

**TD no 3**  
**Calculs dans  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$**

**Exercice 1 [ Rappel ]** Résoudre dans  $\mathbb{Z}$  les équations suivantes :

- a)  $x^2 + x - 6 = 0$ ,
- b)  $x^2 + x + 1 = 0$ ,
- c)  $x^2 + x - 1 = 0$ .

**Exercice 2 [ Familiarisation avec le calcul mod  $n$  ]** Calculer :

- a)  $3 * 2 \bmod 5$  et  $7 * 6 \bmod 11$ ,
- b) la fonction  $f(x) = 2x \bmod 5$ ,
- c)  $1/2 \bmod 5$ ,  $9/6 \bmod 11$  et  $1/3 \bmod 5$ ,
- d) les carrés des éléments de  $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$ ,
- e)  $(2 * 3)/2 \bmod 4$ . Discuter du résultat. D'où vient le problème ?

**Exercice 3 [ Equations du second degré dans  $F_p = \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ ]** Résoudre et discuter dans  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$  :

- a)  $x^2 + x + 1 = 0 \bmod 3$ ,
- b)  $x^2 + x + 1 = 0 \bmod 5$ ,
- c)  $x^2 + x + 1 = 0 \bmod 7$ ,
- d)  $x^2 + mx + 1 = 0 \bmod 7$ ,
- e)  $x^2 + mx + 1 = 0 \bmod 11$ ,

**Exercice 4 [ Equations de degré supérieur ]** Résoudre :

- a)  $x^3 + 1 = 0 \bmod 7$ ,
- b)  $x^4 + x^2 + 1 = 0 \bmod 11$ .