Développement d'une nouvelle métrique a priori : Prise en compte de la couche limite et de la courbure

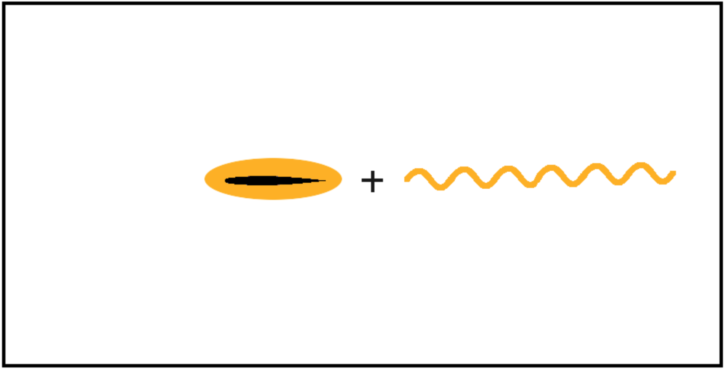
Laure BILLON

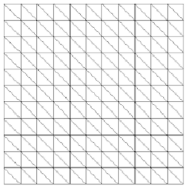
CEMEF, Mines-ParisTech
Projet MAIDESC, ANR "Méthodes numériques"

Directeur de thèse : Elie HACHEM

08 Avril 2015

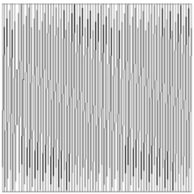
Couche limite + sillage





$$+ \quad M = \begin{pmatrix} \frac{1}{0.01^2} & \\ & \frac{1}{1^2} \end{pmatrix} \quad =$$

Metric (directions, size)



Proposition :

- Construction d'une métrique couche limite (y_0^+, Re, L)
- Prise en compte de la courbure de l'objet
- Maillage fixe adapté pour toute la simulation

Paramètres couche limite

Epaisseur adimensionnée de la première maille à la surface de l'objet :

$$y_0^+ = h_{min} \frac{u_\tau}{\nu}$$

avec u_τ la vitesse de frottement, et τ_w la contrainte de frottement :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \qquad \tau_w = C_F \frac{\rho U_\infty^2}{2}$$

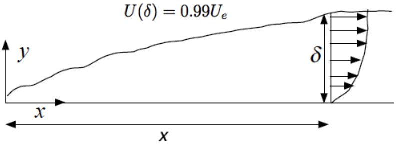
Coefficient de frottement [Schlichting, 1979] :

$$C_F = [2 \log_{10}(Re) - 0.65]^{-2.3}$$

Taille de plus petite maille :

$$h_{min} = \frac{y_0^+}{\sqrt{\frac{C_F}{2} * \left(\frac{Re}{L}\right)^2}}$$

Épaisseur de la couche limite



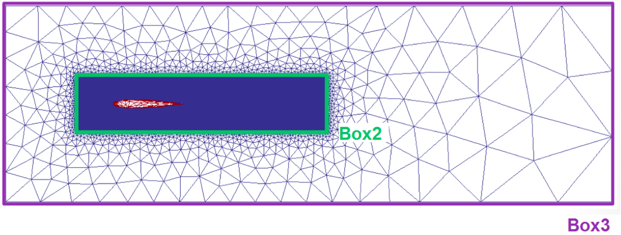
Couche limite laminaire : $\dfrac{\delta(x)}{x} = \dfrac{5}{{Re_x}^{1/2}}$

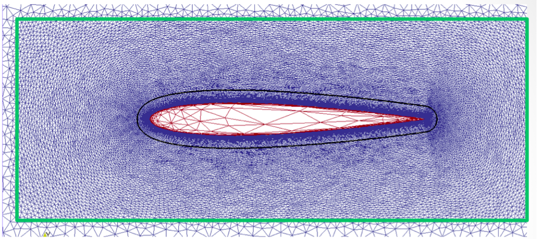
Couche limite turbulente : $\dfrac{\delta(x)}{x} = \dfrac{0.38}{{Re_x}^{1/5}}$

Paramètres :

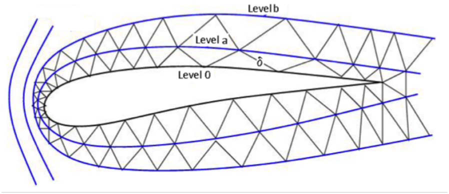
- Nombre de Reynolds Re
- Longueur caractéristique L
- Raffinement y_0^+
- Ratio maximum d'anisotropie r
- Facteur de croissance γ

Construction itérative


Box2
Box3



Multi-levelset :



A partir d'un h_{min}, de l'épaisseur δ et du facteur de croissance $\gamma = 1.2$, on définit facilement la taille de maille dans chaque couche entre deux levelset.

