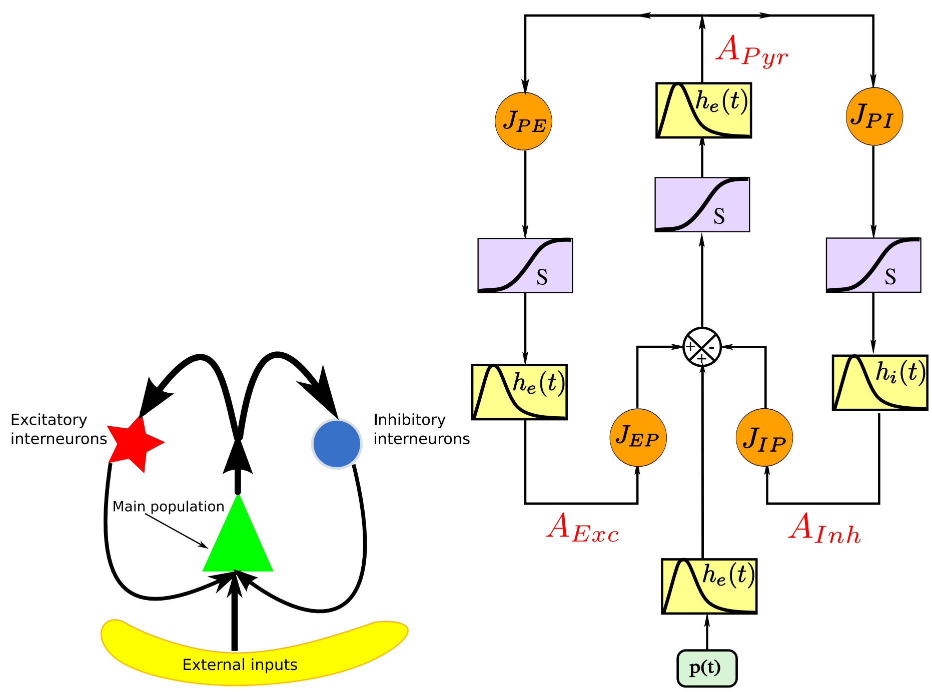
Bifurcations dans les modèles de masses neurales et comportements neuronaux associés

Olivier Faugeras
Equipe Projet NeuroMathComp
INRIA Sophia-Antipolis - ENS Paris

19 janvier 2009

Sujet

Les masses neurales permettent de représenter des populations de neurones à une échelle mésoscopique ou macroscopique. Elles sont décrites par des systèmes d'équations différentielles ordinaires qui font intervenir la variation temporelle des potentiels de membrane des populations représentées. Un modèle très utilisé, par exemple pour la modélisation des crises épileptiques, est celui de Jansen et Rit [2] qui représente trois populations de neurones, voir figure . Ce modèle peut

