
Séance IX. TP scilab/ Intégration numérique.

Etant donnés les points a, b , un entier N et une fonction $f(x)$, écrire un programme scilab permettant de calculer une approximation de $\int_a^b f(x)dx$ basée sur une subdivision de $[a, b]$ en N éléments, et utilisant respectivement les méthodes de rectangles, points milieu, trapèzes et Simpson.

Pour valider les implémentations de ces méthodes, on utilisera les fonctions

$$f_1(x) = \frac{4}{1+x^2} \quad f_2(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$$

$$f_3(x) = \sin(7\pi x) + \cos(8\pi x)$$

dont on calculera la valeur exacte de l'intégrale sur $[-1, 1]$

A l'aide du programme scilab, calculer pour chaque fonction et par les 4 méthodes une approximation de l'intégrale sur $[-1, 1]$ en faisant varier le nombre N de subdivisions (prendre par exemple $N = 4, 8, 12, 16, 20, 40$).

1. Tracer le graphe de l'erreur d'approximation des intégrales en fonction de N .
(un graphe par fonction, qui compare les courbes d'erreur des 4 méthodes numériques)
2. Calculer l'ordre d'approximation de la méthode à partir des valeurs de l'erreur de fonction de N , et le comparer à l'ordre théorique.

$$\int_{-1}^1 f_1(x)dx = 2\pi, \quad \int_{-1}^1 f_2(x)dx = \frac{4}{\pi}, \quad \int_{-1}^1 f_3(x)dx = 0,$$