Courbure : Soit $N = -\frac{\nabla\phi(P)}{|\nabla\phi(P)|}$

$$\mathcal{S} = \nabla_T N = \frac{1}{|\nabla\phi(P)|}(I - N.N^T)Hes(\phi)(P)$$

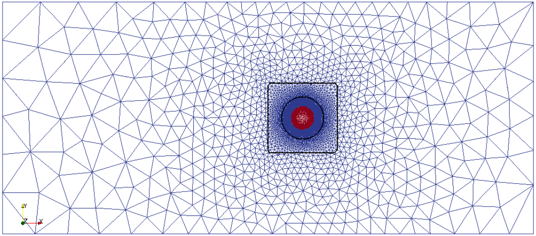
Valeurs propres = Courbures

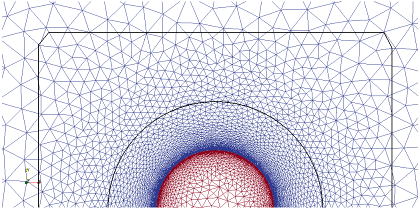
$$\begin{aligned} \kappa_{max} &= tr(S) + \sqrt{\left(\frac{tr(S)}{2}\right)^2 - Z(S)} \\ \kappa_{min} &= tr(S) - \sqrt{\left(\frac{tr(S)}{2}\right)^2 - Z(S)} \end{aligned} \tag{1}$$

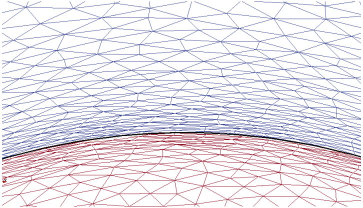
$$h_t = \frac{2\Pi}{\kappa.N_p}$$

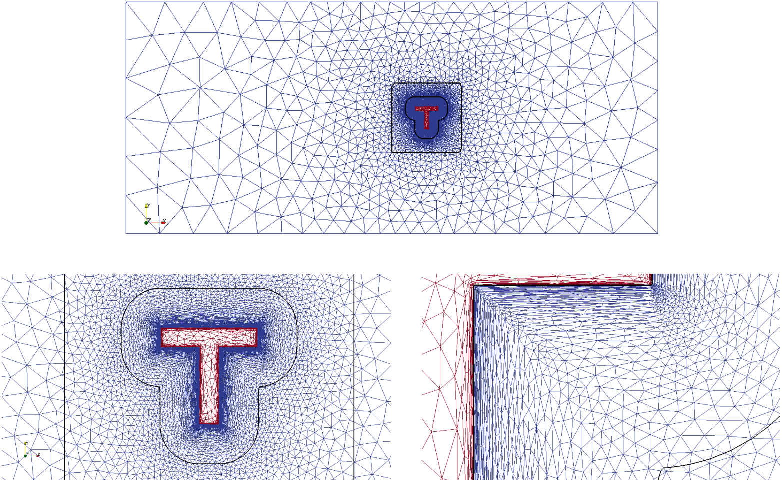
Vecteurs propres associés= Directions

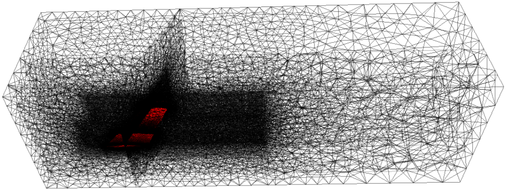
$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} N \\ T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{h^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{{h_{t_1}}^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{{h_{t_2}}^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N & T_1 & T_2 \end{pmatrix} \qquad (2)$$

