

# Robots à câbles, tour d'horizon et défis

J-P Merlet

et Roger\*

projet COPRIN

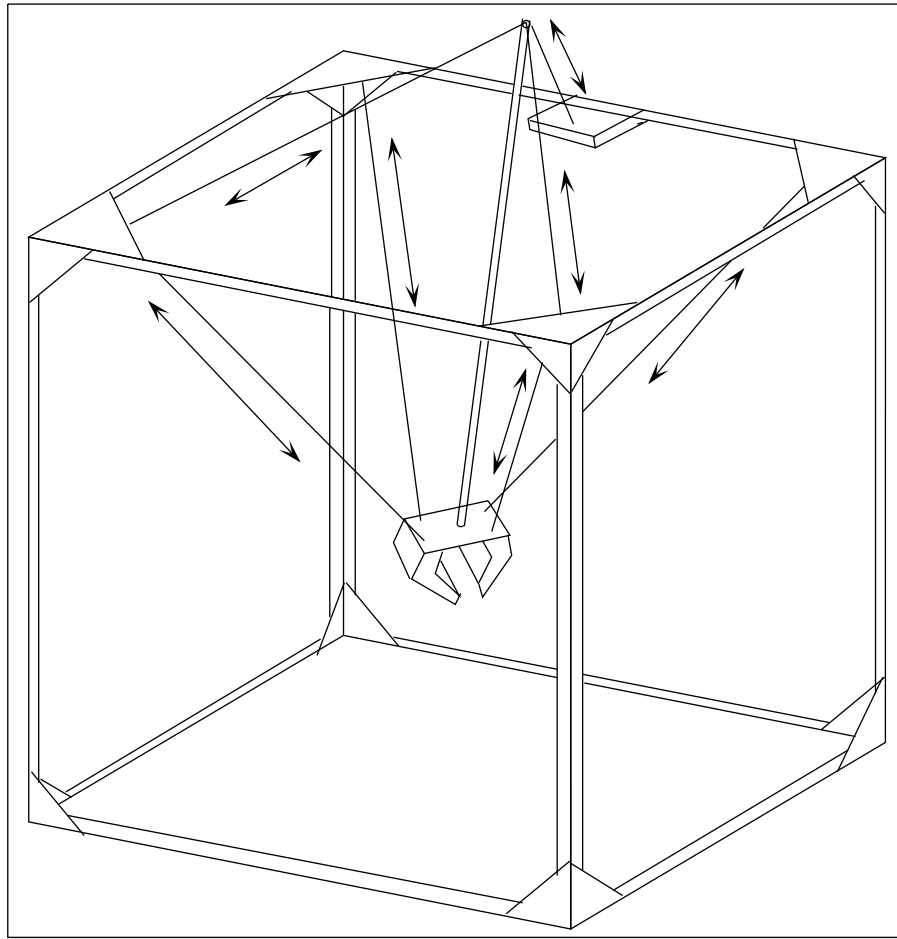
INRIA Sophia-Antipolis



- \* Roger est un [interlocuteur](#) naïf ayant toutefois des bonnes bases scientifiques, qui fera des remarques naturelles et posera quelques questions de bon sens
- \* toute ressemblance entre Roger et une personne existante, en particulier dans cette salle, ne serait que fortuite



