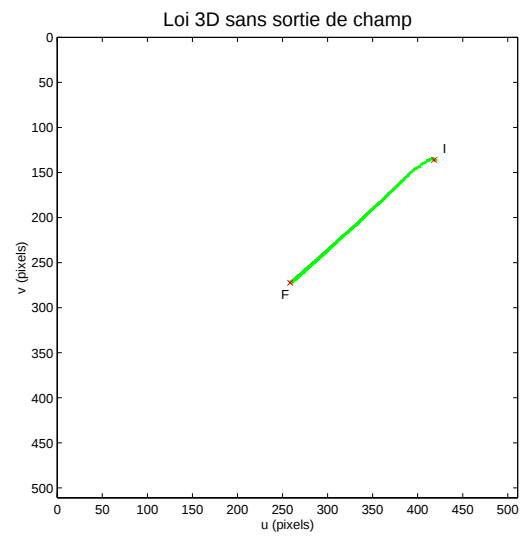
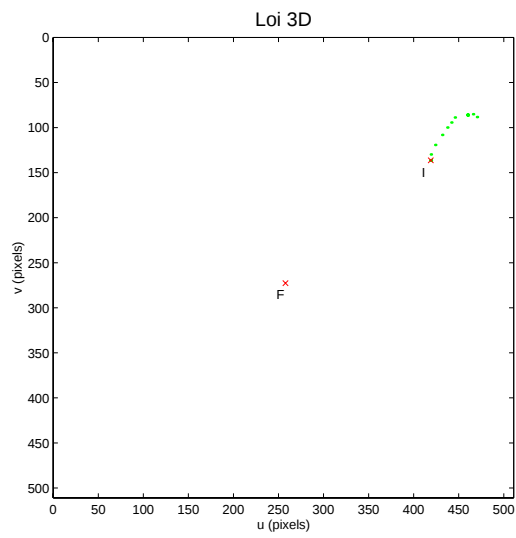
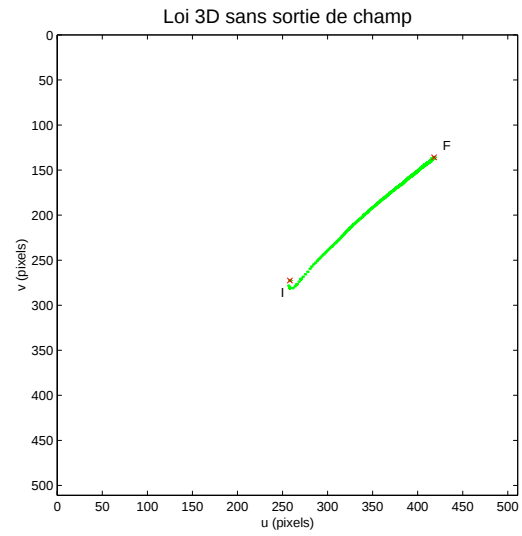
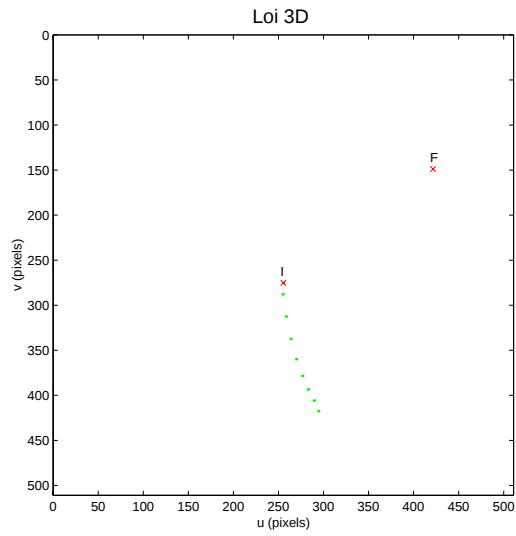
FIG. 2.14 – Configurations expérimentales observées dans le plan CCD

Le processus expérimental se résume à quatre étapes.

- L'effecteur est préalablement amené à la position et à l'attitude de départ. Celle-ci se trouve dans le plan CCD au centre de l'écran sur la figure (2.14).
- La première phase de l'expérimentation en boucle fermée asservit l'effecteur sur la référence. Celle-ci se trouve dans le plan CCD en A_i , $i \in [1..4]$.
- L'effecteur est ensuite amené (s'il n'y est déjà) aux nouvelles positions et attitudes de départ. Cela correspond à un objet situé en A_i , $i \in [1..4]$ sur la figure (2.14).
- La seconde phase de l'expérimentation asservit l'effecteur sur la nouvelle référence. Celle-ci se trouve au centre du plan CCD.

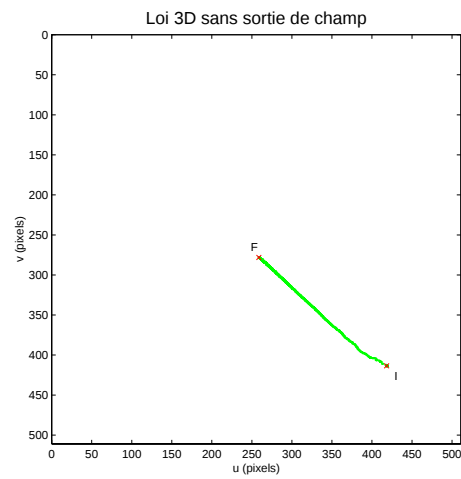
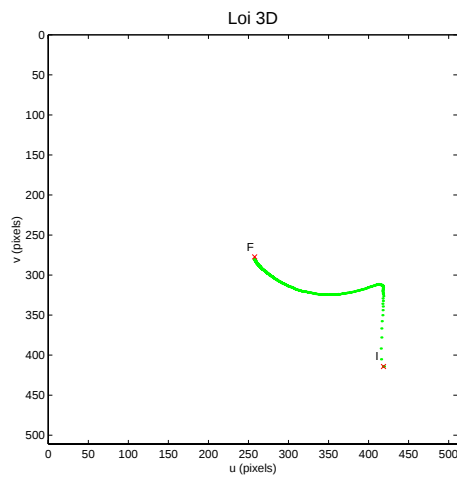
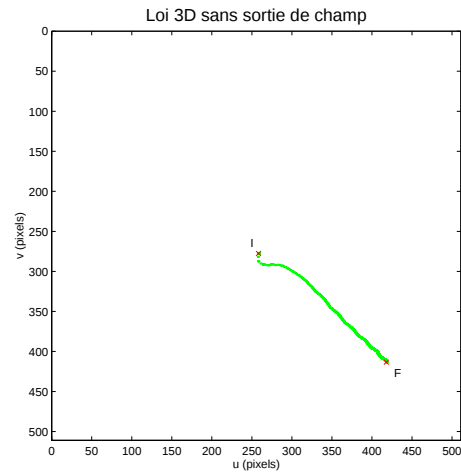
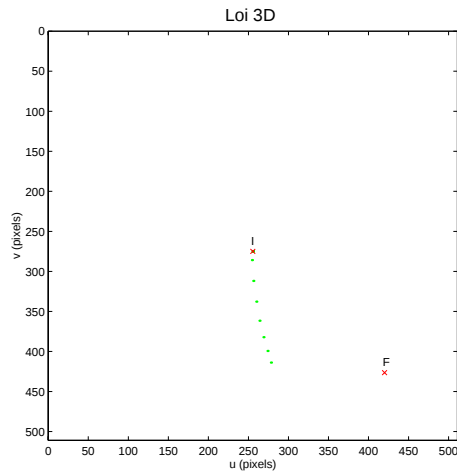
Deux séries d'expérimentations ont été menées : elles se différencient uniquement par le type de loi de commande employé.

Les résultats expérimentaux sont présentés ci-dessous. La colonne de gauche correspond à une expérimentation utilisant la loi 3D présentée en section 2.1, tandis que celle de droite repose sur la loi sans sortie de champ présentée en section 2.4 avec des gains $k_x = 0, 5$ et $k_y = 0, 125$. Les lettres I et F indiquent les positions initiales et finales dans le plan CCD. Notons que la position finale F n'est pas forcément atteinte avec la loi 3D, celle-ci entraînant parfois une sortie de champ.



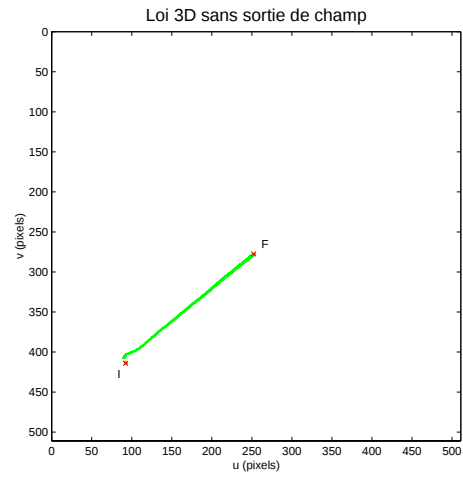
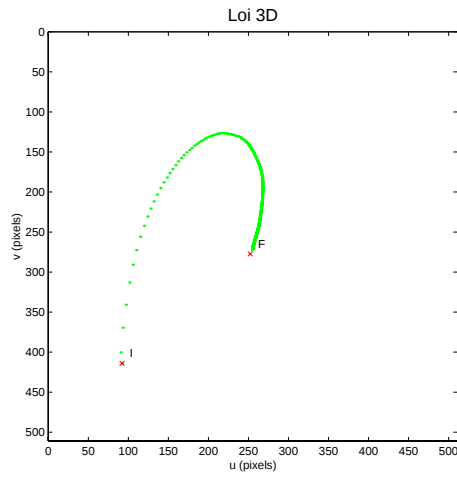
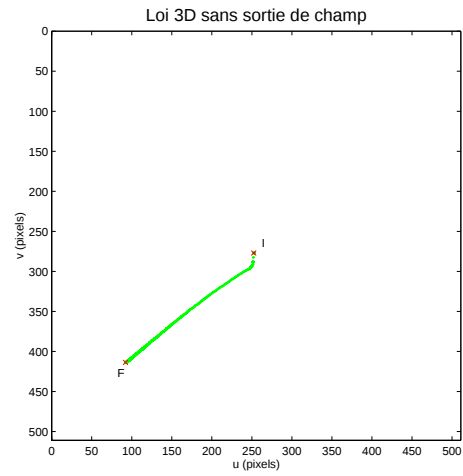
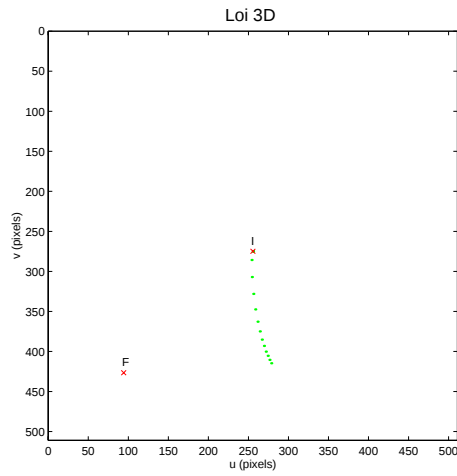
Loi 3D

Loi sans sortie de champ



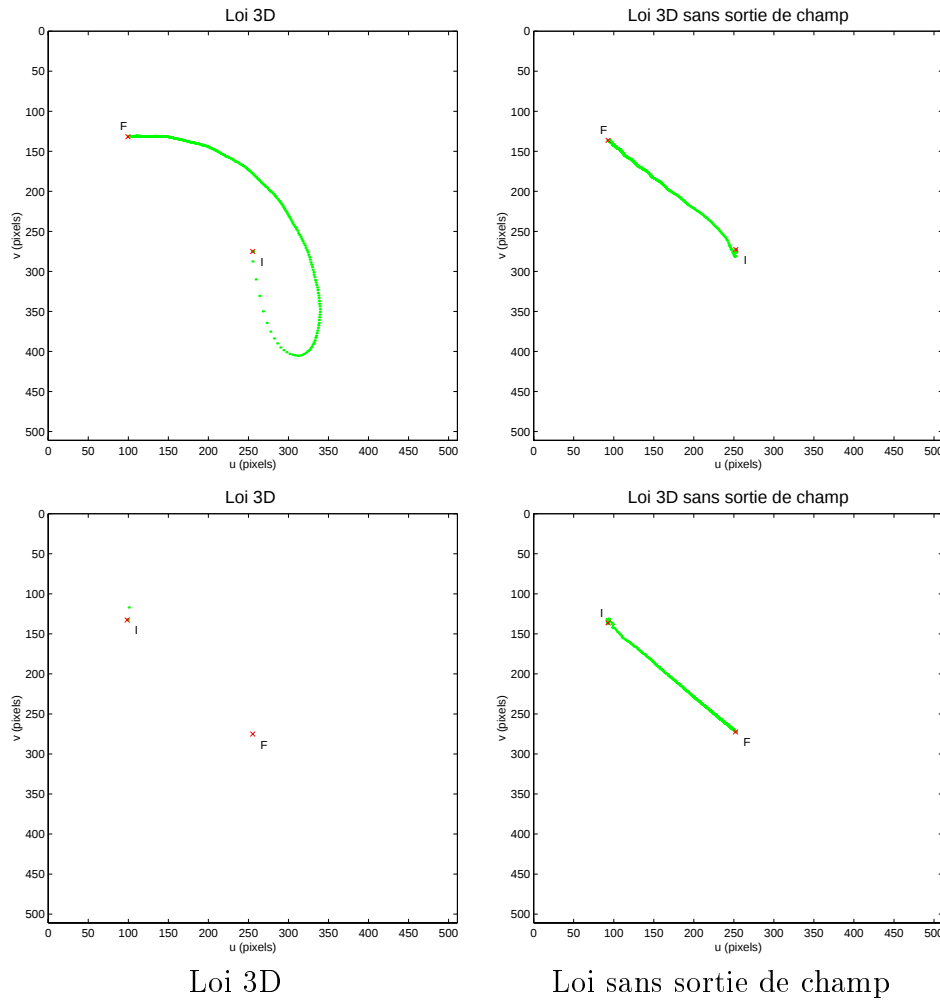
Loi 3D

Loi sans sortie de champ



Loi 3D

Loi sans sortie de champ



2.6 Discussion

La loi proposée se comporte comme la théorie et le simulateur le laissaient supposer. Les différences observées sont de deux types :

- la trajectoire n'est pas parfaitement droite
- la commande ne réagit pas immédiatement.

La cause principale de ces différences avec la théorie peut être imputée respectivement :

- à la dynamique du robot
- aux saturations des actionneurs du robot
- au temps de latence du système (retard pur).

La dynamique du robot, ainsi que les saturations des actionneurs, négligées dans la modélisation, s'avèrent assez importantes dans leurs conséquences. L'on constate

son effet sur les courbes dans le plan CCD. Ce qui aurait dû être une décroissance exponentielle est en fait une courbe plus complexe : l'accélération demandée est bien plus grande que celle acceptée par le robot.

Le temps de latence du système est mis en évidence par l'estimation des attitudes : les deux premières poses sont identiques.

Soulignons enfin une faiblesse inhérente à cette loi : si l'erreur d'orientation est nulle, la fonction α n'est pas définie. Notons que cette configuration correspond à un asservissement en translation pure. La sortie de champ ne doit pas survenir souvent dans ce cas.

2.7 Conclusion sur la loi 3D sans sortie de champ

2.7.1 Conclusion

Après une présentation de l'asservissement visuel de type 2D et 3D, nous nous sommes intéressés plus particulièrement à la commande en 3D avec retour visuel d'un robot manipulateur holonome.

Le problème qui nous tenait à cœur concernait le problème de la sortie du champ de la caméra de l'objet sur lequel s'asservit le système. Une loi de commande en 3D permettant l'asservissement sur une référence constante a été présentée. Son extension à une référence mobile, pièce maîtresse de notre approche sans sortie de champ, fut exposée.

Nous avons enfin présenté une méthode d'asservissement en 3D ayant pour objectif l'asservissement sur une référence constante sans sortir du champ de la caméra. Des résultats expérimentaux obtenus sur un robot à 6 degrés de liberté ont confirmé les résultats issus de la simulation.

2.7.2 Perspectives

Le problème de la sortie de champ de caméra de l'objet de référence demeure crucial dans l'utilisation pratique d'un asservissement visuel.

Notre approche se limite à la prise en compte d'un unique point de l'objet. Il serait intéressant d'étendre le formalisme pour prendre en compte une *portion* de l'objet plutôt qu'un unique point.

Le choix de cette portion pourrait être étroitement lié à l'algorithme d'estimation de pose utilisé. Les performances et conditions d'utilisation de ce dernier permettraient de limiter la portion visible de l'objet au minimum requis. L'asservissement pourrait alors tolérer des sorties partielles de l'objet sans rompre le lien virtuel.

Chapitre 3

Introduction à la commande de robots mobiles à roues

Les robots mobiles à roues sont différents des robots manipulateurs considérés dans la première partie de ce manuscrit. Nous considérerons comme robots mobiles à roues¹ des véhicules à roues se déplaçant sur un monde de manière autonome. Ces véhicules sont équipés d'actionneurs pilotés par un ordinateur embarqué (définition empruntée à [104]).

3.1 Modélisation et commande des robots mobiles

Les robots mobiles considérés sont constitués d'un corps rigide et de roues indéformables. Dans l'hypothèse du roulement pur sans glissement, les robots mobiles sont des robots non holonomes. Nous allons expliciter ce terme en nous appuyant sur les explications de ([90], [98]). La non holonomie sera définie par opposition à la propriété d'holonomie.

Considérons un système décrit par un vecteur d'état $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ soumis à m contraintes (avec $m < n$). Ces contraintes peuvent s'exprimer sous la forme de fonctions f_i faisant intervenir :

- l'état
- les dérivées $j^{ièmes}$ de l'état
- la variable temps

¹Dans la suite de ce manuscrit, nous écrirons robots mobiles pour désigner les robots mobiles à roues.

et dont le second membre est nul (3.1).

$$f_i(x_1, \dots, x_n, \frac{dx_1}{dt}, \dots, \frac{dx_n}{dt}, \dots, \frac{d^j x_1}{dt^j}, \dots, \frac{d^j x_n}{dt^j}; t) = 0 \quad (3.1)$$

Si, après de multiples intégrations du système d'équations de contraintes, on peut arriver à un système d'équations fonctions de l'état et du temps (3.2) :

$$f_i(x_1, \dots, x_n; t) = 0 \quad 1 \leq i \leq m \quad (3.2)$$

alors $(n - m)$ états suffisent pour décrire le système². L'état du système ne peut prendre n'importe quelle valeur. Les contraintes sont alors dites *holonomes*.

Si l'on ne peut intégrer le système d'équations de contraintes, les contraintes restent sur les dérivées d'ordre j . Cela signifie que ces dérivées ne peuvent pas prendre n'importe quelle valeur. Par contre, l'état peut prendre n'importe quelle valeur : les contraintes sur les dérivées restreignent seulement la manière d'arriver à ces valeurs. Le système est alors dit *non-holonyme*.

Les cas particuliers que nous étudierons - le tracteur agricole et la moissonneuse batteuse - sont des robots mobiles non holonomes. Sous les hypothèses de modélisation roulement pur sans glissement et corps rigide, la non holonomie se traduit par le fait que la vitesse d'un point du véhicule ne peut être quelconque. En particulier, il est impossible à cette catégorie de véhicules d'engendrer une vitesse parallèle à l'essieu des roues du véhicule.

Les robots mobiles ont été largement étudiés. Leur modélisation cinématique ou dynamique ([98], [104]) a permis l'élaboration de lois de commande à des fins d'asservissement. Deux objectifs en contrôle de robots mobiles peuvent être retenus :

- l'asservissement sur un point d'équilibre. La loi de commande doit assurer la convergence de l'état du véhicule vers un état de référence. Une illustration peut être l'opération de parking d'une voiture. La résolution théorique de ce problème n'est pas triviale : une loi de commande continue, fonction du seul état du robot mobile ne peut assurer la convergence [104]. Des lois de commande dites *instationnaires* fonctions de l'état et du temps apportent une solution à ce problème [83]. Une approche discontinue, proposée dans [30], permet aussi de solutionner ce problème.
- le suivi de trajectoires. Ce problème peut être vu comme la poursuite d'une référence mobile (convergence vers un robot mobile réel ou virtuel) ou comme l'asservissement sur une trajectoire prédéfinie (suivi de trajectoires). Tant que la vitesse du robot est non nulle, cela fonctionne.

²Il y a alors plus de variables d'état qu'il n'est nécessaire.

Il est possible de construire des lois de commandes assurant la convergence de robots mobiles vers la référence par différentes méthodes ([83], [102], [28]). Une méthode générique de représentation permet d'étudier les systèmes non linéarisables. Elle s'applique aux robots mobiles et fut proposée dans [71] : les *systèmes chaînés* y étaient introduits. Les premières conditions permettant de passer des équations d'état non linéaires d'un robot mobile au système chaîné y étaient exposées.

Une forme chaînée à deux entrées $(u_1, u_2)^T$ a la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{a}_1 &= u_1 \\
 \dot{a}_2 &= a_3 u_1 \\
 \dot{a}_3 &= a_4 u_1 \\
 \dot{a}_4 &= a_5 u_1 \\
 &\vdots \\
 \dot{a}_{k-1} &= a_k u_1 \\
 \dot{a}_k &= u_2
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

avec :

- $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_k)^T$ vecteur d'état
- $(u_1, u_2)^T$ vecteur de commande

Apparaît dans la forme (3.3) la notion de cascade d'intégrateurs. Il a été montré que les équations cinématiques régissant le comportement des robots mobiles de type voiture, unicycle pouvaient s'exprimer sous forme chaînée [56].

Les formes chaînées présentent de nombreux intérêts. Elles s'appliquent dans le cas de la modélisation d'un véhicule suivi d'une ou plusieurs remorques [90]. Elles peuvent être utilisées en boucle ouverte pour la génération de trajectoires [71]. Les formes chaînées permettent aussi la construction de lois de commandes pour robots mobiles ([71], [84]). La prise en compte de saturations lors de l'élaboration de la commande est aussi possible pour une chaîne d'intégrateurs [96].

3.2 Exploitation des modélisations et des commandes

Ces avancées théoriques, ainsi que les progrès réalisés au niveau des capteurs, actionneurs et calculateurs embarqués ont permis la réalisation de démonstrateurs de robots mobiles asservis. Les champs d'applications de la robotique mobile sont nombreux et variés. Nous nous intéresserons en particulier aux applications situées en extérieur. Les véhicules de tourisme, les engins de construction des routes et les engins agricoles retiendront notre attention.

3.2.1 Applications aux véhicules de tourisme

Un véhicule de type voiture de tourisme possède deux variables de commande (deux entrées) qui sont sa vitesse longitudinale et l'angle de braquage de ses roues avant. Ces deux commandes engendrent classiquement deux grandes catégories de problèmes abordés :

- le contrôle latéral
- le contrôle longitudinal.

Le contrôle longitudinal

Souvent référencé sous l'acronyme A(I)CC pour Adaptive (Intelligent) Cruise Control, il a pour principe la régulation en vitesse d'un véhicule situé derrière un autre véhicule afin de maintenir une distance inter véhicule d constante [61].

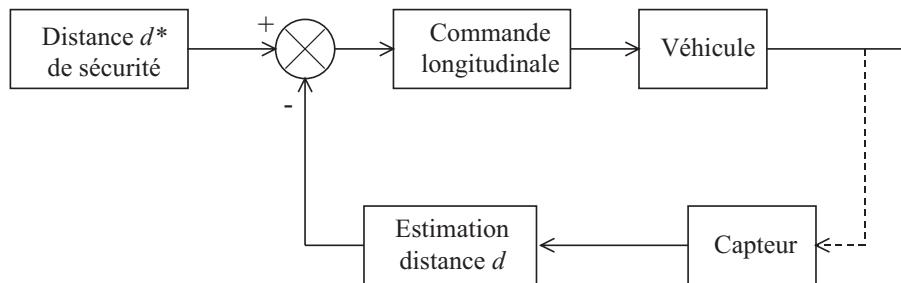


FIG. 3.1 – Asservissement longitudinal ACC

L'un des éléments clés du système (figure 3.1) repose sur l'estimation de cette distance d (figure 3.2).

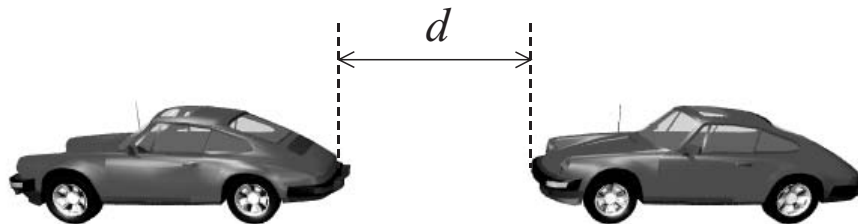


FIG. 3.2 – Distance inter véhicules

Différentes méthodes ont été proposées et testées en configurations expérimentales.

- L'approche vision repose sur une (ou plusieurs) caméra embarquée et sur un système de traitement d'image [62]. Le véhicule frontal est localisé relativement au véhicule asservi, la distance d est estimée par un algorithme de localisation de type 3D [33].
- L'approche radar repose sur l'utilisation d'un radar embarqué ([54], [97]). Celui-ci fournit la distance ainsi que la vitesse radiale relative entre les deux véhicules.
- L'approche par localisation absolue de chaque véhicule [76]. Les deux véhicules sont par exemple localisés par GPS (Global Positioning System). Les positions du véhicule frontal sont transmises par radio au véhicule asservi. Celui-ci peut alors calculer la distance relative d .

Le concept de l'ACC peut être étendu à la marche en convoi de véhicules, c'est la cas du projet Praxitèle [1]. Enfin, l'ensemble de l'A(I)CC doit permettre une optimisation du trafic routier [94].

Le contrôle latéral

L'objectif est le contrôle de l'écart latéral du véhicule de tourisme par rapport à une référence connue par le système de guidage (figure 3.3).

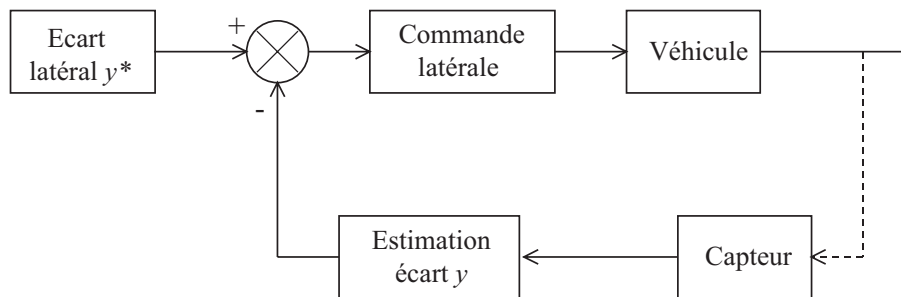


FIG. 3.3 – Asservissement latéral d'un véhicule

Un capteur vidéo associé à un algorithme de localisation de véhicule sur la chaussée a permis l'expérimentation à haute vitesse [51]. D'autres approches, toujours dédiées à la conduite sur autoroute, reposant sur des capteurs différents (câbles enfouis, aimants dans la chaussée) et des contrôleurs robustes, ont été validés sur site [16].

Des applications dédiées à la sécurité routière de manière générale ont aussi vu le jour [3]. La frontière entre contrôle latéral et contrôle longitudinal s'estompe parfois, et les deux objectifs sont traités simultanément. Les travaux menés dans le cadre du projet Praxitèle et présentés dans [29] en sont une illustration.

3.2.2 Applications aux véhicules de construction des routes

Les opérations de construction des routes nécessitent des mesures extrêmement précises afin d'obtenir, par exemple, une chaussée parfaitement plane. L'automatisation de la construction des routes est un domaine d'application du guidage des robots mobiles [79]. Des études sont actuellement menées pour modéliser ces engins de chantier [44] à des fins de guidage.

