
Rapport n ° 1 : Étude et analyse des couches limites pour les écoulements turbulents

Laure BILLON

CEMEF, Mines-ParisTech

Projet MAIDESC, ANR "Méthodes numériques"

10 janvier 2014

Directeur de thèse : Thierry COUPEZ
Maître de thèse : Elie HACHEM

Introduction

Introduction générale

En aérodynamique, on distingue deux types d'écoulements : les écoulements laminaires (réguliers), les lignes de courants sont parallèles à l'axe, et les écoulements turbulents (chaotiques), des instabilités engendrent la formation de tourbillons. Il existe une zone de transition entre l'écoulement laminaire et l'écoulement turbulent encore mal connue, la transition s'effectue pour un nombre de Reynolds ($Re = \frac{\rho VL}{\mu}$) compris entre 2000 et 4000. Les écoulements rencontrés en aéronautique ne sont en général laminaires que sur une faible partie du profil (au voisinage du bord d'attaque).

L'étude de la turbulence est encore un grand défi de nos jours, nous n'avons pas les moyens de résoudre les équations de Navier-Stokes directement (DNS) sur des cas complexes. En effet, la résolution DNS selon Kolmogorov nécessite un nombre de nœuds très important ($N_x N_y N_z \sim Re^{9/4}$). Nous devons donc recourir à des méthodes moins coûteuses et donc moins précises. Pour cela il existe plusieurs méthodes d'approximations :

- La méthode Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) consiste à prendre la valeur moyenne de l'écoulement. Chaque grandeur instantanée est décomposée en une partie moyenne et une partie fluctuante ($u = \bar{u} + u'$). L'écoulement est lissé et en cas de turbulence, cette méthode doit être couplée à un modèle de turbulence adapté à l'échelle à approximer.
- La méthode grande échelle (LES) consiste à résoudre de manière directe les grandes échelles et à approximer les petites échelles par l'ajout d'une viscosité turbulente μ_t dans la résolution grande échelle.

Ces méthodes sont à même de produire une approximation intéressante de l'écoulement près des parois. Toute la subtilité est d'avoir un maillage assez fin pour capter les fluctuations qui engendrent des vortex.

Spalart a donné en 2000 une évaluation de la disponibilité des différentes méthodes (Table 1) en supposant que l'augmentation de la puissance des ordinateurs continuerait au même rythme. A savoir que la puissance de calcul augmenterait d'un coefficient 5 tous les cinq ans,

Méthodes	Dépendance de Re	Maillage	Pas de temps	Disponibilité
RANS	faible	10^7	10^3	1985
LES	faible	$10^{11.5}$	$10^{6.7}$	2045
DNS	fort	10^{16}	$10^{7.7}$	2080

TABLE 1 – Évaluation de la disponibilité des méthodes de calcul pour des applications industriels [1]

ce qui est très loin de la réalité (Fig.1). En se basant sur l'évolution des calculateurs ces 13 dernières années on peut estimer que la puissance de calcul nécessaire à la résolution LES sera atteinte d'ici 2020 et que celle de la DNS pourra être atteinte avant 2040. De plus, la parallélisation et les nouvelles techniques d'adaptation de maillage laissent espérer l'atteinte de la résolution DNS bien avant 2080.

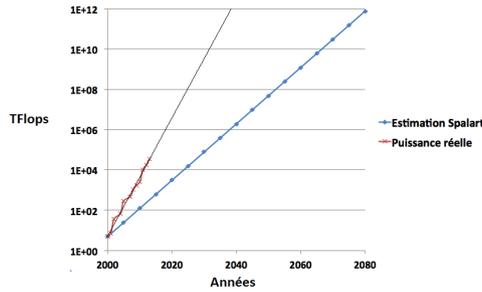


FIG.1 - ÉVOLUTION DE LA PUISSANCE DES CALCULATEURS

Contexte

Cette étude bibliographique s'inscrit au sein du projet MAIDESC (Mesh Adaptation for unsteady Interfaces with DEformation, Stretching and Curvature) mené par l'INRIA, l'Université de Montpellier II et le CEMEF. Ce consortium s'est formé afin de développer les méthodes d'adaptation de maillage multi-échelle et multi-physique (interaction fluide/structure) et de les rendre applicables au niveau industriel sur des problèmes difficiles encore irrésolus à ce jour. Un aspect fondamental de cette technique est sa convergence d'ordre élevé sur des cas singuliers où les autres méthodes d'approximations n'y parviennent pas. Parmi les applications industrielles qui illustrent bien la problématique, nous nous intéresseront tout particulièrement aux écoulements d'air autour des éoliennes permettant leur mise en mouvement. Il s'agit d'un problème à quatre dimensions (3D en espace et instationnaire), il est donc nécessaire de définir un maillage à la fois en espace et en temps. Pour cela, on construit un estimateur de l'erreur, en temps et en espace, commise lors de la résolution des équations aux dérivées partielles sur les maillages statiques et dynamiques, la métrique instationnaire optimale sera établie à partir de la minimisation de cette erreur. Une autre difficulté dans la résolution des problèmes éoliens est la prise en compte des interfaces courbes et nécessitant d'être suivies tout au long de la simulation.

