TD: Etude de courbes

Exercice 1

Soit C la courbe définie par $\begin{cases} x(t) = sin(3t) \\ y(t) = cos(t) \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$

1. Préciser la position des points $M(t+2\pi)$ par rapport au point $M(t)$. Que peut on déduire?
2. Même question avec les points $M(t+\pi)$, $M(\pi - t)$.
3. Dresser le tableau de variation de la courbe.
4. Tracer la courbe.

Exercice 2

Soit la courbe définie par $\begin{cases} x(t) = 3sin(t) + 2cos(t) \\ y(t) = 2sin(t) \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$

1. Montrer que l'on peut se réduire à étudier la courbe que sur $[0; \frac{\pi}{4}]$, et expliquer comment à partir de cette étude on peut retrouver la courbe entière. (On pensera à calculer $M(\frac{\pi}{2} - t)$ en fonction de $M(t)$)
2. Faire l'étude sur $[0; \frac{\pi}{4}]$.
   En particulier, on notera α le point où y' s'annule, et on calculera $x(\alpha)$, $x'(\alpha)$, $y(\alpha)$, $y'(\alpha)$.
3. Tracer la courbe.

Exercice 3 (Courbe de Lissajous)

Tracer la courbe définie par $\begin{cases} x(t) = cos(3t) \\ y(t) = sin(2t) \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$

Lissajous(1822-1880): Physicien français qui a étudié la composition de mouvements vibratoires.

Exercice 4

Tracer la courbe définie par $\begin{cases} x(t) = 3sin(t) + 2cos(t) \\ y(t) = 2sin(t) \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$

Exercice 5

Soit la courbe définie par $\begin{cases} x(t) = 2cos(t) + 2cos(2t) \\ y(t) = 2sin(t) - sin(2t) \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$

1. Montrer que l'on peut se réduire à l'étudier sur $[0, \pi]$.
2. Faire l'étude locale en $t = 0$ et en $t = \frac{2\pi}{3}$.
3. Tracer la courbe.

Exercice 6 Etudier la courbe définie par $\begin{cases} x(t) = \frac{1}{3}t^3 \\ y(t) = e^t \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$

Exercice 7 Etudier la courbe définie par $\begin{cases} x(t) = e^{t-1} - t \\ y(t) = t^3 - 3t \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$

Exercice 8 Etudier la courbe définie par $\begin{cases} x(t) = \dfrac{t^3}{1+3t} \\ y(t) = \dfrac{3t^2}{1+3t} \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$

Exercice 9 Etudier la courbe définie par

$$r(\theta) = \sin(\frac{3\theta}{2})$$

Exercice 10 Etudier la courbe définie par

$$r(\theta) = \frac{t}{1+3cos(\theta)}$$