Le maillon limitant du système complet semble être le système localisation. Celui-ci doit en effet fournir en temps réel, dans des conditions variées (routes, passages sous un pont, dans un tunnel...) la position et l'orientation de ces engins avec une précision élevée (la position doit être plus précise que le centimètre). De nombreux travaux sont donc menés pour résoudre ces problèmes lorsque le capteur principal est un récepteur GPS ([13], [12]).

3.2.3 Applications aux engins agricoles

Le guidage d'engins agricoles s'inscrit dans les applications de la commande de robots mobiles. L'évolution des pratiques agricoles - le travail à plus grande vitesse, l'agriculture de précision³ - impose des précisions de guidage très élevées (de l'ordre de quelques centimètres).

L'objectif recherché est un asservissement latéral de l'engin sur une référence. Deux catégories, reposant sur deux moyens d'obtention de cette référence, se présentent.

- Le guidage relatif. La trajectoire à suivre est déduite de la trajectoire précédente de manière itérative. C'est par exemple le cas lors d'une opération de moisson d'un champ. Dans ce cas, les trajectoires sont souvent rectilignes et parallèles. [31]
- Le guidage absolu. La référence à suivre est une trajectoire géométrique définie dans un repère géographique absolu. Elle peut être issue d'une cartographie de terrain ou d'un premier passage. Il peut s'agir d'opérations agricoles en ligne droite [75], en spirale [5], ou selon une ligne courbe ([25], [91]).

Nos travaux s'inscrivent dans la catégorie du guidage d'engins agricoles par rapport à une référence absolue, fournie par un capteur absolu, le récepteur Global Positioning System (GPS). Nous reviendrons sur les raisons qui rendent réaliste le guidage d'engins agricoles grâce à ce capteur dans la section consacrée aux applications.

³Classiquement évoquée par "la bonne dose au bon endroit au bon moment", elle nécessite une localisation et un guidage précis. Citons l'ajout d'intrants comme les engrais.

Chapitre 4

Le capteur principal : le GPS

L'originalité de nos travaux réside dans l'utilisation d'un unique capteur extéroceptif, un récepteur Global Positionning System (GPS). Nous allons, dans un premier temps, présenter brièvement le principe de ce système de localisation. Puis nous expliciterons son utilisation dans le système de guidage. Enfin, nous présenterons des résultats expérimentaux obtenus sur moissonneuse-batteuse et sur tracteur agricole.

4.1 Historique du système GPS

4.1.1 Introduction aux systèmes de localisation

La localisation par satellite d'un mobile en tout point de la Terre présentait dès les années 60 des attraits stratégiques importants. Mentionnons pour mémoire les projets militaires américains TRANSIT, TIMATION et surtout 621B. Le système que nous connaissons actuellement sous l'acronyme GPS (Global Positioning System) est issu de travaux menés principalement par l'US Navy et l'US Air Force [77] et découle des projets militaires mentionnés. L'ex-URSS avait elle aussi mis au point un système similaire dénommé GLONASS, encore opérationnel.

Un rapide historique de ces systèmes de navigation américains permet d'explicitier les choix technologiques du GPS. Seront ensuite détaillées les trois entités constituant le GPS, à savoir la constellation de satellites, les systèmes terrestres de contrôle et le segment utilisateur.

Le GPS présentait dès sa conception des performances de localisation élevées, de

l'ordre de la centaine de mètres en tout point du globe pour un civil. De nouvelles méthodologies de traitement du signal GPS ont réduit d'un facteur dix mille les incertitudes de positionnement. Cette très grande précision permet l'utilisation de récepteurs GPS centimétriques dans le cadre de la robotique.

Historique du GPS

Un des premiers programmes de recherche devant aboutir à une constellation de satellites de navigation date des années soixante. Ce programme, dénommé TRANSIT, permit la création de l'US Navy Navigation Satellite System (NNSS). Le principe de localisation reposait alors sur la mesure du décalage en fréquence dû à l'effet Doppler. L'altitude étant connue, l'utilisateur déduisait de ces mesures et des orbites des satellites sa position en deux dimensions.

Un nouveau système mis au point par l'US Navy fut opérationnel en 1972. Il s'agissait du projet TIMATION (TIME navigATION) [39]. Les satellites de ce système embarquaient une horloge atomique, ce qui garantissait une meilleure stabilité que celle des oscillateurs à quartz. L'heure pouvait ainsi être connue très précisément, et le système permit la synchronisation d'appareils situés en plusieurs points du globe.

Le troisième projet à l'origine du GPS se dénommait 621B. Mené par l'US Air Force, il se fixait pour but de localiser en trois dimensions (3D) sur Terre un récepteur. La technique de modulation employée pour 621B - la modulation par code pseudo aléatoire - constitue la base de l'actuel système GPS [14]. Le programme Navstar GPS commença en 1973. La validation du concept dura jusqu'en 1979. En effet, en décembre 1978, quatre satellites tournaient en orbite terrestre. La navigation en 3D pouvait donc commencer.

4.1.2 Le système GPS : trois modes d'utilisation

Le système GPS est composé de trois segments :

- le segment espace (Space Segment) constitué de satellites (Space Vehicles ou SV). La constellation d'origine se composait de 24 SV défilants. Les informations émises par chaque SV permettent de connaître sa position à une date précisée dans la trame (données émises par le SV) [37].
- le segment de contrôle (Control Segment) [81]. La principale base se situe à Falcon Air Force Base, Colorado Springs, USA. L'ensemble des stations surveille en permanence le segment espace (prédiction et calcul d'orbites des

SV, correction des horloges des SV...).

- le segment utilisateur (User Segment). Il comprend les récepteurs de signaux GPS militaires et civils.

GPS absolu

Le GPS est un système de localisation et de transfert de temps ([36], [57]). Nous nous intéresserons dans la suite uniquement à l'aspect localisation.

Dans son mode de fonctionnement de base, le GPS permet de localiser, par triangulation, une antenne à la surface du globe. Les trois inconnues sont les trois coordonnées du centre de phase de l'antenne dans le repère propre au GPS, le World Geodetic System 1984 (WGS84). Elles peuvent être évaluées à partir de trois distances satellite-récepteur.

En effet, la distance séparant l'antenne d'un satellite de celle d'un récepteur se calcule en mesurant le temps de propagation de l'onde électromagnétique entre ces deux points. Une forme simplifiée s'écrit :

$$d = ct$$

avec :

- d : distance entre un satellite et le récepteur GPS.
- c : célérité de la lumière.
- t : temps de propagation de l'onde entre le satellite et le récepteur GPS.

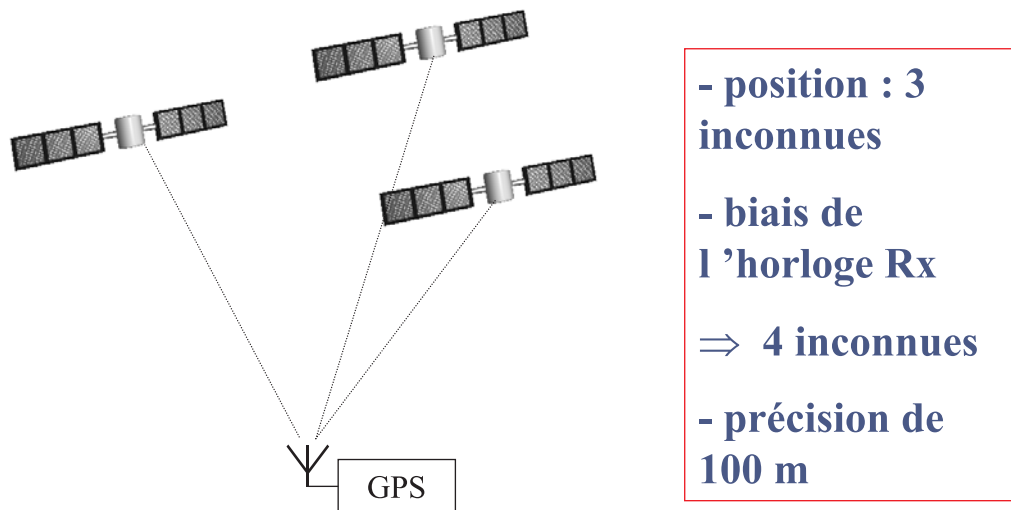


FIG. 4.1 – GPS absolu

Trois distances, et donc trois satellites (figure 4.1) permettent de calculer par triangulation la position de l'antenne du récepteur [92]. Néanmoins, l'utilisation de bases de temps à quartz (souvent peu coûteuses) dans le récepteur ne suffit pas pour estimer précisément la position [103]. Le temps (l'heure du récepteur GPS) est alors considéré comme une inconnue supplémentaire [69]. Quatre satellites au minimum deviennent nécessaires pour résoudre le problème de localisation : trois pour la position, un pour le temps.

La précision obtenue dans ces conditions pour des matériels civils était d'environ 100 mètres. Différents facteurs sont à l'origine des erreurs de positionnement. Mentionnons en particulier la dégradation volontaire du Department of Defense (DoD) [89], référencée sous le nom de Selective Availability, et supprimée depuis le 1^{er} mai 2000. La précision actuelle (SA off) est de l'ordre de 10 mètres en absolu [23]. La non-homogénéité des milieux traversés par les ondes est elle aussi responsable d'erreurs sur la mesure des temps de propagation.

Une solution a donc été imaginée pour améliorer la qualité des mesures de positionnement.

Le GPS différentiel

Le GPS différentiel (DGPS) se compose d'une station de référence et d'une station mobile (figure 4.2). On appelle ligne de base la distance séparant ces deux stations GPS.

La station de référence (ou station de base) se situe en des coordonnées géographiques connues, et est immobile. Elle transmet à la station mobile ses coordonnées réelles et ses coordonnées estimées par GPS absolu. La station mobile reçoit ces informations. Elle calcule un vecteur d'erreur valable pour la station de référence, et l'applique à sa propre position mesurée par GPS absolu. Tant que la ligne de base n'excède pas quelques centaines de kilomètres, la précision de localisation du mobile est de l'ordre de quelques mètres.

Cette approche, décrite par exemple dans [7] et [52], a permis de réduire, entre autres, les erreurs "volontaires" du DoD, et certaines perturbations influant sur la vitesse de propagation l'onde. Mais tout comme l'estimation de la position absolue, elle repose uniquement sur une mesure de la durée de propagation de l'onde. Or une information transmise par le satellite n'a pas encore été utilisée.

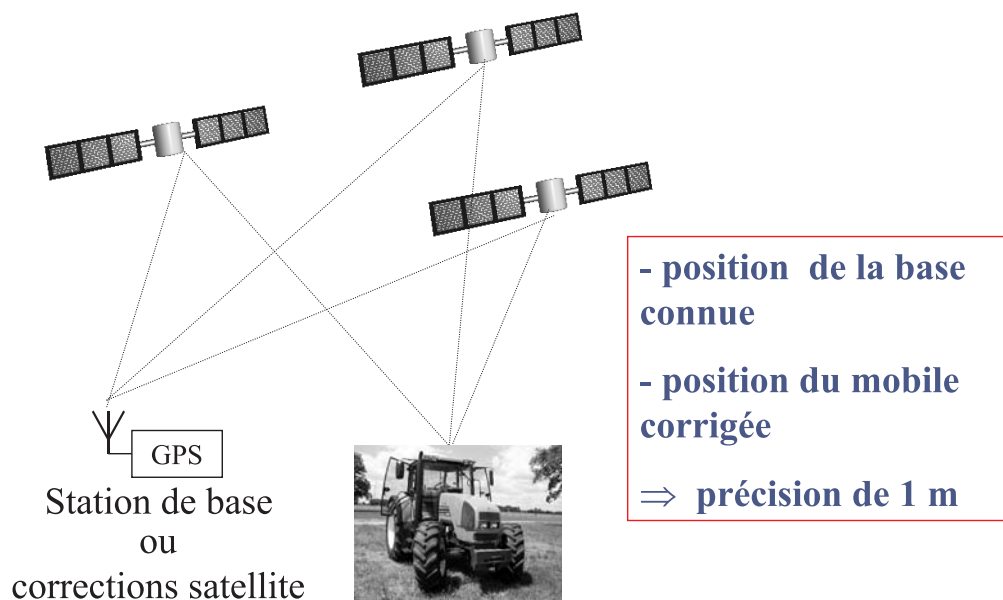


FIG. 4.2 – GPS différentiel

Le GPS différentiel à précision centimétrique

Chaque satellite transmet simultanément sur deux fréquences¹ distinctes, L1 et L2 :

- L1 : 1,57542 GHz
- L2 : 1,22760 GHz

Sur L1 est émis, entre autres, le code Clear Acquisition (C/A) utilisé par les civils. L2 contient le code Precise (P) crypté et utilisé par les militaires. Considérons maintenant une porteuse de ces signaux, L1 par exemple. La fréquence de 1,5 GHz correspond à une longueur d'onde d'environ 19 cm. Une mesure précise (à quelques degrés) de la phase de la porteuse reçue par l'antenne permettra donc de localiser à quelques millimètres près sa position, modulo 19 cm (figure 4.3). Ce type de récepteur GPS est désigné par Carrier Phase DGPS (CPDGPS) ou Real Time Kinematic (RTK).

Le nombre de cycles correspondant à la distance d est inconnu, mais il peut s'écrire :

$$Nb_{cycles} = N + fraction$$

avec :

- N : un entier inconnu
- $fraction$: la phase mesurée en degrés / 360.

¹Ces fréquences sont des multiples d'une horloge commune de 10,23 MHz. L1 correspond à 154 fois cette horloge, tandis que L2 vaut 120 fois cette fréquence de référence.

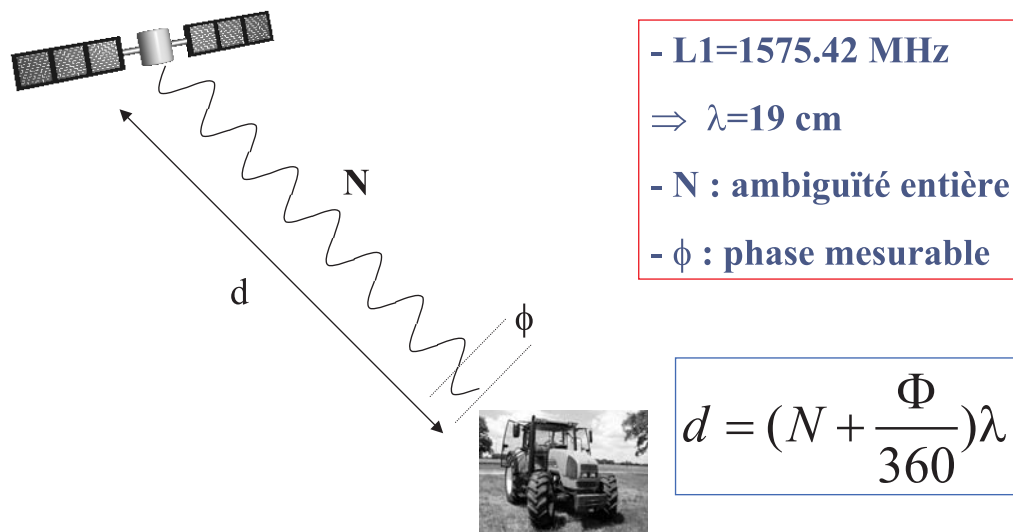


FIG. 4.3 – GPS à précision centimétrique

La détermination du nombre entier N est dénommée résolution de l'ambiguïté. Il existe différents algorithmes permettant de calculer N . Une méthode intuitive consisterait à placer l'antenne en un point dont les coordonnées géographiques seraient parfaitement connues. Il existe d'autres approches moins contraignantes, mais plus complexes [20]. On mentionnera aussi l'utilisation d'un filtre de Kalman pour estimer ce N [15]. Les techniques actuelles permettent la résolution de l'ambiguïté entière en des durées assez courtes (quelques dizaines de secondes), ce qui permet l'utilisation de CP-DGPS dans une boucle de commande de robots.

4.2 La réception des signaux GPS

Après cette présentation du monde GPS, nous allons nous intéresser au fonctionnement d'un récepteur GPS. Pour cela, nous commencerons par introduire brièvement le signal émis par un satellite GPS.

Puis nous décrirons une méthode permettant la réception, la démodulation et l'exploitation du très faible signal GPS tel qu'il est reçu à la surface du globe.

4.2.1 Satellite GPS

Chaque SV émet sur deux porteuses dénommées L1 (1575,42 MHz) et L2 (1227,60 MHz). Les deux porteuses sont modulées en Binary Phase Shift Keying (BPSK) par les codes pseudo aléatoires C/A de la famille des codes de Gold (de fréquence² 1,023 MHz) et P (de fréquence 10,23 MHz). Ces codes pseudo aléatoires sont eux-même modulés (très lentement, à 50 Hz) par le message contenant les informations de navigation.

Un schéma (figure 4.4) résume cette approche. Nous avons volontairement simplifié le concept et présenté uniquement la contribution du code C/A à des fins de compréhension. Le signal émis $s(t)$ peut donc, sous cette hypothèse simplificatrice,

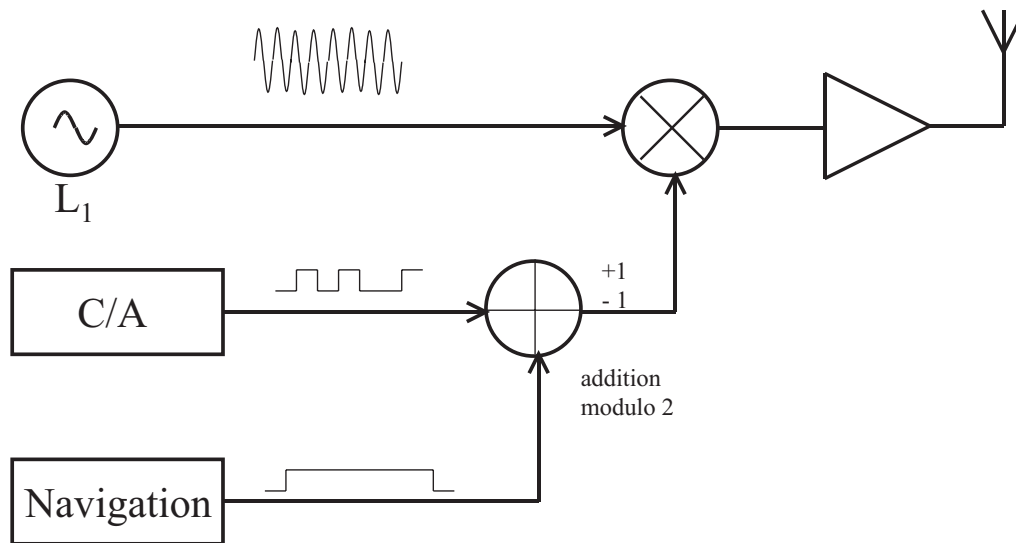


FIG. 4.4 – Concept de l'émission du code C/A

s'écrire [49] :

$$s(t) = 2AXG_i(t)D_i(t)\sin(\omega_1 t)$$

avec :

- $XG_i(t)$ code de Gold C/A
- $D_i(t)$ données du message de navigation
- ω_1 pulsation de la porteuse $L1$
- A amplitude du signal

²On retrouve ici la fréquence de référence précédemment mentionnée. Un des intérêts de partir d'une horloge commune est le suivant : tous les signaux générés sont parfaitement en phase, ce qui diminue le bruit de phase.

N	C/A	N+C/A	out
0	0	0	-1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	10	-1

FIG. 4.5 – Addition modulo 2 et modulation

L'explication de l'addition modulo 2 entre le signal de navigation et le code C/A s'explique de la manière suivante :

- lorsque $N=0$, le bit de poids faible en sortie de l'additionneur (tableau 4.2.1) suit l'entrée C/A,
- lorsque $N=1$, le bit de poids faible en sortie de l'additionneur suit le complément à un de l'entrée C/A.

La sortie réelle (*out* dans le tableau 4.2.1), étendue à la plage $[-1, +1]$, peut être interprétée comme le produit entre le code C/A (étendu à la plage $[-1, +1]$) et le code de navigation N (étendu à la plage $[-1, +1]$).

Dans la réalité, la porteuse L_1 transmet aussi le signal P (crypté) en quadrature avec le signal C/A. Le véritable signal $s_{L1}(t)$ s'écrit :

$$s_{L1}(t) = AXP_i(t)D_i(t) \cos(\omega_1 t) + 2AXG_i(t)D_i(t) \sin(\omega_1 t)$$

avec $XP_i(t)$ code P . L'on voit apparaître les deux contributions en quadrature : l'une véhicule l'information C/A, l'autre, de moindre amplitude et déphasée de 90 degrés, véhicule l'information P .

4.2.2 Réception du signal GPS sur la Terre

Le spectre du signal GPS, reçu par une antenne de gain 0dB à la surface de la terre, a l'allure³ dessinée sur la figure 4.6. Il est intéressant de rappeler l'ordre de grandeur de la puissance de bruit thermique. En effet, tout système passif génère un bruit thermique dont la puissance est donnée par :

$$P_{bruit} = kTB$$

avec :

- k constante de Boltzmann ($k = 1.38.10^{-23} W/K$)
- B largeur de bande de fréquence (en Hertz)
- T température du système (en Kelvin)

³Le choix de A et de l'antenne d'émission ont été effectués pour recevoir le signal à -130 dBm.

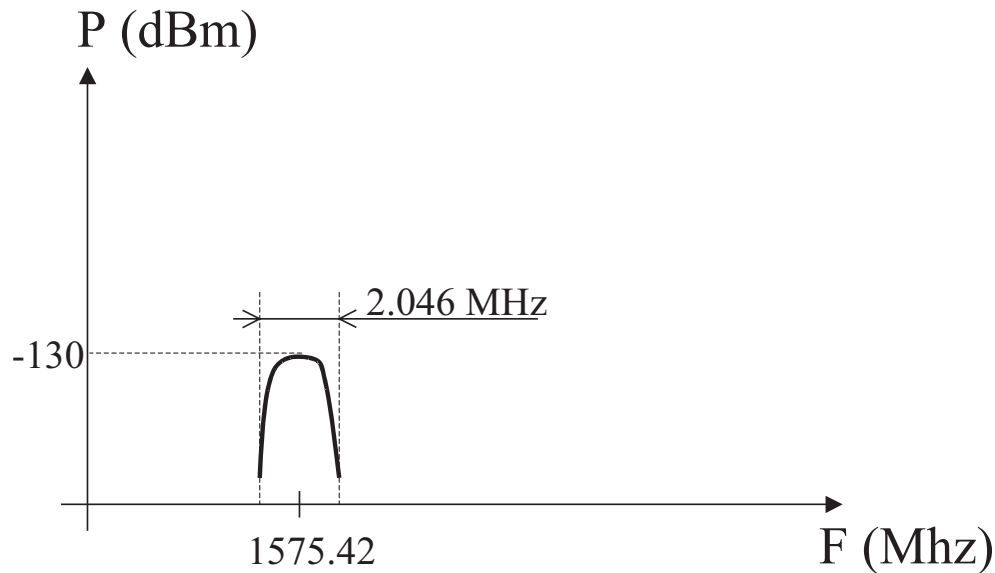


FIG. 4.6 – Puissance du signal GPS (C/A) à la surface de la Terre

Application numérique :

Pour une bande de fréquence $B = 2,046\text{MHz}$ (largeur du spectre engendré par C/A), à une température $T = 290K$, la puissance de bruit thermique est :

$$P = -111\text{dBm}$$

On se référera à l'annexe E.2 pour les conversions entre watt et dB par rapport au milliwatt.

La figure 4.7 permet de visualiser que le signal GPS (C/A sur L1) est bien en dessous du bruit thermique. L'on peut conclure que le signal utile (comportant le code C/A et le message de navigation du satellite GPS) se trouve en dessous du bruit thermique. Il est donc indécélable sans traitement par un opérateur humain - ce qui était un des objectifs de ce système militaire.

L'opération de corrélation entre le signal reçu et une réplique du code C/A (appartenant à la famille des codes de Gold) est effectuée dans le récepteur. Lorsque le signal reçu, comprenant le code de Gold émis par le satellite et le bruit, est corrélé avec la réplique (parfaitement alignée dans le temps) un pic de corrélation est obtenu.

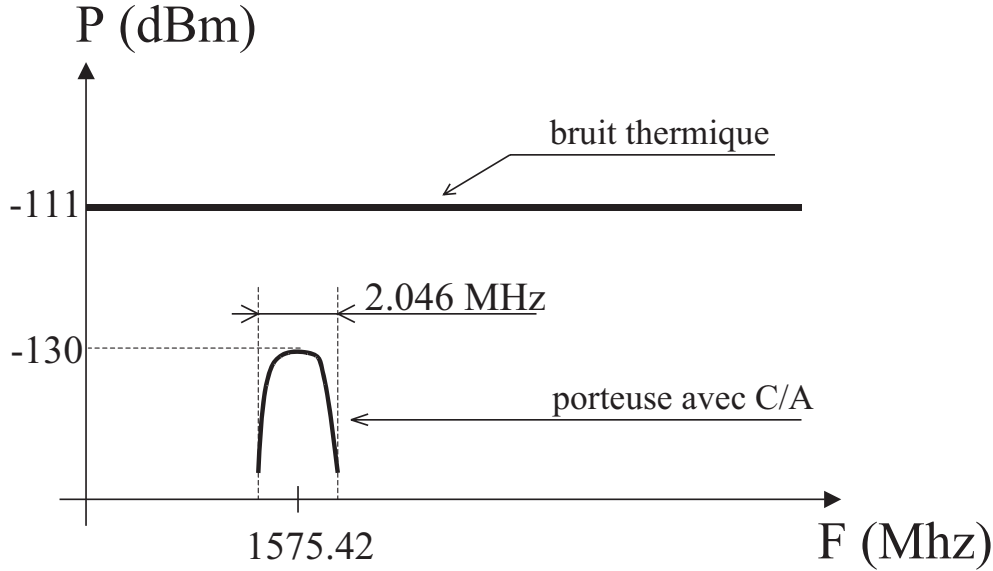


FIG. 4.7 – Puissances relatives du signal GPS et du bruit thermique

Cette opération de corrélation⁴ peut être interprétée comme une réduction de la bande passante utile ; elle entraîne donc l'émergence du signal utile. Une autre manière d'exprimer ce résultat repose sur les propriétés d'autocorrélation d'un code pseudo-aléatoire de grande longueur (1023 bits ou *chips* pour le code C/A). La fonction d'autocorrélation des codes pseudo-aléatoire (et des codes de Gold) présente en effet un maximum important.

Nous pouvons maintenant décrire de manière synthétique la partie hautes fréquences d'un récepteur GPS. Elle se compose d'une antenne⁵, recevant la porteuse L1 (et L2 pour certains modèles).

Un préamplificateur à faible bruit (Low Noise Amplifier ou LNA) se charge d'amplifier la bande de signaux centrée sur L1 (figure 4.8). Nous reviendrons sur l'importance du terme *faible bruit* dans la partie consacrée au facteur de bruit d'un récepteur. Les signaux issus de cet étage se retrouvent toujours centrés autour de L1,

⁴La fonction d'autocorrélation $R(i)$ d'un signal s de longueur N est définie par :

$$R(i) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} s(n)s(n+i)$$

La corrélation sera effectuée par un processeur de traitement du signal (Digital Signal Processor ou DSP) ou par un circuit spécialement conçu pour cette tâche (corrélateur matériel).

