

Réseaux de Petri

MASTER STIC EEA - Module I1

11 octobre 2007

Résumé

Ce TP traite des réseaux de Petri. Nous allons étudier des possibilités de les représenter et de les analyser.

1 Représentation matricielle d'un Réseau de Petri

Nous reprenons le réseau de Petri étudié en cours (R , fig. 1).

Soit $m = |P|$ (nombre de places) et $n = |T|$ (nombre de transitions). Tout réseau de Petri peut être représenté par deux matrices pre et $post$ de dimension $m \times n$.

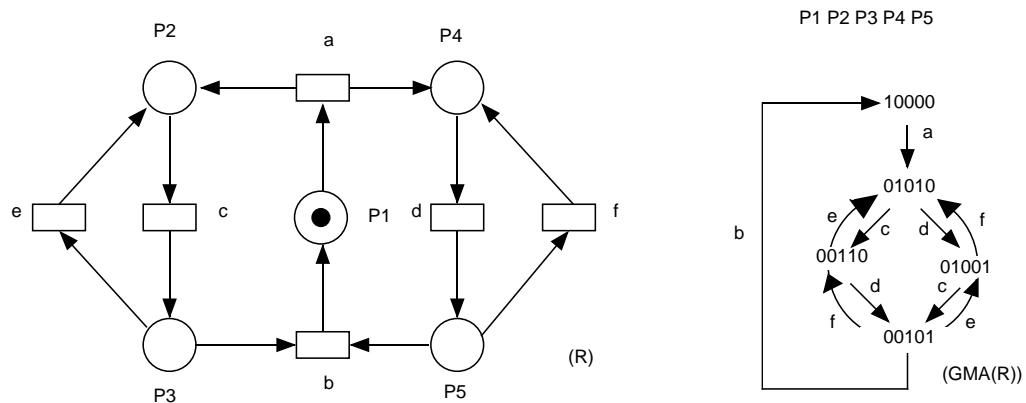


FIG. 1 – Réseau de Petri $rdp1$.

1.1 Matrice pre et post

Donner la représentation matricielle de R . Adopter l'ordre P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 pour les places et a, b, c, d, e, f pour les transitions.

On rappelle que $pre(p, t) = k$ ssi il existe un arc de poids k de la place p vers la transition t et $post(p, t) = l$ ssi il existe un arc de poids l de la transition t vers la place p .

pre =								post =							
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>			<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	
<i>P</i> ₁	<div></div>							<i>P</i> ₁	<div></div>						
<i>P</i> ₂							<i>P</i> ₂								
<i>P</i> ₃							<i>P</i> ₃								
<i>P</i> ₄							<i>P</i> ₄								
<i>P</i> ₅							<i>P</i> ₅								

1.2 Marquage

Le marquage, qui est une application

$$M : P \longrightarrow \mathbb{N}$$

peut être représenté par un vecteur colonne indicé sur P . Pour la marquage initial on a

$$M = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$$

Pour des questions de commodité, nous représenterons souvent M^T le vecteur transposé.

2 Logiciel TINA

Tina (Time petri Net Analyzer) est une boîte à outils pour l'analyse des réseaux de Petri et des réseaux Temporels. Auteur : Bernard Berthomieu, LAAS. Distribution : <http://www.laas.fr/tina/distribution.php>

Ce logiciel est installé sous `/tools/tina-2.8.4`. Les exécutables sont dans `/tools/tina-2.8.4/bin`. Lancer l'exécutable `nd` (Net eDitor) qui permet d'accéder aux différents traitements au travers d'une interface graphique (Figure 2).



Figure 2: Interface utilisateur.

2.1 Édition de réseaux de Petri

La fenêtre d'aide contient le texte suivant:

- **Operating modes:** nd edits either Time Petri nets or automata, depending on command line flags, the file loaded, or options selected. The tools button provides specific analysis tools. In each case, descriptions may be textual or graphical :
 - Textual descriptions are in .net (resp .aut) format. They are converted to graphical form by the draw button. Text editing bindings are those of the tk text widget.

- Graphical descriptions are in .ndr (resp .adr) format. They are converted to textual form by the textify button. Graph editing bindings are described below.
- **General:** use window manager to resize canvas as desired < 3 > on background shows/hides control panel drag < 1 > on background to move graph inside canvas < Shift - 1 > on background centers and crops graph drag < Shift - 1 > on background to resize graph
- **Creating nodes and edges:** < 2 > on background creates a place (or state in aut mode) < Control - 2 > on background creates a transition drag < 2 > between different nodes to join them
- **Editing nodes and edges:** Select node size and edge redrawing style on control panel drag < 1 > on a node to move it < Control - 1 > on a node or edge deletes it drag < 1 > on a node or edge attribute to move it around < 1 > on an edge shows its control rays drag < 1 > on a control ray handle to update it < 1 > on background hides all control rays click < 3 > on a node or edge to update its attributes
- **Tools:** The tools write their results in windows. A dialog box allowing to save their contents is prompted when leaving nd, closing windows, or clicking < 3 > in them.