Le groupe CIM a développé au sein de CIMLIB une approche monolithique qui consiste à considérer la totalité du domaine comme un seul domaine, maillé avec une unique grille. L'interface entre le volume immergé et le fluide est localisée en utilisant une fonction level-set [2]. Puis, le problème est résolu à l'aide d'une méthode variationnelle à échelle multiple (VMS) [3], dite implicite LES, elle consiste en une résolution LES où les effets des plus petites échelles sur les grandes sont pris directement en compte par une méthode de stabilisation ($u = u_h + u'$). Cependant le maillage autour des volumes immergés, fixes pour le moment, est adapté grâce à une méthode d'adaptation de maillage anisotropique [4] portant sur l'erreur *a posteriori* [5] et non aux hypothèses de couche limite. Pour que l'adaptation vérifie la couche limite, il faut s'assurer que la taille de maille respecte la loi de Kolmogorov (cascade turbulente) [6] afin de capter l'essentiel des perturbations proche paroi. Le but de cette étude est de comprendre la couche limite, de déterminer les critères à vérifier pour traiter correctement l'écoulement proche paroi et obtenir de meilleurs résultats. Le solveur VMS combiné à l'adaptation de maillage est-il suffisamment précis pour traiter la couche limite ? Des paramètres supplémentaires sont-ils nécessaires ? Si bien qu'au terme de cette thèse nous soyons en mesure d'approcher au plus près la DNS en couplant de manière optimale le maillage à la nouvelle méthode de résolution multi-échelle (VMS).

1 Présentation générale de la couche limite

Dans cette section nous allons présenter les équations et paramètres qui nous permettront de mieux comprendre l'écoulement d'un fluide autour d'un profil.

Soit un écoulement à grand nombre de Reynolds autour d'un profil. On a généralement apparition du phénomène de turbulence à la suite d'une instabilité dans l'écoulement laminaire. Le fluide considéré n'étant pas parfait, il possède une viscosité non nulle. Celle-ci impose l'adhérence du fluide à la paroi, soit une vitesse de l'écoulement nulle sur le profil. Plus on s'éloigne du profil, plus la vitesse augmente jusqu'à atteindre celle de l'écoulement libre. Ainsi, les effets de viscosité du fluide se manifestent uniquement dans une fine couche à proximité immédiate du profil tandis que les effets inertiels dominent l'écoulement au-delà. C'est ici que se manifeste la turbulence, il est donc plus que nécessaire de soigner le maillage dans cette zone appelée couche limite.

1.1 Équations

Les équations de Navier-Stokes incompressible régissent les écoulements de fluide visqueux :

$$\begin{cases} \rho(\partial_t u + u \cdot \nabla u) - \nabla \cdot (2\mu \varepsilon(u) - p \cdot I_d) = F \\ \nabla \cdot u = 0 \end{cases}$$

Le caractère non linéaire des termes de convection confère toute sa difficulté à la résolution des problèmes présentant de la turbulence.

Dans le cas 2D et sous les hypothèses de couche limite, les équations s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial U_e}{\partial t} + U_e \frac{\partial U_e}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \\ \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

$$\text{adhérence : } U = V = 0 \text{ pour } y = 0$$

$$\text{raccord ext : } U(x, \infty) = U_e(x)$$

avec $u = \begin{pmatrix} U + u' \\ V + v' \end{pmatrix}$ le champ de vitesse de l'écoulement, U_e la vitesse d'entrée suivant l'axe x ,

et $\tau = \mu \frac{\partial U}{\partial y} - \rho \langle u'v' \rangle$ la contrainte de frottement.

1.2 Grandeurs utiles

Dans cette section, nous allons nous appliquer à définir les grandeurs dont nous aurons besoin par la suite pour caractériser la couche limite.

Épaisseur de la couche limite

L'épaisseur δ de la couche limite est conventionnellement définie comme la distance à la paroi pour laquelle la vitesse dans la couche limite atteint 99% de la valeur de la vitesse

extérieur U_e (Fig.2), soit : $U(\delta) = 0.99U_e$.