⁵Antenne à polarisation circulaire droite, afin d'être conforme à la polarisation de l'onde émise par le satellite

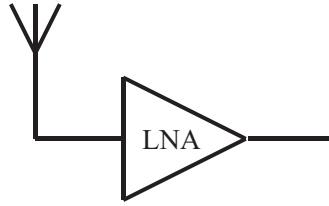


FIG. 4.8 – Antenne et préamplificateur à faible bruit

à savoir 1575,42 MHz. Comme il est techniquement difficile de traiter en numérique des signaux à cette fréquence, la bande des fréquences utiles doit être abaissée. Le classique système oscillateur local (OL), mélangeur et filtre passe bande (figure 4.9) permet de ramener le signal utile vers une fréquence basse (quelques mégahertz). Les traitements ultérieurs (l'amplification, le filtrage et la numérisation par exemple) en seront facilités. Le principe de cette chaîne est le suivant. Considérons le cas simplifié

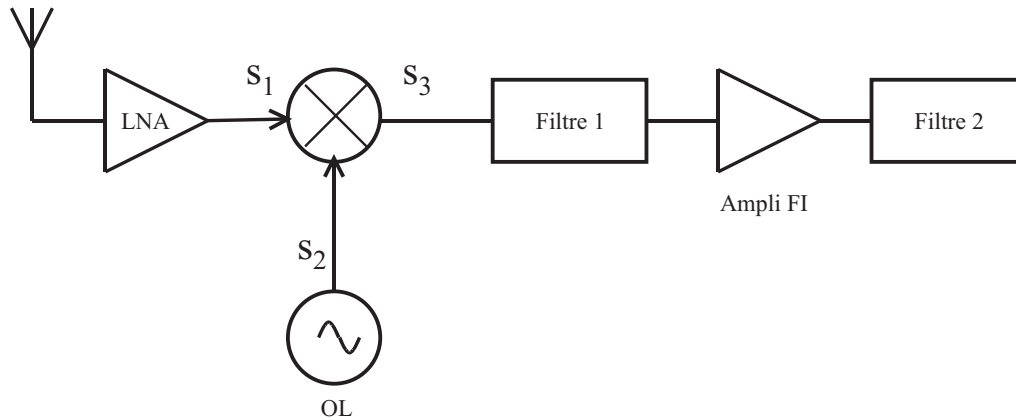


FIG. 4.9 – Chaîne de réception

des deux signaux s_1 et s_2 sinusoïdaux d'amplitudes A_1 et A_2 , de fréquences f_1 et f_2 (et donc de pulsations respectives $\omega_1 = 2\pi f_1$ et $\omega_2 = 2\pi f_2$). Le mélangeur effectue le produit entre le signal s_1 et le signal s_2 :

$$\begin{cases} s_1 &= A_1 \sin(\omega_1 t) \\ s_2 &= A_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2) \end{cases}$$

La phase ϕ_2 correspond au fait que les signaux ne sont pas forcément en phase. Le produit de ces deux signaux s'écrit :

$$s_3 = s_1 s_2 = A_1 A_2 \frac{1}{2} [\cos(\omega_1 t - \omega_2 t - \phi_2) - \cos(\omega_1 t + \omega_2 t + \phi_2)]$$

Soit :

$$s_3 = \frac{A_1 A_2}{2} [\cos((\omega_1 - \omega_2)t - \phi_2) - \cos((\omega_1 + \omega_2)t + \phi_2)]$$

Le signal s_3 en sortie de mélangeur comporte donc deux nouveaux signaux :

- l'un de fréquence $f_1 + f_2$
- l'autre de fréquence $|f_1 - f_2|$

La valeur absolue est ici introduite pour éviter de considérer des fréquences négatives.

Dans le cas d'un récepteur GPS, l'on peut poser, par exemple :

$$\begin{cases} f_1 &= f_{L1} &= 1575,42 \text{ MHz} \\ f_2 &= f_{L1} - 10 \cdot 10^6 &= 1565,42 \text{ MHz} \end{cases}$$

Dans ce cas, le filtre 1 de la figure 4.9 sera conçu avec une fréquence centrale de 10 MHz et une largeur de bande en adéquation avec le signal reçu (quelques mégahertz dans le cas du GPS). Ainsi, en entrée de l'amplificateur de fréquence intermédiaire (FI), nous retrouvons une "image" du signal présent sur l'antenne, amplifié et centré sur une fréquence relativement basse (10 MHz).

L'intérêt de cette approche est double :

- il est relativement facile de filtrer et d'amplifier les signaux de basse fréquence
- il est très facile de numériser le signal à cette même basse fréquence, pour ensuite effectuer la corrélation sur un DSP par exemple.

La qualité (le facteur de bruit en particulier) de l'amplificateur de fréquence intermédiaire est moins importante que celle du préamplificateur d'antenne. Nous allons maintenant justifier théoriquement cette assertion.

4.2.3 De l'importance du facteur de bruit

Nous avons insisté sur la nécessaire qualité de l'amplificateur de l'antenne. Nous avons précisé que la qualité de l'amplificateur FI était beaucoup moins critique. Ces caractéristiques résultent du calcul du facteur de bruit d'un ensemble de modules connectés en cascade. Le résultat général, que nous allons redémontrer, conduit à la conséquence pratique suivante :

"dans un récepteur, le facteur de bruit de la chaîne complète est principalement lié au facteur de bruit du premier module"

Définition

Le facteur de bruit F d'un module est le quotient entre le rapport signal sur bruit

en entrée s_e/n_e et le rapport signal sur bruit en sortie s_s/n_s . Soit :

$$F = \frac{s_e/n_e}{s_s/n_s}$$

Le facteur de bruit quantifie l'apport de bruit de ce module (et donc la dégradation apportée par le module au signal).

Définition

Il est classique d'exprimer le facteur de bruit en dB. Le *noise figure* ou NF est défini en dB par :

$$NF = 10 \log F$$

Le facteur de bruit d'un amplificateur parfait (sans bruit) est donc, par définition, de 0dB. Tout système réel (apportant sa contribution en bruit) aura donc un facteur de bruit supérieur à 0dB.

Ce facteur de bruit peut être interprété comme la contribution d'une température de bruit T_e d'un système de gain G (figure 4.10). Le bruit thermique en entrée



FIG. 4.10 – Module générique

du système est kTB . Le bruit en sortie, en tenant compte du gain du module, est $GkB(T + T_e)$

Le facteur de bruit de ce système peut donc être réécrit :

$$F = \frac{s_e n_s}{s_s n_e} = \frac{1}{G_s} G_n$$

avec :

- G_s gain en signal
- G_n gain en bruit

Dans le cas du système de la figure 4.10, le gain en bruit est : $G_n = \frac{GkB(T+T_e)}{kTB}$. Le gain en signal est G . Le facteur de bruit devient :

$$F = 1 + \frac{T_e}{T}$$

L'on notera que la puissance de bruit P_g créée par le module de la figure 4.10 peut donc s'exprimer en fonction du facteur de bruit :

$$P_g = GkTB(F - 1) \quad (4.1)$$

Considérons une chaîne de modules connectés en série (comme le récepteur GPS de la figure 4.9). Une caractéristique importante d'une telle chaîne, du point de vue de l'utilisateur, est le facteur de bruit de **toute** cette chaîne. Nous allons établir le lien mathématique entre ce facteur de bruit et les facteurs de bruits de chaque module.

Considérons tout d'abord deux modules 1 et 2 en cascade (figure 4.11) de facteurs de bruit F_1 et F_2 , et de gains G_1 et G_2 . Le bruit en sortie du module 1 a pour

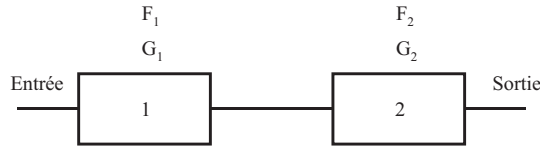


FIG. 4.11 – Deux modules en cascade

puissance :

$$p_1 = kTBG_1F_1$$

Le bruit en sortie du module 2 et créé par le module 1 est simplement :

$$p_{2/1} = G_2p_1 = kTBG_1G_2F_1$$

La contribution en bruit propre au module 2 s'écrit, d'après l'équation (4.1) :

$$p_{2/2} = G_2kTB(F_2 - 1)$$

La puissance de bruit totale P_{bruit} est la somme des puissances de bruit $p_{2/1}$ et $p_{2/2}$:

$$\begin{aligned} P_{bruit} &= (F_2 - 1)G_2kTB + kTBG_1G_2F_1 \\ &= G_1G_2kTB \left(F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} \right) \\ &= G_{12}kTBF_{12} \end{aligned}$$

avec :

- $G_{12} = G_1G_2$ gain des deux modules
- $F_{12} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1}$ facteur de bruit global de l'ensemble des deux modules

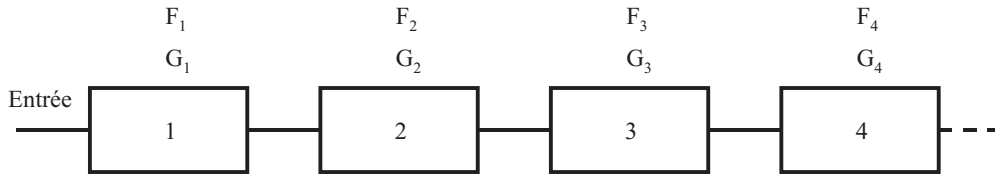


FIG. 4.12 – Plusieurs modules en cascade

En reprenant cette démonstration de proche en proche, l'on arrive, pour un système tel que celui de la figure 4.12 à la relation suivante :

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \frac{F_4 - 1}{G_1 G_2 G_3} + \dots \quad (4.2)$$

Dans une chaîne de modules de gains $G_1, G_2, \dots$, la contribution principale au facteur de bruit global est F_1 si G_1 est élevé. Le second module ne contribue plus que de $\frac{F_2 - 1}{G_1}$. Donc, plus le gain du premier module est important, moins le facteur de bruit du second module intervient. Et ainsi de suite de proche en proche.

Application au récepteur GPS

Illustrons ce principe par l'étude de deux configurations matérielle. Nous considérerons le système composé d'une antenne GPS, d'un câble d'antenne et d'un préamplificateur d'antenne à faible bruit. Deux configurations sont envisageables et schématisées sur la figure 4.13. Le câble d'antenne est un câble coaxial de type

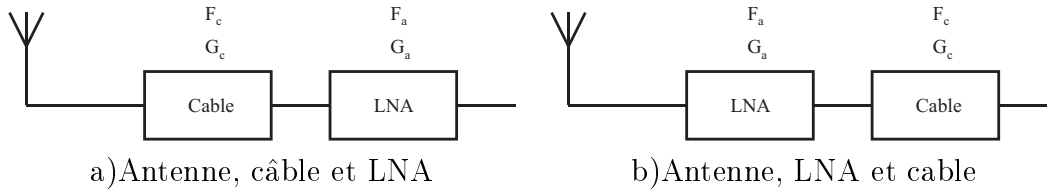


FIG. 4.13 – Deux configurations possibles

RG223. Il présente une atténuation de 0.6dB par mètre à 1500 MHz. Le système GPS que nous utilisons sur les engins agricoles est livré avec un câble d'antenne de 30 mètres de type RG223, ce qui engendre une atténuation de $30 \times 0.6 = 18\text{dB}$ (donc un gain $G_c = -18\text{dB}$). Le facteur de bruit F_c de ce module (le câble étant considéré comme un module) est donc :

$$F_c = 18\text{dB}$$

Nous supposons⁶ que le préamplificateur a un gain $G_a = 15.7dB$ et un facteur de bruit $F_a = 1.2dB$.

Dans la configuration a) (antenne, câble, LNA), le facteur de bruit vaut, d'après (4.2) :

$$F = F_c + \frac{F_a - 1}{G_c}$$

L'application numérique donne :

$$F = 10 \log \left(10^{18/10} + \frac{10^{1.2/10} - 1}{10^{-18/10}} \right) = 19.2dB$$

Dans la configuration b) (antenne, LNA, câble), le facteur de bruit vaut :

$$F = F_a + \frac{F_c - 1}{G_a}$$

L'application numérique donne :

$$F = 10^{1.2/10} + \frac{10^{18/10} - 1}{10^{15.7/10}} = 4.76dB$$

La configuration (antenne, LNA, câble) est donc objectivement bien meilleure que l'alternative.

4.2.4 Exploitation des signaux GPS

Le signal GPS est donc disponible à une fréquence relativement basse, après avoir été amplifié dans des conditions optimales, puis mélangé et filtré. Une alternative - intéressante d'un point de vue traitement du signal - consiste à mélanger le signal utile avec deux références déphasées de 90 degrés (figure 4.14). Les deux signaux obtenus sont donc en quadrature. Le traitement du signal ultérieur pourra donc profiter pleinement de **toute** l'information utile (l'amplitude **et** la phase). Un unique mélange n'engendre qu'une information de type 'norme', donc amplitude.

Après numérisation, l'opération de corrélation pourra être effectuée sur un DSP. Les auteurs de [78] proposent une méthodologie permettant la réception de tels signaux ainsi que leur traitement avec le logiciel Matlab.

Des traitements de plus haut niveau se chargeront de décoder les trames GPS, et d'autres algorithmes calculeront la position de l'antenne à partir de pseudo distances.

⁶Ces données proviennent des caractéristiques techniques d'un amplificateur SiGe (silicium germanium) de Maxim, le MAX2641, dédié, entre autres, aux applications GPS.

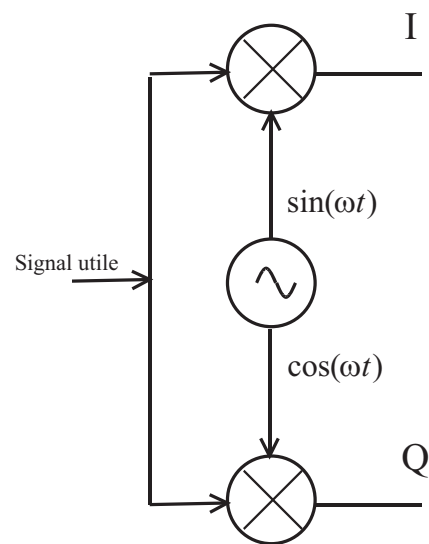


FIG. 4.14 – Obtention d'un signal analogique complexe

Chapitre 5

Modélisation cinématique et loi de commande

5.1 Modélisation cinématique

Les robots mobiles considérés dans cette partie sont un tracteur agricole et une moissonneuse-batteuse.

Nous nous intéresserons, dans un premier temps, à la modélisation cinématique de cette famille d'engins. Puis, à partir de ce modèle, nous construirons une loi de commande non linéaire, saturée, assurant le suivi de trajectoires courbes .

5.1.1 Modélisations envisageables

Une modélisation cinématique est une modélisation des vitesses du robot basée sur la géométrie de ce robot. Une modélisation cinématique n'est pas l'approche la plus réaliste, la plus fidèle à la réalité physique.

Mais l'objectif d'un modèle est, par essence, de masquer les phénomènes complexes tout en retenant l'essentiel du comportement réel. Ce modèle nous permettra de construire une loi de commande afin d'asservir le véhicule sur une trajectoire quelconque.

Un modèle cinématique, prenant uniquement en compte la géométrie de l'engin, est sûrement un des plus simples. Faisant abstraction de la masse du véhicule, il décrit fidèlement le comportement de l'engin dans des conditions théoriques précises.

Une alternative se présente : les modèles dynamiques [104] prennent en compte masse, forces, glissements... Et les commandes dynamiques découlent des dits

modèles.

Les modèles dynamiques permettent en effet une description plus fine des robots mobiles, en particulier dans des conditions plus réalistes. Lorsque le glissement apparaît ou que l'inertie devient importante, il est judicieux d'y recourir.

Les chercheurs se sont naturellement intéressés à cette approche. Citons en particulier le domaine des engins mobiles de construction des routes. Les robots mobiles concernés présentent des masses similaires à nos engins agricoles, et se déplacent à des vitesses relativement basses.

Des travaux assez récents [44] ont proposé une approche originale de modélisation et d'identification du modèle dynamique de ces engins. Elle doit permettre de concevoir des commandes dynamiques afin de les contrôler.

Il est aussi possible de s'inspirer des modélisations dynamiques de voitures [43].

5.1.2 Implications du choix d'un modèle dynamique

Le choix d'un modèle dynamique impose une bonne connaissance des paramètres du modèle. Si l'instrumentation du véhicule (capteurs de positions, d'angles, d'avancement...) est une tâche relativement aisée, l'obtention de **tous** les paramètres du modèle pose différents problèmes.

Une phase d'identification sera bien souvent nécessaire afin d'obtenir une estimation de ces paramètres. Or le constructeur d'engins agricoles ne fournit pas les différents coefficients d'un modèle dynamique.

L'identification sera entravée par le bruit de mesure. Et bien souvent, l'absence de capteurs idoines oblige à dériver (une fois, deux fois...) les variables quantifiées. Le bruit de mesure augmentera. Un filtrage judicieusement choisi pourra parfois venir à bout de ces désagréments. D'autres signaux se superposeront aux mesures ¹.

Enfin, l'identification correspondra bien souvent à un cas particulier d'exploitation de l'engin. Dans le cadre de nos applications, ce sera un type de sol, un degré d'humidité, un type de végétation. L'engin travaillera à une vitesse donnée, avec un outil particulier... La validation finale de tous les paramètres risque de s'avérer un obstacle conséquent.

Nous avons donc, en toute connaissance de cause, porté notre choix sur le modèle cinématique du véhicule. Ses limites théoriques étant bien cernées, il devait per-

¹Et l'on retrouve la fréquence du batteur de la moissonneuse dans les positions GPS. Le repliement de spectre interdit bien sûr toute solution comme un filtrage passe-bas.

mettre une mise en pratique assez rapide d'un démonstrateur **parfaitement** fonctionnel d'engin guidé par GPS.

5.2 Le modèle tricycle

5.2.1 Choix des notations, de l'état et de la commande

Le cas du tracteur sera traité dans les lignes suivantes. Celui de la moissonneuse-batteuse découle immédiatement des équations du tracteur, comme nous l'indiquerons. Le modèle cinématique du tracteur sera établi dans un repère absolu R_A (figure 5.1).

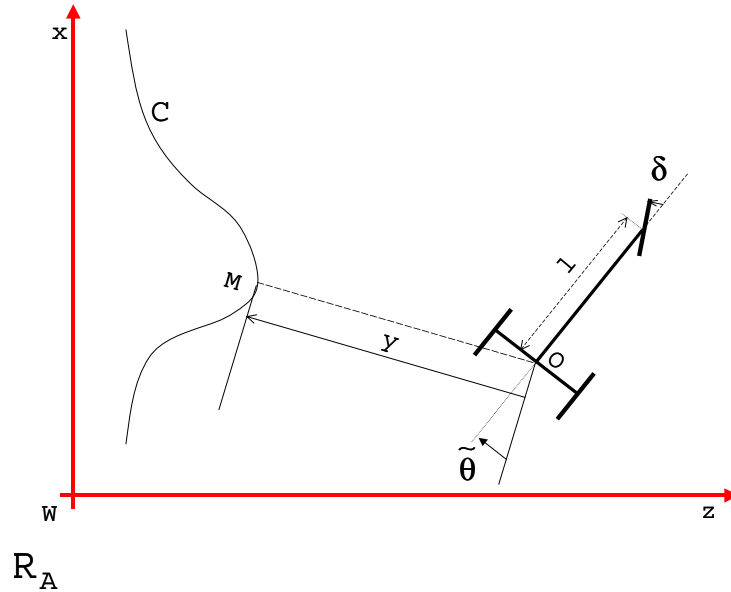


FIG. 5.1 – Modèle cinématique du tracteur

La courbe de référence C est elle aussi exprimée dans ce repère. Nous noterons s l'abscisse curviligne le long de C , $c(s)$ la courbure de C et $g(s) = \frac{dc(s)}{ds}$ sa dérivée.

La classique hypothèse de la géométrie d'Ackerman ([43], [53]) permet de simplifier les deux roues directrices de l'engin en une unique roue directrice dans le modèle (figure 5.1).

Le modèle cinématique va décrire l'évolution d'un point du véhicule, le point de contrôle. Le point de contrôle est aussi le point qui sera asservi par la loi de

commande. Nous plaçons le point de contrôle en O , milieu de l'essieu arrière. Ce choix, s'il est relativement classique, présente aussi des avantages pratiques :

- O est le point le plus proche de l'outil. Il est logique de vouloir contrôler ce point, puisque le comportement de l'outil prime pour un agriculteur.
- Le capteur (l'antenne GPS) doit se situer sur le point le plus élevé du tracteur, afin de *voir*² un maximum de satellites. L'antenne GPS sera placée sur le sommet de la cabine du tracteur. Le point O proposé s'avère judicieusement choisi, car à la verticale de l'antenne dans le repère du tracteur.

Nous pourrions aussi avancer une raison plus théorique. Ce point O permet de résoudre des problèmes de contrôle, et est ainsi souvent employé dans la littérature ([84], [99]).

La modélisation que nous utilisons est une modélisation du véhicule par rapport à la courbe. Le point O est défini par rapport à cette courbe. Les notations que nous emploierons adhèrent aux choix de [84] : y est la distance entre O et le point de C le plus proche de O (noté M). Nous prendrons comme hypothèse de travail que tout point O est caractérisé par un unique couple (y, s) . Cette hypothèse s'avère valide lors des expérimentations tant que le véhicule demeure proche du chemin de référence³. Cela signifie qu'il n'y a pas plusieurs points de C à la même distance.

L'unique paramètre du modèle cinématique est une caractéristique géométrique du robot. Il s'agit de l'empattement du véhicule, noté l , et fourni par le constructeur. Nous le supposons exact dans la suite de nos développements.

Des chercheurs ont néanmoins proposé une méthodologie d'évaluation de ce paramètre dans [40]. L'approche reposait sur une procédure classique d'identification hors ligne.

L'état du véhicule est défini comme "l'ensemble des grandeurs qui, connues à un instant donné, permettent de décrire l'évolution du système les instants suivants" [74]. Dans notre cas, trois variables suffisent. Le vecteur d'état se compose de l'abscisse curviligne s , de l'écart latéral y et de l'erreur de cap $\tilde{\theta}$ entre le véhicule et la référence soit :

$$\mathbf{X} = (s, y, \tilde{\theta})^T$$

où l'erreur de cap est définie par $\tilde{\theta} = \theta - \theta_d$ avec :

- θ cap du véhicule
- θ_d orientation de la tangente à la référence en M (figure 5.2)

Le vecteur de commande se compose, de manière générale, de la valeur algébrique

²L'on pourrait lire : afin de recevoir un maximum de satellites. La vision directe des satellites est fortement corrélée avec une bonne réception.

³L'asservissement étant présent pour éviter tout écart important.

de la vitesse v et de l'angle de la roue orientable du véhicule δ :

$$\mathbf{U} = (v, \delta)^T$$

Par la suite, seule la commande δ sera considérée pour des raisons pratiques explicitées dans le chapitre des expérimentations.

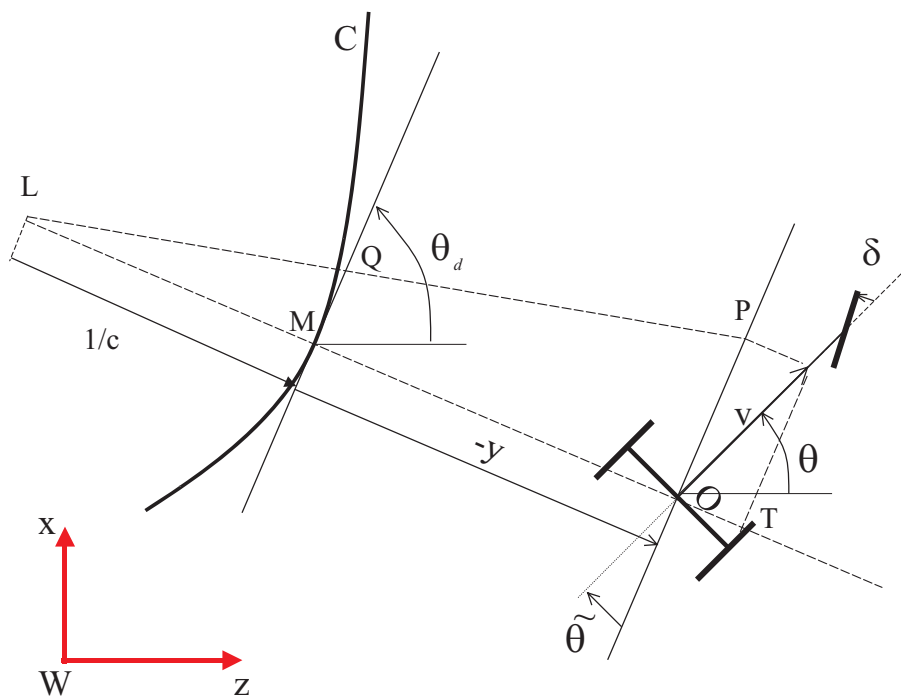


FIG. 5.2 – Modèle cinématique du tracteur et référence courbe

Nous définissons ici les sens de variation utilisés par la suite :

- les angles sont définis selon le sens trigonométrique
- les distances algébriques sont positives sur l'axe (ML) de M vers L (vers le centre de courbure). Ils sont donc négatifs de M vers O .

Par définition, $\dot{s}$ est la dérivée de s par rapport au temps. C'est donc la valeur algébrique de la vitesse du point M le long de C . Cette vitesse est représentée sur le schéma 5.2 par le vecteur $\overrightarrow{MQ}$, une échelle arbitraire étant fixée. La valeur algébrique $\dot{s}$ est donc représentée par la distance algébrique $\overline{MQ}$. L'on peut noter, sur la figure 5.2, que l'on a :

- $-y = \overline{MO}$
- $\dot{s} = \overline{MQ}$

Dans le triangle LOP , les droites (MQ) et (OP) sont parallèles.

Le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{LM}{LO} = \frac{MQ}{OP}$$

Soit :

$$\frac{\frac{1}{c}}{\frac{1}{c} - y} = \frac{\dot{s}}{v \cos \tilde{\theta}}$$

D'où :

$$\dot{s} = \frac{v \cos \tilde{\theta}}{1 - yc} \quad (5.1)$$

Considérons la vitesse du point O par rapport à M . Cette vitesse peut être décomposée en deux composantes, projections du vecteur vitesse sur les droites orthogonales (MO) et (OP) . Nous nous intéressons à la projection sur la droite (MO) qui vaut, par construction géométrique : $-v \sin \tilde{\theta}$. Soit :

$$-\dot{y} = -v \sin \tilde{\theta}$$

D'où :

$$\dot{y} = v \sin \tilde{\theta}$$

Il reste à établir un lien entre $\dot{\tilde{\theta}}$ et la commande δ de la roue avant. Il nous semble judicieux de calculer $\dot{\theta}$, puis de déduire $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d$. Les hypothèses de roulement pur

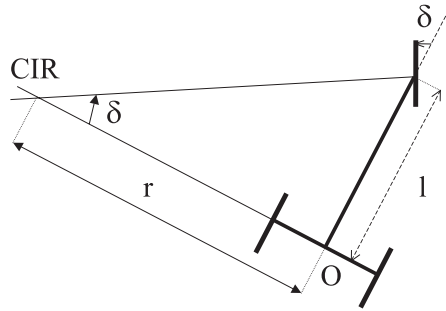


FIG. 5.3 – Modèle cinématique du tracteur et centre instantané de rotation

sans glissement et de corps rigides sont introduites. Elles impliquent l'existence d'un centre instantané de rotation (CIR) situé sur l'axe essieu arrière à la distance r du point O (figure 5.3). Dans le cas d'un angle de braquage δ nul, ce CIR s'en va à l'infini. La trigonométrie nous permet d'écrire :

$$\tan \delta = \frac{l}{r} \quad (5.2)$$

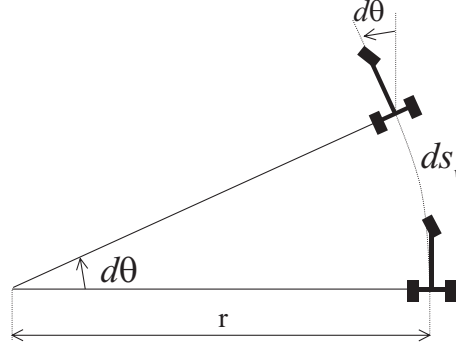


FIG. 5.4 – Rayon de courbure et orientation du tracteur

De plus, lorsque le véhicule avance de ds_v (abscisse curviligne de la trajectoire parcourue par le véhicule) , son orientation θ varie, par définition du rayon de courbure (figure 5.4), de :

$$d\theta = \frac{1}{r} ds_v$$

$$\frac{d\theta}{ds_v} = \frac{d\theta}{dt} \frac{dt}{ds_v} = \frac{1}{r}$$

On sait aussi que

$$\frac{ds_v}{dt} = v$$

Soit

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{r} \quad (5.3)$$

L'on rassemble (5.2) et (5.3) :

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{l} \tan \delta \quad (5.4)$$

Il nous reste à calculer $\dot{\theta}_d$. La définition de la courbure, appliquée à la référence cette fois, nous permet d'écrire :

$$c = \frac{d\theta_d}{ds} = \frac{d\theta_d}{dt} \frac{dt}{ds}$$

L'équation (5.1) permet d'obtenir $\dot{\theta}_d$:

$$\dot{\theta}_d = c\dot{s} = c \frac{v \cos \tilde{\theta}}{1 - cy} \quad (5.5)$$

On arrive au système suivant :

$$\begin{cases} \dot{s} &= \frac{v \cos \tilde{\theta}}{1-cy} \\ \dot{y} &= v \sin \tilde{\theta} \\ \ddot{\tilde{\theta}} &= v \left(\frac{\tan \delta}{l} - \frac{c \cos \tilde{\theta}}{1-cy} \right) \end{cases} \quad (5.6)$$

Ces équations décrivent un système non holonome : le vecteur d'état est de dimension 3 tandis que le vecteur de commande est de dimension 2.