Question a: Dessiner le réseau *rdp1* à l'aide de l'éditeur nd.

Question b: Sauver sous le nom de rdp1.ndr

2.2 Simulation

Sélectionner dans la barre de menu >Tools>Stepper simulator. Il apparaît une fenêtre de simulation (Figure 3).

Pour faire évoluer les marquages il faut cliquer avec le bouton gauche (< 1 >) sur une transition validée (en rouge).

Question a: Faire évoluer le réseau.

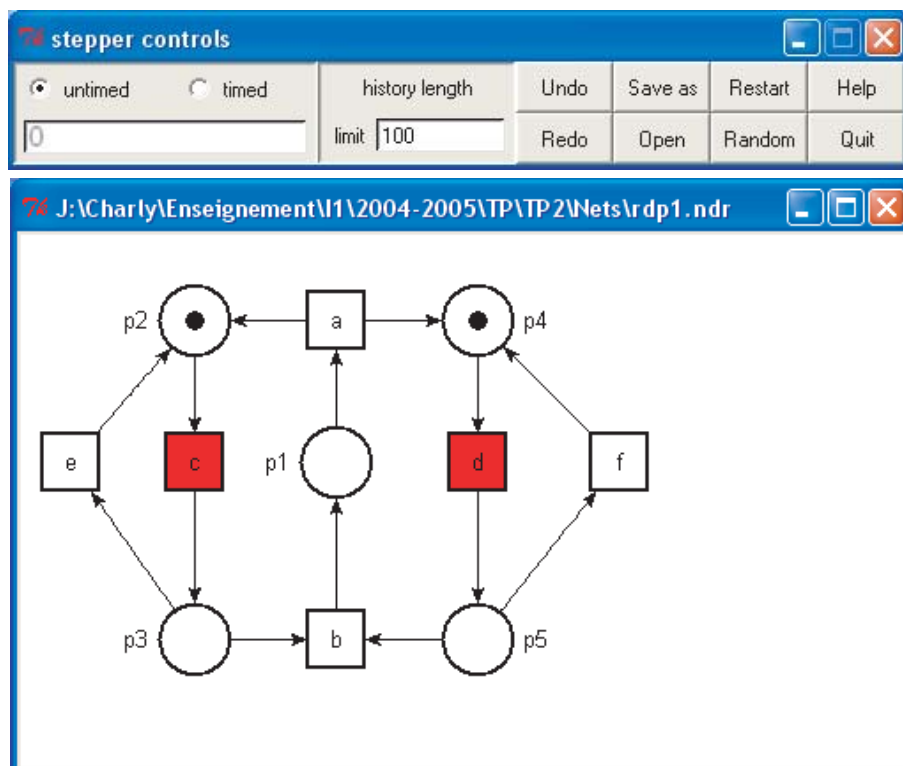


Figure 3: Réseau de Petri *rdp1*.

2.3 Graphe des marquages accessibles

Sélectionner dans la barre de menu >Tools>Reachability analysis. Il apparaît une fenêtre `tina options`. La configurer conformément à la figure 4.

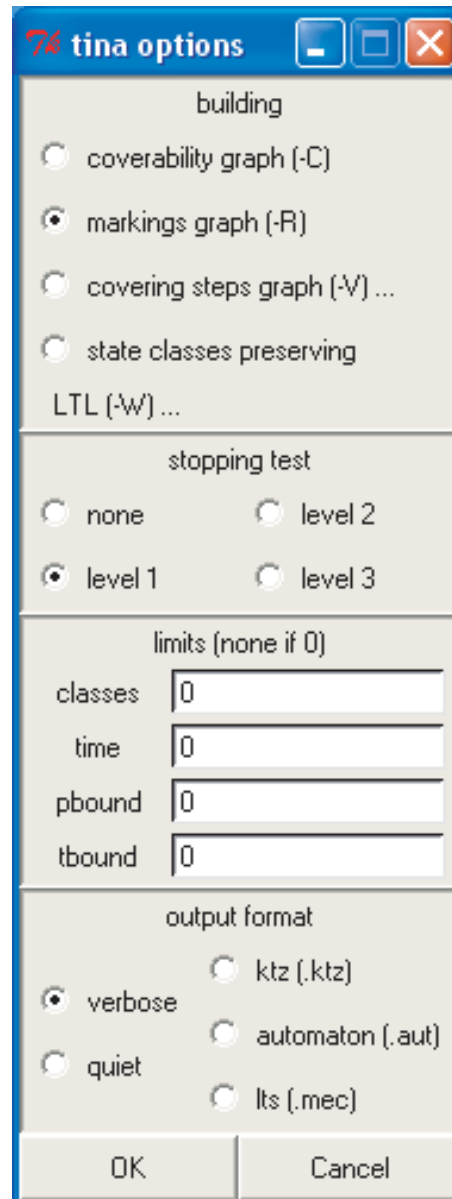


Figure 4: Options pour le GMA.

