Maillage et précision contrôlée

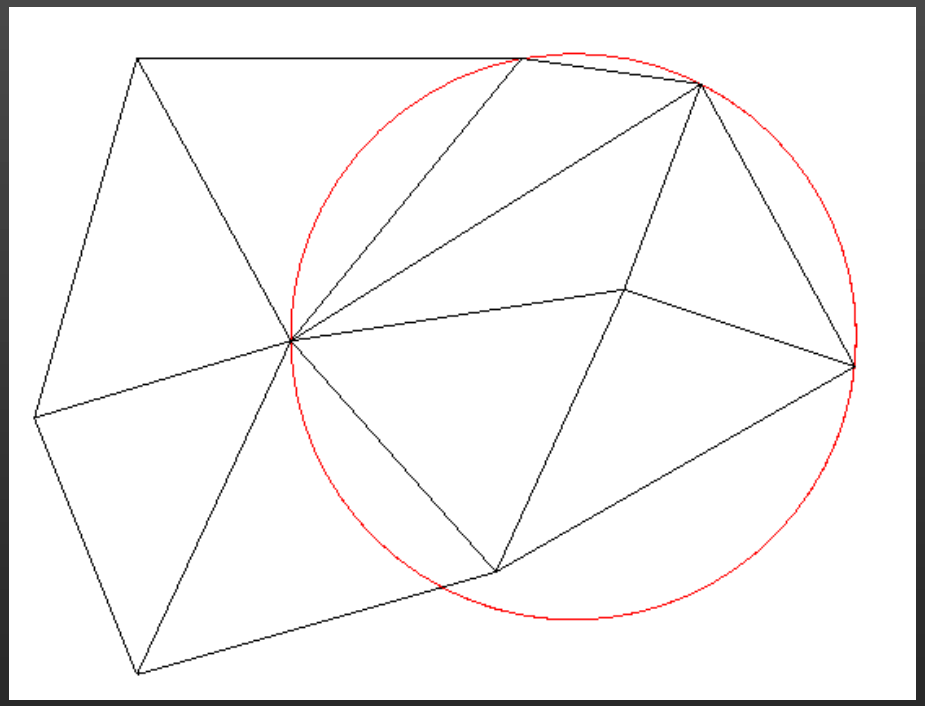
Eric Leblond
Laboratoire d'Informatique de Paris 6

But du projet

- **Elaboration d'un algorithme de maillage :**
  - **Prouvé**
  - **Stable numériquement**
- **Code proche de la théorie mathématique**
- **Utilisation de l'ASD**

Triangulation de Delaunay

- **Propriété de la sphère vide**



- **Propriété « locale »**

Présentation de l ’algorithme (1)

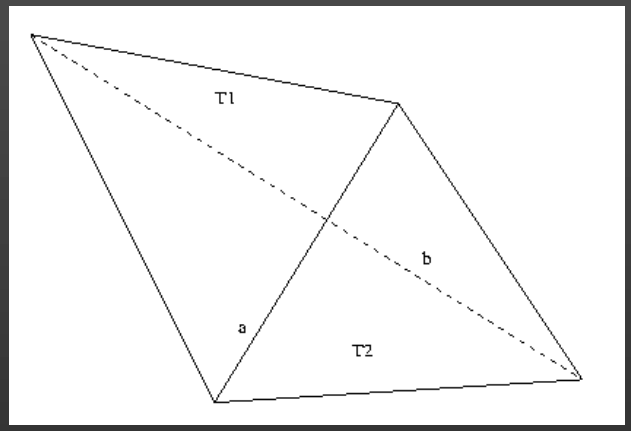
- **Création d ’une triangulation des points de la frontière.**
- **Recherche et introduction de points à l ’intérieur du domaine.**

Présentation de l ’algorithme (2)

- **Création d ’une triangulation des points de la frontière (étendue).**
- **Résolution des contraintes.**
- **Détermination des triangles intérieurs au domaine.**
- **Recherche et introduction de points à l ’intérieur du domaine.**

Quelques propriétés:

