

UNIVERSITÉ CÔTE D'AZUR
DIPLOME ECONOMIE-GESTION

Licence 3
Graduate School of Economics and Management
Plaquette de TD

Introduction à l'économétrie

Catherine Laffineur

Université Côte d'Azur
CNRS-GREDEG
250 rue Albert Einstein
06560 Valbonne

Professeur référent
Catherine Laffineur
catherine.laffineur@unice.fr
04.93.95.43.75

1 Travaux Dirigés 1

1.1 Exercice 1

On considère les séries de données suivante:

- Le niveau d'éducation mesuré par le nombre d'années de scolarité
- Le salaire moyen en dollar US

Ces séries concernent l'année 1985 aux Etats-Unis et sont reportées dans le tableau suivant:

Année de scolarité (X)	Salaire horaire moyen (Y)
6	4.4567
7	5.77
8	5.9787
9	7.3317
10	7.3182
11	6.5844
12	7.8182
13	7.8351
14	11.0223
15	10.6738
16	10.8361
17	13.615
18	13.531

1. Calculer la moyenne, la variance et l'écart-type du salaire horaire moyen
2. Calculez la covariance entre X et Y
3. En déduire le coefficient de corrélation entre X et Y . Commentez.

1.2 Exercice 2

On considère la matrice suivante:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

1. Calculez $\text{tr}(A)$ et déterminez A'
2. Calculez A^{-1}
3. La matrice A est-elle idempotente?

1.3 Exercice 3

On considère la matrice suivante:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 3 & 2 & 5 \\ 5 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

Calculez $\det|A|$, $\text{tr}(A)$ et A^{-1}

2 Travaux Dirigés 2

Dans cette séance, nous verrons comment interpréter les sortie de résultats en économétrie linéaire. Nous distinguerons l'interprétation des résultats selon la nature des variables (continues ou dichotomiques) et leur transformation (en niveau ou logarithmique).

2.1 Exercice 1

Dans cet exercice nous illustrons l'utilisation des variables indicatrices par une série de régressions examinant les déterminants du poids d'un bébé à la naissance.

1. Dans la première régression, le poids à la naissance, mesuré en grammes, est régressé sur le nombre moyen de cigarettes fumées quotidiennement par la mère durant sa grossesse (x). Le résultat obtenu est le suivant

$$Poids = 3418 - 7.2x$$

- (a) Quel est le poids moyen à la naissance d'une mère non fumeuse?
 - (b) Quel est le poids moyen d'un enfant dont la mère fume 10 cigarettes par jour?
2. En pratique, on sait que le poids moyen d'un bébé à la naissance varie selon que celui-ci soit ou non le premier bébé auquel la mère donne naissance. Il est donc utile de prendre en compte ce paramètre. On considère donc la variable dichotomique d telle que $d = 1$ si la mère a déjà eu un enfant et 0 sinon. Les résultats obtenus sont les suivants:

$$Poids = 3373 + 119d - 7.8x$$

- (a) Quel est le poids moyen à la naissance d'un enfant dont la mère ne fume pas s'il est le premier né?
 - (b) S'il n'est pas le premier né?
3. Au vu des résultats précédents, il semble clair que le fait d'être ou non le premier né a un effet significatif sur le poids de naissance. On peut se demander si le nombre de frères et soeurs a un effet ou si cela est juste le fait que la mère ait eu des enfants auparavant qui importe. Pour vérifier cette hypothèse on peut effectuer une régression avec une série de variables indicatrice d_0 , d_1 , d_2 et d_3 correspondant au nombre de naissance ayant précédé tel que:

- $d_0 = 1$ si aucune naissance n'a précédé et 0 sinon
- $d_1 = 1$ si une naissance a précédé et 0 sinon
- $d_2 = 1$ si deux naissances ont précédé et 0 sinon
- $d_3 = 1$ si trois naissance ou plus ont précédé et 0 sinon

Le modèle donne les résultats suivants:

$$Poids = 3373 - 7.8x + 127d_1 + 102d_2 + 105d_3$$

- (a) Pour quelle raison la variable indicatrice d_0 n'est-elle pas incluse dans la régression?