Question a: Construire le GMA de R à partir des résultats fournis par le logiciel

2.4 Graphe des marquages accessibles condensé

Partant de $GMA(R)$ (ce qui suppose un ensemble de marquages accessibles fini), on construit le $GMAC(R)$ qui est le graphe quotient pour la relation de forte connexité.

On rappelle que pour un graphe $\mathcal{G} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{V} \rangle$, $x, y \in \mathcal{V}$ sont dans la même composante fortement connexe si il existe un chemin dans \gg de x vers y et un chemin de y vers x . Les composantes fortement connexes d'un graphe sont les sous-ensembles maximaux de sommets qui vérifient la propriété précédente.

Question a: Construire $GMAC(R)$. Retrouver ces résultats sur le listing fourni par le logiciel.

2.5 Propriétés

2.5.1 Borne

Puisque nous avons pu construire le $GMA(R)$, R est nécessairement borné. Pour déterminer la borne de chaque place, il suffit d'examiner tous les marquages, un à un. Appliquer cette méthode au réseau R .

M	$:P_1$	P_2	P_3	P_4	P_5
M_0	:
M_1	:
M_2	:
M_3	:
M_4	:
borne:

2.5.2 Vivacité

Montrer que chaque transition est *quasi-vivante* dans R .

On appelle *état d'accueil* (home-state) un état dans lequel on peut revenir depuis tout état. Montrer que P_1 est état d'accueil (il faut considérer $GMA(R)$). Existe-t-il d'autres états d'accueil? En déduire que toutes les transitions sont *vivantes* dans R .

Retrouver ce résultat à l'aide du théorème du paragraphe 4.1 du cours et applicable aux réseaux bornés.

2.6 Évolutions

En vous aidant du GMA donner des exemples d'évolutions parallèles. Montrer ensuite ces évolutions directement sur le réseau.

Existe-t-il pour R une situation de conflit? Justifier votre réponse par un argument portant sur la structure du réseau.

3 Analyse structurelle

Dans `tools` exécuter `Structural Analysis` avec les options précisées dans la figure 5.

A partir des résultats fournis par le logiciel, déduire les invariants de marquages du réseau, ainsi que les bornes pour chaque place.

4 Autres exemples

Refaire des analyses sur les autres réseaux vus en cours, disponibles dans le répertoire du TP.

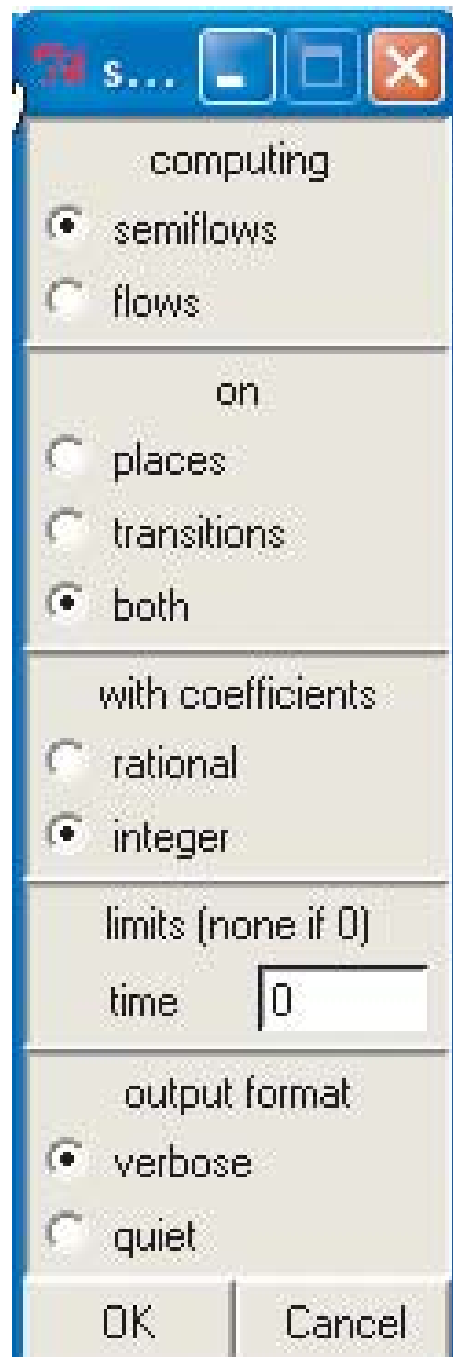


Figure 5: Options pour l'analyse structurelle.