Étude numérique des solutions périodiques du système de Vlasov-Maxwell

- Mots-clés : **Électromagnétisme - Équations de Maxwell - Équation de Vlasov - Volumes finis - β-γ schémas - Méthode particulaire.**

Résumé

La modélisation de dispositifs tels que les tubes à décharge ou les diodes à vide soumises à un potentiel harmonique repose sur les équations de Vlasov-Maxwell ou de Vlasov-Poisson en régime périodique. Des résultats dans le cas périodique semblent inexistants. D'autre part, ces régimes sont très difficilement atteints lors des simulations numériques. Le but de ce travail a été d'étudier théoriquement et numériquement les régimes périodiques en transport de particules chargées soumises au champ électro-magnétique. Dans un premier temps nous présentons les équations de Maxwell sous forme conservative ainsi que le caractère hyperbolique de ce système. Le deuxième chapitre traite de l'approximation numérique utilisée pour la résolution du système de Maxwell. Il s'agit d'un schéma explicite de type volumes finis centrés aux noeuds. Après une étude de stabilité du schéma de discrétisation en espace (le $\beta - \gamma$ schéma), nous nous sommes intéressés au couplage des équations de Vlasov et des Maxwell. Nous montrons des résultats d'existence et d'unicité pour la solution faible périodique dans une ou plusieurs dimensions d'espace. Ensuite nous avons proposé une nouvelle méthode (MAL) pour la résolution numérique des équations différentielles avec des termes source périodiques afin d'accélérer la convergence vers les régimes périodiques. Après une partie consacrée à une étude théorique sur un modèle simplifié 1D, cette méthode a été étendue au système de Vlasov-Maxwell. Nous montrons l'efficacité d'une telle méthode à travers les nombreux cas test présentés.

Numerical study of the periodic solutions of the Vlasov-Maxwell system

- Key-words : **Electromagnetism - Maxwell system - Vlasov equation - Finite volumes - β-γ schemes - PIC method.**

Abstract

The coupled nonlinear system presented by the Vlasov-Maxwell equations is a classical model in the kinetic theory of plasma. For applications like vacuum diodes, tube discharges, cold plasma, solar wind, satellite ionisation, etc., permanent regimes are particularly important. To our knowledge no results were available concerning time periodic solutions. One strong motivation to study such solutions is the great difficulty to compute it numerically. This thesis has been devoted to the theoretical study of the periodic solutions of the Vlasov-Maxwell system and the development of a new method for numerical calculation. We first present the conservative form and the hyperbolic character of the Maxwell equations. In the second chapter we are concerned with the numerical approximation used (a third order accurate finite volume scheme). After a stability analysis of the high-order upwind $\beta - \gamma$ scheme in finite volume formulation, we present the coupled equations of Vlasov and Maxwell. We proved existence and uniqueness of weak periodic solution for the Vlasov-Poisson and Vlasov-Maxwell systems in one or more space dimensions. Furthermore, a new controllability method is proposed to solve numerically differential equations with periodic sources (or periodic boundary conditions) in order to accelerate the convergence to the periodic states. Finally, this new method (LAM) is successfully applied to the calculation of periodic solutions of the Vlasov-Maxwell system.