- (b) Comment s'interprète les coefficients d_1 , d_2 , d_3 ?
- (c) Quel est le poids moyen d'un enfant d'une mère non fumeuse ayant deux frères et/ou deux soeurs aînés?
4. Supposons désormais que le modèle que l'on cherche à estimer n'inclut plus la variable de Poids en niveau mais en logarithme.

- (a) Comment interpréteriez vous le coefficient associé à la variable du nombre de cigarettes fumées? Les résultats sont les suivants

$$\ln Poids = 3373 - 0.078x + 0.0127d_1 + 0.0102d_2 + 0.0105d_3$$

- (b) A la variable dichotomique indiquant si l'enfant est un deuxième né ou non?
- (c) Supposons maintenant que la variable du nombre de cigarettes fumées soit en logarithme. Comment interpréteriez vous le coefficient associé à la variable du nombre de cigarettes fumées? Les résultats sont les suivants

$$\ln Weight = 3373 - 0.78x + 0.127d_1 + 0.102d_2 + 0.105d_3$$

2.2 Exercice 2

On s'intéresse aux déterminants de la croissance de la population de pays. Pour cela nous disposons d'une base de données en coupe instantanée. Nous régressons la croissance de la population (popgrowth) en fonction de 2 variables :

- Lexp : l'espérance de vie à la naissance
- Develope : une variable qui vaut 1 si le pays est un pays développé et 0 sinon

Les résultats sont reportés dans le tableau suivant (modèle 1):

```
. reg popgrowth lexp develope
```

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	68
Model	14.3387003	2	7.16935017	F(2, 65)	=	10.65
Residual	43.7582116	65	.673203255	Prob > F	=	0.0001
				R-squared	=	0.2468
				Adj R-squared	=	0.2236
Total	58.0969119	67	.867118089	Root MSE	=	.82049

popgrowth	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
lexp	-.0581536	.0247299	-2.35	0.022	-.1075426 -.0087646
develope	-.5541977	.2505336	-2.21	0.030	-1.054548 -.0538475
_cons	5.346518	1.752021	3.05	0.003	1.847489 8.845546

1. Les données issues de cette régression sont constituées d'informations sur quelles dimensions?
2. Détaillez la nature des variables lexp et develope
3. Donnez l'interprétation du coefficient associé à lexp et develope.
4. Donnez deux façons d'identifier si le coefficient est significatif ou non.
5. Est-il possible de mesurer un effet différencié de l'espérance de vie sur la croissance selon que le pays soit développé ou en développement?

3 Travaux Dirigés 3

Dans cette séance de TD nous analyserons le modèle linéaire simple: l'estimation des paramètres grâce à l'estimation des moindres carrés ordinaires, leur intervalle de confiance et la prévision.

3.1 Exercice 1

La société Z souhaite connaître le taux annuel d'accroissement des ventes de courant basse tension. La variable qui semble expliquer ces ventes est le taux annuel d'accroissement de la consommation des ménages. Les taux sont exprimés en pourcentage. On dispose de 20 couples d'observations (x_i, y_i) , avec y_i le taux annuel d'accroissement des ventes en courant basse tension et x_i , le taux annuel d'accroissement de la consommation des ménages. On étudie le modèle linéaire simple suivant:

$$y_i = a + bx_i + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, 20$$

où le terme aléatoire ϵ_i vérifie les hypothèses classiques des MCO.

1) Etant donné les résultats suivants, estimer les paramètres a et b du modèle par les MCO

$$\bar{y} = 9.733 \quad \bar{x} = 4.855 \quad m_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2 = 39.34$$

$$m_{xx} = \sum (x_i - \bar{x})^2 = 19.12 \quad m_{xy} = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 22.37$$

2) Estimer la variance des coefficients de la régression.

3) Etablir le tableau d'analyse de la variance. Calculer le coefficient de détermination R^2 .