- **Retournements d ’arêtes:**



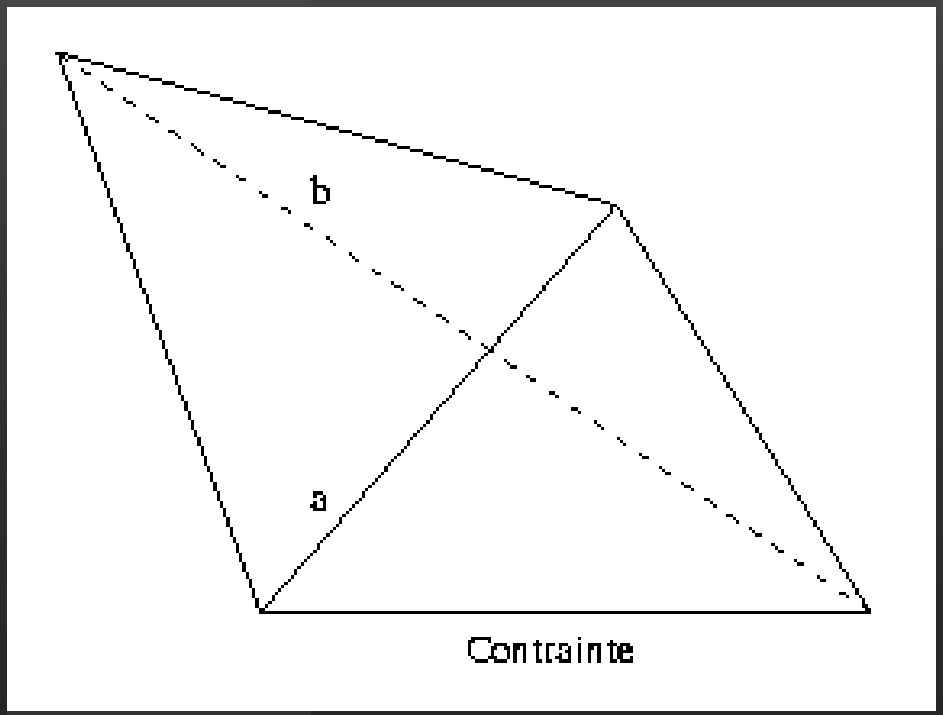
- **Toutes les triangulations sont équivalentes par retournements d ’arêtes**

Résolution des contraintes (1)

- **Pour chaque arête contrainte A:**
  - **on trouve les arêtes coupant l ’intérieur de A**
  - **on effectue des retournements d ’arête aléatoire jusqu’à obtenir l ’arête contrainte**
- **La convergence repose sur la fiabilité des test d ’intersection**

Résolution des contraintes (2)

- **Problème constaté en flottant**
  - **boucle infinie**



En coordonnées barycentrique:

En flottant:

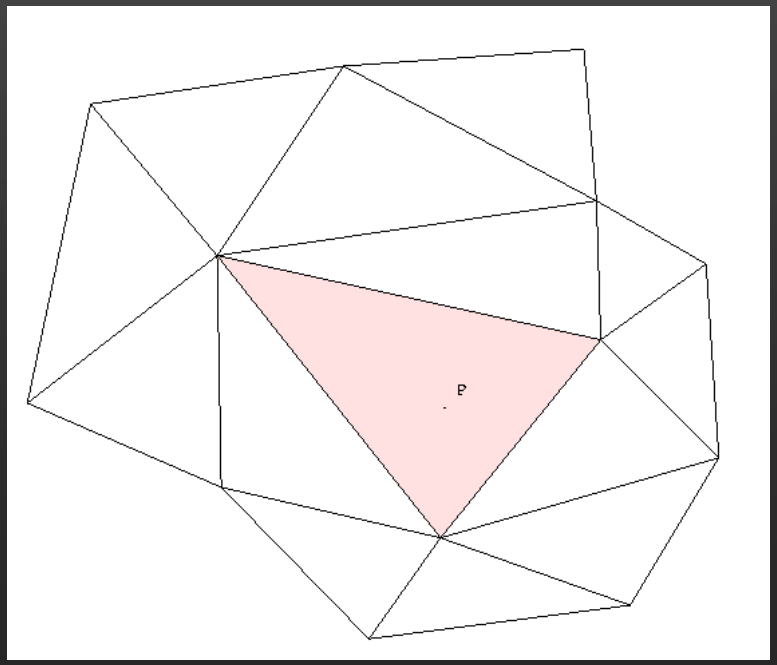
- **t=0.9999…..**
- **t ’=0.9999….**

Avec l ’ASD:

- **t-1=0**
- **t ’-1=0**

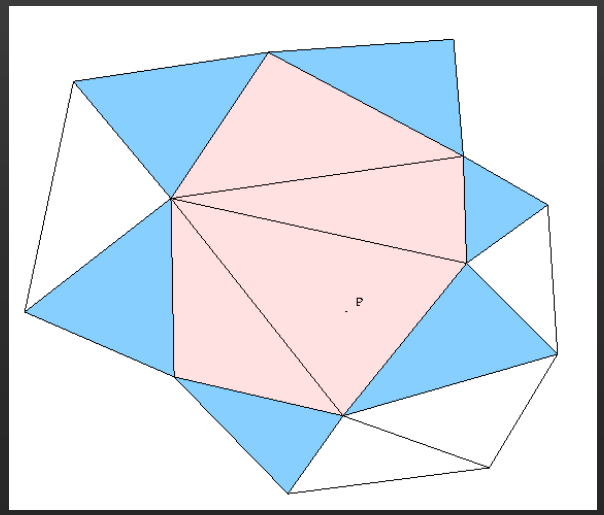
Définitions (1)

- **Base**
  - **Ensemble des triangles contenant P**



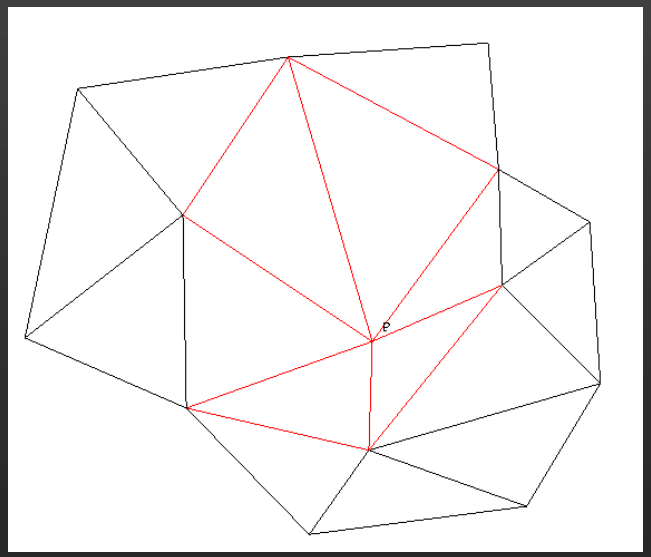
Définitions (2)

- **Cavité**
  - **Ensemble des triangles dont le disque circonscrit contient P**
  - **Elle est étoilée par rapport à P**



Définitions (3)

- **Boule:**
  - **Ensemble des triangles obtenus en joignant P aux frontières de sa cavité**