L'on notera que ces équations sont non linéaires. Une singularité apparaît même lorsque $yc = 1$. La signification physique est la suivante : le point O se situe au centre de courbure du chemin de référence. Une telle situation ne se produit jamais dans la pratique. Les deux raisons que l'on peut énumérer sont :

- la courbure de la référence est toujours très faible⁴
- le tracteur reste très près de la référence (y est donc très faible)

5.2.2 Cas particulier de la moissonneuse-batteuse

La moissonneuse-batteuse a la particularité de posséder des roues directrices à l'arrière (voir la figure 5.5), alors que le tracteur possède ses roues directrices à l'avant.

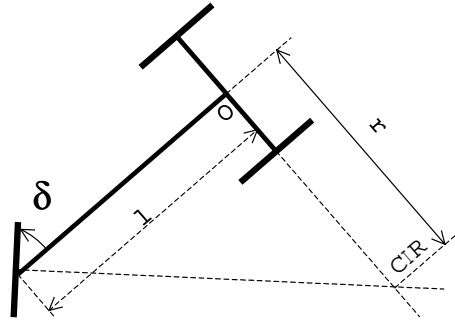


FIG. 5.5 – Modèle cinématique de la moissonneuse-batteuse et centre instantané de rotation

L'unique différence au niveau des équations se situe dans le signe de $\dot{\theta}$:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{v}{l} \tan \delta$$

En effet, l'orientation de la moissonneuse-batteuse varie de (figure 5.6) :

⁴L'agriculteur préférant souvent la ligne droite. Certaines pratiques d'irrigation imposent une trajectoire en spirale, mais la courbure est toujours faible

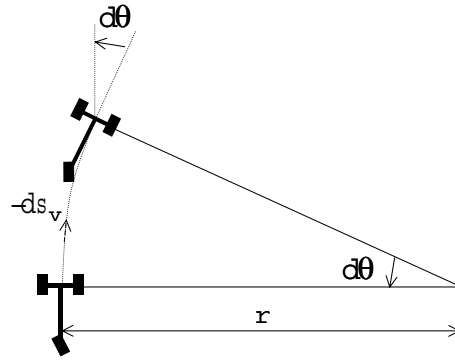


FIG. 5.6 – Rayon de courbure et orientation de la moissonneuse-batteuse

$$d\theta = \frac{1}{r}(-ds_v)$$

Tous les développements théoriques concernant le tracteur peuvent donc être adaptés au cas de la moissonneuse-batteuse.

5.3 Loi de commande

Nous commencerons par rappeler l'objectif de la loi de commande. Puis nous utiliserons une méthode de l'automatique - le chaînage - afin de concevoir une loi de commande non linéaire tout en utilisant les résultats de l'automatique linéaire. Enfin, nous nous intéresserons à la saturation de cette loi, afin de tenir compte des limites physiques du système réel.

5.3.1 Objectif

La loi de commande doit asservir l'engin sur la trajectoire de référence. Dans le cas général, celle-ci est une ligne courbe. L'on peut songer, par exemple, au bord irrégulier d'une parcelle, à une trajectoire évitant un pylône au milieu d'un champ. Nous particulariserons ce résultat au cas classique - et courant en agriculture - de la ligne droite. Cette dernière est en effet la trajectoire préférée de l'agriculteur, en particulier pour des opérations telles que la moisson.

5.3.2 Chaînage du système

Le problème du contrôle d'un tracteur le long de références courbes a été traité dans des cas particuliers⁵ [5]. Nous avons préféré une approche plus générale, afin de pouvoir contrôler le tracteur dans tous les cas décrits par le modèle (5.6).

Le modèle (5.6) est converti en une *forme chaînée*. Une telle approche présente l'intérêt suivant : elle nous permet de construire une loi de commande non linéaire reposant sur le modèle non linéaire, tout en utilisant les résultats de l'automatique linéaire.

Une forme chaînée de dimension trois s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{a}_1 &= m_1 \\ \dot{a}_2 &= a_3 m_1 \\ \dot{a}_3 &= m_2 \end{cases} \quad (5.7)$$

avec :

- $\mathbf{A} = (a_1, a_2, a_3)^T$ vecteur d'état
- $\mathbf{M} = (m_1, m_2)^T$ vecteur de contrôle

Il s'agit maintenant de transformer le système non linéaire (5.6) en cette forme chaînée (5.7). Pour ce faire, imposons :

$$a_1 = s$$

La nouvelle commande m_1 , pour vérifier la première équation du système (5.7), s'écrit forcément ($\triangleq$ signifie : égal par définition) :

$$m_1 \triangleq \dot{a}_1 = \frac{v \cos \tilde{\theta}}{1 - cy} \quad (5.8)$$

Imposons maintenant :

$$a_2 = y$$

Nous avons alors :

$$\dot{a}_2 = v \sin \tilde{\theta} \triangleq a_3 m_1$$

Ce qui impose a_3 :

$$a_3 = (1 - cy) \tan \tilde{\theta}$$

La seconde variable de commande m_2 se calcule aisément (c est une fonction de s) :

$$\begin{aligned} m_2 \triangleq \dot{a}_3 &= \frac{d}{dt}((1 - cy) \tan \tilde{\theta}) \\ &= -c v \sin \tilde{\theta} \tan \tilde{\theta} - g \frac{v \cos \tilde{\theta}}{1 - cy} \tan \tilde{\theta} y \\ &\quad + \frac{(1 - cy)v}{\cos^2 \tilde{\theta}} \left(\frac{\tan \delta}{l} - c \frac{\cos \tilde{\theta}}{1 - cy} \right) \end{aligned} \quad (5.9)$$

⁵Comme la spirale, le cercle...

Nous avons donc converti le système non linéaire (5.6) en la forme chaînée (5.7) grâce à deux transformations :

- un changement d'état $\mathbf{A} = \Theta(\mathbf{X})$
- un changement des variables de commande $\mathbf{M} = \Upsilon(\mathbf{U}, \mathbf{X})$

avec :

$$\Theta(\mathbf{X}) = (s, y, (1 - cy) \tan \tilde{\theta})^T$$

et

$$\mathbf{M} = \Upsilon(\mathbf{U}, \mathbf{X}) \text{ défini par (5.8) and (5.9)}$$

Cette forme chaînée peut être employée pour concevoir une loi de commande tant que les transformations ci-dessus sont inversibles. C'est le cas tant que $v \neq 0$ et que $\tilde{\theta} \neq \frac{\pi}{2} [\pi]$. D'un point de vue pratique, ces singularités correspondent à des configurations peu orthodoxes⁶. Les transformations Υ et Θ permettent le passage entre commande du système chaîné et commande du système réel.

Afin d'obtenir une loi de commande indépendante de la vitesse, nous remplaçons maintenant la dérivée temporelle par une dérivée par rapport à l'abscisse curviligne s notée s' . Le modèle normalisé devient :

$$\begin{cases} a'_1 = 1 \\ a'_2 = a_3 \\ a'_3 = m_3 \end{cases} \quad \text{avec} \quad m_3 = \frac{m_2}{m_1} \quad (5.10)$$

Les deux dernières lignes du modèle (5.10) sont complètement linéaires. Il est donc aisé de faire converger a_2 et a_3 vers zéro en utilisant la commande virtuelle⁷ suivante :

$$m_3 = -K_d a_3 - K_p a_2 \quad (K_p, K_d) \in \mathcal{R}^{+2} \quad (5.11)$$

Si l'on reporte (5.11) dans (5.10) on obtient :

$$a''_2 + K_d a'_2 + K_p a_2 = 0 \quad (5.12)$$

ce qui implique que a_2 et a_3 , donc y et $\tilde{\theta}$ convergent vers zéro.

Le système est fonction de l'abscisse curviligne s . Un couple de gains (K_p, K_d) impose donc la trajectoire résultante du véhicule : le système (5.10) est exprimé en fonction de la variable s (et non en fonction du temps t comme dans (5.7)). Les gains fixent donc une *distance* de réponse et non un temps de réponse. La trajectoire suivie par le véhicule est donc indépendante de la vitesse du véhicule. D'où l'indépendance

⁶Le tracteur ne part pas perpendiculairement à la trajectoire à suivre. A vitesse nulle, le système de commande ne peut être utilisé. Il entrera en fonction au dessus d'une vitesse minimale

⁷Nous appelons commande virtuelle la commande qui contrôle le système chaîné. On n'envoie pas la commande m_3 au système réel. On envoie δ .

de la vitesse de la loi de commande. L'on obtient la loi de commande réelle en reportant (5.11) dans (5.8) et (5.9) :

$$\begin{aligned} \delta(y, \tilde{\theta}) = \arctan \left(l \left[\frac{\cos^3 \tilde{\theta}}{(1-cy)^2} \left(gy \tan \tilde{\theta} \right. \right. \right. \\ \left. \left. - K_d (1-cy) \tan \tilde{\theta} - K_p y \right. \right. \\ \left. \left. + c (1-cy) \tan^2 \tilde{\theta} \right) + \frac{c \cos \tilde{\theta}}{1-cy} \right] \right) \end{aligned} \quad (5.13)$$

La commande réelle ainsi obtenue $\delta(y, \tilde{\theta})$ n'est pas bornée. Elle peut donc entraîner une saturation des actionneurs, les vérins hydrauliques. Il est assez aisé de borner la loi de commande virtuelle m_3 à une valeur arbitraire quelconque. Dans des conditions particulières, l'on obtient alors une loi de commande réelle δ saturée. Il faut en particulier que la trajectoire de référence présente une courbure et une dérivée de courbure bornées, ce qui est par exemple le cas pour un cercle où g et c sont constants.

La stabilité théorique du système en boucle fermée est toujours assurée. En effet, le système chaîné considéré est un double intégrateur. Or il a été prouvé dans [93] que l'on peut saturer la commande d'un système double intégrateur tout en conservant la stabilité du système.

5.3.3 Commande avec intégrateur

L'intérêt pratique d'une commande avec intégrateur est d'annuler les erreurs statiques. Une telle erreur peut être causée par un offset sur l'angle des roues avant (annexe E.1).

Introduisons a_0 l'intégrale de l'écart latéral a_2 par rapport à l'abscisse curviligne. Le système (5.10) s'écrit alors :

$$\begin{cases} a_1' = 1 \\ a_0' = a_2 \\ a_2' = a_3 \\ a_3' = m_3 \end{cases} \quad \text{avec} \quad m_3 = \frac{m_2}{m_1} \quad (5.14)$$

Une commande de type :

$$m_3 = -K_d a_3 - K_p a_2 - K_i a_0 \quad (K_i, K_p, K_d) \in \mathcal{R}^3 \quad (5.15)$$

assure la convergence du système chaîné.

Notons que l'obtention de cette intégrale a_0 n'est pas immédiate : le capteur fournit en effet une information échantillonnée fonction du temps et la théorie utilise une information continue fonction de l'abscisse curviligne.

5.3.4 Le cas particulier de la ligne droite

Une application agricole classique consiste à suivre une ligne droite (citons par exemple la moisson d'un champ). La loi de commande pour le suivi de lignes courbes peut être particularisée à la ligne droite. Il suffit d'imposer $c = g = 0$. La loi de commande (5.13) devient alors :

$$\delta(y, \tilde{\theta}) = \arctan(l \cos^3 \tilde{\theta} (-K_d \tan \tilde{\theta} - K_p y)) \quad (5.16)$$

Nous saturons m_3 à une valeur K en utilisant une sigmoïde (figure 5.7), fonction de classe C^∞ $\sigma_{K,k}$ définie par :

$$\sigma_{K,k}(a) = K \frac{1 - e^{-k a}}{1 + e^{-k a}}$$

La nouvelle expression de la loi de commande saturée est :

$$\delta(y, \tilde{\theta}) = \arctan \left(K l \cos^3 \tilde{\theta} \frac{1 - e^{-k(K_d \tan \tilde{\theta} + K_p y)}}{1 + e^{-k(K_d \tan \tilde{\theta} + K_p y)}} \right) \quad (5.17)$$

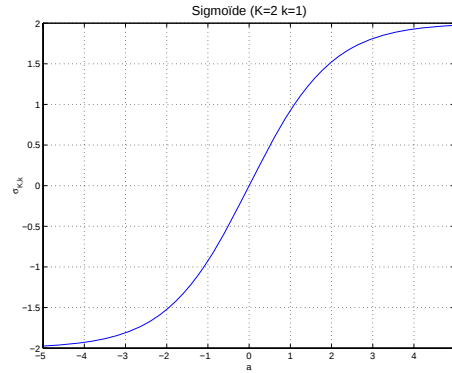


FIG. 5.7 – Exemple de fonction sigmoïde

La loi de commande est bien saturée : K doit être choisi de manière à assurer $\max_{\forall y, \forall \tilde{\theta}} |\delta(y, \tilde{\theta})| = \delta_{max}$.

Chapitre 6

Expérimentations de guidage par GPS

6.1 Adéquation capteur et application de commande

L'utilisation d'un récepteur GPS comme capteur principal dans une boucle de commande de véhicule terrestre avait déjà fait l'objet de travaux scientifiques ([75], [72]). Néanmoins, la grande dispersion des performances des récepteurs GPS nous a conduit à mener une étude comparative des différents matériels disponibles sur le marché ¹.

Parmi les différentes caractéristiques techniques d'un récepteur GPS, nous avons retenu quelques paramètres importants pour son utilisation en commande :

- le temps d'initialisation à chaud,
- la précision de la localisation en 3D.

Le temps d'initialisation à chaud est la durée nécessaire au récepteur pour se localiser après une perte de signal antenne. Dans la pratique une telle situation peut survenir :

- lors d'un passage sous un pont,
- lors d'un masquage des satellites par un bâtiment,
- lors d'un masquage des satellites par des arbres, etc.

L'on peut différencier le temps d'initialisation en statique (lorsque l'antenne GPS

¹Nous parlons des principaux matériels disponibles à l'époque de cette étude. Les résultats présentés dans les pages qui suivent sont donc moins importants que les méthodes utilisées pour les obtenir.

est immobile) et temps d'initialisation en dynamique (lorsque l'antenne GPS est mobile). Les expérimentations mesurant ces temps sont donc différentes et complémentaires.

La précision de localisation en 3D fournit un volume dans lequel la position 3D calculée par le GPS a une certaine probabilité de se trouver. Cette mesure peut aussi être effectuée en statique ou en dynamique. Seules des expérimentations quantitatives en statique ont été menées²

La notion de précision nous intéresse tout particulièrement pour nos applications. En effet, d'un point de vue du traitement du signal, elle est liée au bruit qui se superpose à la position réelle. Un ordre de grandeur de ce bruit est utile tant pour la simulation que pour la conception de filtres ou de reconstituteurs.

De telles études en statique et en dynamique sont menées dans des centres munis d'une infrastructure adaptée comme Sessyl [8]. Beaucoup plus complètes que nos approches, elle permettent l'évaluation d'autres paramètres tels que le temps de latence [13].

6.1.1 Obtention du temps d'initialisation à chaud.

En statique.

Après initialisation du récepteur en mode centimétrique, l'antenne GPS est volontairement masquée³ par un opérateur. Le récepteur ne reçoit alors plus les signaux GPS. Le masque est ensuite retiré à l'instant t_0 . La première position centimétrique est fournie par le récepteur à une date t_1 avec $t_1 > t_0$. Le temps d'initialisation à chaud vaut $t_1 - t_0$.

Sur le matériel GPS retenu (DSNP MK/SK 5002) ce temps est de l'ordre d'une trentaine de secondes.

²Les expérimentations en dynamique nécessitent l'emploi d'un capteur de référence plus précis que le GPS.

³Le masque peut être une plaque métallique. Ce peut aussi être une grille métallique dont la taille de la maille est inférieure à la longueur d'onde.

En dynamique.

Le récepteur GPS a été embarqué sur un véhicule de tourisme. L'antenne a été fixée sur la galerie du véhicule. Les tests ont été effectués sur autoroute - dans la descente de Coudes près d'Issoires. Le passage sous un pont à l'entrée de l'autoroute nous a permis de mesurer ce temps d'initialisation en dynamique.

Les ordres de grandeurs observés lors de cette campagne d'essais sont similaires, pour une large gamme de vitesses (de quelques km/h jusqu'à 60 km/h) au temps d'initialisation en statique.

6.1.2 Précision de localisation.**En statique.**

Le récepteur GPS et son antenne sont posés en un point de coordonnées connues. Les positions 3D sont enregistrées sur une durée arbitraire. Une étude statistique peut ensuite être appliquée sur ces données, fournissant, par exemple, biais et écart-type de la position. Lorsque la position n'est pas connue avec précision, l'écart-type des mesures sera le seul critère de cette précision en statique.

Le récepteur SK/MK 5002 présente un écart-type de l'ordre du centimètre dans le plan, et un écart-type légèrement supérieur selon l'axe vertical⁴.

En dynamique.

Une infrastructure spécialisée telle que Sessyl permet la qualification en dynamique d'un système de localisation. Les seuls essais que nous avons menés n'ont pas fait appel à ce type d'infrastructure. Ils reposaient sur la notion de répétabilité des mesures fournies par le GPS.

Le récepteur GPS a été embarqué à bord d'une moissonneuse-batteuse Claas Dominator. Les positions ont été enregistrées alors que le véhicule parcourait une parcelle de pente variable selon des lignes parallèles matérialisées au sol. Cette opération de parcours du champ a été effectuée sous différentes constellations. Les profils 3D

⁴Les performances sont celles de nos tous premiers essais. Depuis cette date, le logiciel embarqué à bord du récepteur GPS a évolué. La robustesse au masquage partiel s'est avérée, lors des expérimentations, bien meilleure. Mais aucun test n'a été conduit pour apprécier une éventuelle amélioration de la précision de localisation.

(constitués des points 3D où est passée l'antenne) ainsi obtenus ont été comparés entre eux. Ils diffèrent en altitude au maximum de 20 cm [24].

Localisation sur autoroute.

Le GPS centimétrique utilisé pour le guidage d'engins agricoles peut aussi permettre l'asservissement d'un véhicule de tourisme. C'est dans cette optique qu'ont été menés des essais sur des lignes de base de plusieurs kilomètres sur autoroute. Le choix de la portion dite *descente de Coudes* est justifié pour les raisons suivantes :

- les applications de guidage sur autoroute étaient envisagées,
- des configurations géographiques de type *canyon* y sont présentes,
- de nombreux virages et reliefs permettent des tests en conditions réalistes et difficiles.

Les données enregistrées lors de passages sur cette portion d'autoroute ont été comparées à un modèle numérique de terrain gracieusement fourni par la Direction Départementale de l'Équipement.

Si ces expérimentations ne conduisent pas à une évaluation quantitative du système GPS, elles permettent de juger qualitativement le système. L'on peut constater sur les figure 6.1 et 6.2 que les trajectoires enregistrées avec le matériel SK/MK 5002 demeurent sur la portion d'autoroute, tant à l'aller qu'au retour⁵.

Au delà du choix du matériel GPS, ces tests ont permis d'acquérir un ensemble important de données GPS *réalistes* couvrant l'ensemble de nos applications potentielles.

Ces données ont bien souvent été à l'origine des orientations scientifiques que nous avons choisies. Elles se sont aussi avérées précieuses lors des phases de simulation.

6.2 Utilisation du GPS dans une boucle d'asservissement.

Les lois de commande proposées dans ce manuscrit nécessitent :

- l'écart latéral du point de contrôle par rapport à la référence,

⁵Durant la totalité des expérimentations sous différentes constellations le système DSNP SK/MK 5002 a fourni des positions centimétriques.

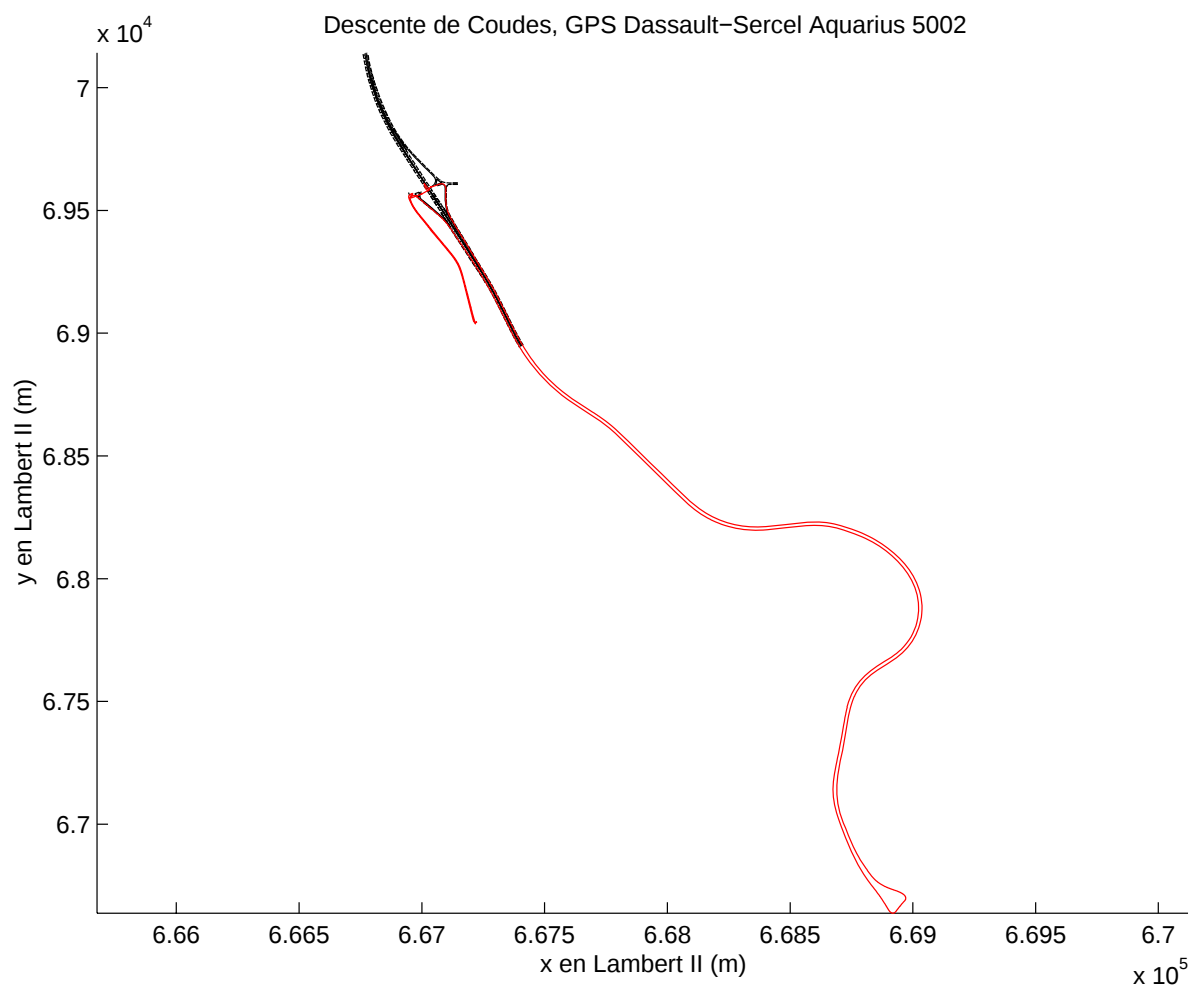


FIG. 6.1 – Aller et retour sur autoroute

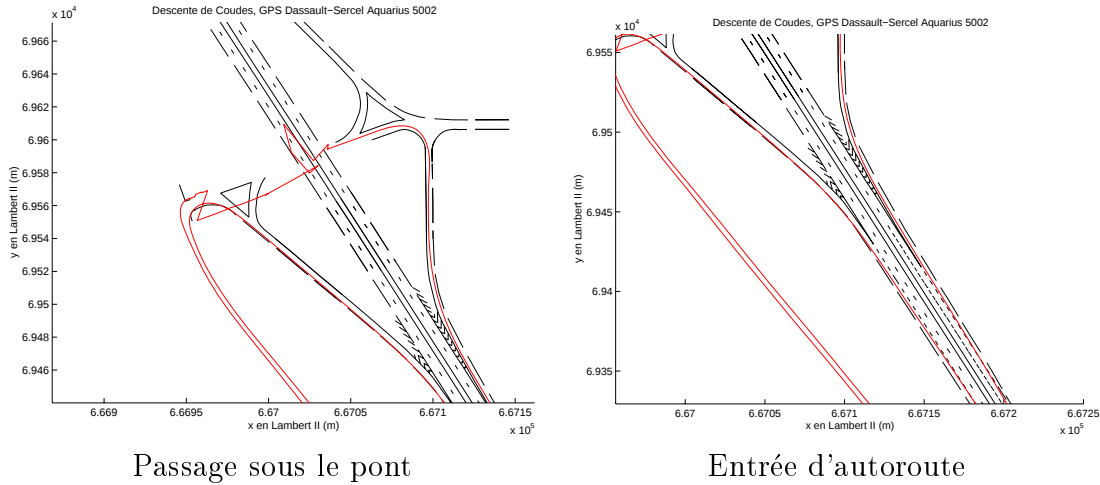


FIG. 6.2 – Zoom sur autoroute

- l'écart d'orientation entre le véhicule et la référence.

Si la première information ne pose aucun problème dans son obtention sur un monde plan horizontal, la seconde a retenu notre attention. Nous présentons tout d'abord quelques approches classiquement employées dans le monde du guidage de véhicules par GPS. Puis nous introduirons les solutions que nous avons proposées, et terminerons par la plus efficace sur le terrain.

6.2.1 Solutions classiques d'obtention de l'orientation.

Les solutions proposées et expérimentées lors du guidage de véhicules terrestres par GPS peuvent se classer en deux grandes catégories :

- les solutions *tout GPS*,
- les solutions avec d'autres capteurs.

Solutions *tout GPS*.

Le système se compose au minimum de deux antennes GPS. Ces deux antennes permettent au système de déterminer deux angles, par exemple le cap (ou lacet) et le roulis. Trois antennes permettent la détermination de l'attitude du véhicule (roulis, tangage et lacet). Des systèmes commerciaux, fournissant en temps réel ces trois informations, sont disponibles et permettent de résoudre élégamment le problème de l'estimation de cap [59].

Cette solution a été en particulier utilisée dans [75] dans le cadre du guidage d'un tracteur agricole.

Mentionnons que le coût d'un tel système - prohibitif à l'époque de nos travaux - a motivé la recherche d'une autre solution.

Solutions à base de gyroscopes.

Une autre solution, souvent mentionnée et appliquée, repose sur l'utilisation de capteurs d'orientation⁶ comme le gyroscope. De tels capteurs se trouvent dans les systèmes de navigation inertielle (Inertial Navigation Systems ou INS) qui fournissent, entre autres, la mesure de cap [73]. Ces capteurs sont parfois employés simultanément avec un capteur GPS [82].

La mesure de cap ainsi obtenue a été utilisée pour le guidage d'engins par GPS notamment dans ([10], [11], [72], [47]).