4) Etudier les propositions suivantes en effectuant les tests appropriés, et en précisant, à chaque fois l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative. Prendre un risque $\alpha = 5\%$.

i) Le taux d'accroissement annuel de la consommation des ménages a-t-il un effet multiplicateur sur le taux d'accroissement annuel des ventes en courant basse tension?

ii) Quand l'accroissement de la consommation des ménages est nul, l'accroissement moyen des ventes d'électricité est-il nul?

3.2 Exercice 2

On considère le modèle linéaire suivant:

$$y_i = a + bx_i + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, 7$$

y_i représente le rendement par hectare de blé, exprimé en quintal par hectare.

x_i représente la quantité d'engrais utilisée exprimée en Kg/ha.

ϵ_i représente le terme aléatoire qui vérifie les hypothèses classiques des MCO.

On dispose des observations suivantes:

y_i	40	45	50	65	70	70	80
x_i	100	200	300	400	500	600	700

1. Estimer par la méthode des MCO, les paramètres du modèle (a , b et σ^2)
2. Etablir des intervalles de confiance, au niveau de 95%, pour a, b .
3. Tester, individuellement, la significativité des paramètres a et b au seuil de 5%.
4. Etablir le tableau d'analyse de la variance. Tester la significativité globale du modèle, au seuil de 5%.

3.3 Exercice 3

Supposons que nous cherchons à estimer la relation entre le taux d'intérêt à long terme et le taux d'inflation. Pour ce faire, nous disposons des données suivantes :

Pays	Taux d'inflation	Taux d'intérêt
Allemagne	0.91	1.16
Australie	2.49	3.66
Canada	1.91	2.23
Espagne	-0.15	2.71
Etats-Unis	1.62	2.54
France	0.51	1.67
Italie	0.24	2.89
Japon	2.75	0.52
Royaume-Uni	1.5	2.57
Russie	7.82	8.46

Avec $\sum(y_i - \bar{y})^2 = 42.38$, $V(X) = 4.62$, $\bar{y} = 2.84$, $\bar{x} = 1.96$, $cov(X, Y) = 3.54$, $SCT = 42.38$ et $SCE = 27.39$

On considère le modèle suivante: $Y = A + bX$ où Y représente le taux d'intérêt et X le taux d'inflation.

1. Quelle est la valeur de \hat{b} , \hat{a} , σ^2 ? Interprétez les résultats.
2. Quelle est la valeur de $V(\hat{a})$, $V(\hat{b})$?
3. Quel est le t de student permettant de répondre à la question suivante: avec un risque de $\alpha = 0.01$, quand l'inflation est nulle, le taux d'intérêt est-il également nul?
4. Quel taux prévoit-on si l'inflation est de -0.10%? Donnez un intervalle de confiance de votre prévision avec un risque de première espèce $\alpha = 0.01$.

4 Travaux Dirigés 4

Dans cette séance de TD nous analyserons le modèle linéaire multiple: l'estimation des paramètres grâce à l'estimation des moindres carrés ordinaires, leur intervalle de confiance et la prévision.

4.1 Exercice 1

L'estimation d'un modèle linéaire par les MCO sur une série de données trimestrielles donne les résultats suivants:

$$\hat{y}_i = 2.2 + 0.104x_{1i} + 3.4x_{2i} + 0.34x_{3i}$$

Avec $i = 1, \dots, 64$ et $\sigma_{\hat{b}_0} = 3.4$, $\sigma_{\hat{b}_1} = 0.0005$, $\sigma_{\hat{b}_2} = 2.2$ et $\sigma_{\hat{b}_3} = 0.15$. On a également $SCE = 112.5$ et $SCR = 19.5$

1. Qu'est ce qu'un coefficient de détermination? A quoi sert-il? Y a t-il des limites à cet estimateur?
2. Les coefficients de la régression sont-ils significatifs au seuil de 5%?
3. Calculez le coefficient de détermination multiple R^2
4. Calculez le coefficient de détermination ajusté \bar{R}^2 . Quelle est la différence entre les deux coefficients?
5. Effectuez un test de significativité globale

4.2 Exercice 2

Pendant 23 ans, on a relevé sur une parcelle de terre agricole, les rendements de la culture de blé (Y), la température moyenne (x_1) et le niveau des précipitations (x_2).