Une analyse adimensionnelle des équations de Navier-Stokes [7] nous permet de définir δ en tout point du profil en fonction de la distance au bord d'attaque x et du nombre de Reynolds Re de l'écoulement

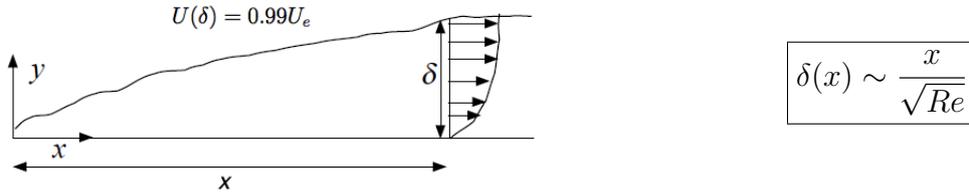


FIG.2 - REPRÉSENTATION DE L'ÉPAISSEUR DE LA COUCHE LIMITE

Frottement à la paroi

La contrainte de non-glissement sur la paroi est due à la viscosité du fluide qui engendre une force de frottement. On définit la contrainte de frottement à la paroi :

$$\tau_\omega = \left(\mu \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=0} \right) - \rho \langle u'v' \rangle_{y=0}$$

La condition de non-glissement impose : $\langle u'v' \rangle_{y=0} = 0$. Le terme $\rho \langle u'v' \rangle$ est dominant dans tout l'écoulement excepté à proximité de la paroi.

Cette contrainte peut être normalisée par la pression dynamique $\frac{1}{2}\rho U_e^2$, on obtient ainsi le coefficient de frottement local (sans dimension) :

$$C_F = \frac{\tau_\omega}{\frac{1}{2}\rho U_e^2}$$

La connaissance du coefficient de frottement local permet d'accéder au coefficient de traînée C_D dont la maîtrise est un des enjeux majeur en aéronautique :

$$C_D = \frac{1}{L} \int_0^L C_F dx \quad C_D \sim \frac{1}{\sqrt{Re}}$$

On définit, de plus, la vitesse de frottement U_τ qui correspond à la vitesse de l'écoulement à proximité immédiate de la paroi (1^{ere} maille) :

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_\omega}{\rho}}$$

Ces grandeurs vont nous permettre de décrire le comportement du fluide dans la couche limite et les phénomènes mis en jeu, tel le décollement.

1.3 Phénomène de décollement

Considérons l'écoulement d'un fluide autour d'un cylindre (Fig.3a). Dans le cas d'un écoulement sans frottement, les particules de fluides accélèrent de D à E et décélèrent de E

à F tel qu'elles aient la même vitesse en F qu'en D. Cependant, dans la couche limite les frottements sont non négligeables ainsi une telle particule perd tellement d'énergie cinétique pour aller de D à E qu'elle n'en a plus assez pour aller de E à F. Ainsi la particule tend à s'arrêter et repartir dans le sens inverse dans cette région où la pression augmente fortement, c'est ce qu'on appelle le décollement de la couche limite [8].

En effet, le phénomène de décollement se produit lorsqu'une couche limite se développe en présence d'un gradient de pression positif dans le sens de l'écoulement (gradient adverse). Si ce gradient de pression est suffisamment intense, la vitesse de ces particules va diminuer jusqu'à s'annuler puis par devenir négative : on dit que la couche limite décolle. On définit l'abscisse de décollement S telle que : $\tau_w = 0$ (cf Fig.3b)

Dans la zone dite de recirculation qui suit le décollement, on a en général un développement d'instabilités et l'écoulement devient turbulent.

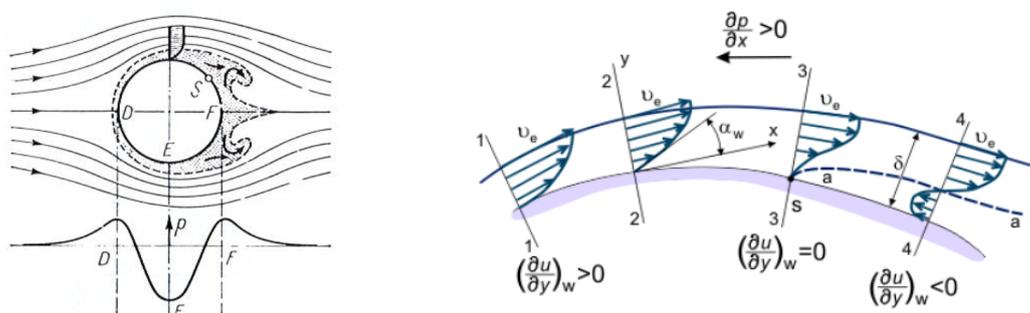


FIG.3 - (A) DÉCOLLEMENT DE LA COUCHE LIMITE (À GAUCHE)[8] ;
(B) PROFIL DE VITESSE DANS LA COUCHE LIMITE LORS DU DÉCOLLEMENT (À DROITE)