Très coûteux lorsqu'ils sont précis⁷, ces capteurs n'ont pas été envisagés dans le cadre de nos applications.

6.2.2 Approche par un unique capteur GPS.

Formulons de manière concise le problème que nous devons résoudre : il s'agissait "d'obtenir une estimation du cap du véhicule afin de pouvoir implanter les lois de commande proposées".

Nous disposons d'un unique capteur extéroceptif : le GPS. Nous connaissons le véhicule agricole sur lequel ce capteur est embarqué. Nous disposons donc, à première vue, uniquement de l'écart latéral.

Le problème ainsi formulé ressemble à un classique problème de reconstruction. Il s'agit, dans ce cas précis, de reconstruire le vecteur d'état du véhicule $\mathbf{X} = (s, y, \tilde{\theta})^T$ à partir des mesures de l'écart latéral. Ceci nous conduit à la première solution.

⁶Il peut s'agir d'un capteur fournissant l'orientation ou la vitesse de rotation. Dans ce dernier cas, l'orientation est obtenue après intégration.

⁷La dérive d'un gyroscope est liée au temps.

Reconstruction de l'orientation.

Les hypothèses simplificatrices suivantes sont à la base de notre première approche :

- le modèle cinématique du véhicule est le linéarisé tangent du modèle non linéaire (5.6),
- le seul cas considéré dans cette partie est le suivi de lignes droites (ce qui implique $c = 0$)
- la vitesse v du véhicule est supposée constante.

L'objectif de ces travaux était de valider cette solution de manière expérimentale. En particulier, nous tenions à bien cerner les limites de l'approche, d'où ces conditions de travail non génériques⁸.

Un reconstituteur d'état par filtrage de Kalman basé sur le modèle cinématique du véhicule a été utilisé. Un nouveau vecteur d'état du véhicule $\mathbf{X} = (y, \tilde{\theta})^T$ est ainsi reconstruit à chaque itération de l'algorithme à partir de la seule information d'écart latéral y (l'information s n'est pas intéressante dans ce cas). Pour cela, le modèle continu (6.1) de la moissonneuse-batteuse :

$$\begin{cases} \dot{y} &= v \sin \tilde{\theta} \\ \dot{\tilde{\theta}} &= -v \frac{\tan \delta}{l} \end{cases} \quad (6.1)$$

a été linéarisé puis échantillonné pour obtenir le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{k+1} &= A_d \mathbf{X}_k + B_d \delta_k + v_k \\ y_k &= C \mathbf{X}_k + w_k \end{cases} \quad (6.2)$$

avec :

$$A_d = \begin{pmatrix} 1 & vT \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B_d = \begin{pmatrix} \frac{-v^2 T^2}{2l} & \frac{-vT}{l} \end{pmatrix}^T \text{ et } C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

T est la période d'échantillonnage, v_k le bruit d'état et w_k le bruit de mesure.

Le bruit d'état étant difficile à mesurer, nous avons assimilé le bruit d'état à un bruit de commande : $B_d \delta_k + v_k = B_d (\delta_k + v_k^*)$ avec v_k^* bruit de commande. En utilisant le reconstituteur de Kalman [74] :

⁸Il aurait été en effet peu efficace de proposer une méthode théorique généralisée à des courbes quelconques et à des vitesses quelconques, pour découvrir lors des expérimentations qu'elle s'appliquait mal.

$$\begin{cases} \overline{\mathbf{X}}_{k+1} &= A_d \widehat{\mathbf{X}}_k + B_d \delta_k \\ \widehat{\mathbf{X}}_{k+1} &= \overline{\mathbf{X}}_{k+1} + \mathbf{L}(y_{k+1} - C\overline{\mathbf{X}}_{k+1}) \end{cases} \quad (6.3)$$

l'on obtient une estimation $\widehat{\mathbf{X}}$ du vecteur $\mathbf{X}$. Le vecteur $\mathbf{L}$ a été calculé pour une vitesse $v = 8km/h$, en supposant connus les bruits d'état et de mesure. Ces deux bruits sont supposés avoir une distribution gaussienne.

Les résultats obtenus par cette méthode ont été expérimentés sur la moissonneuse-batteuse. L'orientation estimée permet à l'ensemble du système bouclé de converger. Le plus gros défaut de cette méthode est l'absence de prise en compte d'un éventuel biais sur l'écart latéral. Celui-ci se traduit par un biais sur l'orientation et le système bouclé ne converge plus vers la référence désirée.

Nous retiendrons néanmoins que cette méthode permet une prise en compte aisée du bruit du capteur.

Nous avons alors reconsidéré la formulation du problème. En particulier, connaissant le véhicule à asservir, nous disposons de son modèle cinématique. Une des hypothèses ayant conduit à ce modèle était : le vecteur vitesse est porté par le corps du véhicule. Or le système GPS fournit l'information vecteur vitesse. Ce qui nous a conduit à proposer l'approche suivante :

Estimation de l'orientation par les vitesses.

Le principe retenu est le suivant : le vecteur vitesse calculé par le GPS est supposé parallèle au corps du véhicule (hypothèse de modélisation). L'orientation θ est calculée par la fonction trigonométrique inverse $\arctan$ ⁹.

Des essais de qualification de cette méthode ont été conduits sur moissonneuse-batteuse. Le processus suivi est le suivant :

- le conducteur suit une ligne droite matérialisée au sol,
- le batteur de la moissonneuse est en marche,
- le système informatique embarqué enregistre les données GPS et estime l'orientation.

L'orientation de la référence au sol étant parfaitement connue, il est possible de calculer le biais et l'écart type de cet estimateur à différentes vitesses. Le tableau

⁹Dans la pratique, nous utilisons la fonction `C atan2` retournant un angle dans les quatre quadrants.

ci-dessous (6.1) rapporte les résultats obtenus pour quatre vitesses, de 2,5 à 9,3 km/h. L'on peut noter que cet estimateur ne présente aucun biais¹⁰. De plus, l'écart-type des orientations décroît avec la vitesse¹¹. La figure (6.3) ci-dessous présente

vitesse ($km.h^{-1}$)	2.5	5.2	7.3	9.3
μ_ϕ (<i>degres</i>)	0.13	-0.25	-0.14	0.15
σ_ϕ (<i>degres</i>)	3.3	1.6	1.1	1.1

TAB. 6.1 – Mesures de l'estimateur d'orientation basé sur les vitesses (en boucle ouverte)

un exemple d'orientation ainsi estimée. L'on constate que cette dernière est assez bruitée. Afin d'améliorer ce dernier point, nous avons proposé et expérimenté la méthode présentée ci-dessous.

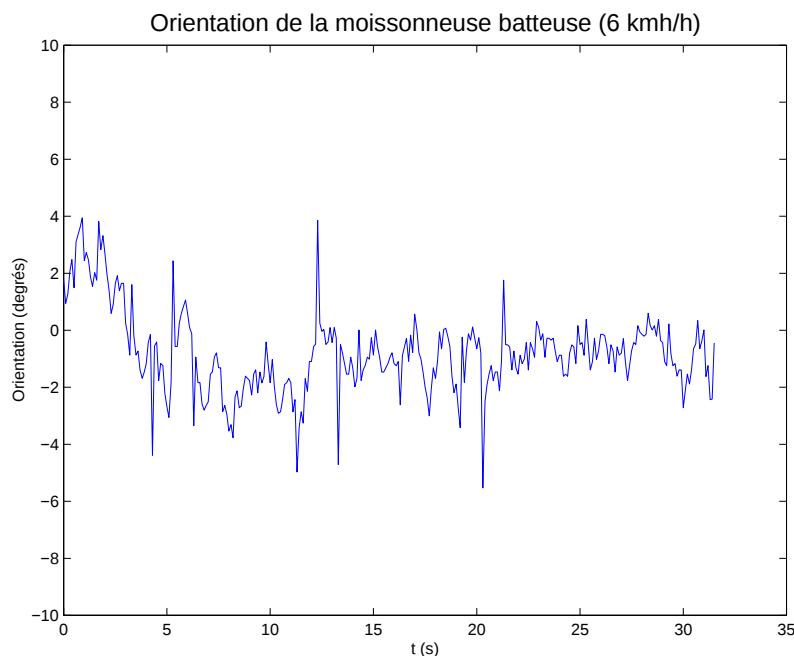


FIG. 6.3 – Orientation estimée par GPS sur moissonneuse batteuse.

¹⁰Cela s'explique par le fait qu'un biais sur la position disparaît dans le terme vitesse.

¹¹Une explication qualitative suit : à bruit constant sur les positions, l'erreur sur l'angle croît lorsque les positions se rapprochent. Elles se rapprochent d'autant plus que la vitesse décroît. Donc l'estimateur est plus bruité à faible vitesse.

Filtrage de Kalman de l'orientation estimée par les vitesses.

L'objectif était de réduire le bruit de l'orientation obtenue par les vitesses. Un filtre numérique passe-bas de fréquence de coupure judicieusement choisie aurait pu résoudre ce problème. Mais il n'aurait alors pris en compte :

- ni le modèle cinématique du véhicule,
- ni la commande δ .

Or nous disposons d'une relation entre la dérivée de l'orientation par rapport au temps et la commande. D'après l'équation (5.4) on a pour le tracteur :

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{l} \tan \delta$$

soit, en échantillonné :

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \frac{v}{l} \tan \delta_k T$$

qui est de la forme :

$$\theta_{k+1} = A\theta_k + Bu_k \tag{6.4}$$

avec : $A = 1$ $B = \frac{T}{l}$ et $u_k = v \tan \delta_k$ On supposera u_k constante sur une période d'échantillonnage T .

En appliquant un filtrage de Kalman similaire à (6.3) au système (6.4), l'on estime $\hat{\theta}_{k+1}$ en tenant compte du bruit de θ et du modèle. L'amélioration est sensible. En particulier les brusques changements d'orientation sont atténués (propriété de filtrage passe-bas) et les changements rapides d'orientation dus à la commande sont pris en compte.

6.3 Estimation et prise en compte de la pente

Considérons le cas du guidage d'un tracteur par GPS (Global Positioning System). La loi de commande d'un tel robot mobile a été précédemment développée dans le cadre du monde plan horizontal. Elle repose sur un modèle géométrique du robot, et sur les hypothèses de roulement pur sans glissement et de corps rigide. Nous avons considéré le guidage du point O , appelé point de contrôle, situé au milieu de l'essieu arrière.

L'objectif de ces paragraphes est de proposer une méthode d'estimation de la pente du terrain, et donc du roulis du tracteur. Cela permet de calculer la position réelle du point de contrôle O , et donc d'utiliser en dévers les résultats présentés sous l'hypothèse du monde plan horizontal.

6.3.1 Influence de la pente sur les mesures

Dans la pratique, le seul capteur extéroceptif utilisé est un récepteur GPS différentiel à précision centimétrique (CP-DGPS). Situé à la verticale du point de contrôle (figure 6.4), il fournit, dans l'hypothèse du monde plan horizontal, l'information position en deux dimensions de ce point de contrôle.

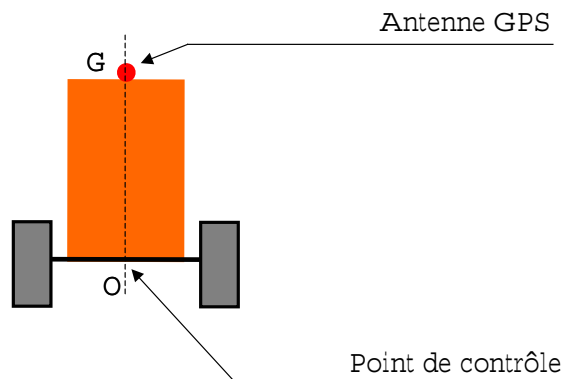


FIG. 6.4 – Monde plan horizontal

Des considérations géométriques simples illustrent une conséquence de la mise en défaut de l'hypothèse du monde plan (figure 6.5).

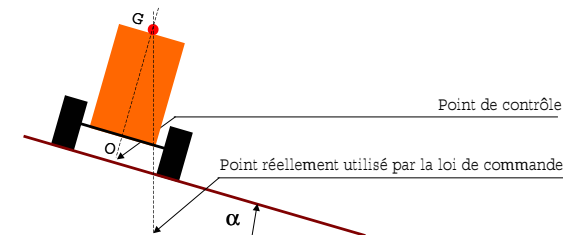


FIG. 6.5 – Monde incliné

Soit un terrain en pente de pente α (figure 6.6). Soit un tracteur de hauteur $h = OG$. L'erreur commise si l'on néglige la pente est de :

$$erreur = h \cdot \tan(\alpha)$$

Application numérique :

$$h = 3m$$

$$\alpha = 7^\circ$$

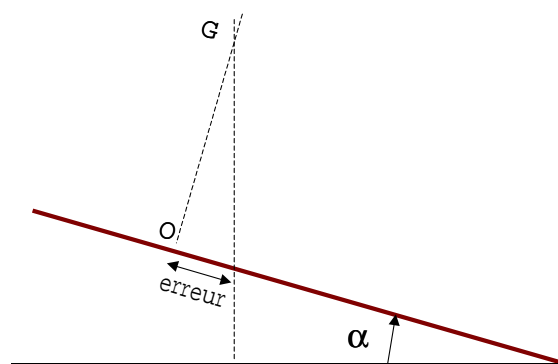


FIG. 6.6 – Erreur sur le monde incliné

$$erreur = 36cm$$

Le capteur fournit donc à la loi de commande une mesure biaisée. Le système en boucle fermée ne converge plus vers la position désirée.

Le problème peut se résumer ainsi : à partir des coordonnées en trois dimensions (3D) du point G (antenne GPS), calculer la position du point de contrôle O du tracteur.

Une autre formulation reviendrait à écrire : à partir des coordonnées en trois dimensions du point G (antenne GPS), calculer l'erreur latérale par rapport à la consigne.

On notera que cette deuxième formulation fait intervenir la notion de référence.

6.3.2 Méthode classique d'estimation de la pente

L'approche classique pour résoudre ce problème consiste à mesurer l'attitude complète du véhicule (roulis, tangage et lacet). Le lien rigide existant entre l'antenne GPS et le point de contrôle permet de reconstruire la position du point de contrôle à partir de la position de l'antenne. Les informations nécessaires sont :

- la position en 3D de l'antenne GPS
- l'attitude du tracteur

La position peut être fournie par le récepteur GPS. L'attitude peut être mesurée grâce à un système GPS attitude (avec trois antennes), grâce à une centrale inertielle... Cette méthode a l'avantage d'être générique. Elle peut s'appliquer à de nombreux robots mobiles et supporter des conditions d'utilisations diverses (grands angles...).

En réduisant ces conditions d'utilisations au cas d'un tracteur sur un champ, nous proposons une approche plus simple.

6.3.3 Notre approche basée sur un seul capteur GPS

Nous avons tenté de résoudre le problème du guidage d'engins agricoles sur monde plan horizontal avec un seul récepteur GPS. D'où notre approche originale basée sur un estimateur d'orientation. Nous allons tenter de conserver ce même capteur pour estimer la pente.

Hypothèses de travail

Les hypothèses suivantes constituent la base de notre approche :

- le monde peut être localement assimilé à un plan incliné,
- les coordonnées d'un premier passage (trace mère par exemple) sont disponibles,
- toutes les autres hypothèses de modélisation du véhicule sont conservées.

On notera une conséquence de la première hypothèse : la pente demeure constante. Soulignons aussi que l'hypothèse de roulement sans glissement risque de ne plus être vérifiée dans la pratique (le tracteur avançant par exemple en crabe...).

Idée générale

Le système doit estimer la position du point de contrôle O à partir :

- de la position du point G
- de l'attitude de l'engin

La position de G est fournie par le GPS. Il ne reste donc plus qu'à déterminer l'attitude du véhicule. Elle sera estimée à partir du point G courant et de deux autres positions antenne appartenant au passage précédent.

Formalisation du problème

Nous mentionnons ici les notations utilisées par la suite (figure 6.7) :

- ref_A : le repère absolu
- ref_G : le repère mobile (lié au tracteur)
- G : position de l'antenne GPS
- O : position du point de contrôle
- A : origine du repère absolu

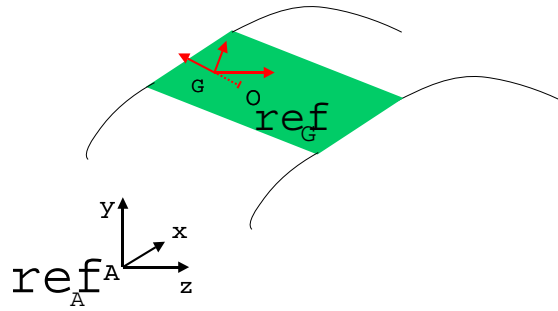


FIG. 6.7 – Repères et points considérés

Le problème consiste à exprimer les coordonnées du point de contrôle O soit à déterminer $\overrightarrow{AO}_{ref_A}$ à partir des données existantes.

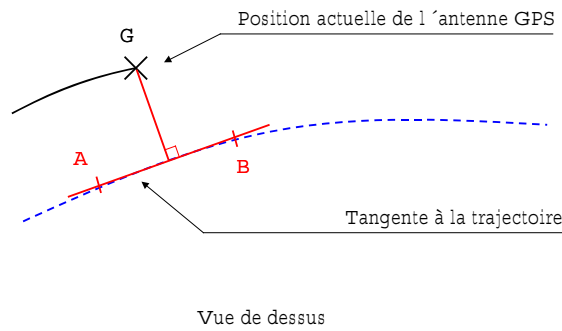


FIG. 6.8 – Ligne droite locale

La trajectoire de l'antenne lors du passage précédent est représentée en pointillés sur la figure 6.8. La position courante G de l'antenne est symbolisée par la croix. Deux points A et B , appartenant à la trajectoire précédente, sont sélectionnés. Ces trois points G , A et B nous permettront de calculer une matrice de rotation R_{AG} reliant repère absolu et repère mobile (figure 6.9). Soit R_{AG} la matrice de rotation telle que :

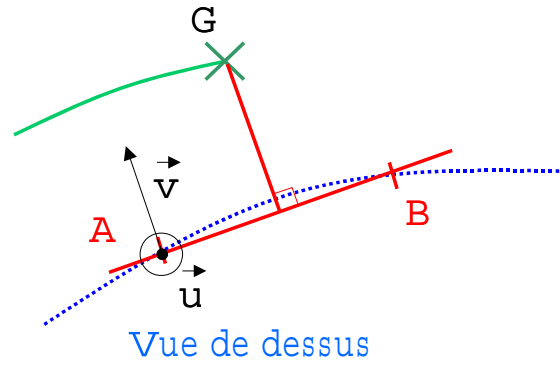
$$\mathbf{u}|_A = R_{AG}\mathbf{u}|_G$$

On a :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AO}|_A &= \overrightarrow{AG}|_A + \overrightarrow{GO}|_A \\ \overrightarrow{AO}|_A &= \overrightarrow{AG}|_A + R_{AG}\overrightarrow{GO}|_G\end{aligned}$$

Avec :

- $\overrightarrow{AG}|_A$: position de l'antenne GPS dans le repère absolu
- $\overrightarrow{GO}|_G = (0, hauteur, 0)^t$: hauteur de l'antenne par rapport au point de contrôle

FIG. 6.9 – Vecteurs de la matrice de rotation R

Calcul de la matrice de rotation

Nous définissons deux vecteurs :

$$\mathbf{u} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AG}$$

et

$$\mathbf{v} = \overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{AB}$$

La matrice de rotation R se calcule aisément grâce à :

$$R = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{pmatrix}.$$

avec :

$$\vec{i} = \vec{v} \frac{1}{\|\vec{v}\|} \quad \vec{j} = \vec{u} \frac{1}{\|\vec{u}\|} \quad \vec{k} = \overrightarrow{AB} \frac{1}{\|\overrightarrow{AB}\|}$$

Elaboration d'une nouvelle référence

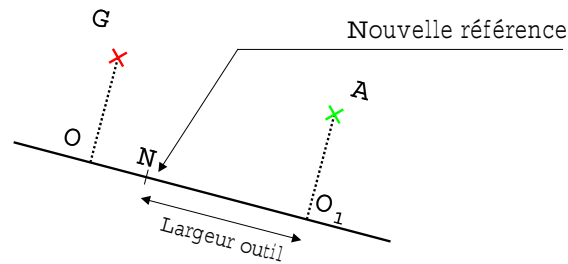


FIG. 6.10 – Nouvelle référence

Connaissant la largeur de l'outil, il est possible de calculer les coordonnées de la nouvelle référence R (figure 6.10) :

$$\overrightarrow{O_1R}|_A = \vec{i} \text{largeurOutil}$$

$$\overrightarrow{AR}|_A = \overrightarrow{AA}|_A + \overrightarrow{AO_1}|_A + \overrightarrow{O_1R}|_A$$

Soit :

$$\overrightarrow{AR}|_A = \overrightarrow{AA}|_A + \overrightarrow{GO}|_A + \vec{i} \text{largeurOutil}$$

6.4 Description du matériel

6.4.1 La moissonneuse batteuse

La moissonneuse batteuse CLAAS Dominator (figure 6.11) utilisée en début de thèse avait été équipée pour des expériences en contrôle latéral, en particulier par Christophe Debain ([32], [31]). La direction électro hydraulique se commandait par le biais de messages propriétaires sur une liaison RS232. Il s'agissait d'un asservissement de l'angle de braquage des roues arrières, ce qui était conforme à nos lois de commande en δ .



FIG. 6.11 – Moissonneuse batteuse guidée par GPS

L'antenne du système GPS embarqué DSNP 5002 SK/MK se trouve à la verticale du milieu de l'essieu avant, le point de contrôle théorique. L'antenne est fixée sur le toit de la cabine. Le récepteur GPS transmet sur un port RS232 à la fréquence de 10 Hz des trames configurables contenant la position, la vitesse ainsi que d'autres

paramètres utiles à l'exploitation et à la validation des expérimentations. Le haut débit (115 kbauds) utilisé ainsi que la faible taille des trames permet de négliger le retard associé au transfert de ces données. Le temps de latence du GPS (très faible selon le constructeur) est lui aussi négligé.

Les positions et vitesses GPS sont utilisées par le calculateur dédié au contrôle. Il s'agit d'un ordinateur compatible PC portable basé sur un Pentium 166 MHz MMX¹² fonctionnant sous DOS. Le logiciel de guidage effectue les tâches suivantes :

- réception et décodage des trames GPS,
- conversion du repère WGS84 vers le repère français Lambert II,
- calcul de l'écart latéral par rapport à la référence,
- calcul de l'erreur d'orientation par rapport à la référence,
- élaboration de la commande δ ,
- émission de la commande sur le port RS232,
- archivage des données.

Ecrit en langage Pascal, ce programme s'exécute en temps réel et a été utilisé durant la totalité des expérimentations sur moissonneuse batteuse.

6.4.2 Le tracteur RENAULT Agriculture

Le tracteur ARES 640 (figure 6.12) de RENAULT Agriculture a été mis à disposition du Cemagref dans le cadre d'un contrat de recherche entre ces deux entités [17].



FIG. 6.12 – Tracteur ARES 640 guidé par GPS

¹²Le parallélisme de données MMX n'est pas employé dans cette application.

Il s'agissait d'un tracteur de série, il ne disposait donc pas d'un système de pilotage électronique de la direction. Après modification du système hydraulique de ce tracteur par Christophe Cariou et l'équipe technique du Cémagref de Montoldre, nous avons développé un asservissement de l'angle de braquage. Basé sur un microcontrôleur compatible avec le 8051¹³, ce système embarqué reçoit les consignes d'angle de braquage sur la liaison RS232 et asservit l'angle de braquage des roues avant.

L'antenne du système GPS se situe à la verticale du point de contrôle du tracteur, sur le toit de la cabine du tracteur. Le système informatique se compose d'une unité centrale de PC embarqué (Pentium II 300 MHz fonctionnant avec Windows 95) et d'un écran plat déporté.

Le logiciel, développé pour une large part en langage C++, se compose des trois modules principaux :

- un module de réception et de traitement des données GPS,
- un module d'élaboration de la commande,
- une interface homme machine.

Ce programme s'exécute en temps réel et contrôle le tracteur le long de courbes enregistrées ou calculées¹⁴. Simultanément, il affiche la trajectoire suivie par le véhicule. Tout comme son prédécesseur pour la moissonneuse batteuse, le programme archive les données à des fins d'exploitation et de validation.

6.5 Réponse à l'échelon

La réponse à l'échelon est un test classique en automatique. Nous l'avons mise en oeuvre afin de valider le système bouclé sur les deux véhicules expérimentaux.

L'échelon considéré (figure 6.13) est un échelon géographique¹⁵. Il se compose de deux demi-droites parallèles séparées de deux mètres.

Les expérimentations ont été effectuées avec les conditions suivantes :

- l'état du véhicule (écart latéral, erreur d'orientation) est assez proche de $(0, 0)^t$
- la vitesse du véhicule est constante, par exemple 6 ou 8 km/h

¹³Il s'agit d'un microcontrôleur 80C552 fabriqué par Philips et possédant un coeur compatible avec le 8051 d'Intel.

¹⁴Une courbe calculée est par exemple déduite d'une référence enregistrée en tenant compte de la largeur de l'outil.

¹⁵Il ne s'agit donc pas d'un échelon temporel.

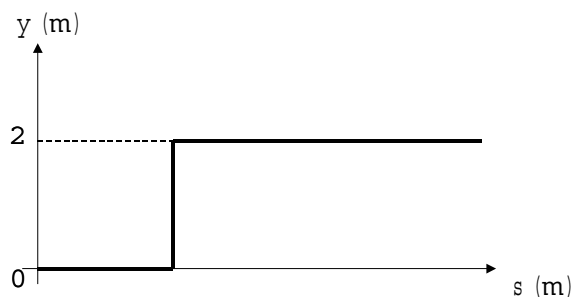


FIG. 6.13 – Echelon géographique

- le système de guidage asservit l'engin sur la première demi-droite, puis sur la seconde demi-droite.

La trajectoire de l'antenne GPS enregistrée lors de ces expérimentations fournit une estimation de la position du point de contrôle O^{16} .

6.5.1 Réponse à l'échelon de la moissonneuse batteuse

Le batteur de la moissonneuse fonctionne durant toutes les expérimentations. Deux estimateurs d'orientation ont été utilisés : celui reposant sur les vitesses, et le reconstruteur par filtrage de Kalman.

Les courbes de l'écart latéral sont similaires (figure 6.14). L'orientation estimée par les vitesses (figure 6.15) est beaucoup plus bruitée que celle reconstruite, ainsi que nous l'avons mentionné en 6.2.2. La commande calculée à partir de l'orientation reconstruite est aussi moins bruitée (figure 6.16). Elle sollicite donc moins les actionneurs de l'engin agricole.

Enfin, l'écart type sur y est inférieur à 3cm ($\sigma_{GPS} = 2.8cm$ et $\sigma_{Kalman} = 2.7cm$) et le biais est nul.

6.5.2 Réponse à l'échelon du tracteur

Les expérimentations ont été menées dans les mêmes conditions (figure 6.17). L'on constate une forte similitude entre la réponse théorique et la réponse réelle du système bouclé. Le biais mesuré est nul et l'écart type de 2.7cm.

¹⁶Les erreurs engendrées par le roulis, les oscillations du véhicule, viennent perturber les mesures.