L'ajustement de ce modèle conduit aux résultats suivants:

$$\bar{y}_t = 27.3 + 0.51x_{1t} - 0.35x_{2t}$$

Avec $t = 1, \dots, 23$, $R^2 = 0.937$, $SCT = \sum(y_i - \bar{y})^2 = 317.46$

On connait en plus:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.135 & -0.0703 & 0.0135 \\ & 0.0538 & -0.0135 \\ & & 0.027 \end{bmatrix}$$

On souhaite tester, au seuil de 5% les deux hypothèses suivantes:

1. Existe-t-il une influence d'au moins un des facteurs?
2. Le coefficient de la température est-il deux fois plus élevé que celui des précipitations?

4.3 Exercice 3

On considère le modèle suivant:

$$y_i = b_0 + b_1x_{1i} + b_2x_{2i} + u_i$$

On dispose des données suivantes:

Y	0	6	2	7	9
X1	1	2	0	2	0
X2	0	1	1	2	2

1. Calculez le vecteur des paramètres \hat{B}
2. Calculez la matrice des variances-covariances $V(\hat{B})$
3. Testez $b_1 + b_2 = 1$ avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$

5 Travaux Dirigés 5

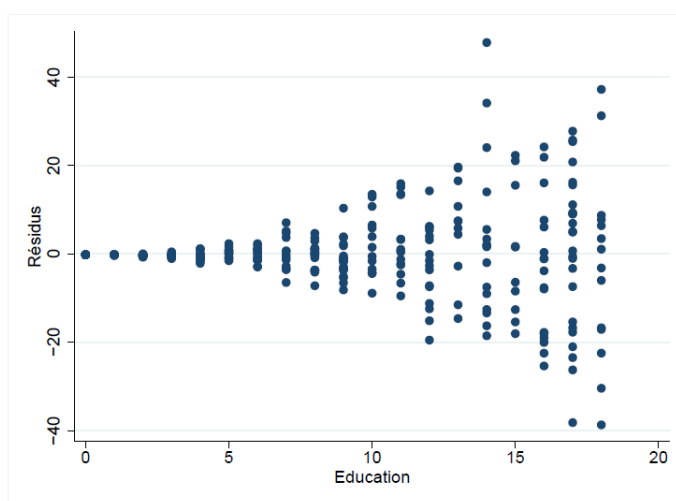
Dans cette séance de TD nous analyserons les méthodes d'estimation en cas d'hétéroscédasticité.

5.1 Exercice 1

Supposons que l'on cherche à mesurer l'impact du niveau d'éducation sur le salaire à partir d'un échantillon sur 100 travailleurs.

L'estimation économétrique nous permet d'estimer les résidus du modèle. Nous reportons ces résidus individuels en fonction du niveau d'éducation de chaque observation. Les résultats sont reportés dans la Figure ci-dessous:

FIGURE 1: Représentation graphique des résidus



1. Les erreurs de ce modèle sont-elles hétéroscédastiques?
2. Décrire la méthode d'estimation optimale.

5.2 Exercice 2

On dispose des données suivantes:

y_i	0	6	3	16	10
x_i	-2	-2	0	4	10
z_i	-5	8	-6	8	5

On désire estimer la régression suivante:

$$y_i = ax_i + bz_i + \epsilon_i$$

Avec $i = 1, \dots, 5$. Les erreurs ϵ_i sont caractérisées par les hypothèses suivantes: $E(\epsilon_i) = 0 \forall i$

$$E(\epsilon_i \epsilon_j) = \begin{cases} \sigma^2 i^2 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

1. Construire la matrice des variances-covariances des erreurs pour l'échantillon. Donnez son inverse
2. Calculez les estimateurs BLUE de a et b . Calculez la variabilité résiduelle SCR et donnez une estimation centrée de σ^2
3. Sous l'hypothèse de normalité des erreurs, testez individuellement $a = 0$ puis $b = 0$ au seuil de 5%
4. Testez à 5% l'hypothèse nulle $a + b = 1$

5.3 Exercice 3

On considère le modèle suivant: $y_i = a_0 + x_i a_1 + u_i \forall i = 1, \dots, N$.