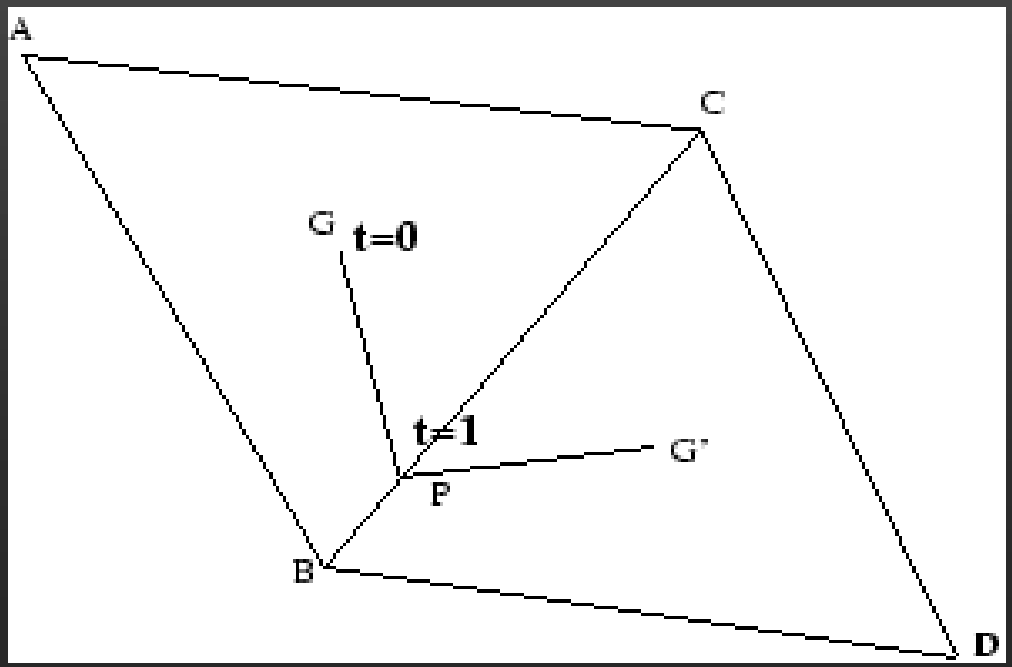
Noyau de Delaunay

- **Formule:** $T_{i+1} = T_i - C_P + B_P$

- **Algorithme:**
  - **On part de la base**
  - **On recherche la cavité par adjacence**
  - **On remplace la cavité par la boule**

Recherche de la base

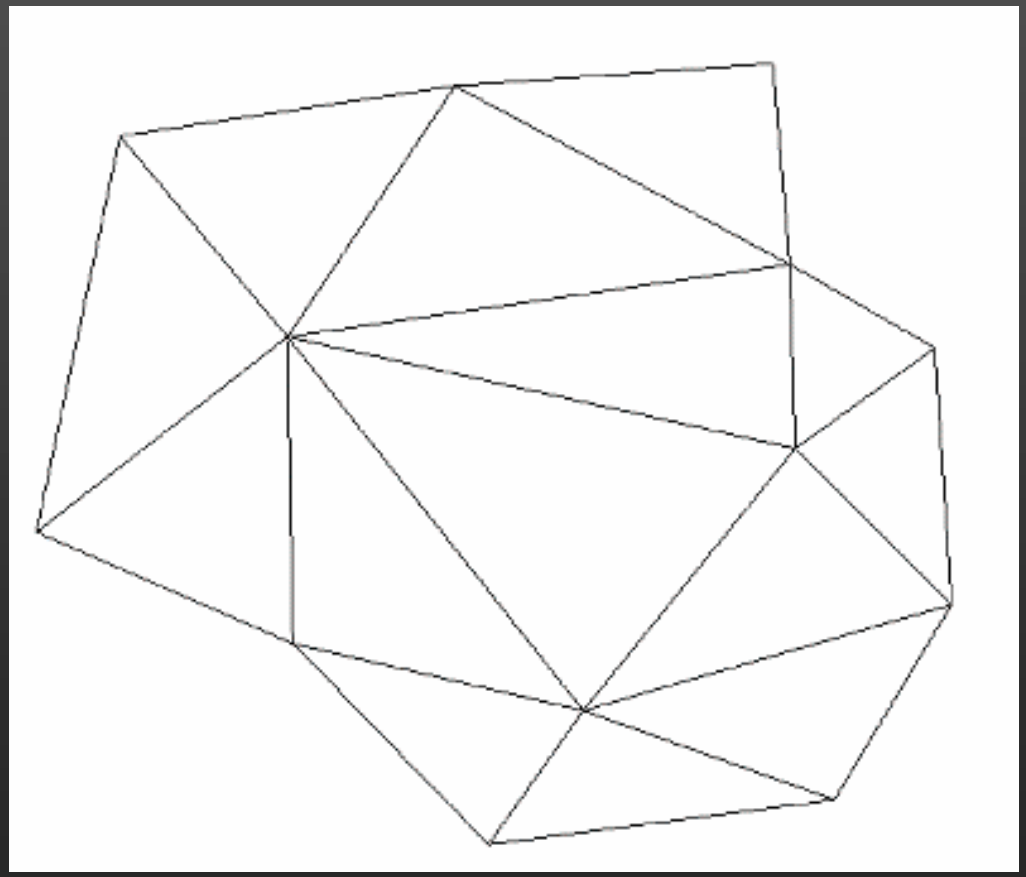
- **Parcours d ’un chemin d ’un triangle jusqu’à un des triangles de la base.**
- **Problème:**
  - **flottant:**
    - **t<1**
  - **ASD:**
    - **t-1=0**