2 Outils d'analyse de la couche limite

L'objectif essentiel de l'analyse quantitative de la couche limite est d'estimer si la méthode VMS couplée à une technique d'adaptation de maillage permet de simuler correctement la couche limite. C'est une étape primordiale pour la simulation de la mise en mouvement de l'éolienne et de l'entretien de sa rotation. On vérifiera le respect de l'épaisseur de la couche limite δ_x , de son profil de vitesse U , mais aussi de sa contrainte pariétale de frottement τ_w afin d'une part d'en déduire la traînée de frottement visqueux et d'autre part de prédire un éventuel décollement de la couche limite. Afin de mener à bien notre analyse nous allons présenter ici les deux cas de références qui nous permettront d'évaluer si le maillage de la couche limite est adapté. Le premier cas et de loin le plus répandu est le cas de plaque plane, celui-ci est déterminant et d'autant plus intéressant qu'on pourrait comparer la plaque plane au dos d'une pale de l'éolienne.

2.1 Plaque plane

Le cas de référence pour l'étude des couches limites est le cas de plaque plane à incidence nulle dans un écoulement de fluide visqueux incompressible. C'est un cas simple car la pression statique reste constante dans tout l'écoulement, ainsi il n'y a pas de décollement. Ce cas est parfaitement documenté et la solution exacte est connue pour un écoulement laminaire

sans gradient de pression (solution de Blasius).

Les écoulements aéronautiques, éoliens, etc., atteignent rapidement des nombres de Reynolds supérieurs à 10^6 . Ces écoulements sont donc sans aucun doute du type turbulent. Nous ne pouvons donc pas nous contenter d'étudier les écoulements laminaires.

En régime turbulent, le profil de vitesse croît beaucoup plus rapidement avec la distance à la paroi (Fig.4) et par conséquent le frottement turbulent est bien plus élevé que le frottement laminaire. Ainsi la couche limite turbulente résiste beaucoup mieux aux gradients de pression adverses : elle est donc plus difficile à faire décoller. De plus, elle est plus épaisse que son homologue laminaire.

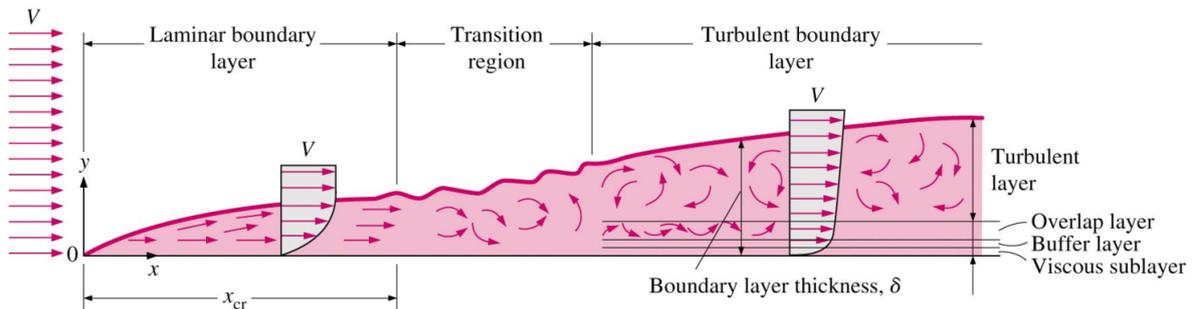


FIG.4 - COUCHE LIMITE TURBULENTE SUR UNE PLAQUE PLANE

2.1.1 Profil de vitesse dans la couche limite turbulente

La génération de maillage de couche limite pour un écoulement visqueux est nécessaire pour mesurer avec précision le profil de vitesse proche des parois. Le maillage est donc adapté pour capter cette particularité. En effet, si la taille de maille est trop grande au départ, il sera impossible par la suite de retrouver l'intégralité des perturbations.

Afin de valider le traitement de la couche limite dans une méthode de résolution, on teste souvent celle-ci sur le cas de plaque plane et on compare le profil de vitesse obtenu à celui présent dans la littérature [9] détaillé ci-dessous.