Les erreurs u_i sont caractérisées par les hypothèses suivantes: $E(u_i) = 0 \forall i$

$$E(u_i u_j) = \begin{cases} \sigma^2 w_i^2 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

w_i est non aléatoire.

1. Ecrire ce modèle sous forme matricielle $Y = XB + U$ et décrire le contenu de la matrice X et du vecteur B
2. Présentez la matrice de variances-covariances du vecteur u
3. Les paramètres sont estimés par la méthode des MCO. Montrez que l'estimateur des MCO de B est sans biais. L'estimateur est-il à variance minimale?
4. Soit la relation transformée $\frac{y_i}{w_i} = \frac{a_0}{w_i} + \frac{x_i}{w_i} a_1 + \frac{u_i}{w_i}$. Déterminez $E\left(\frac{u_i}{w_i}\right)$, $V\left(\frac{u_i}{w_i}\right)$ et $cov\left(\frac{u_i}{w_i}, \frac{u_j}{w_j}\right)$
5. Quelle conclusion en tirer concernant l'estimation par les MCO de cette relation transformée?

6 Travaux Dirigés 6

Cette séance de TD est une séance de révision permettant de revoir les principales démonstrations en économétrie linéaire.

6.1 Exercice 1

Soit une fonction de production Cobb-Douglas qui permette de mettre en relation le PIB (Y) avec le capital (K) et le travail (L) telle que $Y = K^\alpha L^\beta$

1. Montrez que α correspond à la part de la rémunération du capital dans le PIB et β la part de la rémunération du travail dans le PIB
2. Écrivez un modèle économétrique permettant d'estimer α et β
3. Quelle interprétation donner à α et β ?
4. L'estimation économétrique nous donne les résultats suivants: $\alpha = 0.3$, $\beta = 0.7$, $R^2 = 0.995$ $SCR = 0.0485$ et $N = 68$
 - (a) Émettons l'hypothèse selon laquelle $\alpha = \beta = 0$. Quelle est l'interprétation économique de cette hypothèse?
 - (b) Vérifiez cette hypothèse à l'aide d'un test statistique.

6.2 Exercice 2

On considère le modèle de régression suivant estimé sur un échantillon de 20 observations:

$$\log D_i = 2.78 + 0.25 \log R_i$$

Avec $\sigma_{\hat{a}} = 2.64$ et $\sigma_{\hat{b}} = 0.089$

1. Calculez le coefficient de détermination R^2
2. Montrez que $R^2 = \frac{t_c^2}{t_c^2 + (N-2)}$ où t_c représente la statistique de Student calculée pour effectuée un test de significativité des coefficients
3. Montrez que $R^2 = \rho_{X/Y}^2$ où $\rho_{X/Y}^2$ représente le coefficient de corrélation entre X et Y
4. Testez la significativité globale du modèle avec un risque $\alpha = 5\%$

6.3 Exercice 3

On étudie le comportement de production de 1000 entreprises appartenant au secteur textile. On postule le modèle linéaire suivant:

$$y_i = b_0 + b_1 k_i + b_2 l_i + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, 1000$$

où y , k et l constituent le niveau de production, le stock de capital et le nombre de travailleurs. Les variables sont exprimées en logarithme. Les caractéristiques principales des données de cet échantillon figurent au tableau suivant:

cc	y	k	l	écart-types	moyennes
y	1	0.4	0.15	0.5	2.7
k	0.4	1	0	1	2.4
l	0.15	0	1	1	-1.6

où *cc* signifie coefficients de corrélation simples.

1) Montrez que le modèle centré est obtenu en transformant le modèle initial par la matrice $M_s = I - S(S'S)^{-1}S'$ où S est le vecteur unité d'ordre approprié. Montrez que les MCO sur un modèle centré est sans biais.