Recherche de la cavité

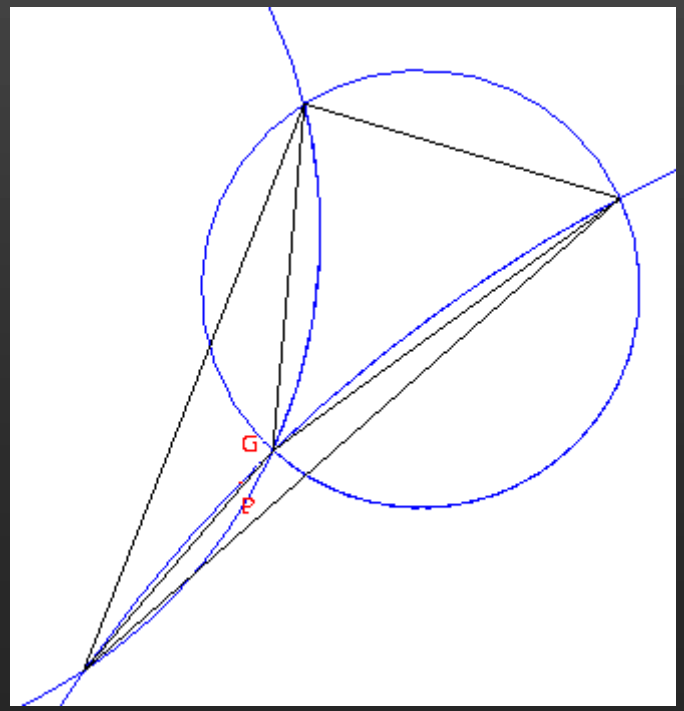
- **On part d ’un des triangles de la base**
- **On teste les voisins un par un:**
  - **Si un voisin est dans la cavité, on teste ses propres voisins.**
  - **Sinon, on s’arrête.**