Grandeurs adimensionnelles

Dans la région de proche paroi, les grandeurs cinématiques sont généralement reliées aux paramètres internes de la couche limite, à savoir U_τ , la vitesse de frottement à la paroi et ν la viscosité cinématique du fluide. Il est donc possible d'adimensionner la vitesse U par la vitesse à la paroi U_τ , et la distance au profil y par la taille de la première maille $h_0 = \frac{\nu}{U_\tau}$. On définit ainsi les grandeurs adimensionnelles U^+ et y^+ :

$$U^+ = \frac{U}{U_\tau} \quad \text{et} \quad y^+ = \frac{yU_\tau}{\nu}$$

Dans la région externe, d'autres paramètres peuvent intervenir comme δ l'épaisseur de la couche limite et U_e la vitesse de l'écoulement à l'extérieur. On définit ainsi la grandeur

adimensionnelle η , qui représente la distance au profil depuis la région extérieure à la couche limite :

$$\eta = \frac{y}{\delta}$$

On cherche le profil de vitesse dans la couche limite turbulente sous la forme $U^+ = f(y^+)$. On distingue cinq régions, celles-ci sont représentées sur la courbe de vitesse (Fig.5) :

- **Sous couche visqueuse** $y^+ < 5$

A proximité immédiate de la paroi, le terme de frottement laminaire est dominant car les vitesses moyennes et les fluctuations de vitesse tendent vers 0 à la paroi. L'échelle caractéristique de la vitesse dans cette zone est la vitesse de frottement U_τ .

$$U^+ = y^+$$

- **Zone tampon - Spalding (1961)**

Le raccordement de la loi linéaire valable dans la sous-couche visqueuse et du profil logarithmique valable dans la partie supérieure de la couche interne se fait progressivement dans une région tampon.

$$y^+ = U^+ + e^{-\mathcal{K}B} \left(e^{\mathcal{K}U^+} - 1 - \mathcal{K}U^+ - \frac{1}{2}(\mathcal{K}U^+)^2 - \frac{1}{6}(\mathcal{K}U^+)^3 \right), \quad \mathcal{K} \approx 0.41, \quad B \approx 5$$

- **Zone logarithmique (loi de paroi)** $50 < y^+ < 500$

Le frottement entre les filets de l'écoulement est essentiellement dû à l'agitation turbulente ($-\rho\langle u'v' \rangle \gg \mu \frac{dU}{dy}$).

$$U^+ = \frac{1}{\mathcal{K}} \ln(y^+) + B$$

- **Couche extérieure** $y^+ > 500$

Lorsque l'on quitte la sous couche visqueuse, le terme de frottement turbulent devient progressivement prépondérant par rapport au frottement laminaire. Si bien que lorsque l'on s'approche de la frontière de la couche limite, le frottement laminaire devient négligeable. La différence entre la vitesse moyenne U dans cette zone et la vitesse extérieure U_e est de l'ordre de grandeur de la vitesse de frottement U_τ .

$$\frac{U_e - U}{U_\tau} = -\frac{1}{\mathcal{K}} \ln(\eta) + A, \quad A \approx 2.35$$

- **Zone de sillage**

Zone où les mouvements sont très désordonnés. C'est une cause importante de dissipation d'énergie. On y définit le profil de vitesse par une loi complètement empirique avec les valeurs de Coles et Clauser [10] tirées de nombreuses expérimentations :

$$\frac{U_e - U}{U_\tau} = -\frac{1}{\mathcal{K}} \ln(\eta) - \frac{\Pi}{\mathcal{K}} W(\eta) + 2\frac{\Pi}{\mathcal{K}}$$

$$\text{avec } W(\eta) = 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\eta\right) \text{ et } \Pi \approx 0.8(\beta + 0.5)^{0.75}$$

Ce profil de vitesse, bien qu'établi sur le cas de plaque plane, est souvent utilisé pour approcher le profil de vitesse sur une géométrie quelconque par les logiciels commerciaux tel Fluent. Mais ce cas ne nous permet pas de vérifier la satisfaction du décollement, nous allons donc nous intéresser à un second cas.

