

Emploi du temps	
14 avril	vacances
21 avril	vacances
28 avril	dernier TD - correction partiel
5 mai	examen final

Université Paris 7  
IUP 2  
Analyse de Performance et Simulation  
Année 2003-2004

### TD no 9 Générateurs à deux pas

#### Exercice 1 [ Vectorisation ]

1. Transformez le générateur à deux pas suivant en un générateur à un pas.

$$\begin{cases} x_0 = 1 \\ x_1 = 0 \\ x_{n+2} = 3x_{n+1} + 2x_n \text{ mod } 11 \end{cases}$$

2. Soit le générateur à deux pas suivant :

$$\begin{cases} x_0 = 2 \\ x_1 = 3 \\ x_{n+2} = x_{n+1} - x_n \end{cases}$$

- (a) Vectorisez le en un générateur à un pas  $(y_n)$ .
- (b) Calculez  $y_0, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6$  par calcul matriciel.
- (c) En déduire la période, l'orbite et  $(y_n)$  puis de  $(x_n)$ .

#### Exercice 2 [ Généralisation des algorithmes de Brent et Floyd ]

Expliquez comment appliquer les algorithmes de Brent et Floyd à un générateur à deux pas.

#### Exercice 3

Analysez (orbites, période, pré-période) les générateurs suivants :

$$\begin{cases} x_0 = 2 \\ x_1 = 3 \\ x_{n+2} = x_{n+1} + 2x_n \text{ mod } 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 = 1 \\ x_{n+2} = 2x_{n+1} - 4x_n \pmod{7} \end{cases}$$

**Exercice 4 [ Loi Hypergéométrique ]**

1. Quelle est la probabilité d'avoir 2 as dans une main au poker avant d'utiliser la pioche ? (tirage sans remise de 5 cartes parmi 32).
2. Soit  $n, m, N$  appartenant à  $\mathbb{N}$ . On appelle loi hypergéométrique  $H(N, m, n)$  la loi définie par :

$$Prob[X = k] = \frac{C_m^k \times C_{N-m}^{n-k}}{C_N^n}$$

Pour l'intuition : Considérons une population d'effectif  $N$ , dont  $m$  éléments possèdent le caractère  $C$ . On tire  $n$  objets parmi les  $N$  (sans remise). La probabilité d'avoir  $k$  éléments qui ont le caractère  $C$  parmi ces  $n$  est donnée par la loi hypergéométrique  $H(N, m, n)$ .

Vérifiez que  $(\sum_{k \in \mathbb{N}} P(X = k)) = 1$ .

3. Donnez une méthode de génération de la loi hypergéométrique  $H(N, m, n)$  à partir d'un générateur de loi uniforme discrète ou continue. On écrira du pseudo-code.