Processus d ’ajout de point



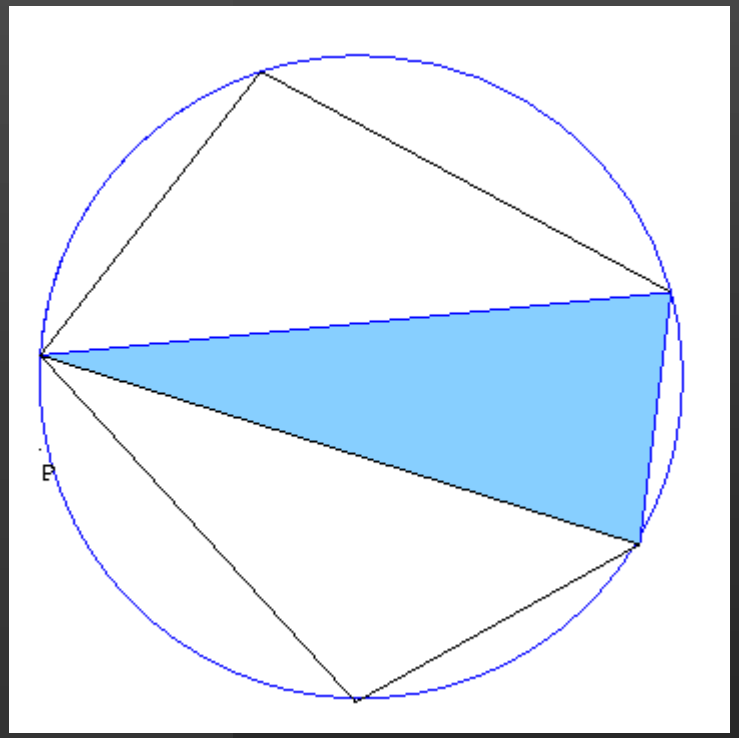
Perte de points

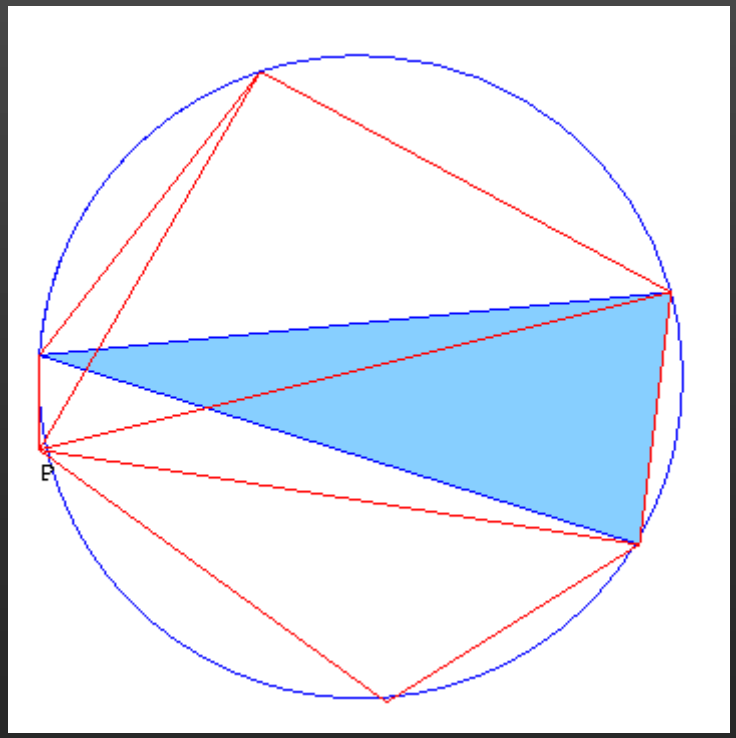
- **Situation « informatique »**
  - **P appartient à tous les cercles**
- **Correction:**
  - **test: d(O,P)<r-ε**
- **Avec l ’ASD:**
  - **test: d(O,P)<r**