*Roger: c'est quoi un robot parallèle à câbles ?*



MARIONET-SCHOOL

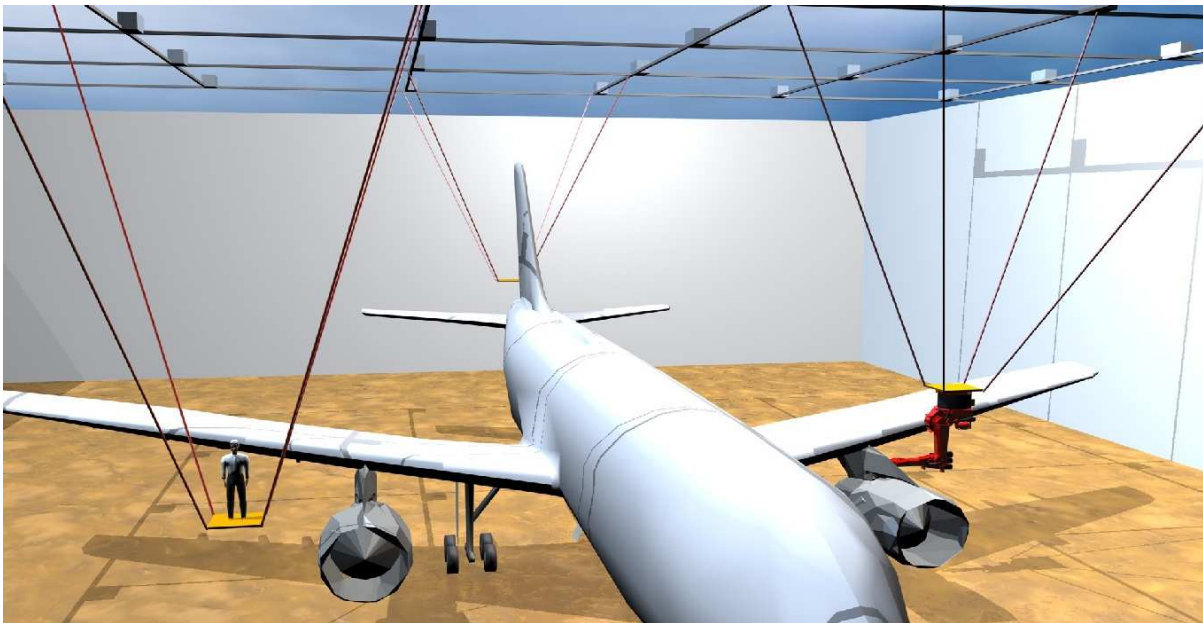


*Roger: et ca marche pour de vrai ?*

**VIDEO**

Projet CableBot

grue **MARIONET-ASSIST**





*Roger: ca a l'air de bien marcher, donc pas la peine d'aller plus loin dans l'exposé, c'est les organisateurs qui vont être content!*



*Roger: ca a l'air de bien marcher, donc pas la peine d'aller plus loin dans l'exposé, c'est les organisateurs qui vont être content!*

Hum, regardons une autre vidéo, celle de [MARIONET-CRANE](#)



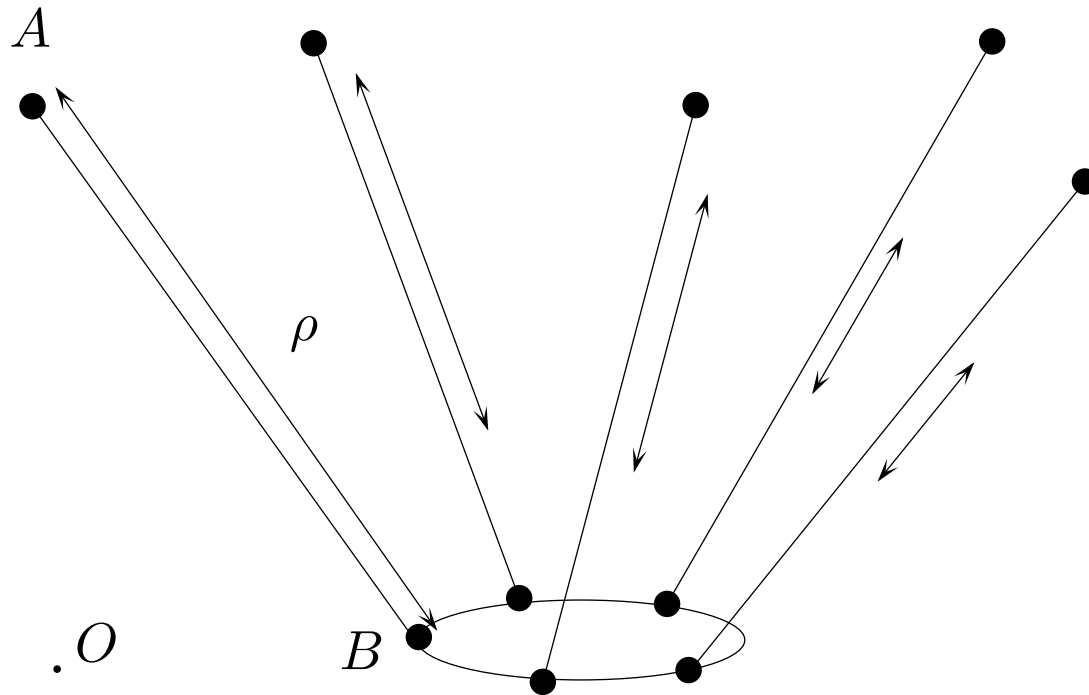
*Roger: il s'est passé quoi là ? Le mannequin bougeait tranquillement et d'un seul coup il change complètement de position!*