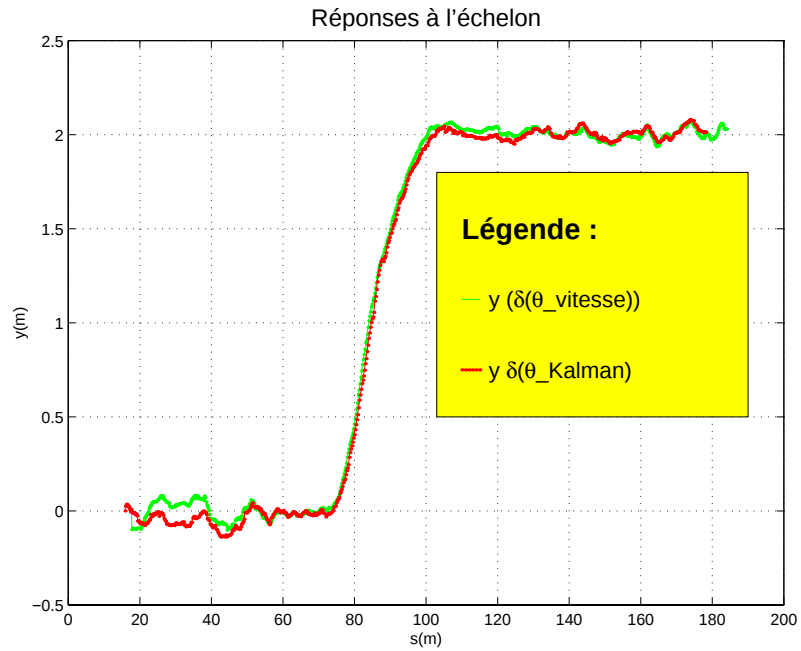


FIG. 6.14 – Réponse à l'échelon de la moissonneuse batteuse

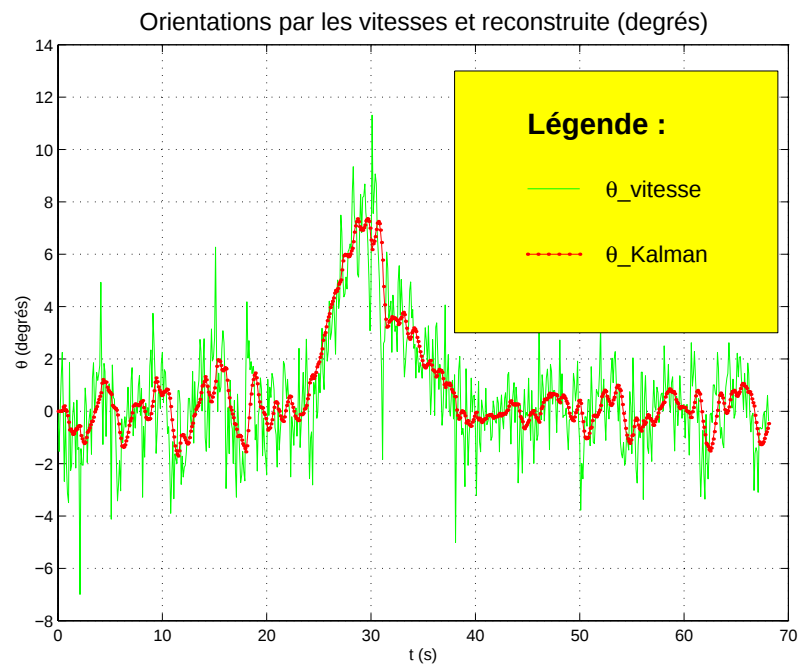


FIG. 6.15 – Orientations de la moissonneuse batteuse

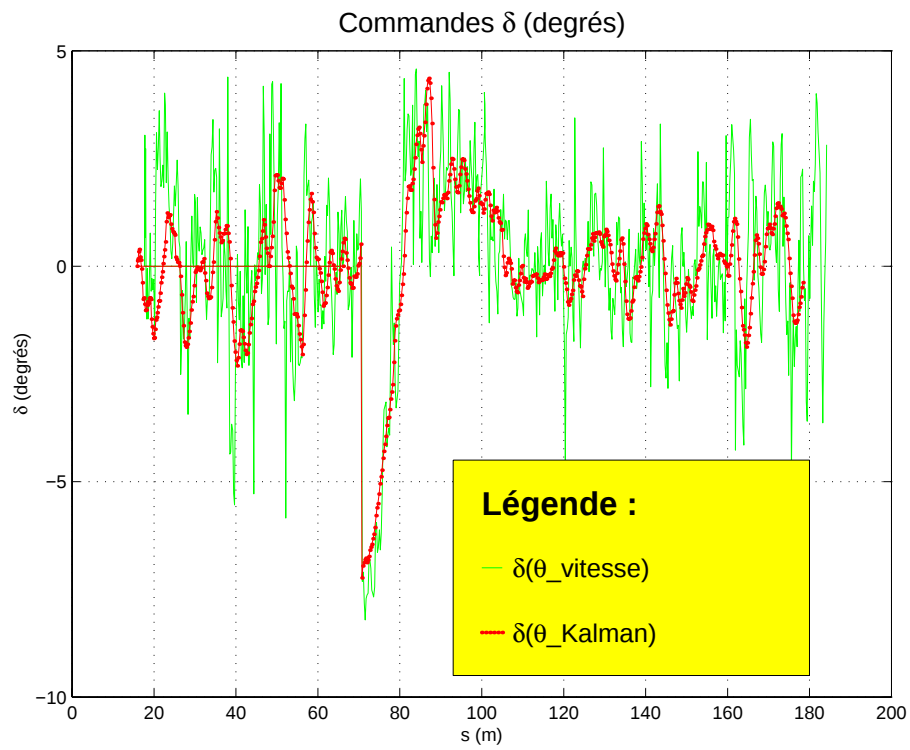


FIG. 6.16 – Commandes de la moissonneuse batteuse

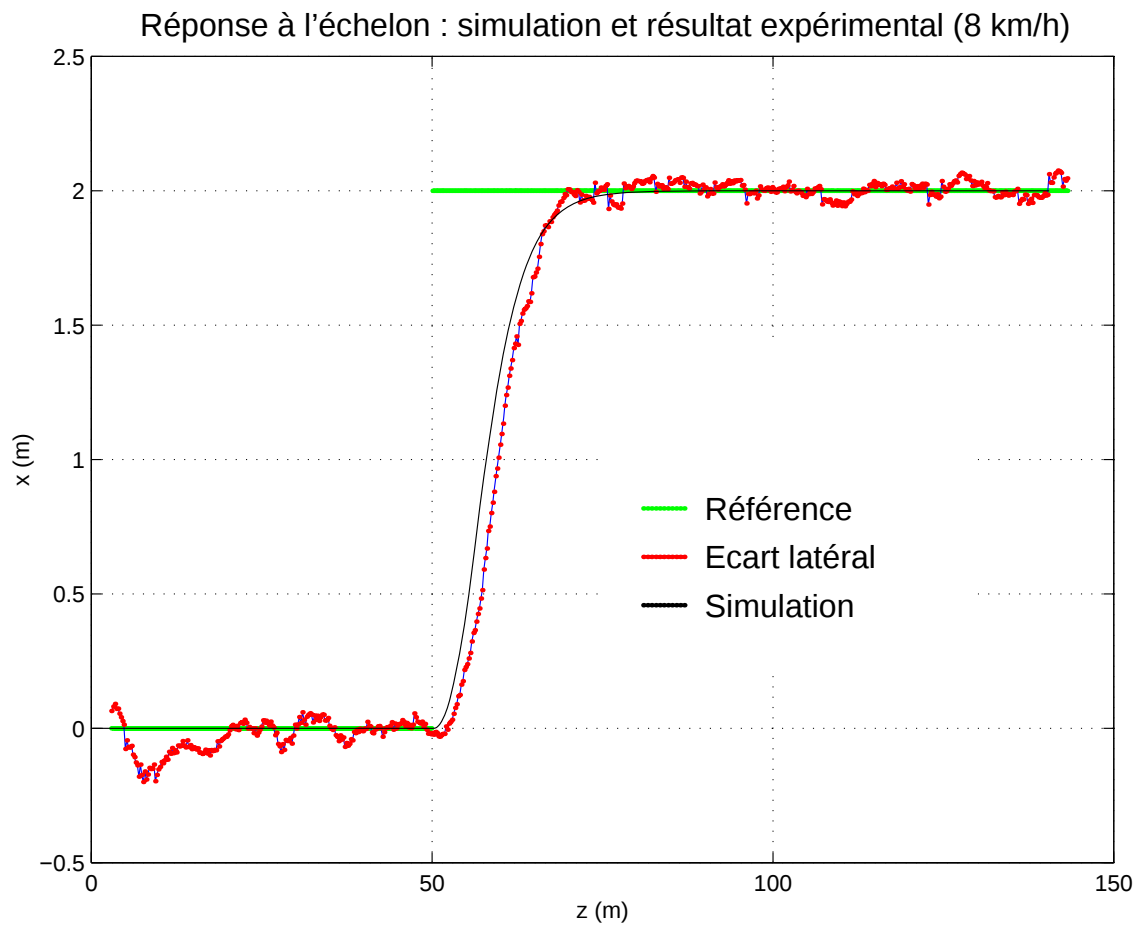


FIG. 6.17 – Réponse à l'échelon du tracteur

6.6 Indépendance de la vitesse

Les tests montrant l'indépendance de la vitesse sont obtenus en réalisant différentes réponses au même échelon géographique à différentes vitesses. L'estimateur d'orientation utilisé pour toutes les expérimentations est celui basé sur les vitesses. Les conditions expérimentales demeurent les mêmes que celles fixées pour la réponse à l'échelon.

L'on vérifie sur la figure (6.18) que les trajectoires suivies par la moissonneuse batteuse sont similaires pour des vitesses de 4, 8 et 16 km/h.

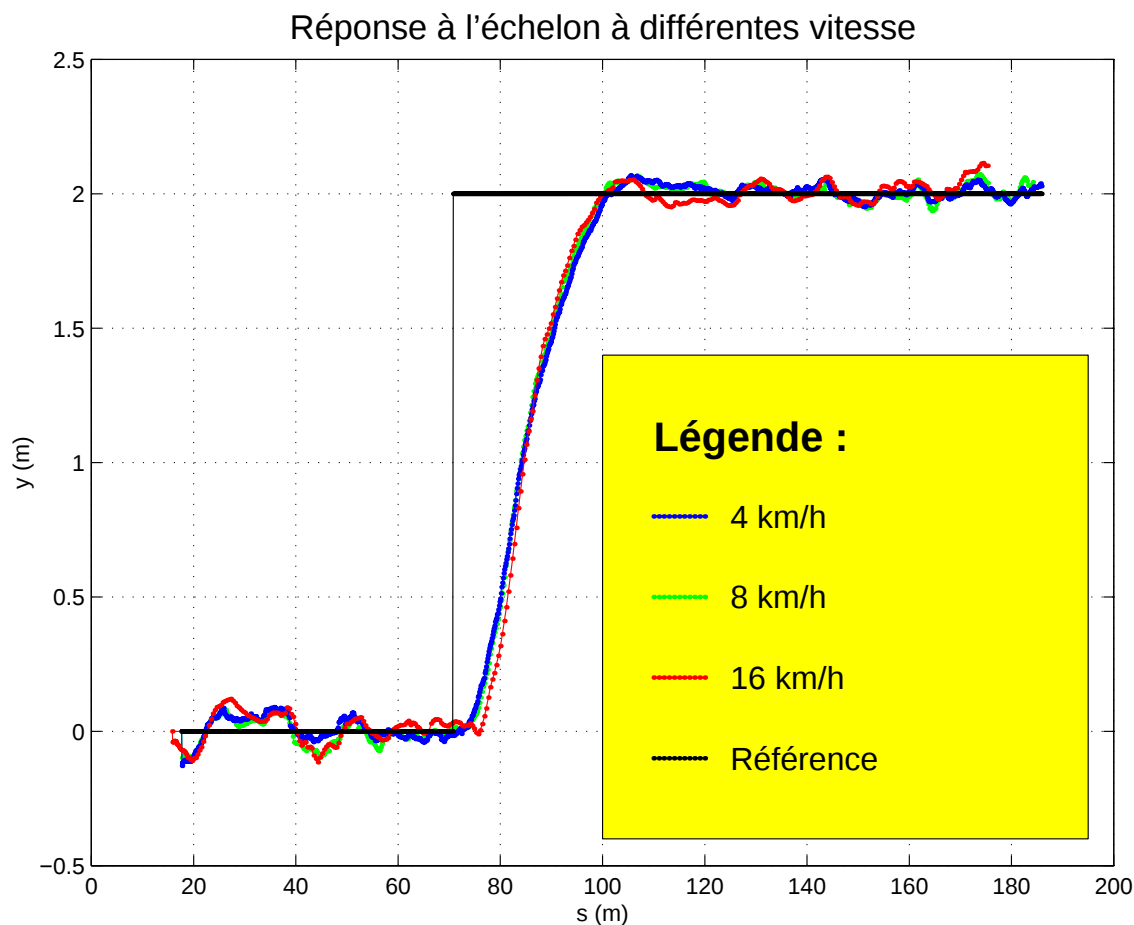


FIG. 6.18 – Indépendance de la vitesse du système bouclé sur moissonneuse batteuse

Des expériences similaires ont été menées sur le tracteur avec, en plus, une vitesse variable (figure 6.19, partie inférieure) durant l'expérience. Les courbes de l'écart

latéral (figure 6.19, partie supérieure) obtenues expérimentalement se superposent bien, comme le laissait supposer la théorie. Les performances obtenues en écart latéral demeurent dans la même plage : $\mu_4 = 0\text{cm}$, $\mu_8 = 2.7\text{cm}$, $\mu_{4 \rightarrow 8} = 2.0\text{cm}$ et $\sigma_4 = 3.1\text{cm}$, $\sigma_8 = 1.8\text{cm}$, $\sigma_{4 \rightarrow 8} = 3.0\text{cm}$.

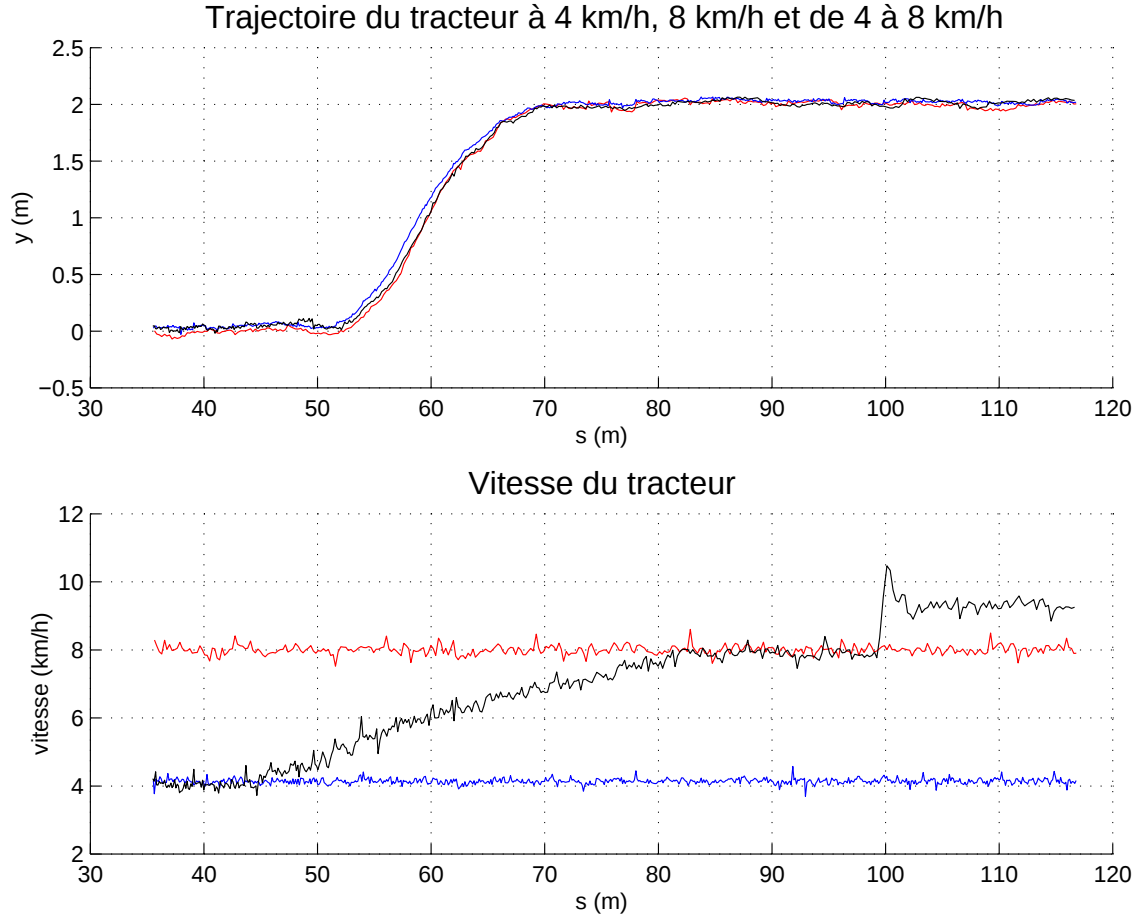


FIG. 6.19 – Indépendance de la vitesse du système bouclé sur tracteur

6.7 Suivi de lignes courbes

Le suivi de lignes courbes a été testé sur le tracteur uniquement. Trois séries d'expérimentations utilisant la loi généralisée aux courbes ont été menées. La première concernait le suivi de courbes presque droites en champ, lors d'une opération de semi d'orge. La seconde concernait le suivi de courbes presque droites

en conditions de devers. La troisième démontrait la qualité du suivi de trajectoires à forte courbure sur un champ assez horizontal.

6.7.1 Suivi de lignes presque droites : opération de semis d'orge

Le tracteur était équipé d'un semoir et d'une herse rotative. La trajectoire de référence a été enregistrée alors que le conducteur conduisait le tracteur. Les passages successifs ont été effectués en guidage automatique. La figure 6.20 montre les trajectoires ainsi obtenues. La figure 6.21 présente l'écart latéral du système asservi lors de cette opération de semis d'orge en champ.

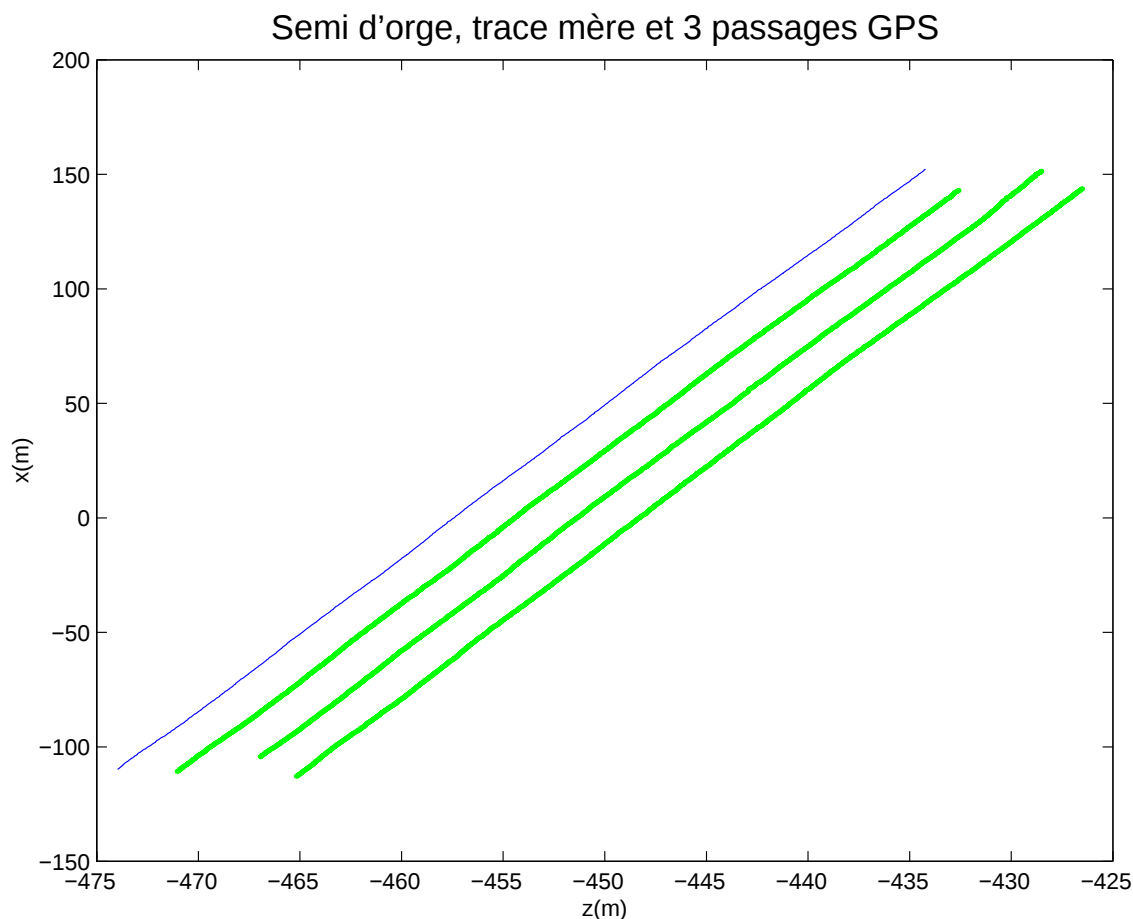


FIG. 6.20 – Trace mère et trajectoires suivies lors du semis d'orge

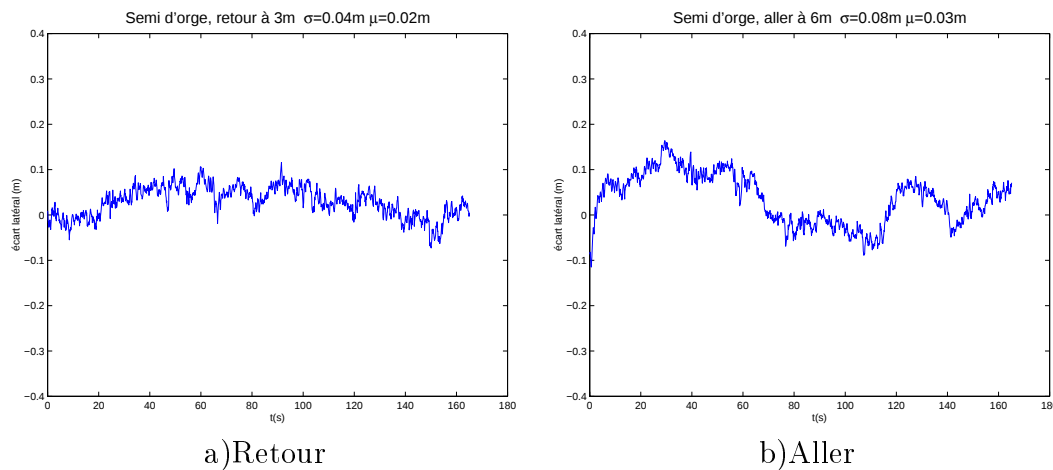


FIG. 6.21 – Ecart latéral lors du semis d'orge

Mentionnons que le travail effectué par notre système se compare favorablement à celui réalisé par un conducteur expérimenté : les écart types sont similaires (de 3 à 8 cm selon les passages, et environ 4 cm pour le conducteur expérimenté).

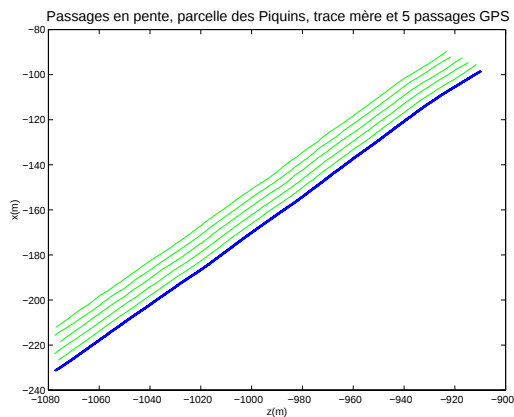
6.7.2 Suivi de lignes presque droites en pente

Les essais effectués sur la parcelle des Piquins avaient pour objectif de tester le système avec la compensation de la pente.

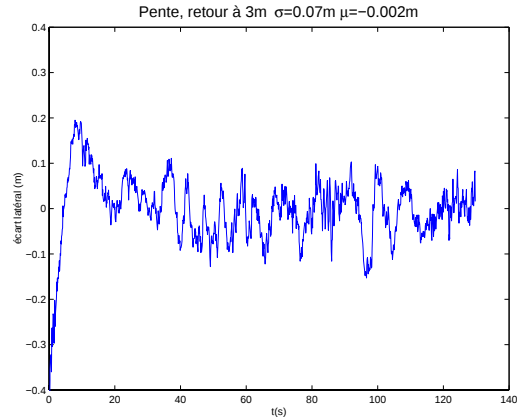
Une première trajectoire (trace mère) a été enregistrée alors que le conducteur conduisait. Cette trajectoire suit un bord de la parcelle, sa courbure est faible sans être nulle. Des passages successifs à 3m, 6m, 9m, 12m, 15m ont été effectués en mode automatique. Le système utilisait :

- le loi de commande généralisée à une courbe, avec intégrateur,
- le module de prise en compte de la pente.

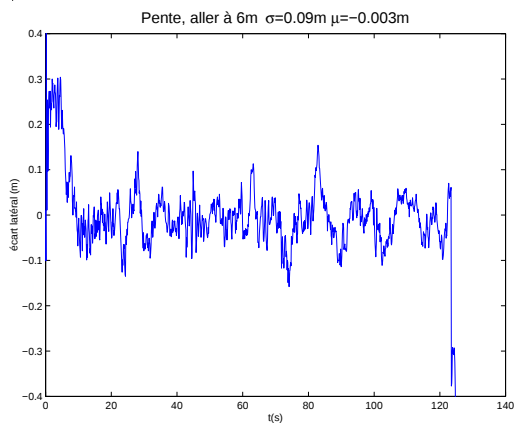
Les trajectoires obtenues sont données en figure 6.22 (à haut à gauche), ainsi que des exemples de l'écart latéral mesuré pour les passages à 3, 6 et 9 mètres. Le tableau 6.2 résume les résultats obtenus pour les 5 passages successifs en mode automatique.



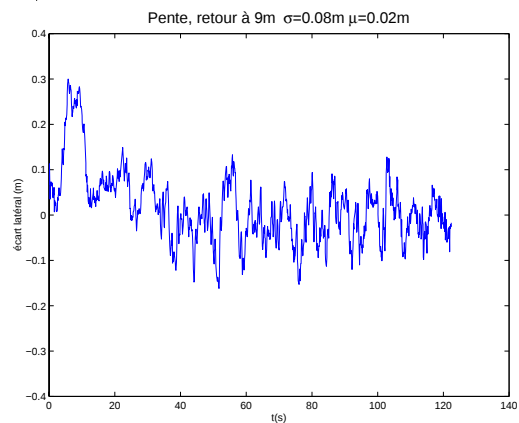
a) Trace mère et trajectoires successives



b) Ecart latéral pour le passage à 3m



c) Ecart latéral pour le passage à 6m



d) Ecart latéral pour le passage à 9m

FIG. 6.22 – Guidage automatique en pente

Passage (m)	3	6	9	12	15
Biais (cm)	0	0	2	0	0
Ecart-type (cm)	7.0	9.0	8.0	6.0	7.0

TAB. 6.2 – Biais et écart-type lors des 5 passages en pente

6.7.3 Suivi de trajectoires à forte courbure

Une référence courbe est tout d'abord enregistrée alors qu'un conducteur conduit le tracteur. Puis le tracteur est amené dans un voisinage¹⁷ du point de départ. Le système de guidage utilisant la loi généralisée élabore les commandes et guide le tracteur le long de cette trajectoire.

Plusieurs courbes de référence ont été testées avec le même succès (figure 6.23 et 6.25). Les écart-types mesurés lors de ces expérimentations sont de l'ordre de quelques centimètres et les biais presque nuls ($\mu = 2.1cm$ et $\sigma = 4.3cm$ pour la figure 6.23, $\mu = 1cm$ et $\sigma = 7cm$ pour la figure 6.25). La figure 6.24 permet de comparer l'orientation estimée par les vitesses et celle filtrée par le reconstructeur de Kalman décrit en 6.2.2.