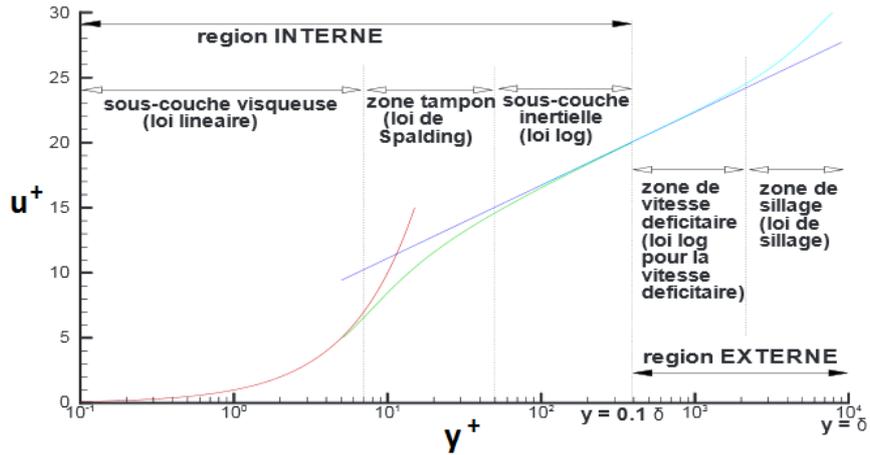


FIG.5 - PROFIL DE VITESSE À TRAVERS LA COUCHE LIMITE TURBULENTE D'UNE PLAQUE PLANE [9]

2.2 Écoulement autour d'un cylindre

Un deuxième cas de référence pour l'étude des couches limites est l'écoulement autour d'un cylindre. On place un cylindre dans un écoulement de fluide visqueux incompressible perpendiculaire à l'axe du cylindre (Fig.6). L'intérêt de ce cas est l'étude du décollement en fonction du nombre de Reynolds. Ce cas est très bien documenté grâce à de nombreuses expériences, il permet d'évaluer la qualité du maillage de couche limite de manière beaucoup plus réaliste qu'avec la plaque plane.

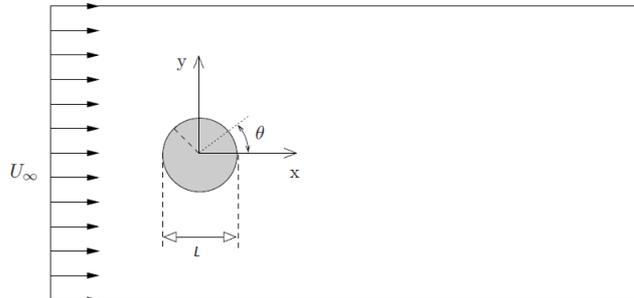


FIG.6 - ÉCOULEMENT AUTOUR D'UN CYLINDRE [11]

L'étude de l'évolution de l'écoulement est lié à des grandeurs physiques caractéristiques telles que :

- L'angle de décollement θ_{sep} de la couche limite sur le cylindre (cf Fig.6),
- La longueur de recirculation L_r ,
- Le coefficient de traînée C_D ,
- La fréquence du lâchage tourbillonnaire f , on définit le nombre de Strouhal par

$$St = \frac{fL}{U_\infty}$$

Évolution de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds [11]

- **$Re \leq 4$, Écoulement rampant**

Pour des valeurs très faibles du nombre de Reynolds, les forces de viscosité sont nettement supérieures aux forces d'inertie. Dans de telles conditions, les lignes de courant

suivent parfaitement le contour de l'obstacle : l'écoulement est non décollé et parfaitement symétrique en x et en y.

- $4 \leq Re \leq 49$, **Recirculation décollée stationnaire**

Les forces d'inertie cessent d'être négligeables devant les forces de viscosité. L'écoulement quitte la surface du cylindre en deux points de décollement, une zone de recirculation stationnaire est formée par deux tourbillons symétriques autour de l'axe x et contra-rotatifs. Plus Re augmente, plus les points de décollement se déplacent vers l'amont, entraînant l'allongement de la zone de recirculation.

- $49 \leq Re \leq 190$, **Sillage périodique laminaire**

Aux alentours d'un nombre de Reynolds critique égal à 49, on observe l'apparition d'un phénomène périodique connu sous le nom d'allée de von Kármán. Le lâchage alterné de tourbillons est caractéristique de ce régime d'écoulement.

- $190 \leq Re \leq 260$, **Écoulement instationnaire transitionnel**

Pour un nombre de Reynolds de 200, l'écoulement se situe à la limite d'apparitions des instabilités qui conduisent à la turbulence. L'écoulement présente toujours une allée tourbillonnaire de von Kármán.

- $Re > 260$, **Écoulement instationnaire faiblement turbulent**

Des effets tridimensionnels commencent à apparaître, et croissent pour assurer la transition vers la turbulence.