2) Estimer par les MCO les paramètres b_1 et b_2 . (Nota: passez par l'estimation du modèle centré)

3) Estimer les variances de \hat{b}_1 et \hat{b}_2 sachant que $\sigma^2 = 0.205$

4) Les coefficients de \hat{b}_1 et \hat{b}_2 sont-ils statistiquement significatifs au seuil de $\alpha = 5\%$

FIGURE 2: Table de Fisher

Table F : valeurs critiques de la distribution F

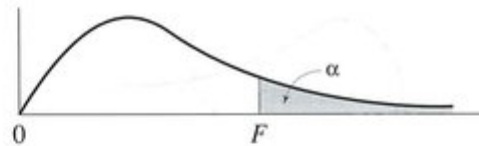
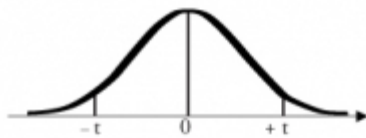


TABLE 1 $\alpha = .05$

	Degrés de liberté pour le numérateur															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30	40	50
1	161.4	199.5	215.8	224.8	230.0	233.8	236.5	238.6	240.1	242.1	245.2	248.4	248.9	250.5	250.8	252.6
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.43	19.44	19.46	19.47	19.48	19.48
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.70	8.66	8.63	8.62	8.59	8.58
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.62	4.56	4.52	4.50	4.46	4.44
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.94	3.87	3.83	3.81	3.77	3.75
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.51	3.44	3.40	3.38	3.34	3.32
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.22	3.15	3.11	3.08	3.04	3.02
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.01	2.94	2.89	2.86	2.83	2.80
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.85	2.77	2.73	2.70	2.66	2.64
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.72	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.62	2.54	2.50	2.47	2.43	2.40
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.53	2.46	2.41	2.38	2.34	2.31
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.46	2.39	2.34	2.31	2.27	2.24
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.40	2.33	2.28	2.25	2.20	2.18
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.35	2.28	2.23	2.19	2.15	2.12
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.31	2.23	2.18	2.15	2.10	2.08
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.27	2.19	2.14	2.11	2.06	2.04
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.20	2.12	2.07	2.04	1.99	1.97
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.15	2.07	2.02	1.98	1.94	1.91
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.11	2.03	1.97	1.94	1.89	1.86
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.07	1.99	1.94	1.90	1.85	1.82
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.01	1.93	1.88	1.84	1.79	1.76
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	1.92	1.84	1.78	1.74	1.69	1.66
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.87	1.78	1.73	1.69	1.63	1.60
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.84	1.75	1.69	1.65	1.59	1.56
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.75	1.66	1.60	1.55	1.50	1.46
200	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.72	1.62	1.56	1.52	1.46	1.41
500	3.86	3.01	2.62	2.39	2.23	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.69	1.59	1.53	1.48	1.42	1.38
1000	3.85	3.01	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84	1.68	1.58	1.52	1.47	1.41	1.36

FIGURE 3: Table de Student



α d.d.l.	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
∞	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

FIGURE 4: Table de distribution de la loi normale centrée réduite

STANDARD NORMAL DISTRIBUTION: Table Values Represent AREA to the LEFT of the Z score.

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865	.99869	.99874	.99878	.99882	.99886	.99889	.99893	.99896	.99900
3.1	.99903	.99906	.99910	.99913	.99916	.99918	.99921	.99924	.99926	.99929
3.2	.99931	.99934	.99936	.99938	.99940	.99942	.99944	.99946	.99948	.99950
3.3	.99952	.99953	.99955	.99957	.99958	.99960	.99961	.99962	.99964	.99965
3.4	.99966	.99968	.99969	.99970	.99971	.99972	.99973	.99974	.99975	.99976
3.5	.99977	.99978	.99978	.99979	.99980	.99981	.99981	.99982	.99983	.99983
3.6	.99984	.99985	.99985	.99986	.99986	.99987	.99987	.99988	.99988	.99989
3.7	.99989	.99990	.99990	.99990	.99991	.99991	.99992	.99992	.99992	.99992
3.8	.99993	.99993	.99993	.99994	.99994	.99994	.99994	.99995	.99995	.99995
3.9	.99995	.99995	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99996	.99997	.99997