Un des deux problèmes difficiles dont je vais parler:  
la résolution du **modèle géométrique direct**



Pour commander un robot on a besoin

- du **modèle géométrique inverse**: connaissant la position  $\mathbf{X}$  de la plate-forme déterminer la longueur  $\rho$  des câbles



$\rho = \|\mathbf{AB}\|$ ,  $\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{OB}$ ,  $\mathbf{OA}$  connue  $\mathbf{AB} = \mathbf{OB} - \mathbf{OA}$  donc

$$\boxed{\rho^2 = F(\mathbf{X})}, \text{ une équation par câble}$$



Pour commander un robot on a besoin

- du **modèle géométrique inverse**
- du **modèle géométrique direct**: connaissant les longueurs  $\rho$  des câbles trouver la position  $\mathbf{x}$  de la plate-forme





## Modèle géométrique direct

Commençons par le cas où l'on a 6 câbles



*: je vois, on a les 6 équations  $\rho^2 = F(\mathbf{X})$ , pas très compliquées, y a qu'à résoudre ce système ...*



*: je vois, on a les 6 équations  $\rho^2 = F(\mathbf{X})$ , pas très compliquées, y a qu'à résoudre ce système ...*

Rappel pour les plus jeunes, le **y a qu'à**, c'est, **dans le millénaire précédent**:

- 20 ans pour comprendre ce problème (qui peut avoir 40 solutions)
- avec la collaboration de Dedieu, Yakoubsohn, Lazard, Rissler ...
- et pas mal d'effort pour développer un solveur qui ne prend pas des heures



*: ah c'est peut être un peu plus dure que je ne le croyais mais, bon, finalement c'est résolu ...*



*: D'ailleurs on va s'amuser, je fixe la longueur des 6 câbles, je jette la plate-forme et vous allez me dire où elle va avec les 6 câbles tendus*

*...*



*: mais la plate-forme n'est pas dans une des positions que vous m'avez donné ! ah l'INRIA n'a pas inventé la résolution numérique...*

On fait ce que l'on peut ...mais **regardez les câbles ...**



*: mais la plate-forme n'est pas dans une des positions que vous m'avez donné ! ah l'INRIA n'a pas inventé la résolution numérique...*

On fait ce que l'on peut ... mais **regardez les câbles ...**



*: tiens, il y en a deux qui ne sont pas tendus ...*



*: mais la plate-forme n'est pas dans une des positions que vous m'avez donné ! ah l'INRIA n'a pas inventé la résolution numérique...*

On fait ce que l'on peut ... mais **regardez les câbles ...**



*: tiens, il y en a deux qui ne sont pas tendus ...*

comme vous me l'avez demandé j'ai fait les calculs en supposant que les **6 câbles étaient tendus** mais il n'y aucune raison que la plate-forme n'aille pas dans une position où moins de 6 câbles sont tendus ...



*: d'accord, il faut regarder tous les cas avec toutes les combinaisons possibles de câbles tendus.*

Effectivement mais cela a échappé à pas mal de monde ...



*: d'accord, il faut regarder tous les cas avec toutes les combinaisons possibles de câbles tendus.*

Effectivement mais cela a échappé à pas mal de monde . . .



*: mais ce sera plus facile avec moins de 6 câbles tendus car il y aura moins d'équations . . .*





*: d'accord, il faut regarder tous les cas avec toutes les combinaisons possibles de câbles tendus.*

Effectivement mais cela avait échappé à pas mal de monde . . .



*: mais ce sera plus facile avec moins de 6 câbles tendus car il y aura moins d'équations . . .*

Hum . . . si l'on a que 5 câbles tendus on aura 5 équations

$\rho^2 = F(\mathbf{X})$  alors que  $\mathbf{X}$  a toujours 6 inconnues . . .



: *ouups! il manque une équation ...*

on va obtenir les équations manquantes en écrivant que la plateforme doit être en équilibre mécanique



ce qui s'écrit sous la forme de 6 équations

$$\mathcal{F} = \mathbf{A}(\mathbf{X})\tau$$

où  $\tau$  représente les tensions dans les câbles et  $\mathcal{F}$  les forces et moments appliqués sur la plate-forme



ce qui s'écrit sous la forme de 6 équations

$$\mathcal{F} = \mathbf{A}(\mathbf{X})\tau$$

où  $\tau$  représente les tensions dans les câbles et  $\mathcal{F}$  les forces et moments appliqués sur la plate-forme



*: mais on ne connaît pas les  $\tau$  ... ca se complique!*



effectivement ...

si on a un robot à  $m$  câbles dont seulement  $n$  sont tendus on a

- $n$  équations  $\rho^2 = F(\mathbf{X})$  (câbles tendus)
- 6 équations  $\mathcal{F} = \mathbf{A}(\mathbf{X})\tau$  (équilibre)



*: donc un système carré de  $6+n$  équations, cool!*

...