Re	Auteurs	$2L_r/L$	S_t	θ_{sep}	C_D
20	He et Doolen (1997) [12]	1,842		42,96	2,152
40	He et Doolen (1997) [12]	4,490		59,84	1,499
100	He <i>et al.</i> (2000) [13]		0,1670		1,3528
200	He <i>et al.</i> (2000) [13]		0,1978		1,3560
1000	He <i>et al.</i> (2000) [13]		0,2350		1,5051

TABLE 2 – Caractéristiques de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds [11]

3 Maillage de la couche limite dans la littérature

Jusqu'ici nous avons beaucoup parlé de la physique du phénomène, intéressons nous maintenant à la construction du maillage dans la couche limite. Des critères supplémentaires sont-ils nécessaires afin d'obtenir un maillage optimal de la couche limite ou pouvons nous nous contenter de miser sur le couplage VMS-adaptation de maillage pour obtenir ce maillage ? Regardons de plus près comment la couche limite est maillée dans les logiciels développés par les deux principaux laboratoires de recherche experts, eux aussi, en maillage.

3.1 INRIA [14]

Soit l'étude d'un écoulement turbulent autour d'un profil aérodynamique, le domaine est tout d'abord maillé avec un maillage 3D valide tout le long de la simulation. Des modifications locales sont ensuite effectuées sur des volumes de maillages pour générer un maillage anisotropique sur les surfaces, pour insérer un maillage de couche limite sur un maillage

existant, ou pour effectuer un raffinement anisotrope classique.

L'épaisseur de la couche limite dépend du nombre de Reynolds local. Le maillage de la couche limite est mis en place après l'extrusion de la surface initiale le long des normales ou par des modifications locales du maillage. La génération du maillage de couche limite est basée sur un champ continu (la distance au corps solide) et sur un maillage initial de fond. La distance au corps est calculée en utilisant un algorithme classique de level-set.

La métrique définit spécifiquement pour la zone de couche limite, donnée pour un champ continu, suit une loi exponentielle de la forme $h_0 \exp(\alpha \phi(\cdot))$, où h_0 la taille initiale de la couche limite et α le facteur de croissance sont donnés par l'utilisateur et ϕ est la fonction distance.

La plus petite taille de maille h_0 est calculée en utilisant un calculateur externe. Le calcul de h est réalisé comme suit sur le site de la NASA :

$$Re = \frac{\rho U_\infty L}{\mu} \quad C_F = 0.026(Re)^{-1/7} \quad \tau_\omega = \frac{C_F \rho U_\infty^2}{2} \quad U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_\omega}{\rho}}$$

$$h = \frac{y^+ \mu}{U_\tau \rho}$$

D'où

$$h = \frac{y^+ L}{\sqrt{0.013 Re^{13/7}}}$$

Ainsi, la connaissance de Re et L suffit à déterminer la distance au corps h , pour obtenir h_0 il faut se placer sur la première maille soit en $y^+ = 1$. On peut toutefois s'interroger sur l'approximation choisie pour le calcul du coefficient de frottement. Il semble que ce soit un compromis qui soit valable peu importe le nombre de Reynolds. C'est une approximation non négligeable.

Exemple

Pour une vitesse de $1m/s$, une longueur caractéristique de $1m$, une masse volumique de $1kg/m^3$ et une viscosité dynamique de $10^{-5}Pa.s$ (\approx Écoulement d'air). On obtient ainsi $Re = 10^5$ puis $h_0 = 2.10^{-4}m$

L'utilisateur rentre donc la valeur obtenue pour h_0 , le facteur de croissance choisi ($\alpha \approx 1.2$) puis le code de calcul va mailler le problème comme décrit précédemment puis faire de l'adaptation de maillage au fur et à mesure du calcul, en veillant bien à conserver la taille de maille la plus petite trouvée entre l'algorithme d'adaptation et la valeur définie par l'utilisateur.

3.2 MIT [15] [16]

L'équipe du MIT utilise une méthode bien différente pour générer le maillage de couche limite. Cette technique permet de faciliter la génération d'un maillage autour d'une géométrie

complexe et d'améliorer la robustesse de la résolution. Pour cela ils génèrent un maillage "cut-cell" composé de triangles(2D) ou tétraèdres (3D) couplé à une technique d'adaptation de maillage basée sur l'erreur *a posteriori*.

Pour mettre en œuvre un maillage "cut-cell", le profil géométrique est défini à l'aide de splines, un domaine de calcul est défini autour de cette géométrie. Un maillage de fond grossier est construit dans tout ce domaine (géométrie incluse), un algorithme de découpe des éléments est ensuite effectué pour déterminer les éléments coupés par les splines (Fig.7).

