

# Modélisation des temps de propagation dans les équations de champs neuronaux

Olivier Faugeras  
Equipe Projet NeuroMathComp  
INRIA Sophia-Antipolis - ENS Paris

2 janvier 2009

## Sujet

Les équations de champs neuronaux rendent compte, au travers d'une fonction dite de connectivité, des interactions entre ensembles de neurones situés en différents points d'une aire corticale. Elles s'écrivent par exemple

$$\alpha V_t(x, t) = -V(x, t) + \int_{\Omega} w(x, x', t) S(V(x', t)) dx' + I_{\text{ext}}(x, t)$$

$V$  est le potentiel de membrane moyen d'un ensemble mésoscopique de neurones,  $\Omega$  un ouvert borné régulier de  $\mathbb{R}^2$ ,  $S$  une fonction sigmoïdale. La fonction de connectivité  $w$  décrit l'interaction de l'ensemble de neurones situés en  $x'$  et en  $x$ .  $I_{\text{ext}}$  est un courant extérieur pouvant modéliser l'interaction entre plusieurs aires corticales.

Les potentiels d'action se propageant à une vitesse de l'ordre de 10 cm/s, les temps d'arrivée de ces potentiels varient de manière significative selon la distance entre l'émetteur et le récepteur. Le but de ce stage est de prendre en compte cet effet en introduisant un retard dans les équations des champs neuronaux, dites de Wilson et Cowan ou encore de Hammerstein, en les écrivant par exemple sous la forme

$$\alpha V_t(x, t) = -V(x, t) + \int_{\Omega} w(x, x', t) S(V(x', t - \frac{|x-x'|}{c})) dx' + I_{\text{ext}}(x, t),$$

équation dans laquelle on a introduit le retard  $\frac{|x-x'|}{c}$  dû à la propagation à la vitesse  $c$  des potentiels d'action.  $||$  est une norme de  $\mathbb{R}$  si on néglige la courbure du cortex ou une distance géodésique dans le cas contraire.

La partie mathématique du stage consistera en l'étude du problème de l'existence et de l'unicité de la solution de cette équation intégrale-différentielle non linéaire à retards pour différents types de courants extérieurs  $I_{\text{ext}}$  en généralisant les résultats de [1]. Il conviendra notamment de modifier la notion de condition initiale, différente dans le cas des équations à retard.

La partie numérique consistera en l'écriture d'un code de calcul de cette solution, quand elle existe. Les résultats des expériences numériques pourront être confrontés à des mesures neurophysiologiques, issues de l'imagerie optique

chez le primate non humain, grâce à une collaboration avec l'INCM (CNRS, Marseille) et l'UNIC (CNRS, Gif-sur-Yvette).

L'étudiant pourra se baser sur l'ouvrage de J. Hale et S. Lunel [2].

## Compléments

Ce stage nécessite des connaissances d'analyse fonctionnelle et une forte motivation pour la recherche à l'interface entre les mathématiques et les neurosciences théoriques. Des expériences numériques nécessitant le développement de programmes informatiques viendront utilement compléter et enrichir le travail théorique.

Ce stage est proposé dans le cadre du projet NerVi financé par l'European Research Council (ERC) au travers de son programme IDEAS. Il aura lieu au sein de l'équipe projet NeuroMathComp INRIA/ENS Paris. Il est rémunéré et peut se poursuivre en thèse.

## Références

- [1] O. Faugeras, F. Grimbert, and J.-J. Slotine. Absolute stability and complete synchronization in a class of neural fields models. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 61(1) :205–250, sep 2008.
- [2] J.K. Hale and S.M.V. Lunel. *Introduction to Functional Differential Equations*. Springer-Verlag, 1993.