*: oui mais ca va faire plus d'équations que le cas 6 câbles qui a pris 20 ans ...*



effectivement ...

si on a un robot à  $m$  câbles dont seulement  $n$  sont tendus on a

- $n$  équations  $\rho^2 = F(\mathbf{X})$  (câbles tendus)
- 6 équations  $\mathcal{F} = \mathbf{A}(\mathbf{X})\tau$  (équilibre)

mais on a aussi:

- $m - n$  inégalités  $\rho_i^2 \geq \|AB\|^2, i \in [n + 1, m]$  (câble détendu)
- $n$  inégalités  $\tau_i > 0$  (pour que les câbles soient tendus)
- que le système doit être stable ...



: donc c'est de la géométrie semi-algébrique, ca c'est pas cool!



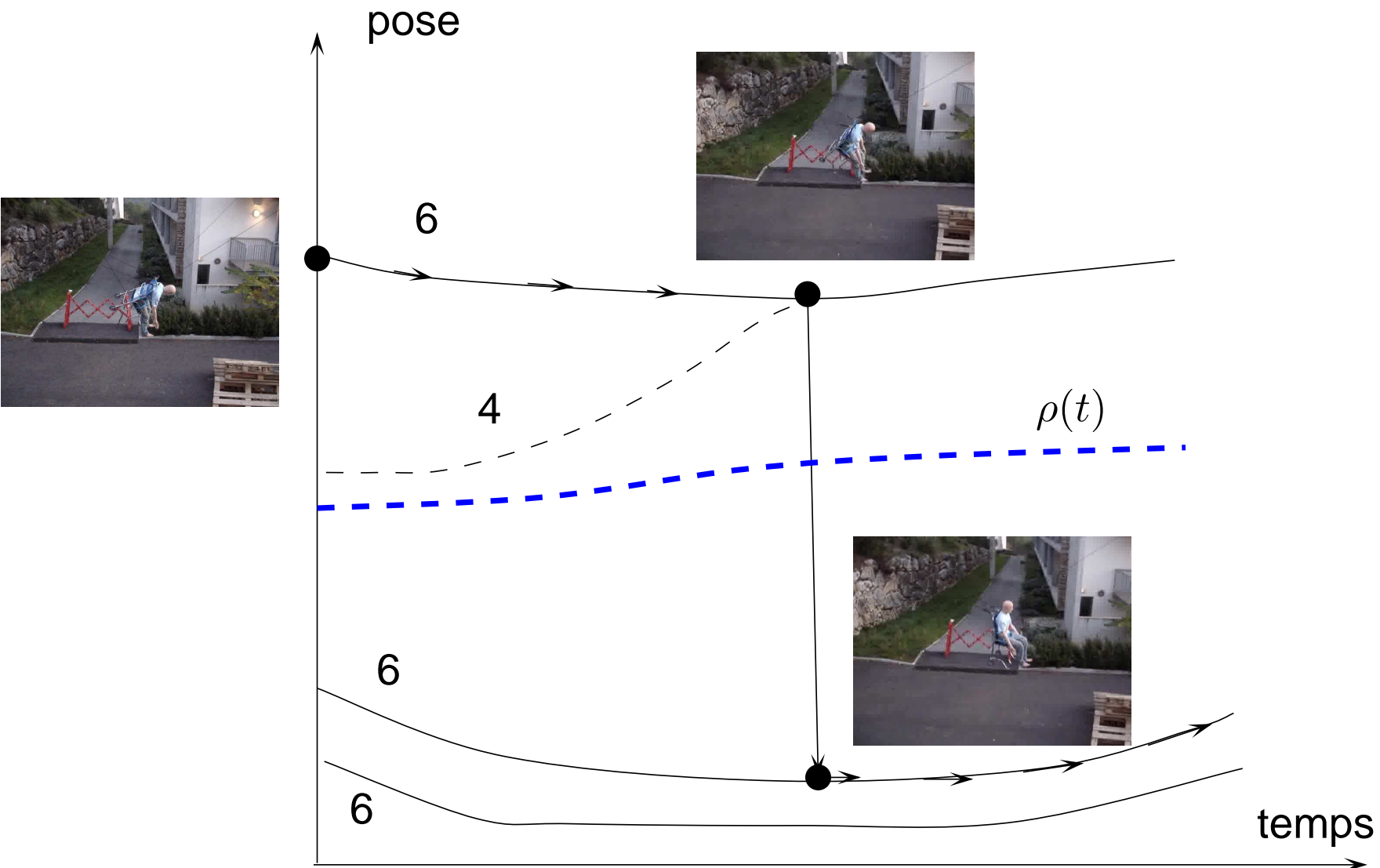
si on s'intéresse seulement au système d'équations:

câbles	période d'étude	nombre d'équations	nombre de solutions
6	1990-2010	6	40
5	2009-	11	128 ?
4	2009-	10	216 ?
3	2009-	9	156 ?
2 (plan)	2010	5	12/24 ?

- tableau établi en collaboration avec [U. Bologne](#)



# ce qui s'est passé dans la vidéo







## Challenges 1:

- **modélisation:** étant donné les  $\rho$  trouvez toutes les poses en équilibre mécanique, tension positive, toute configuration de câbles tendus
- **modélisation:** étant donné une configuration connue pour un jeu de  $\rho$  déterminer en temps réel si cette configuration reste valide pour  $\rho + \Delta\rho$ ,  $\Delta\rho$  petit. Sinon peut t'on calculer la nouvelle configuration ?
- **commande:** si un changement de configuration est inévitable quelle stratégie pour revenir au maximum de câbles tendus ?



*: bon d'accord mais la structure parallèle c'est bien, on répartit le poids entre les câbles . . . d'ailleurs il faudrait en mettre plus de 6, comme ça on pourrait ajuster les tensions . . .*



*: bon d'accord mais la structure parallèle c'est bien, on répartit le poids entre les câbles . . . d'ailleurs il faudrait en mettre plus de 6, comme ça on pourrait ajuster les tensions . . .*

*c'est la **redondance**, qui a l'intérêt de permettre d'agrandir l'espace de travail du robot . . .*



*: bon d'accord mais la structure parallèle c'est bien, on répartit le poids entre les câbles . . . d'ailleurs il faudrait en mettre plus de 6, comme ça on pourrait ajuster les tensions . . .*

*c'est la **redondance** qui a l'intérêt de permettre d'agrandir l'espace de travail du robot . . . **mais probablement pas d'ajuster les tensions . . .***



*: bon d'accord mais la structure parallèle c'est bien, on répartit le poids entre les câbles ... d'ailleurs il faudrait en mettre plus de 6, comme ça on pourrait ajuster les tensions ...*

*c'est la redondance qui a l'intérêt de permettre d'agrandir l'espace de travail du robot ... mais probablement pas d'ajuster les tensions ...*



*: eh oh ! si j'ai 8 câbles tendus au lieu de 6 ils auront moins de tension chacun!*



effectivement, pour une position  $\mathbf{X}$  donnée le système

$$\mathcal{F} = \mathbf{A}(\mathbf{X})\tau$$

a 6 équations pour les 8  $\tau$  inconnues  $\Rightarrow$  il admet une **infinité** de solutions



effectivement, pour une position  $\mathbf{X}$  donnée le système

$$\mathcal{F} = \mathbf{A}(\mathbf{X})\boldsymbol{\tau}$$

a 6 équations pour les 8  $\tau$  inconnues  $\Rightarrow$  il admet une **infinité** de solutions



*: donc on peut choisir une solution qui optimise un critère! D'ailleurs d'après Google je vois beaucoup de papiers récents qui proposent de calculer ces tensions optimales ...*



effectivement, pour une position  $\mathbf{X}$  donnée le système

$$\mathcal{F} = \mathbf{A}(\mathbf{X})\tau$$

a 6 équations pour les 8 *tau* inconnues  $\Rightarrow$  il admet une **infinité** de solutions

sans doute, mais sont t'elles réalisables tout en maintenant la position  $\mathbf{X}$  ?





d'accord, commençons par faire suivre une trajectoire à la plate-forme ...



*: hum, ce qui veut dire qu'à chaque instant les câbles doivent avoir la longueur donnée par  $\rho^2 = F(\mathbf{X})$  ...*

...



d'accord, commençons par faire suivre une trajectoire à la plate-forme ...



