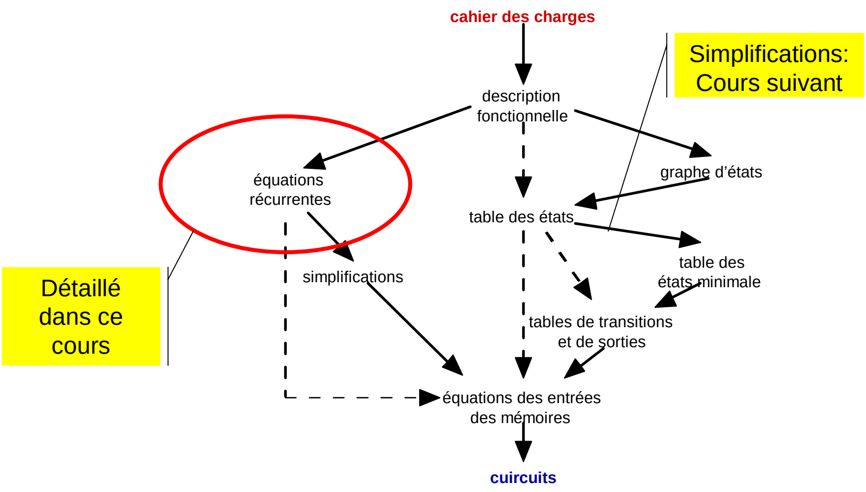
Machines Séquentielles complètement spécifiées

Synthèse

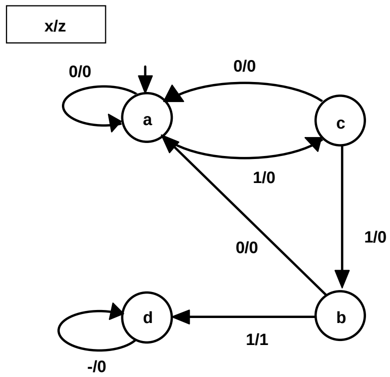
Techniques de synthèse



Synthèse à partir de table

y^+/z

y \ x	0	1
a	a/0	c/0
b	a/0	d/1
c	a/0	b/0
d	d/0	d/0



Identification

$$y_k^+ = f_k(y_0, \ldots, y_{k-1}, y_k, y_{k+1}, \ldots, y_{p-1}, x_0, \ldots x_{n-1})$$

$$y_k^+ = \overline{y_k}.g_k^0 + y_k.g_k^1$$ avec

$$g_k^0 = f_k(y_0, \ldots, y_{k-1}, 0, y_{k+1}, \ldots, y_{p-1}, x_0, \ldots, x_{n-1})$$

$$g_k^1 = f_k(y_0, \ldots, y_{k-1}, 1, y_{k+1}, \ldots, y_{p-1}, x_0, \ldots, x_{n-1})$$

	J	K	commentaires
r	0	-	Maintien 0
s	-	0	Maintien 1
R	-	1	Forçage 0
S	1	-	Forçage 1

	S	R	commentaires
r	0	-	Maintien 0
s	-	0	Maintien 1
R	0	1	Forçage 0
S	1	0	Forçage 1

$\boxed{J_k = g_k^0 \quad K_k = \overline{g_k^1}}$

$\boxed{S_k = g_k^0.\overline{y_k} \quad R_k = \overline{g_k^1}.y_k}$

Identification (suite)

	T	commentaires
r	0	Maintien 0
s	0	Maintien 1
R	1	Forçage 0
S	1	Forçage 1

	D	commentaires
r	0	Maintien 0
s	1	Maintien 1
R	0	Forçage 0
S	1	Forçage 1

$$T_k = g_k^0 . \overline{y_k} + \overline{g_k^1} . y_k$$

$$D_k = g_k^0 . \overline{y_k} + g_k^1 . y_k = f_k$$

Equations récurrentes booléennes

Équations d'état :

$$y(k+1) = \delta(y(k), x(k)) \quad \text{pour} \quad k \geq 1$$

Équations de sortie :

$$z(k) = \omega(y(k), x(k)) \quad \text{pour} \quad k > 1$$

Conditions initiales :

$$y(1) = y^0$$

Exemple (1)

$$z(k+2) = e(k) \bullet r(k+1) \bullet p(k+2) \quad \text{pour } (k \geq 1)$$

$$e(k) = x_1'(k) \bullet x_2'(k)$$

$$r(k) = x_1'(k) \bullet x_2(k)$$

$$p(k) = x_1(k) \bullet x_2'(k)$$

Éq. Récurrente de degré 2

Conditions initiales $\quad z(1) = z(2) = 0$

Exemple (2)

Transformations : baisser le degré des équations

posons $y_1(k+1) = e(k)$ pour $(k \geq 1)$

reportons dans $z(k+2)$

$$z(k+2) = y_1(k+1) \bullet r(k+1) \bullet p(k+2) \text{ pour } (k \geq 1)$$

$$z(k+1) = y_1(k) \bullet r(k) \bullet p(k+1) \text{ pour } (k \geq 2)$$

degré 1

Exemple (3)

posons $y_2(k+1) = y_1(k) \bullet r(k)$ pour $(k \geq 1)$

reportons dans $z(k+1)$

$z(k+1) = y_2(k+1) \bullet p(k+1)$ pour $(k \geq 2)$

$z(k) = y_2(k) \bullet p(k)$ pour $(k \geq 3)$

Degré 0 :
Équation de sortie

Exemple (4)