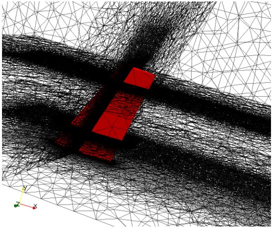


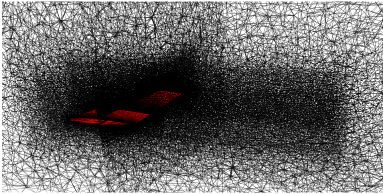


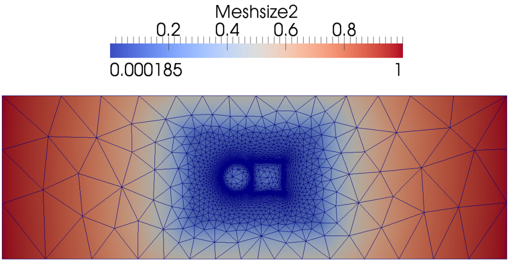


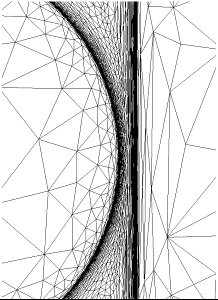


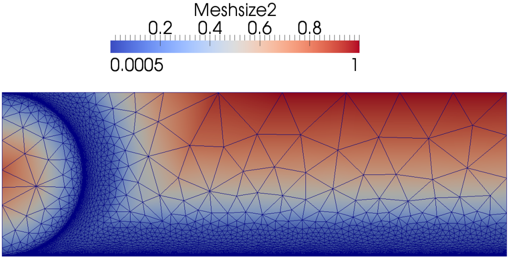


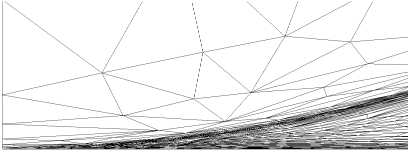


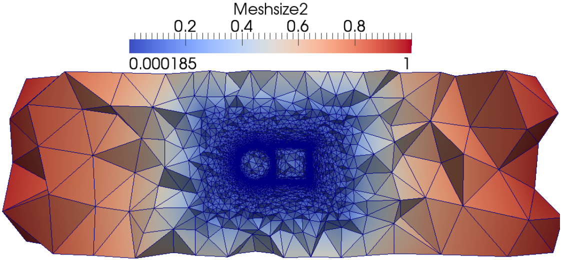


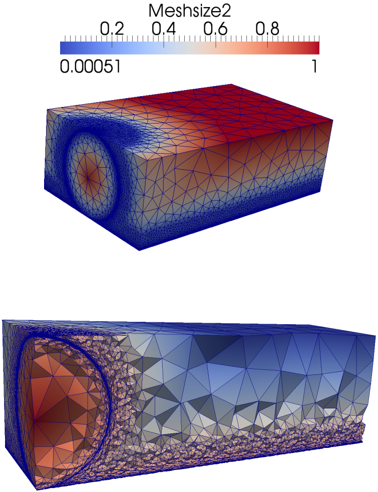

Meshsize2
0.2
0.4
0.6
0.8
0.000185
1

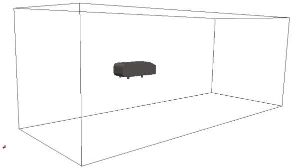


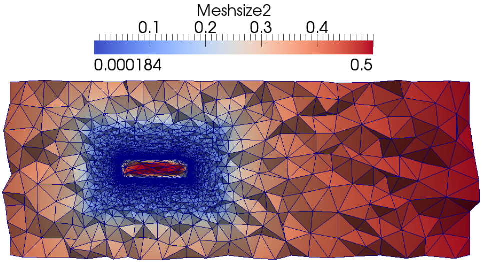

Meshsize2
0.2
0.4
0.6
0.8
0.0005
1




Meshsize2
0.2
0.4
0.6
0.8
0.000185
1


Meshsize2
0.2
0.4
0.6
0.8
0.00051
1




Meshsize2
0.1
0.2
0.3
0.4
0.000184
0.5

Conclusion :

- Métrique Couche limite avec courbure → Tests unitaires 2D et 3D → Fonctionne pour des tailles de mailles très fines → Fonctionne avec plusieurs géométries immergées → Fonctionne lors d'intersection de couches limites → Fonctionne lors d'intersection de géométries → Fonctionne sur des géométries complexes

Perspectives :

- Coupler $\mathcal{M}_{CL}$ et $\mathcal{M}_{EF}$
- Réduire hypothèses de VMS
- Calculs Plaque plane, Ahmed body, Tyrix, F1...