Triangles se coupant

- **Erreur conduisant à un échec total**

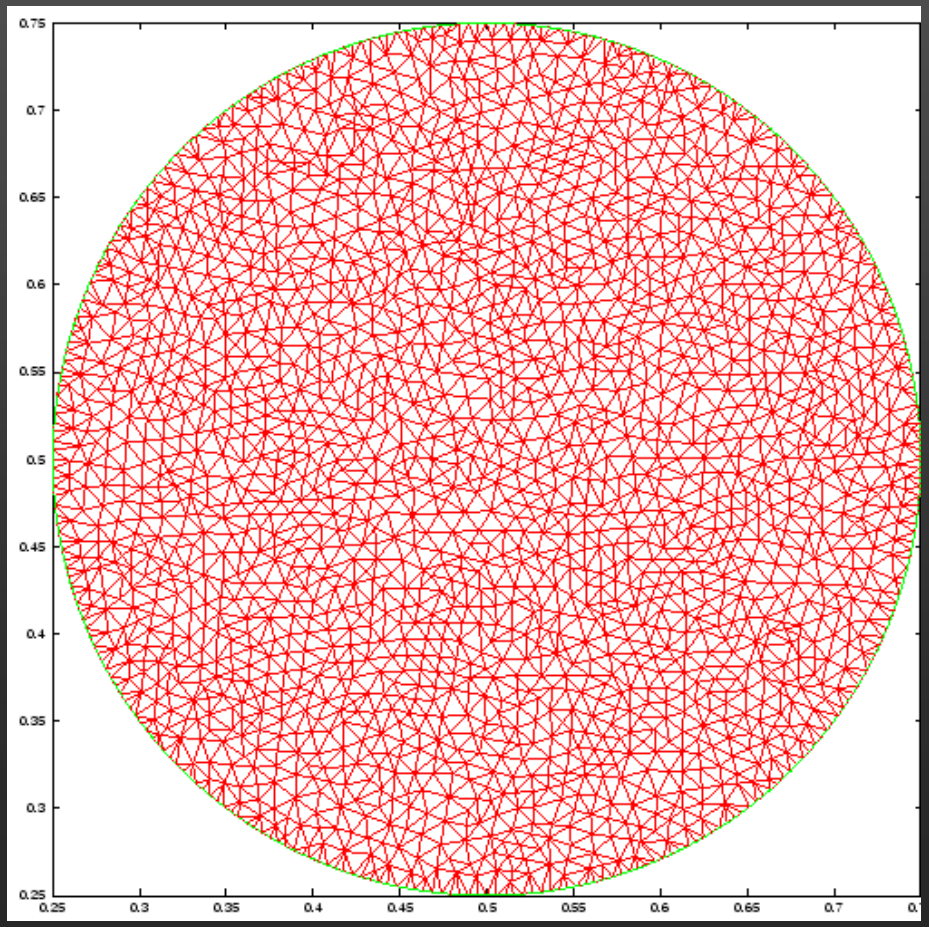




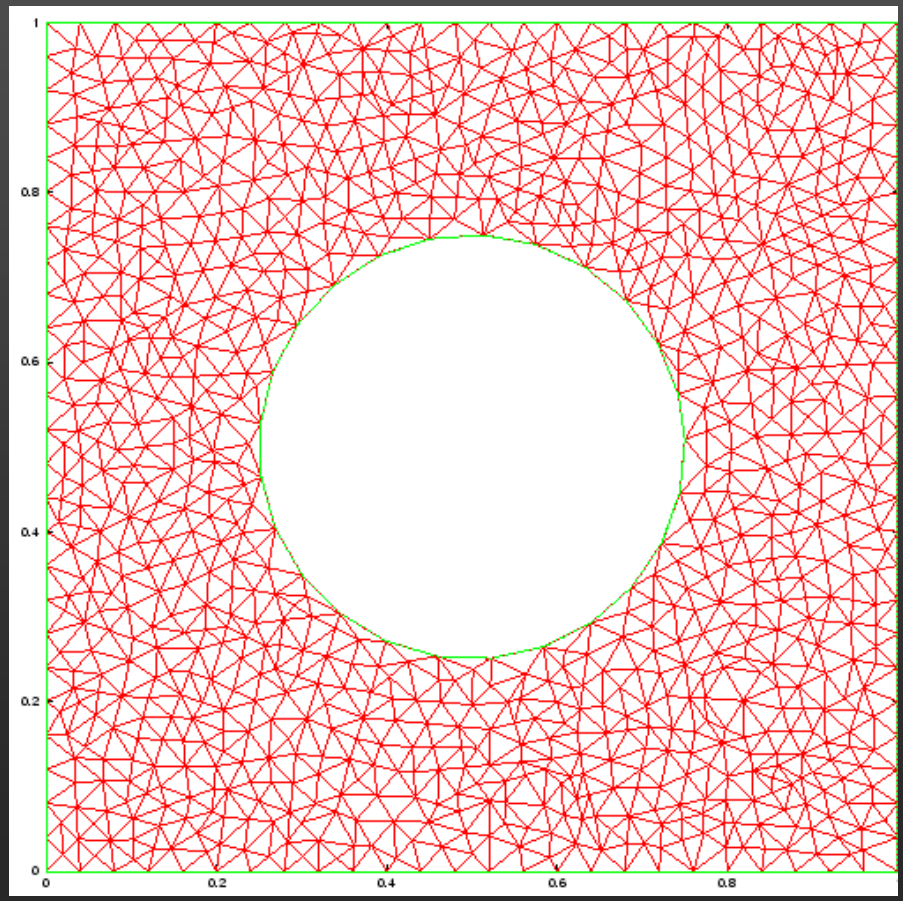
Corrections à apporter

- **En flottant:**
  - **test: d(O,P)<r-ε**
  - **échec.**
- **Avec l ’ASD**
  - **d(O,P)<r suffit.**

Quelques résultats (1)



Quelques résultats (2)



Ce qui reste à faire

- **Prouver l'algorithme 2D**
  - **Utilisation des règles de l'arithmétique stochastique**
- **Passage à la 3D: L'ASD reste applicable**
  - **meilleur accord avec la théorie mathématique:**
  - **on peut se baser sur des algorithmes mathématiques:**
    - **une implémentation plus rationnelle**
    - **espoir d'obtenir un algorithme prouvé.**