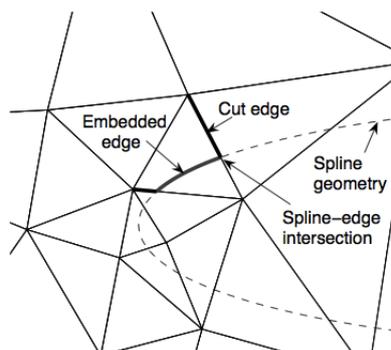


FIG.7 - INTERSECTION ENTRE LE MAILLAGE DE FOND ET UN PROFIL D'AILE [15]

Pendant la découpe des éléments, ceux-ci sont repérés comme à l'intérieure ou à l'extérieur du domaine de calcul, les éléments complètement à l'intérieur de la géométrie sont éliminés du domaine de calcul. Les equations de Navier-Stokes sont ensuite résolues sur ce maillage à l'aide d'une méthode de Galerkin discontinu, l'intégration sur les éléments coupés est réalisée en utilisant une quadrature numérique. Enfin, le maillage est adapté sur l'erreur *a posteriori* et ainsi de suite jusqu'à convergence.

C'est une approche très intéressante et qui donne apparemment de bons résultats sur la couche limite, à regarder par la suite.

Conclusion

Pour étudier l'écoulement de l'air autour des éoliennes il est nécessaire de s'intéresser finement à la physique du problème. En effet, il s'agit d'un écoulement complexe dont la résolution est un challenge numérique important qui requiert un solveur puissant et des outils de maillages avancés. Sachant que 60% de l'écoulement se concentre autour des pâles, il est clair que l'étude de la couche limite est un point clé de la résolution.

Cette étude bibliographique nous a permis de bien comprendre les subtilités de la couche limite et va nous permettre de mettre en œuvre les tests nécessaire sur CIMLIB afin de vérifier que le maillage de la couche limite est satisfaisant et d'améliorer son traitement si nécessaire. Le solveur VMS devra sûrement lui-aussi être amélioré afin de toujours mieux prendre en compte les petites échelles de l'écoulement.

Bibliographie

- [1] P. R Spalart. Strategies for turbulence modelling and simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21(3) :252–263, 2000.
- [2] E. Hachem, S. Feghali, R. Codina, and T. Coupez. Immersed stress method for fluid–structure interaction using anisotropic mesh adaptation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 94(9) :805–825, 2013.
- [3] E. Hachem, B. Rivaux, T. Kloczko, H. Dignonnet, and T. Coupez. Stabilized finite element method for incompressible flows with high reynolds number. *Journal of Computational Physics*, 229(23) :8643–8665, November 2010.
- [4] T. Coupez. Metric construction by length distribution tensor and edge based error for anisotropic adaptive meshing. *Journal of Computational Physics*, 230(7) :2391–2405, 2011.
- [5] E. Hachem, S. Feghali, R. Codina, and T. Coupez. Anisotropic adaptive meshing and monolithic variational multiscale method for fluid–structure interaction. *Computers & Structures*, 122 :88–100, 2013.
- [6] Uriel Frisch and Andrei Nikolaevich Kolmogorov. *Turbulence : The Legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, November 1995.
- [7] Jean Cousteix. *Aérodynamique : turbulence et couche limite*. Cépaduès-editions, 1989.
- [8] Hermann Schlichting. *Boundary-layer theory*. McGraw hill edition, 1979.
- [9] Christophe Corre. La couche limite en aérodynamique. In *Aérodynamique Fondamentale*. ENSAM - SINUMEF, 2005.
- [10] D. Coles. The law of the wake in the turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 1 :191–226, 1956.
- [11] Michel Bergmann. *Optimisation aérodynamique par réduction de modèle POD et contrôle optimal. Application au sillage laminaire d’un cylindre circulaire*. PhD thesis, 2004.
- [12] Xiaoyi He and Gary Doolen. Lattice boltzmann method on curvilinear coordinates system : Flow around a circular cylinder. *Journal of Computational Physics*, 134(2) :306–315, July 1997.
- [13] J. W. He, R. Glowinski, R. Metcalfe, A. Nordlander, and J. Periaux. Active control and drag optimization for flow past a circular cylinder : I. oscillatory cylinder rotation. *Journal of Computational Physics*, 163(1) :83–117, September 2000.
- [14] A. Loseille and R. Löhner. Anisotropic mesh generation application to high-fidelity simulation in CFD. 2013.
- [15] Krzysztof J. Fidkowski and David L. Darmofal. A triangular cut-cell adaptive method for high-order discretizations of the compressible Navier–Stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 225(2) :1653–1672, 2007.
- [16] Fidkowski. *A Simplex Cut-Cell Adaptive Method for High-Order Discretizations of the Compressible Navier-Stokes Equations*. PhD thesis, MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY, June 2007.