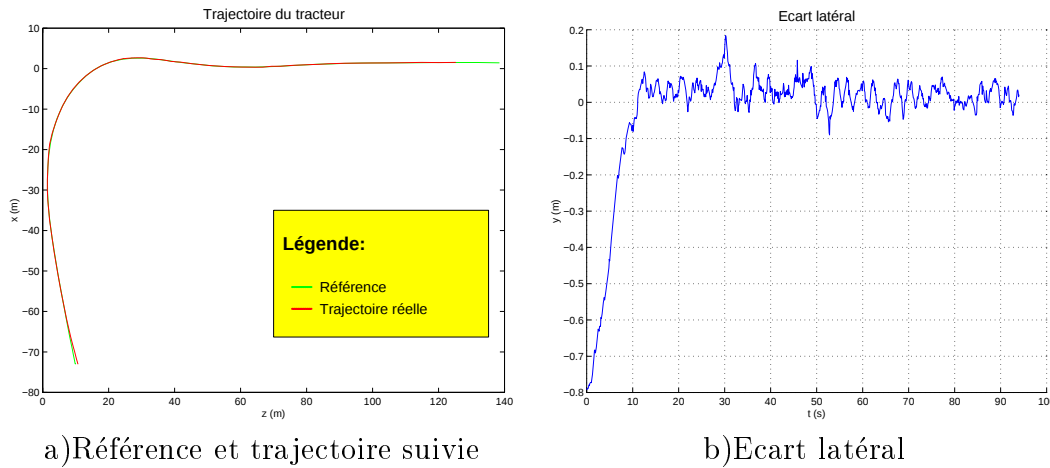


FIG. 6.23 – Suivi d'une trajectoire courbe par le tracteur

Mentionnons enfin que ce prototype de tracteur guidé par GPS a effectué le suivi d'une même courbe complexe lors du salon Innov'Agri 2000. Durant deux jours, dans des conditions météorologiques très variées, le tracteur a parfaitement suivi cette trajectoire en mode automatique.

Plus de 120 passages en boucle fermée ont été effectués sans personne à bord.

¹⁷Le voisinage est défini comme le disque de centre le point d'attaque et de rayon 2 mètres.

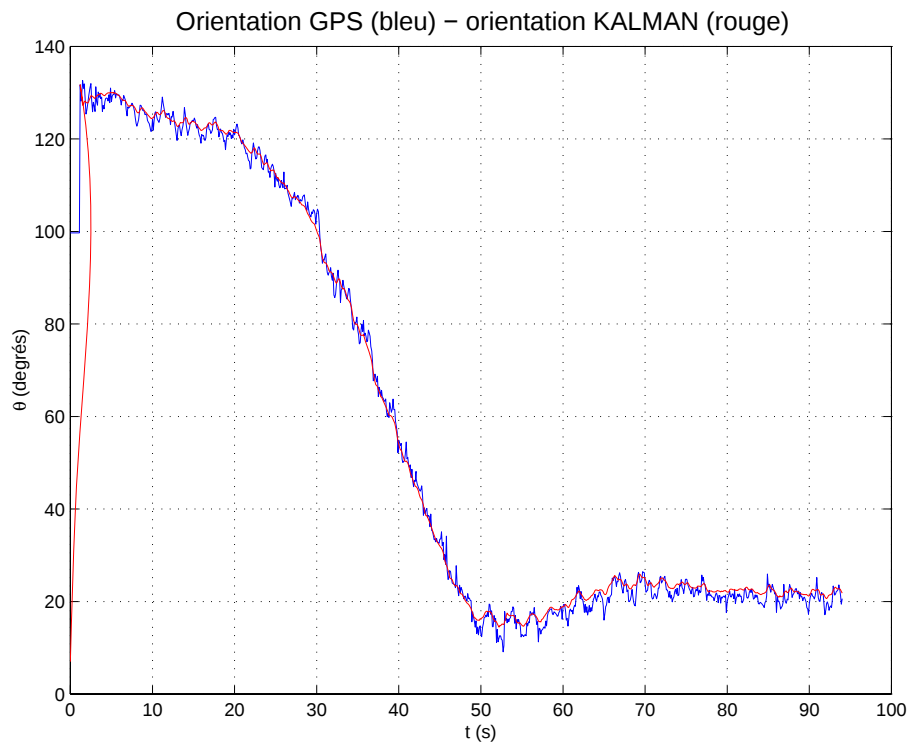
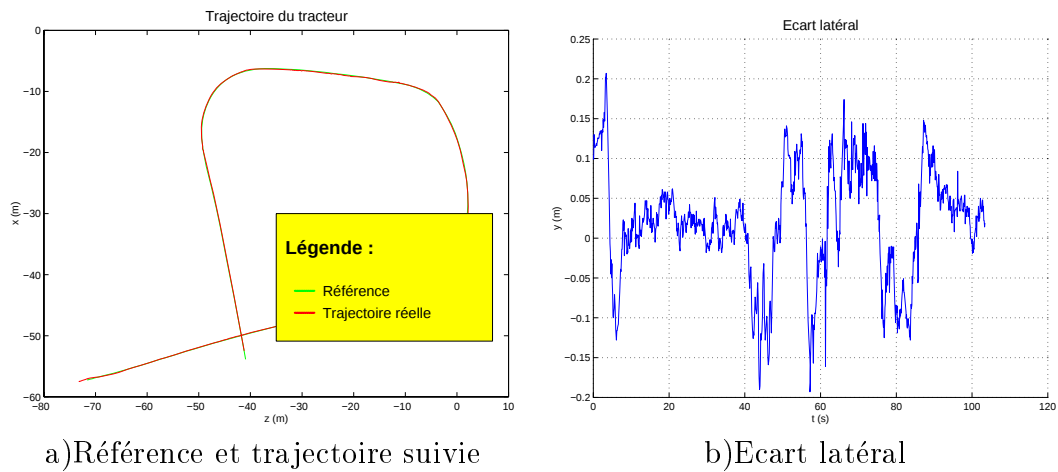


FIG. 6.24 – Orientations estimées par les vitesses et filtrées par le reconstructeur



a) Référence et trajectoire suivie

b) Ecart latéral

FIG. 6.25 – Suivi d'une trajectoire courbe par le tracteur

Conclusion et perspectives

6.8 Conclusion sur le guidage automatique par GPS

Nous avons, dans cette seconde partie de notre manuscript, introduit le sujet de la commande de robots mobiles non holonomes. Le capteur principal dans la boucle de commande étant un récepteur GPS, nous nous sommes intéressés au principe de ce système de localisation par satellites. Après un bref historique sur les systèmes de localisation par satellite, et au delà de la classique présentation des trois modes d'utilisation du GPS, nous avons détaillé un aspect de la réception des signaux GPS. En particulier, nous avons insisté sur l'importance du facteur de bruit des premiers étages d'un récepteur GPS.

La modélisation cinématique des deux véhicules utilisés, la moissonneuse batteuse et le tracteur agricole, a été explicitée. Nous avons pu construire grâce à cette modélisation, et en utilisant une technique de l'automatique - le chaînage - des lois de commande assurant le suivi de trajectoires courbes.

Enfin, après vérification expérimentale de l'adéquation entre le capteur GPS et nos applications en commande, nous avons illustré la plupart des propriétés théoriques de ces lois de commande. Différentes expérimentations sur différents sites sont rapportées dans le manuscript. Elles permettent de conclure de manière optimiste quant à la précision du guidage automatique ainsi réalisé.

6.9 Perspectives sur le guidage automatique par GPS

En 1996, une équipe de chercheurs de l'université de Stanford, en Californie, guidait, pour la première fois selon leurs écrits, un tracteur agricole par GPS. Ils utilisaient un système GPS pour la localisation et un second système GPS pour la mesure d'attitude.

En juillet 1998, nous expérimentons avec succès le guidage d'un autre engin agricole, une moissonneuse batteuse, avec un unique capteur GPS et **sans aucun capteur d'orientation**. Les performances obtenues en précision de guidage (écart latéral) égalaient celles de l'équipe américaine. Nous avons par la suite poursuivi dans cette voie originale avec un unique capteur GPS sur tracteur agricole.

Quelles perspectives pouvons-nous mentionner après ces trois années de confrontations avec la réalité expérimentale ? Nous diviserons notre réponse en trois points.

- **L'orientation estimée peut être fausse.**

Il est certain que des capteurs additionnels peuvent fournir une orientation non biaisée. Un capteur de coût modique choisi judicieusement pourrait compléter, corriger, voire remplacer l'orientation estimée.

- **La prise en compte de l'outil semble importante.**

Le cas du tracteur agricole nous tient particulièrement à coeur. Par définition, un tracteur tracte un outil¹⁸, et cet outil perturbe le comportement de l'ensemble. L'objectif ultime étant de contrôler le travail de l'outil, une prise en compte de ce dernier semble une voie intéressante [9].

Le troisième point sera formulé sous forme d'une interrogation :

- **Quelle trajectoire doit suivre le tracteur guidé par GPS ?**

La première réponse consisterait à proposer : des trajectoires similaires à celles réalisées par un conducteur humain. Nous avons souvent mentionné le cas de la ligne droite. Néanmoins, il ne semble pas évident de générer automatiquement l'ensemble des trajectoires couvrant un champ de manière à imiter le comportement de l'agriculteur. Et cette réponse soulève une autre interrogation, sur laquelle nous terminerons ces perspectives.

Un tracteur équipé d'un tel système de guidage, fonctionnant sans marquage

¹⁸Il peut aussi embarquer des outils portés à l'avant...

au sol, et se passant de tout repère visible doit-il être utilisé comme un tracteur standard ? Ne pourrait-on pas proposer une planification impossible à suivre par un opérateur humain, mais assurant des performances agronomiques optimales ?

Annexe A

Cette annexe détaille le calcul du vecteur $\boldsymbol{\omega}$ dans deux cas particulier. Le premier illustre un résultat classique, tandis que le second montre que l'approximation classique ne peut être utilisée

A.1 Matrice de rotation et vitesse de rotation : cas d'un axe de rotation fixe et d'un angle variable

Considérons le cas particulier d'une rotation dans un repère (O, x_1, y_1, z_1) autour de l'axe (Oz_1) , d'un angle θ . la matrice de rotation R_{12} s'écrit :

$$R_{12} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

L'on rappelle que R_{12} est la matrice de rotation permettant d'exprimer le vecteur $u|_1$ en fonction de $u|_2$ selon la relation :

$$\boldsymbol{u}|_1 = R_{12}\boldsymbol{u}|_2$$

La figure (A.1) illustre ce propos pour un θ positif. θ est l'angle défini par $\widehat{x_1 O x_2}$. En utilisant la forme exponentielle des matrices de rotation, nous avons :

$$R_{12} = \exp(\theta AS(\boldsymbol{u}_{2/1}|_1))$$

Dans ce cas particulier :

$$\boldsymbol{u}_{2/1}|_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T$$

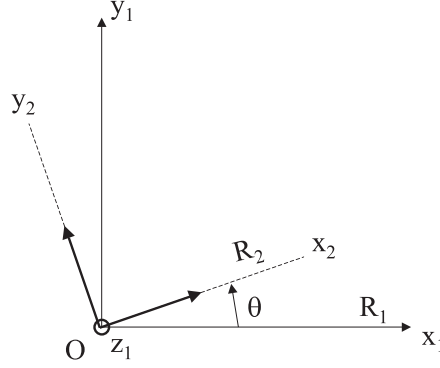


FIG. A.1 – Repères et rotations

Supposons maintenant que θ varie au cours du temps. Prenons par exemple :

$$\theta(t) = a.t$$

avec a constant. De plus, l'on impose $\mathbf{u}_{2/1}|_1$ constant. La matrice de rotation s'écrit :

$$R_{12} = \exp(a.t AS(\mathbf{u}_{2/1}|_1))$$

La dérivée d'une exponentielle de matrice du type $\exp(f(t)B)$ avec B constante et f dérivable, s'obtient ainsi :

$$\begin{aligned} \exp(f(t)B) &= I_d + f(t)B + f^2(t)\frac{B^2}{2!} + \dots + f^n(t)\frac{B^n}{n!} + \dots \\ \frac{d \exp(f(t)B)}{dt} &= 0_{3 \times 3} + \frac{df(t)}{dt}B + 2\frac{df(t)}{dt}f\frac{B^2}{2!} + \dots + n\frac{df(t)}{dt}f^{n-1}\frac{B^n}{n!} + \dots \\ \frac{d \exp(f(t)B)}{dt} &= \frac{df(t)}{dt}B \left(1 + f(t)B + \dots + f^{n-1}\frac{B^{n-1}}{(n-1)!} + \dots \right) \end{aligned}$$

Soit :

$$\frac{d \exp(f(t)B)}{dt} = \frac{df(t)}{dt}B \exp(f(t)B)$$

La dérivée de la matrice de rotation R_{12} par rapport au temps t est donc :

$$\frac{dR_{12}}{dt} = \frac{d\theta(t)}{dt} AS(\mathbf{u}_{2/1}|_1) \exp(\theta AS(\mathbf{u}_{2/1}|_1))$$

Soit (car $\mathbf{u}_{2/1}|_1$ est constant) :

$$\frac{dR_{12}}{dt} = \frac{d\theta(t)}{dt} AS(\mathbf{u}_{2/1}|_1) R_{12} = AS\left(\frac{d\theta_{2/1}|_1}{dt}\right) R_{12}$$

On peut encore écrire :

$$\frac{dR_{12}}{dt} = AS(\boldsymbol{\omega}_{2/1}|_1)R_{12}$$

où $\boldsymbol{\omega}_{2/1}|_1$ représente le vecteur vitesse de rotation du repère 2 par rapport au repère 1 exprimé dans le repère 1 (i.e. $\boldsymbol{\omega}_{2/1}|_1 = \frac{d\boldsymbol{\theta}_{2/1}|_1}{dt}$, résultat classique).

A.2 Matrice de rotation et vitesse de rotation : axe de rotation variable

Nous allons maintenant présenter un exemple pour lequel $\boldsymbol{\omega}$ n'est plus égal à $\frac{d\boldsymbol{\theta}}{dt}$. L'angle de rotation est constant, et l'axe de rotation est variable. Posons :

$$\boldsymbol{\theta} = \frac{\pi}{2} \begin{pmatrix} \cos t \\ 0 \\ \sin t \end{pmatrix}$$

$$\text{On a : } \|\boldsymbol{\theta}\| = \theta = \frac{\pi}{2} = \text{cste} \text{ et } \frac{d\boldsymbol{\theta}}{dt} = \frac{\pi}{2} \begin{pmatrix} -\sin t \\ 0 \\ \cos t \end{pmatrix}$$

$$\text{Le vecteur directeur } \boldsymbol{u} \text{ s'écrit : } \boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} -\sin t \\ 0 \\ \cos t \end{pmatrix}$$

La formule de Rodrigue permet d'écrire :

$$R = I_d + \sin \theta AS(\boldsymbol{u}) + (1 - \cos \theta) AS^2(\boldsymbol{u})$$

Soit :

$$R = \begin{pmatrix} 1 - \cos^2 t & -\cos t & -\sin t \cos t \\ \cos t & 0 & \sin t \\ -\sin t \cos t & -\sin t & \cos^2 t \end{pmatrix}$$

La dérivée de R est :

$$\dot{R} = \begin{pmatrix} 2 \sin t \cos t & \sin t & 1 - 2 \cos^2 t \\ -\sin t & 0 & \cos t \\ 1 - 2 \cos^2 t & -\cos t & -2 \sin t \cos t \end{pmatrix}$$

Le vecteur $\boldsymbol{\omega}$ se déduit par l'intermédiaire de la matrice anti symétrique : $\dot{R}R^T = AS(\boldsymbol{\omega})$. Soit :

$$AS(\boldsymbol{\omega}) = \begin{pmatrix} 0 & \sin t & -1 \\ -\sin t & 0 & \cos t \\ 1 & -\cos t & 0 \end{pmatrix}$$

D'où $\boldsymbol{\omega}$:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} -\cos t \\ -1 \\ -\sin t \end{pmatrix}$$

On notera que ce vecteur est bien différent de $\frac{d\boldsymbol{\theta}}{dt}$.

Annexe B

Cette annexe détaille le calcul du vecteur $\frac{d\mathbf{y}}{dt}$. Une expression en fonction de la vitesse de rotation $\mathbf{y}$ est proposée. L'on montre enfin que cette expression possède des formes similaires lorsqu'elle est exprimée dans le repère ref_C ou dans le repère ref_F .

B.1 Obtention du vecteur $\frac{d\mathbf{y}}{dt}$

Le vecteur $\mathbf{y}$ est défini par

$$AS(\mathbf{y}) = \frac{1}{2} (R_{FC} - R_{FC}^T)$$

En dérivant, l'on a :

$$\frac{dAS(\mathbf{y})}{dt} = \frac{1}{2} (AS(\boldsymbol{\omega}_{C/F|F})R_{FC} + R_{FC}^T AS(\boldsymbol{\omega}_{C/F|F}))$$

Posons :

- $R_{FC} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$
- $\boldsymbol{\omega}_{C/F|F} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$

Calculons $\frac{dAS(\mathbf{y})}{dt}$:

$$\frac{dAS(\mathbf{y})}{dt} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & (-e - a)\omega_3 + \omega_2 h + \omega_1 g & (i + a)\omega_2 - \omega_3 f - \omega_1 d \\ (a + e)\omega_3 - \omega_1 g - \omega_2 h & 0 & (-i - e)\omega_1 + \omega_3 c + \omega_2 b \\ (-a - i)\omega_2 + \omega_1 d + \omega_3 f & (e + i)\omega_1 - \omega_2 b - \omega_3 c & 0 \end{pmatrix}$$

On extrait de la matrice antisymétrique le vecteur $\boldsymbol{\omega}_{C/F}|_F$:

$$\boldsymbol{\omega}_{C/F}|_F = \begin{pmatrix} (e+i)\omega_1 - \omega_2 b - \omega_3 c \\ (i+a)\omega_2 - \omega_3 f - \omega_1 d \\ (a+e)\omega_3 - \omega_1 g - \omega_2 h \end{pmatrix}$$

La première ligne peut s'écrire :

$$\begin{aligned} (e+i)\omega_1 - \omega_2 b - \omega_3 c &= -\omega_1 a - \omega_2 b - \omega_3 c + (\omega_1 a + \omega_1 e + \omega_1 i) \\ &= -\omega_1 a - \omega_2 b - \omega_3 c + \omega_1 \text{trace}(R) \end{aligned}$$

En procédant de même sur les deux autres composantes du vecteur, on arrive à :

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt} = \frac{1}{2} (\text{trace}(R)I_d - R) \boldsymbol{\omega}_{C/F}|_F = \frac{1}{2} (\text{trace}(R)I_d - R) R \boldsymbol{\omega}_{C/F}|_C$$

B.2 Expression de la dérivée du vecteur $\mathbf{y}$ dans ref_C et ref_F

La dérivée du vecteur $\mathbf{y}$ formulée dans 2.4 est calculée dans le repère ref_F . Nous allons voir que l'expression est similaire dans le repère ref_C (d'où une latitude dans le choix du repère de travail). En effet, l'on a :

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt}|_F = \frac{1}{2} (\text{trace}(R)I_d - R) \boldsymbol{\omega}_{C/F}|_F$$

Or, par définition de $R = R_{FC}$, on peut écrire :

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt}|_C = R_{FC}^T \frac{d\mathbf{y}}{dt}|_F$$

Soit :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{y}}{dt}|_C &= R^T \frac{1}{2} (\text{trace}(R)I_d - R) \boldsymbol{\omega}_{C/F}|_F \\ &= \frac{1}{2} (\text{trace}(R)R^T - I_d) \boldsymbol{\omega}_{C/F}|_F \\ &= \frac{1}{2} (\text{trace}(R)R^T - I_d) R_{FC} \boldsymbol{\omega}_{C/F}|_C \\ &= \frac{1}{2} (\text{trace}(R)R^T R - R) \boldsymbol{\omega}_{C/F}|_C \end{aligned}$$

L'on a donc, dans le repère ref_C :

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt}|_C = \frac{1}{2} (\text{trace}(R)I_d - R) \boldsymbol{\omega}_{C/F}|_C$$

L'équation a la même forme quel que soit le repère choisi pour l'y exprimer.

Nous avons préféré conserver le formalisme dans le repère ref_F par souci de cohérence avec la dérivée du vecteur $\mathbf{x}$ (qui est exprimée dans ref_F).

Annexe C

La loi de commande proposée en section 2.1.2 utilise la matrice B^{-1} . Cette annexe détaille les calculs afin d'obtenir une expression littérale de cette matrice inverse. Les conditions d'inversibilité sont aussi précisées.

C.1 Inversion de B

La matrice $B = \frac{1}{2}(\text{trace}(R)I_d - R)$ peut se mettre sous la forme :

$$B = \alpha I_d + \beta AS(\mathbf{u}) + \gamma AS(\mathbf{u})^2 \quad (\text{C.1})$$

Deux approches pour inverser cette matrice B sont disponibles. L'une a été proposée par les auteurs de [64] et repose sur le lemme d'inversion matriciel. Une autre possibilité consiste à supposer que l'inverse de B peut se mettre sous la forme (voir [60]) :

$$B^{-1} = aI_d + bAS(\mathbf{u}) + cAS(\mathbf{u})^2$$

Sachant que

$$BB^{-1} = I_d$$

il vient :

$$(\alpha I_d + \beta AS(\mathbf{u}) + \gamma AS(\mathbf{u})^2)(aI_d + bAS(\mathbf{u}) + cAS(\mathbf{u})^2) = I_d$$

Soit :

$$\alpha a I_d + AS(\mathbf{u})(\alpha b + \beta a) + AS(\mathbf{u})^2(\alpha c + \gamma a + \beta b) + AS(\mathbf{u})^3(\beta c + \gamma b) + AS(\mathbf{u})^4(\gamma c) = I_d \quad (\text{C.2})$$

D'après ([60])(annexe A.11) nous avons les relations suivantes :

$$\begin{aligned} AS(\mathbf{u})^3 &= -AS(\mathbf{u}) \\ AS(\mathbf{u})^4 &= -AS(\mathbf{u})^2 \end{aligned}$$

L'équation (C.2) devient :

$$\alpha a I_d + AS(\mathbf{u})(\alpha b + \beta a - \beta c - \gamma b) + AS(\mathbf{u})^2(\alpha c + \gamma a + \beta b - \gamma c) = I_d$$

Ce qui conduit à :

$$\boxed{a = \frac{1}{\alpha}}$$

Il reste à calculer b et c :

$$\begin{aligned} b(\alpha - \gamma) - c\beta &= -a\beta \\ c(\alpha - \gamma) + \beta b &= -a\gamma \end{aligned}$$

Que l'on peut mettre sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \alpha - \gamma & -\beta \\ \beta & \alpha - \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -\beta \\ -\gamma \end{pmatrix}$$

Le système a une solution si le déterminant est non nul :

$$\Delta = (\alpha - \gamma)^2 + \beta^2 \neq 0$$

Dans ce cas :

$$\begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix} = \frac{1}{\alpha \Delta} \begin{pmatrix} \alpha - \gamma & \beta \\ -\beta & \alpha - \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\beta \\ -\gamma \end{pmatrix}$$

Ce qui nous donne :

$$\boxed{b = \frac{-\beta}{(\alpha - \gamma)^2 + \beta^2}}$$

et

$$\boxed{c = \frac{1}{\Delta} \frac{1}{\alpha} (\beta^2 - \alpha\gamma + \gamma^2)}$$

Application au calcul de B^{-1}

$$B = \frac{1}{2} (\text{trace}(R) I_d - R) = \frac{1}{2} (\text{trace}(R) - I_d - \cos \theta AS(\mathbf{u}) - (1 - \cos \theta) AS(\mathbf{u})^2)$$

B peut se mettre sous la forme (C.1) avec :

$$\begin{cases} \alpha &= \cos \theta \\ \beta &= -\frac{\sin \theta}{2} \\ \gamma &= \frac{\cos \theta - 1}{2} \end{cases}$$

Calcul du déterminant :

$$\Delta = (\alpha - \gamma)^2 + \beta^2 = \left(\cos^2 \theta - \left(\frac{\cos \theta - 1}{2} \right)^2 \right) + \left(\frac{\sin \theta}{2} \right)^2$$

Soit :

$$\Delta = \frac{1}{2}(\cos \theta + 1)$$

Ce déterminant est nul pour $\theta = \pi + 2k\pi$.

Calcul de b :

$$b = \frac{\sin \theta}{2} \frac{1}{\Delta}$$

Calcul de c :

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{\Delta} \frac{1}{\cos \theta} \left(\frac{\sin^2 \theta}{4} - \frac{1}{2}(\cos^2 \theta - \cos \theta) + \frac{\cos^2 \theta - 2 \cos \theta + 1}{4} \right) \\ c &= \frac{1}{\frac{1}{2}(\cos \theta + 1)} \frac{1}{\cos \theta} \left(\frac{1}{4}(\sin^2 \theta - 2 \cos^2 \theta + 2 \cos \theta + \cos^2 \theta - 2 \cos \theta + 1) \right) \\ c &= \frac{1}{\cos \theta (\cos \theta + 1)} \sin^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta (\cos \theta + 1)} \frac{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{\cos \theta (\cos \theta + 1)} \\ c &= \frac{1 - \cos \theta}{\cos \theta} \end{aligned}$$

D'où :

$$\boxed{B^{-1} = \frac{1}{\cos \theta} I_d + \frac{\sin \theta}{\cos \theta + 1} AS(u) + \frac{1 - \cos \theta}{\cos \theta} AS(u)^2} \quad (C.3)$$

Annexe D

D.1 Calcul de V_{ref} pour éviter la sortie de champ

Par définition l'on a :

$$\mathbf{v}_{F/A}|_F = \frac{dAF|_F}{dt} = \frac{d}{dt} (AO|_F + OF|_F) = \frac{dOF|_F}{dt}$$

car l'orientation de ref_F et de ref_A sont identiques. Or :

$$OF|_F = R. OF|_C$$

Donc :

$$\frac{dOF|_F}{dt} = \frac{dR}{dt} OF|_C + R \frac{dOF|_C}{dt} \quad (D.1)$$

Deux termes restent à évaluer : $\frac{dR}{dt}$ et $\frac{dOF|_C}{dt}$.

$$\frac{dR}{dt} = AS(\boldsymbol{\omega}_{C/F}|_F) R_{FC} = AS(R\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}_{ref}) R_{FC}$$

avec $\boldsymbol{\Omega}_{ref} = 0$ dans ce cas précis. Donc

$$\frac{dR}{dt} = AS(R\boldsymbol{\Omega}) R \quad (D.2)$$

Et pour un $\mathbf{y}$ donné, on dispose de R et de $\boldsymbol{\Omega}$. De plus, $OF|_C$ s'obtient à partir de notre méthode décrite par les étapes I, II et III.

$\frac{dOF|_C}{dt}$ peut être obtenu de deux manières :

- la dérivée est calculée de manière discrète, à partir de $OF|_C$ à deux instants t et $t + \Delta t$.
- la dérivée est calculée de manière formelle.

Nous allons détailler cette deuxième approche.

Le vecteur $FO|_C$ est connu, il a pour coordonnées :

$$\begin{pmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \end{pmatrix}$$

D.1.1 Obtention de $\frac{dz_F}{dt}$

On dérive :

$$\frac{dz_F}{dt} = \frac{dz_F}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt}$$

- $\frac{dz_F}{d\alpha} = (z_{eq} - z_0)$ d'après (2.22).
- $\frac{d\alpha}{dt}$ se calcule à partir de $\alpha(y) = 1 - \frac{\|y\|}{\|y_0\|}$ d'où :

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{-1}{\|y_0\|} \frac{d\|y\|}{dt}$$

En posant $y = (y_1, y_2, y_3)^T$, $\|y\| = \sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2}$

$$\frac{d\|y\|}{dt} = \frac{\dot{y}_1 y_1 + \dot{y}_2 y_2 + \dot{y}_3 y_3}{\sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2}}$$

D'où :

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{-1}{\|y_0\|} \frac{\dot{y}_1 y_1 + \dot{y}_2 y_2 + \dot{y}_3 y_3}{\sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2}} \quad (D.3)$$

L'on a donc :

$$\frac{dz_F}{dt} = (z_{eq} - z_0) \frac{-1}{\|y_0\|} \frac{\dot{y}_1 y_1 + \dot{y}_2 y_2 + \dot{y}_3 y_3}{\sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2}} \quad (D.4)$$

D.1.2 Obtention de $\frac{dx_F}{dt}$

D'après l'étape III de la loi sans sortie de champ on a $x_F = u.z_F$. En dérivant, l'on obtient :

$$\frac{dx_F}{dt} = \frac{du}{dt} z_F + u \frac{dz_F}{dt}$$

- Le second terme $\frac{dz_F}{dt}$ a été calculé précédemment (D.4).
- Le terme $\frac{du}{dt}$ vaut $(u_f - u_i) \frac{d\alpha}{dt}$. Or $\frac{d\alpha}{dt}$ vient d'être calculé (D.3).