Equations : (Machine de Mealy)

$$y_1(k+1) = x_1'(k) \bullet x_2'(k) \quad \text{pour} \quad (k \geq 1)$$

$$y_2(k+1) = y_1(k) \bullet x_1'(k) \bullet x_2(k) \quad \text{pour} \quad (k \geq 1)$$

$$z(k) = y_2(k) \bullet x_1(k) \bullet x_2'(k) \quad \text{pour} \quad (k \geq 3)$$

Exemple (5)

Déterminer les valeurs initiales des variables d'état

$$z(1) = y_2(1) \bullet x_1(1) \bullet x_2'(1) = 0 \qquad \forall x_1(1), \forall x_2(1)$$

$$\Rightarrow y_2(1) = 0$$

$$z(2) = y_2(2) \bullet x_1(2) \bullet x_2'(2) = 0 \quad \forall x_1(2), \forall x_2(2)$$

$$\Rightarrow y_2(2) = 0 = y_1(1) \bullet x_1'(1) \bullet x_2(1) \quad \forall x_1(1), \forall x_2(1)$$

$$\Rightarrow y_1(1) = 0$$

Pour la résolution des équations booléennes voir en Annexe

Expression du problème

- À partir de l'énoncé du problème, il faut proposer
  - soit un graphe d'états
  - soit une table
  - soit des équations booléennes de récurrence
- C'est un travail difficile dans lequel l'expérience compte beaucoup

Conseils pour construire le GE

- S'il existe un état privilégié (RESET, par ex) alors en partant de lui, on crée autant d'états que nécessaire pour mémoriser le passé.
- Sinon on peut envisager la construction d'un arbre de réponses. Le problème est alors de reconverger (ce n'est plus un arbre).
- Modéliser en premier les fonctionnements nominaux.

Construction du GE (suite)

- Prendre en compte les comportements exceptionnels ou non encore analysés :
- Pour chaque état et pour chaque entrée faire l'analyse systématique des continuations.
- On peut créer des états en trop, on pourra simplifier. En revanche oublier des états est catastrophique.

Annexe

Résolution d'équations booléennes

Problème

- Soit une fonction booléenne de n variables :

$$F(x_1, \ldots, x_k, \ldots, x_n)$$

- On cherche l'ensemble des n-uplets (noyau de *F*) tels que :

$$S = \left\{ (e_1, \ldots, e_k, \ldots, e_n) \middle| F(e_1, \ldots, e_k, \ldots, e_n) = 1 \right\}$$

- Résoudre des équations booléennes se ramène au problème précédent. Il suffit de transformer l'équation en une fonction dont le noyau sera l'ensemble des solutions de l'équation.

Quelques transformations

$f(x_1,\dots,x_n)=g(x_1,\dots,x_n)$	$F = f \bullet g + f' \bullet g'$
$f(x_1,\dots,x_n)\neq g(x_1,\dots,x_n)$	$F = f \bullet g' + f' \bullet g$
$f(x_1,\dots,x_n)\Rightarrow g(x_1,\dots,x_n)$	$F = f' + g$
$(\forall x_k)\ f(x_1,\dots,x_k,\dots,x_n)$	$F = f_{x_k=1} \bullet f_{x_k=0}$
$(\exists x_k)\ f(x_1,\dots,x_k,\dots,x_n)$	$F = f_{x_k=1} + f_{x_k=0}$

Exemple

$$(\forall x)\ \bar{x} \bullet \bar{y}_0 \bullet y_1 + y_2 = 0$$

$$f(x,y_0,y_1,y_2) = \bar{x} \bullet \bar{y}_0 \bullet y_1 + y_2 \qquad g(x,y_0,y_1,y_2)=0$$

$$(f=g) \equiv \left(f \bullet g + \bar{f} \bullet \bar{g}\right)$$

$$\text{ici : } (f=0) \equiv \overline{f(x,y_0,y_1,y_2)} = \overline{\bar{x} \bullet \bar{y}_0 \bullet y_1 + y_2}$$

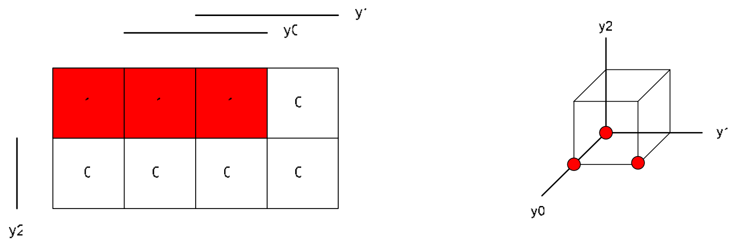
$$(\forall x)\ \overline{\bar{x} \bullet \bar{y}_0 \bullet y_1 + y_2} \equiv \overline{\bar{1} \bullet \bar{y}_0 \bullet y_1 + y_2} \bullet \overline{\bar{0} \bullet \bar{y}_0 \bullet y_1 + y_2}$$

$$\equiv \bar{y}_2 \bullet \overline{\bar{y}_0 \bullet y_1 + y_2} \equiv \bar{y}_2 \bullet \left(y_0 + \bar{y}_1\right) \bullet \bar{y}_2 \equiv \bar{y}_2 \bullet \left(y_0 + \bar{y}_1\right)$$

Exemple (suite)

$$\left(y_0 + \overline{y_1}\right) \bullet \overline{y_2}$$

Ce qui est une fonction de 3 variables $F(y_0, y_1, y_2)$



Donc 3 solutions distinctes