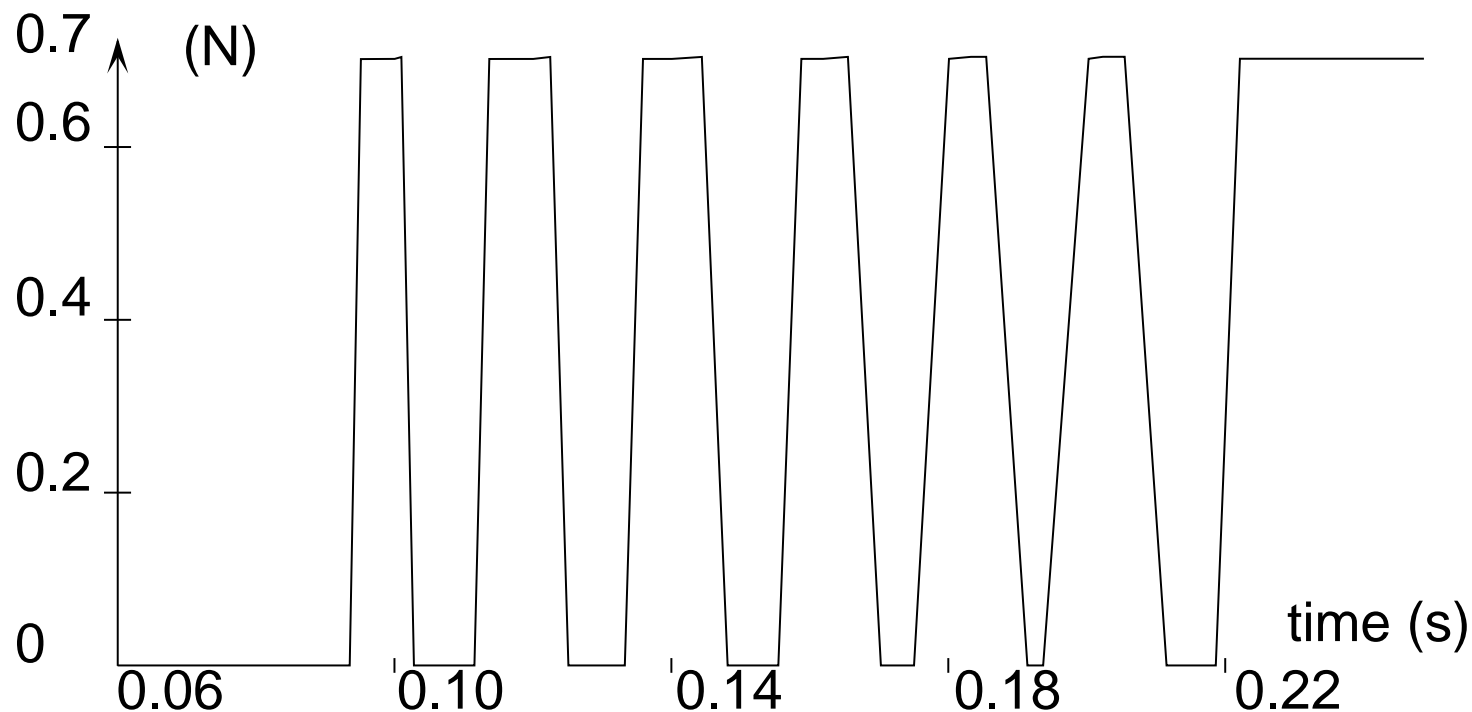
: *hum, ce qui veut dire qu'à chaque instant les câbles doivent avoir la longueur donnée par  $\rho^2 = F(\mathbf{X})$  ...*

et le faire de manière infiniment précise tout le temps, parce que:

- si pour un câble  $\rho > \|\mathbf{AB}\| \Rightarrow$  **le câble est détendu**
- si pour un câble  $\rho < \|\mathbf{AB}\| \Rightarrow$  **alors on ne peut plus être dans la position voulue**

