

# Couche limite de la convection libre sur une surface verticale

La configuration du cas-test proposé est la suivante :

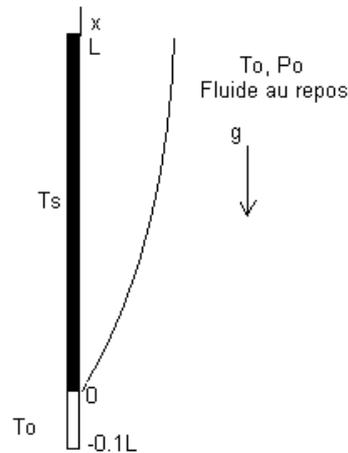


Figure 1: Configuration du cas-test

Une surface verticale chauffée à la température  $T_s$  placée dans un milieu de fluide au repos. La température de ce milieu est  $T_\infty = T_0$ , la pression est égale à la pression atmosphérique  $P_0$ .

$$T_s > T_0$$

Une couche limite est développée tout au long de la plaque plane de longueur  $L$ . Le nombre de Grashof est défini par :

$$Gr = \frac{g\rho_0^2\beta(T_s - T_0)L^3}{T_0\mu_0^2}$$

avec  $\beta = \frac{1}{2}(T_0 + T_s)$ .

On peut alors exprimer le nombre de Grashof local:

$$Gr(x) = \frac{g\rho_0^2\beta(T_s - T_0)x^3}{\mu_0^2}$$

Le nombre Rayleigh peut s'estimer :

$$Ra = PrGr_L = Pr \frac{g\rho_0^2\beta(T_s - T_0)L^3}{\mu_0^2}$$

(Le nombre de Rayleigh critique pour que l'écoulement devienne turbulent vaut  $\sim 10^9$ ). On définit

$$\eta = \frac{y}{x} \left( \frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4}$$

Les conditions initiales sont :

$$u_0 = 0 \text{ m.s}^{-1} \quad (1)$$

$$P_0 = 101325 \text{ Pa} \quad (2)$$

$$T_0 = 300 \text{ K} \quad (3)$$

$$R_{air} = 287.053 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \quad (4)$$

$$\rho_0 = P_0/(R_{air}T_0) \quad (5)$$

$$(6)$$

On note  $T_s = T_0(1 + \varepsilon)$

La loi de Sutherland peut être utilisée pour estimer la viscosité du fluide:

$$\mu = 1.711 \cdot 10^{-5} \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^{1.5} \frac{T_{ref} + 110.4}{T + 110.4} \quad \text{kg.m.s}^{-1}$$

avec  $T_{ref} = 273.15 \text{ K}$ .

1/ Effet de la différence de la température. Le nombre de Rayleigh est fixé à  $10^6$  avec  $\varepsilon = 0.01, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ .

La viscosité peut être fixée à une valeur constante ou déterminée par la loi de Sutherland. Le nombre de Prandtl  $Pr$  est égal à 0.72

2/ Effet du nombre de Prandtl sur l'écoulement. Le nombre de Grashof est fixé à  $10^6$

$\varepsilon = 0.2$	$Pr = 0.01$	$Pr = 0.72$	$Pr = 1$	$Pr = 10$	$Pr = 100$
---------------------	-------------	-------------	----------	-----------	------------

Les résultats numériques demandés sont :

- Le profil de vitesse :

$$\frac{ux}{2\nu} Gr_x^{-1/2} = f(\eta)$$

- Le profil de température :

$$\frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty} = f(\eta)$$

(pour  $x = L/4, L/2, 3L/4$ )

- L'épaisseur de la couche limite  $\delta(x)$ .

**Cas optionnel : Convection libre turbulente**

$$Ra = 10^{10}$$