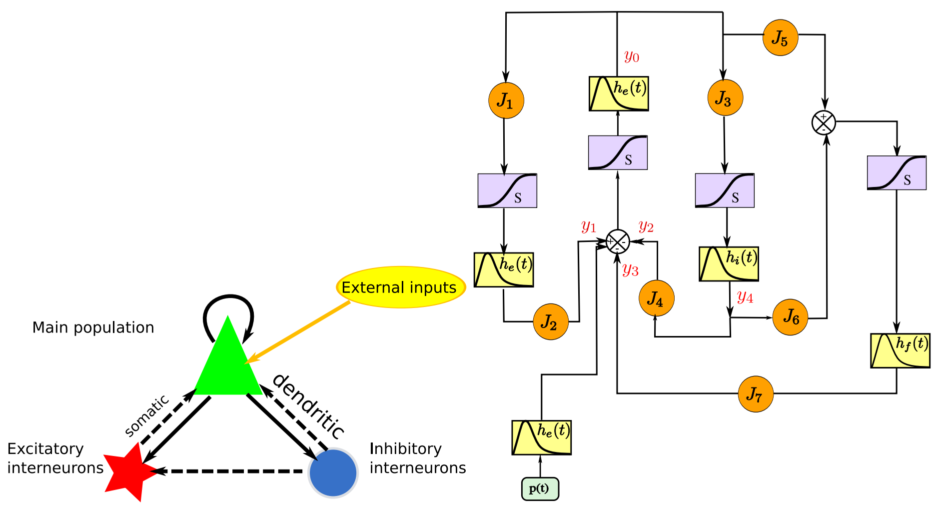


être représenté par le système dynamique

$$\begin{cases} \dot{Y_0} & = Y_3 \\ \dot{X} & = Y_4 - Y_5 \\ \dot{Y_2} & = Y_5 \\ \dot{Y_3} & = j\, S(X) - 2\, Y_3 - Y_0 \\ \dot{Y_4} & = P + \alpha_2\, j\, S(\alpha_1\, Y_0) - 2\, Y_4 - (Y_2 + X) \\ \dot{Y_5} & = d\, \alpha_4\, G\, j\, S(\alpha_3\, Y_0) - 2\, d\, Y_5 - d^2\, Y_2 \end{cases} \tag{1}$$

qui dépend de neuf paramètres. Les bifurcations de codimension 1 ce système par rapport au paramètre P ont été étudiées dans [1]. Cette étude a été poursuivie pour la codimension 2 dans une thèse récente [3]. L'étude d'une bifurcation de codimension 3 a été esquissée.

Le but du stage est d'étendre cette étude des bifurcations à un système plus compliqué, mais plus pertinent du point de vue des neurosciences, qui a été proposé très récemment [4]. Ce modèle est représenté en figure et comporte une population neuronale supplémentaire et peut être représenté par le système



dynamique suivant

$$\begin{cases} \dot{Y_0} & = Y_5 \\ \dot{X} & = Y_6 - Y_7 - Y_8 \\ \dot{Z} & = \alpha_5 Y_5 - \frac{\alpha_6}{\alpha_4} Y_7 \\ \dot{Y_3} & = Y_8 \\ \dot{Y_5} & = jS(X) - 2Y_5 - Y_0 \\ \dot{Y_6} & = j\alpha_2 S(\alpha_1 Y_0) - 2Y_6 - (X + Y_2 + Y_3) + P(t) \\ \dot{Y_7} & = jd_1 G_1 \alpha_4 S(\alpha_3 Y_0) - 2d_1 Y_7 - d_1^2 \frac{\alpha_4}{\alpha_6}(\alpha_5 Y_0 - Z) \\ \dot{Y_8} & = jd_2 G_2 \alpha_7 S(Z) - 2d_2 Y_8 - d_2^2 Y_3 \end{cases} \tag{2}$$

Le but du stage est d'étudier de manière aussi détaillée que possible les bifurcations de codimension 1 et 2 des points d'équilibre de (2) tout en les reliant aux comportements neuronaux rapportés dans [4].

Compléments

Ce stage nécessite des connaissances de systèmes dynamiques et de théorie des bifurcations et une forte motivation pour la recherche à l'interface entre les mathématiques et les neurosciences théoriques. Des expériences numériques devront être conduites à l'aide des logiciels xppaut et mathcont.

Ce stage est proposé dans le cadre du projet NerVi financé par l'European Research Council (ERC) au travers de son programme IDEAS. Il aura lieu au sein de l'équipe projet NeuroMathComp INRIA/ENS Paris. Il est rémunéré et peut se poursuivre en thèse.

Références

[1] F. Grimbert and O. Faugeras. Bifurcation analysis of Jansen's neural mass model. *Neural Computation*, 18(12) :3052–3068, December 2006.

[2] Ben H. Jansen and Vincent G. Rit. Electroencephalogram and visual evoked potential generation in a mathematical model of coupled cortical columns. *Biological Cybernetics*, 73 :357–366, 1995.

[3] J. Touboul. *Nonlinear and stochastic models in neuroscience*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, dec 2008.

[4] F. Wendling and P. Chauvel. *Computational Neuroscience in Epilepsy*, chapter Transition to Ictal Activity in Temporal Lobe Epilepsy : Insights from Macroscopic Models, pages 356–386.