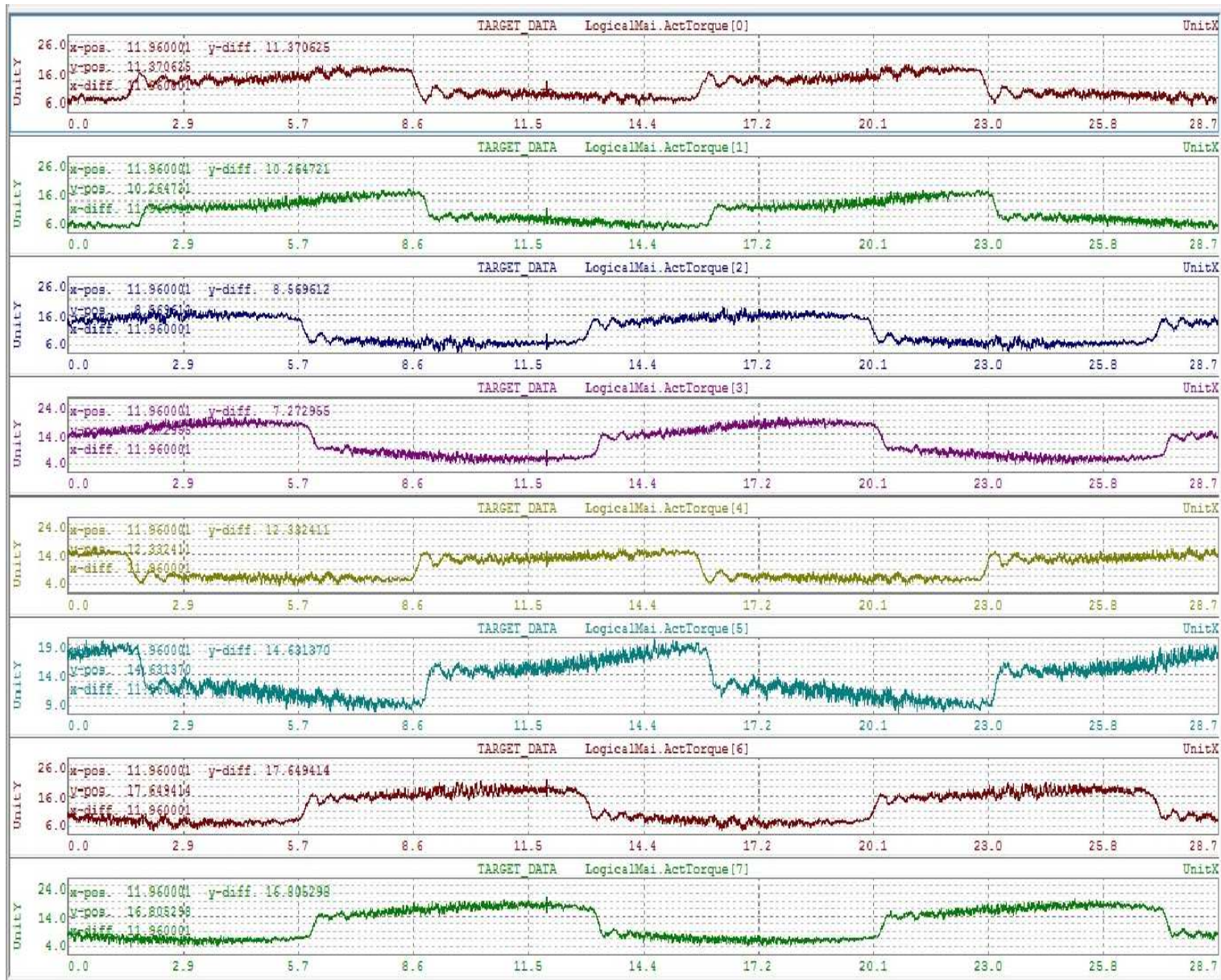


*: je vois, ca veut dire que quel que soit le nombre de câbles ( $> 6$ ) on aura au plus 6 câbles en tension ...*



**Simulation de la tension dans un câble lors de l'exécution d'une trajectoire avec une commande et des mesures parfaites, robot à 8 câbles**

# Couples moteurs mesurés sur le robot LIRMM/Tecnalia





*: ok, ok mais dans la réalité les câbles sont élastiques, donc on peut s'en sortir!*

Mais

- rien n'empêche un câble élastique **de ne pas être tendus**
- et pour la commande il va falloir un bon modèle de l'élasticité des câbles ...