L'on obtient alors :

$$\begin{aligned}
\frac{dx_F}{dt} &= (u_f - u_i) \frac{-1}{\|\mathbf{y}_0\|} \frac{\dot{y}_1 y_1 + \dot{y}_2 y_2 + \dot{y}_3 y_3}{\sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2}} [z_0 + (z_{eq} - z_0) \alpha(\mathbf{y})] \\
&\quad + (u_i + (u_f - u_i) \alpha(\mathbf{y})) (z_{eq} - z_0) \frac{-1}{\|\mathbf{y}_0\|} \frac{\dot{y}_1 y_1 + \dot{y}_2 y_2 + \dot{y}_3 y_3}{\sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2}} \\
&= (u_f - u_i) \frac{-1}{\|\mathbf{y}_0\|} \frac{\dot{\mathbf{y}}^T}{\|\mathbf{y}\|} [z_0 + (z_{eq} - z_0) \alpha(\mathbf{y})] \\
&\quad + (u_i + (u_f - u_i) \alpha(\mathbf{y})) (z_{eq} - z_0) \frac{-1}{\|\mathbf{y}_0\|} \frac{\dot{\mathbf{y}}^T \cdot \mathbf{y}}{\|\mathbf{y}\|}
\end{aligned} \tag{D.5}$$

D.1.3 Obtention de $\frac{dy_F}{dt}$

De même, l'on a : $y_F = v \cdot z_F$. En dérivant, l'on obtient :

$$\frac{dy_F}{dt} = \frac{dv}{dt} z_F + v \frac{dz_F}{dt}$$

Or :

$$\frac{dv}{dt} = (v_f - v_i) \frac{d\alpha}{dt}$$

La méthode est la même que pour (D.5).

D.1.4 Résultat final

$$\mathbf{V}_{ref} = \mathbf{v}_{F/A}|_F = \frac{dOF|_F}{dt}$$

D'après l'équation (D.1) il faut connaître :

- $\frac{dR}{dt} = AS(R\Omega)R$ parfaitement défini pour chaque $\mathbf{y}$
- $OF|_C$: les étapes I, II et III donnent $FO|_C$
- R est parfaitement connu pour tout $\mathbf{y}$
- $\frac{dOF|_C}{dt}$ vient d'être calculé (D.4, D.5)

Tous les éléments sont donc disponibles pour calculer cette vitesse V_{ref} en fonction du seul $\mathbf{y}$ à partir de l'équation (D.1). Ces calculs peuvent aussi servir à la simulation de la loi de commande.

Annexe E

E.1 Influence d'un biais de δ sur l'écart latéral

Nous traitons ici le problème suivant : si l'asservissement des roues directrices présente un biais δ_0 sur l'angle réel des roues, quelle sera l'influence sur l'asservissement latéral du véhicule ?

E.1.1 Biais sur la commande virtuelle

Nous reprenons la partie linéaire du système chaîné (5.10) :

$$\begin{cases} a'_2 &= a_3 \\ a'_3 &= m_3 \end{cases} \quad (\text{E.1})$$

Ce système peut s'écrire :

$$\mathbf{X}' = A\mathbf{X} + BU$$

avec :

- $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$
- $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $U = m_3$

La commande virtuelle (5.11) proposée s'écrit :

$$m_3 = -K_d a_3 - K_p a_2$$

soit :

$$U = -K\mathbf{X}$$

avec $K = [K_p, K_d]$

Le système bouclé s'écrit encore :

$$\mathbf{X}' = (A - BK)\mathbf{X}$$

et K a été choisi de manière à assurer la convergence de $\mathbf{X}$ vers $[0, 0]^T$.

Si le système de commande des vérins hydrauliques possède un biais b , celui-ci intervient dans le système :

$$\mathbf{X}' = A\mathbf{X} + B(\mathbf{U} + b)$$

soit

$$\mathbf{X}' = (A - BK)\mathbf{X} + Bb \quad (\text{E.2})$$

Introduisons un nouveau vecteur d'état $\mathbf{Y}$ défini par $\mathbf{Y} = \mathbf{X} + M^{-1}Bb$ avec $M = A - BK$ matrice inversible. En effet, la matrice M s'écrit :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -K_p & -K_d \end{pmatrix}$$

Son déterminant vaut K_p qui est non nul.

Réécrivons l'équation (E.2) avec le nouveau vecteur d'état $\mathbf{Y}$: $\mathbf{Y}' = \mathbf{X}'$ et l'équation (E.2) devient :

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}' &= (A - BK)\mathbf{X} & + & Bb \\ &= M\mathbf{X} & + & Bb \\ &= M(\mathbf{X} + M^{-1}Bb) \end{aligned}$$

Soit :

$$\mathbf{Y}' = M\mathbf{Y}$$

Le nouveau vecteur d'état $\mathbf{Y}$ converge vers $[0, 0]^T$ ce qui signifie que $\mathbf{X}$ tend vers $-M^{-1}Bb$.

E.1.2 Application numérique

Un biais sur m_3 (ou sur U), commande virtuelle, est causé, en première approximation, par un biais sur δ , commande réelle. En effet, l'on a, dans le cas particulier du tracteur suivant une ligne droite ($c = 0$) :

$$m_3 = \frac{m_2}{m_1} = \frac{\tan \delta}{l \cos^3 \theta}$$

Un biais sur l'angle réel δ_{reel} peut s'écrire $\delta_{reel} = \delta + \delta_0$ soit :

$$m_3 = \frac{\tan \delta + \tan \delta_0}{l \cos^3 \tilde{\theta} (1 - \tan \delta \tan \delta_0)}$$

Sous l'hypothèse que $1 - \tan \delta \tan \delta_0 \approx 1$, m_3 devient :

$$m_3 = \frac{\tan \delta}{l \cos^3 \tilde{\theta}} + \frac{\tan \delta_0}{l \cos^3 \tilde{\theta}}$$

Soit, lorsque l'erreur d'angle $\tilde{\theta}$ est faible :

$$m_3 = \frac{\tan \delta}{l \cos^3 \tilde{\theta}} + \frac{\tan \delta_0}{l} = \frac{\tan \delta}{l \cos^3 \tilde{\theta}} + b$$

ce qui signifie qu'un biais sur δ engendre un biais sur m_3 .

Sous ces hypothèses, lorsque le système a convergé, l'on a : $m_3 = \frac{\tan \delta_0}{l}$.

L'application numérique donne, pour $\delta_0=1$ degré et $l = 2,75$ mètres, un biais d'environ 7 cm sur l'écart latéral.

E.2 Puissance de bruit thermique

Tout système passif génère un bruit thermique dont la puissance est donnée par :

$$P_{bruit} = kTB$$

avec :

- k constante de Boltzmann ($k = 1.38.10^{-23}W/K$)
- B largeur de bande de fréquence (en Hertz)
- T température du système (en Kelvin)

Il est classique d'exprimer une puissance par rapport au milliwatt (mW). Le décibel (dB) est alors employé pour des raisons de commodité (la dynamique des nombres est plus faible).

La puissance exprimée en dBm (dB par rapport au mW) est reliée à la puissance P en Watt par :

$$P_{dBm} = 10 \log(10^3 P)$$

La puissance de bruit thermique, exprimée en dBm, s'écrit donc :

$$P_{dBm} = 10 \log(10^3 kTB)$$

Bibliographie

- [1] S. Abdou, P. Daviet, and M. Parent. Platooning for vehicles and automatic parking by scheduling robotic actions. In *International Symposium on Robotic and Manufacturing, WAC*, 1996.
- [2] N. Allezard, M. Dhome, and F. Jurie. A multi-scale local description of images for recognition and localization of textured objects. In *ICPR 2000*, Barcelona, Espagne, 2000.
- [3] A. Alloum. *Modélisation et commande dynamique d'un véhicule pour la sécurité de conduite*. PhD thesis, Université technologique de Compiègne, France, Mai 1994.
- [4] N. Andreff, B. Espiau, and R. Horaud. Visual servoing from lines. In *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, 2000.
- [5] T. Bell, M. O'Connor, V. K. Jones, A. Rekow, G. Elkaim, and B. Parkinson. Realistic autofarming closed-loop tractor control over irregular paths using kinematic GPS. In *European Conf. on Precision Agriculture*, volume 1, 1997.
- [6] A. Bemporad, T.J. Tarn, and N. Xi. Predictive path parametrization for constrained robot control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 7(6) :648–656, Novembre 1999.
- [7] J. Beser and B. W. Parkinson. The application of NAVSTAR differential GPS in a civilian community. In *Global Positioning System*, volume 2, pages 167–196. The Institute Of Navigation, Alexandria, VA, 1984.
- [8] B. Betaille and F. Peyret. Sessyl tests report circ project - spring 1997. Technical report, LCPC, 1997.
- [9] D.M. Bevely and B. Parkinson. Carrier phase differential gps for control of a tractor towed implement. In *Proceedings of the ION-GPS'00*, Salt Lake City, Utah, USA, Septembre 19-22 2000.
- [10] D.M. Bevely, A. Rekow, and B. Parkinson. Comparison of INS vs. carrier-phase DGPS for attitude determination in the control of off-road vehicles. In *55th Annual Meeting Proceedings*, pages 494–504, Cambridge, Massachusetts, USA, Juin 1999. ION.

- [11] D.M. Bevely, A. Rekow, and B. Parkinson. Evaluation of a blended dead reckoning and carrier phase differential gps system for control of an off-road vehicle. In *Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the satellite Division of The Institute Of Navigation ION GPS-99*, volume 1, pages 2061–2070, Nashville, Tennessee, USA, Septembre 14-17 1999.
- [12] D. Bouvet and G. Garcia. Civil-engineering articulated vehicle localization : solutions to deal with GPS masking phases. In *ICRA '2000*, 2000.
- [13] D. Bouvet and G. Garcia. Improving the accuracy of dynamic localization systmes using RTK GPS by identifying the gps latency. In *ICRA '2000*, 2000.
- [14] M.S. Braasch and A.J. van Dierendonck. GPS receiver architectures and measurements. *Proceedings of IEEE*, 87(1) :48–64, Janvier 1999.
- [15] R. G. Brown and P. Y. C. Hwang. A Kalman filter approach to precision GPS geodesy. In *Global Positioning System*, volume 2, pages 155–166. The Institute Of Navigation, Alexandria, VA, 1984.
- [16] R. H. Byrne, C.T. Abdallah, and P. Dorato. Experimental results in robust control of highway vehicles. *IEEE Control System Magazine*, 18(2) :70–76, Avril 1998.
- [17] C. Cariou. Guidage d'un tracteur agricole par gps à précision centimétrique. rapport final. Technical report, Cemagref, Septembre 2000.
- [18] F. Chaumette. *La relation vision-commande théorie et applications à des tâches robotiques*. PhD thesis, Université de Rennes I, Rennes, France, Juillet 1990.
- [19] F. Chaumette, P. Rives, and B. Espiau. Positioning of a robot with respect to an object, tracking it and estimating its velocity by visual servoing. In *Proceedings of the 1991 International Conference on Robotics and Automation*, pages 2248–2253, Sacramento, Californie, USA, Avril 1991.
- [20] D. Chen and G. Lachapelle. A comparison of the FASF and least-squares search algorithms for on-the-fly ambiguity resolution. *NAVIGATION, Journal of The Institute of Navigation*, 42(2) :371–390, Summer 1995.
- [21] S. Christy. *Localisation et modélisation tridimensionnelles par approximations successives du modèle perspectif de caméra*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, France, Septembre 1998.
- [22] S. Christy and R. Horaud. Fast and reliable object pose estimation from line correspondences. In *Proceedings of the 7th International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns, Kiel, Germany*, pages 432–439, September 1997.
- [23] R. Conley. Life after selective availability. *The Quarterly Newsletter of the Institute of Navigation*, 10(1) :3–4, Spring 2000.

- [24] L. Cordesses. Evaluation d'un capteur GPS pour la commande 3D. In *JJCR9*, volume 1, 1998.
- [25] L. Cordesses, B. Thuilot, P. Martinet, and C. Cariou. Curved path following of a farm tractor using a CP-DGPS. In *Syroco'2000*, 2000.
- [26] A. Cretual. *Utilisation d'informations visuelles dynamiques en asservissement visuel*. PhD thesis, Université de Rennes I, Rennes, France, Novembre 1998.
- [27] A. Cretual and F. Chaumette. Image based visual servoing by integration of dynamic measurements. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA '98*, volume 3, pages 1997–2001, Mai 1998.
- [28] B. d'Andréa Novel, G. Campion, and G. Bastin. Control of nonholonomic wheeled mobile robots by state feedback linearization. *International Journal of Robotics Research*, 14 :543–559, 1995.
- [29] P. Daviet and M. Parent. Platooning for small public urban vehicles. In *4th International Symposium Experimental Robotics*, number 223, pages 345–354, Stanford, CA, Juillet 1996. Lectures Notes in Control and Information Sciences.
- [30] C. Canudas de Wit and O.J. Sordalen. Exponential stabilization of mobile robots with nonholonomic constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(11) :1791–1797, novembre 1992.
- [31] C. Debain. *Lois de commande pour le contrôle et la mobilité de machines agricoles*. PhD thesis, Université Blaise-Pascal, Clermont-Ferrand, France, septembre 1996.
- [32] C. Debain, T. Chateau and M. Berducat, P. Bonton, and P. Martinet. An help guidance system for agricultural vehicles. *Computers and Electronics in Agriculture, Special issue navigating Agricultural Field Machinery*, 25(1-2) :29–51, Janvier 2000.
- [33] D. Dementhon and L. S. Davis. Model-based object pose in 25 lines of code. *Int. Journal of Computer Vision*, pages 123–141, juin 1995.
- [34] M. Dhome, J. T. Lapreste, G. Rives, and M. Richetin. Spatial localization of modelled objects of revolution in monocular perspective vision. In *Computer Vision ECCV 90*, pages 475–485, Antibes, France, Avril 1990.
- [35] M. Dhome, M. Richetin, J. T. Lapreste, and G. Rives. The inverse perspective problem from a single view for polyhedra location. In *Proceedings of the computer society conference on computer vision and pattern recognition*, pages 61–66, Juin 5-9 1988.
- [36] A. J. Van Dierendonck and W. C. Melton. Application of time transfert using navstar GPS. In *Global Positioning System*, volume 2, pages 133–146. The Institute Of Navigation, Alexandria, VA, 1984.

- [37] A. J. Van Dierendonck, S. S. Russel, E. R. Kopitzke, and M. Birnbaum. The GPS navigation message. In *Global Positioning System*, volume 1, pages 55–73. The Institute Of Navigation, Alexandria, VA, 1984.
- [38] Etienne Dombre and Wisama Khalil. *Modélisation et commande des robots*. Hermes, 1988.
- [39] R. L. Easton. The navigation technology program. In *Global Positioning System*, volume 1, pages 15–20. The Institute Of Navigation, Alexandria, VA, 1984.
- [40] G. Elkaim, M. O'Connor, T. Bell, and B. Parkinson. System identification and robust control of farm vehicles using CDGPS. In *Proceedings of the 10th International Meeting of the Satellite Division of the Insitute of Navigation*, volume 2, pages 1415–1424, Kansas City, Missouri, USA, Septembre 1997. ION-GPS-97.
- [41] B. Espiau, F. Chaumette, and P. Rives. A new approach to visual servoing in robotics. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 8(3), Juin 1992.
- [42] J. Gangloff. *Asservissements visuels rapides d'un robot manipulateur à 6 degrés de liberté*. PhD thesis, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France, Janvier 1999.
- [43] Thomas D. Gillespie. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers, Inc, 1992.
- [44] Eric Guillo. *Modélisation et identification dynamique des engins mobiles de construction des routes*. PhD thesis, Université de Nantes, Nantes, France, janvier 2000.
- [45] R. Horaud and F. Dornaika. Hand-eye calibration. *The International of Robotic Research*, 14(3) :195–210, Juin 1995.
- [46] F. Huynh. *Manipulation assistée par la vision pour des tâches de surveillance et de saisie d'un objet fixe ou mobile*. PhD thesis, Université Paul Sabatier de Toulouse, Toulouse, France, 1998.
- [47] K. Inoue, K. Otsuka, M. Sugimoto, and N. Murakami. Estimation of place for tractor and adaptive control method of autonomous tractor using INS and GPS. In *Proceedings of the Intern. Workshop on Robotics and Automated Machinery for Bio-Productions, BIO-ROBOTICS'97*, pages 27–32, 1997.
- [48] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Springer, 1996.
- [49] Jr J. J. Spilker. GPS signal structure and performance characteristics. In *Global Positioning System*, volume 1, pages 29–54. The Institute Of Navigation, Alexandria, VA, 1984.
- [50] F. Jurie and M. Dhome. Un algorithme efficace de suivi d'objets dans des séquences d'images. In *RFIA 2000*, volume 1, pages 537–546, Paris, France, Février 1-3 2000.

- [51] F. Jurie, P. Rives, J. Gallice, and J.L. Brame. High-speed vehicle guidance based on vision. *Control Eng. Practice*, 2(2) :289–297, 1994.
- [52] R. M. Kalafus, J. Vilcans, and N. Knable. Differential operation of NAVSTAR GPS. In *Global Positioning System*, volume 2, pages 197–214. The Institute Of Navigation, Alexandria, VA, 1984.
- [53] A. Kelly. A partial analysis of the high speed autonomous navigation problem. Technical report, The Robotics Institute of Carnegie Mellon University, Mai 1994.
- [54] H. Kuroda, S. Kuragaki, T. Minowa, and K. Nakamura. An adaptative cruise control system using a millimeter wave radar. In *IEEE Int. Conf. on Intelligent Vehicles (IV'1998)*, pages 168–172, 1998.
- [55] J. M. Lavest, M. Viala, and M. Dhome. Quelle précision pour une mire d'étalonnage. *Traitement du signal*, 16(3) :241–254, 1999.
- [56] W. Leroquais and B. d'Andréa Novel. Transformation of the kinematic models of restricted mobility wheeled mobile robots with a single platform into chain form. In *IEEE Conference on Decision and Control 1995*, 2000.
- [57] W. Lewandowski, J. Azoubib, and W.J. Klepczynski. GPS : primary tool for time transfer. *Proceedings of IEEE*, 87(1) :163–172, Janvier 1999.
- [58] D.G. Lowe. *Perceptual Organization and Visual Recognition*. Kluwer Academic Publishers, 1985.
- [59] G. Lu, M.E. Cannon, G. Lachapelle, and P. Kielland. Attitude determination in a survey launch using multi-antenna gps technologies. In *Proceedings of National Technical Meeting*, pages 251–260. The Institute of Navigation, 1993.
- [60] E. Malis. *Contribution à la modélisation et à la commande en asservissement visuel*. PhD thesis, Université de Rennes, Rennes-Ferrand, France, Novembre 1998.
- [61] F. Marmoiton. *Detection et suivi d'obstacles coopératifs par vision monoculaire a partir d'un vehicule experimental automobile*. PhD thesis, Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand, France, Janvier 2000.
- [62] F. Marmoiton, F. Collange, and J.P. Derutin. Location and relative speed estimation of vehicles by monocular vision. In *IEEE Int. Conf. on Intelligent Vehicles (IV'2000)*, 2000.
- [63] P. Martinet, N. Daucher, J. Gallice, and M. Dhome. Robot control using 3d monocular pose estimation. In *IROS'97 Workshop on New Trends in Image Based Robot Servoing*, pages 1–16, Grenoble, France, Septembre 1997.
- [64] P. Martinet and J. Gallice. Position based visual servoing using a nonlinear approach. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, volume 1, pages 531–536, Kyongju, Korea, Octobre 1999.

- [65] P. Martinet, P. Rives, P. Fickinger, and J. Borrelly. Parallel architecture for visual servoing applications. In *Proceedings of the workshop on Computer Architecture for Machine Perception*, pages 107–118, Paris, France, 1991.
- [66] P. Martinet, P. Rives, P. Fickinger, and J.J. Borrelly. Parallel architecture for visual servoing applications. In *Proceedings of the Workshop on Computer Architecture for Machine Perception*, pages 407–418, Paris, France, Décembre 1991.
- [67] Y. Mezouar and F. Chaumette. Génération de trajectoires dans l'image vers l'asservissement visuel robuste. In *Journées Jeunes Chercheurs en Robotique JJCR12*, volume 1, Février 2000.
- [68] Y. Mezouar and F. Chaumette. Path planning in image space for robust visual servoing. In *ICRA 2000*, Avril 2000.
- [69] R. J. Milliken and C. J. Zoller. Principle of operation of NAVSTAR and system characteristics. In *Global Positioning System*, volume 1, pages 3–14. The Institute Of Navigation, Alexandria, VA, 1984.
- [70] G. Morel, T. Liebezeit, J. Szewczyk, S. Boudet, and J. Pot. Explicit incorporation of 2D constraints in vision based control of rovbots manipulators. In Peter Corke and James Trevelyan, editors, *Experimental Robotics VI ISER'99*, volume 250, Sydney, Australia, Mars 26-28 2000.
- [71] R. M. Murray and S. S. Sastry. Nonholonomic motion planning :steering using sinusoids. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(5) :700–716, Mai 1993.
- [72] Y. Nagasaka, R. Otani, K. Shigeta, and K. Taniwaki. Automated operation in paddy fields with a fiber optic gyro sensor and GPS. In *Proceedings of the Intern. Workshop on Robotics and Automated Machinery for Bio-Productions, BIO-ROBOTICS'97*, pages 21–26, 1997.
- [73] E. Nebot and H. Durrant-Whyte. Initial calibration and alignment of low-cost inertial navigation units for land vehicle applications. *Journal of Robotic Systems*, 16(2) :81–92, 1999.
- [74] Brigitte d'Andrea Novel and Michel Cohen de Lara. *Commande linéaire des systèmes dynamiques*. Masson, 1994.
- [75] M. O'Connor, G. Elkaim, T. Bell, and B. Parkinson. Automatic steering of a farm vehicle using GPS. In *Proceedings of the International Conference on Precision Agriculture 1996*, volume 3, pages 767–777, 1996.
- [76] M. Ohtomo, R. Kimura, S. Fukushima, and N. Fujii. Automatic following system utilizing vehicle-to-vehicle communication. In *IEEE Int. Conf. on Intelligent Vehicles (IV'1998)*, pages 381–384, 1998.

- [77] B. W. Parkinson. History and operation of NAVSTAR, the Global Positioning System. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 030(4) :1145–1161, Octobre 1994.
- [78] B. Peterson, D. Bruckner, and S. Heyes. Measuring GPS signals indoors. In *Proceedings of the 10th International Technical Meeting of the satellite Division of The Institute Of Navigation ION GPS-97*, volume 1, pages 615–624, USA, 1997.
- [79] F. Peyret. control of a land vehicle. In *IAARC/IFAC/IEEE Intern. Symp. on Automation and Robotics in Construction (ISARC'99)*, volume 1, pages 3–9, 1999.
- [80] S. Remy. *Etalonnage précis d'un système vidéo embarqué sur un bras manipulateur*. PhD thesis, Université Blaise-Pascal, Clermont-Ferrand, France, Juillet 1998.
- [81] S. S. Russel and J. H. Schaibly. Control segment and user performance. In *Global Positioning System*, volume 1, pages 74–80. The Institute Of Navigation, Alexandria, VA, 1984.
- [82] O. Salychev, V. Voronov, M.E. Cannon, G. Lachapelle, and R. Nayak. Low cost INS/GPS integration : Concepts and testing. In *Proceedings of National Technical Meeting*, Anaheim, CA, Janvier 2000. The Institute of Navigation.
- [83] C. Samson. Mobile robot control part 2 : control of chained systems and application to path following and time-varying point-stabilization of wheeled vehicles. Technical Report IR-1994, INRIA- Sophia Antipolis, Juillet 1993.
- [84] C. Samson. Control of chained systems. Application to path following and time-varying point stabilization of mobile robots. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 40(1) :64–77, Janvier 1995.
- [85] C. Samson, M. Le Borgne, and B. Espiau. *Robot Control The Task Function Approach*. Clarendon Press - Oxford, 1991.
- [86] C. Samson and B. Espiau. Application of the task-function approach to sensor-based control of robot manipulator. *IFAC*, 1990.
- [87] A. C. Sanderson and L. E. Weiss. Image based visual servo control using relational graph error signal. In *Proc. of the International Conference on Cybernetics*, pages 1074–1077, Octobre 1980.
- [88] A. C. Sanderson and L. E. Weiss. *Robot Vision. Adaptive visual servo control of robots*. Alan Pugh, 1983.
- [89] M. Shaw, P. Levin, and J. Martel. The DoD : stewards of a global information resource, the navstar global positioning system. *Proceedings of IEEE*, 87(1) :16–23, Janvier 1999.

- [90] O. J. Sordalen. *Feedback control of nonholonomic mobile robots*. PhD thesis, The Norwegian Institute of Technologie, Norway, 1993.
- [91] A. Stoll and H. D. Kutzbach. Automatic steering with real time kinematic GPS. In *Ageng 2000*, pages 133–146, Warwick, 2000.
- [92] M. A. Sturza. GPS navigation using three satellites and a precise clock. In *Global Positioning System*, volume 2, pages 122–132. The Institute Of Navigation, Alexandria, VA, 1984.
- [93] H. Sussmann, E. Sontag, and Y. Yang. A general result on the stabilization of linear systems using bounded controls. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 39(12) :2411–2425, Janvier 1994.
- [94] D. Swaroop and R. Huandra. Intelligent cruise control system design based on a traffic flow specification. Technical report, Texas A&M University, College Station, Février 1999.
- [95] S. Tarbouriech and P. Souères. Advanced control strategy for the visual servoing scheme. In *6th IFAC Symposium on Robot Control Syroco'00*, volume 2, pages 457–462, Vienne, Autriche, Septembre 2000.
- [96] A. R. Teel. Global stabilization and restricted tracking for multiple integrators with bounded controls. *System and Control Letters*, 18(3) :165–171, Mars 1992.
- [97] C. Thorpe, T. Jochem, and D. Pomerleau. Automated highways and the free agent demonstration. In *International Symposium on Robotics Research*, Octobre 1997.
- [98] B. Thuilot. *Contribution à la modélisation et à la commande de robots mobiles à roues*. PhD thesis, Ecoles Nationale Supérieure des Mines de Paris, France, Décembre 1995.
- [99] D. Tilbury, O. J. Sordalen, L. Bushnell, and S.S. Sastry. A multisteering trailer system : conversion into chained form using dynamic feedback. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 11(6) :807–818, Décembre 1995.
- [100] J. Wang and W. J. Wilson. 3D relative position and orientation estimation using kalman filter for robot control. In *Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2638–2645, Nice, France, Mai 1992.
- [101] S. Wasielewski. *Contribution à l'étude d'un système de localisation 3D par vision monoculaire pour un véhicule sous-marin*. PhD thesis, Université Montpellier II, Montpellier, France, Novembre 1997.
- [102] J. M. Yang and J. H. Kim. Sliding mode motion control of nonholonomic mobile robots. *IEEE Control System Magazine*, 19(2) :15–24, Avril 1999.
- [103] K. P. Yiu, R. Crawford, and R. Eschenbach. A low-cost GPS receiver for land navigation. In *Global Positioning System*, volume 2, pages 44–60. The Institute Of Navigation, Alexandria, VA, 1984.

- [104] The Zodiac. *Theory of robot control*. Springer-Verlag Publishers, 1996.