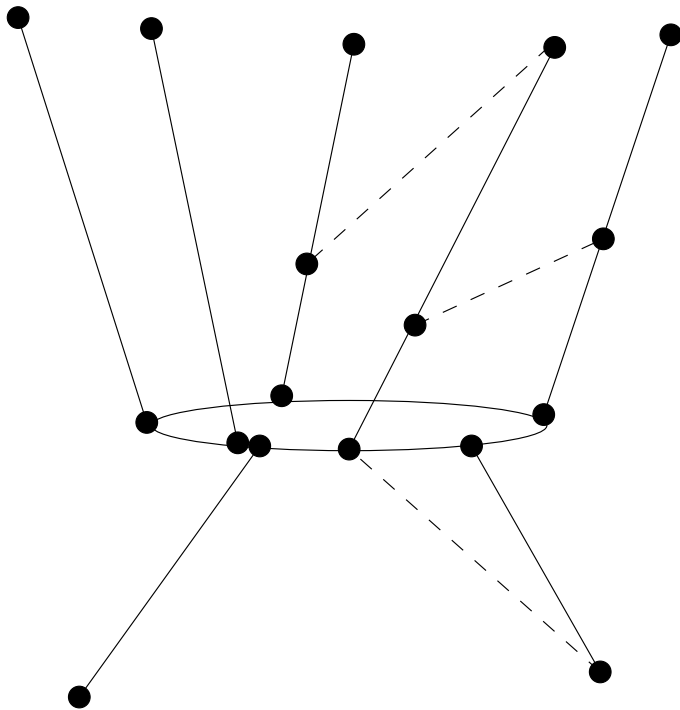
## Challenges 2: redondance

- pour un modèle des actionneurs et un contrôle en temps discret, **déterminer les configurations de câbles tendus sur une trajectoire**
- déterminer dans les mêmes conditions les **tensions maximales**
- déterminer l'**influence de la modélisation de l'élasticité sur les tensions**
- comment **détecter un changement de configuration par des mesures ?**



La simplicité mécanique des robots parallèles à câbles permet d'en changer facilement la géométrie, donc les performances

- en bougeant les points  $A$  ou  $B$
- en créant des liaisons supplémentaires (actionnées ou non)



### Challenge 3:

- comment gérer la modularité pour obtenir des performances optimales
- comment gérer les incertitudes

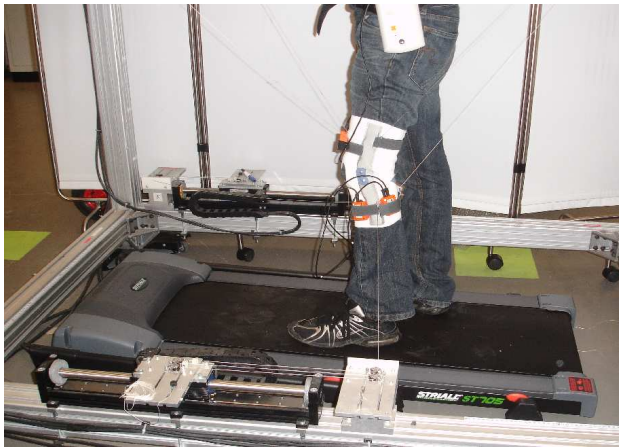
# Conclusion



- un système apparemment simple et qui fonctionne

MARIONET-REHAB (biomécanique, rééducation)

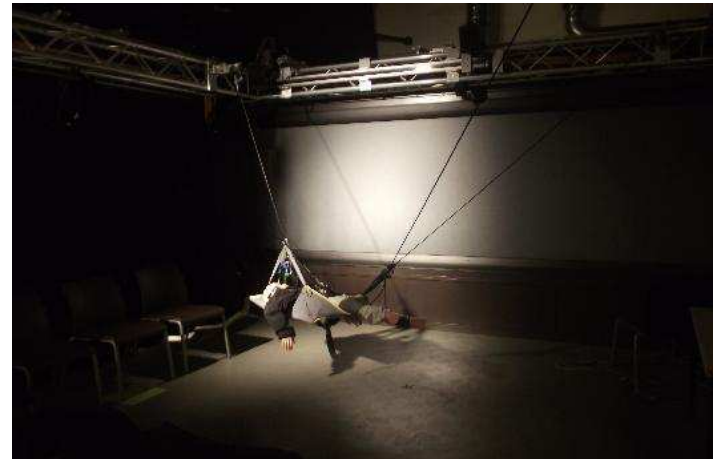
MARIONET-SCHOOL (robot pédagogique)



MARIONET-CRANE (sauvetage)



MARIONET-VR (salle immersive)





# Conclusion



- un système apparemment simple et qui fonctionne



*: mais on ne sait pas très bien pourquoi ...*