

## TD: Etude de courbes

### EXERCICE 1

Soit  $C$  la courbe définie par 
$$\begin{cases} x(t) = \sin(3t) \\ y(t) = \cos(t) \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

1. Préciser la position des points  $M(t + 2\pi)$  par rapport au point  $M(t)$ . Que peut on déduire?
2. Même question avec les points  $M(t + \pi)$ ,  $M(\pi - t)$ .
3. Dresser le tableau de variation de la courbe.
4. Tracer la courbe.

### EXERCICE 2

Soit la courbe définie par 
$$\begin{cases} x(t) = 3\sin(t) + 2\cos(t) \\ y(t) = 2\sin(t) \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

1. Montrer que l'on peut se réduire à étudier la courbe que sur  $[0; \frac{\pi}{4}]$ , et expliquer comment à partir de cette étude on peut retrouver la courbe entière. (On pensera à calculer  $M(\frac{\pi}{2} - t)$  en fonction de  $M(t)$ )
2. Faire l'étude sur  $[0; \frac{\pi}{4}]$ .  
En particulier, on notera  $\alpha$  le point où  $y'$  s'annule, et on calculera  $x(\alpha)$ ,  $x'(\alpha)$ ,  $y(\alpha)$ ,  $y'(\alpha)$ .
3. Tracer la courbe.

### EXERCICE 3 (COURBE DE LISSAJOUS)

Tracer la courbe définie par 
$$\begin{cases} x(t) = \cos(3t) \\ y(t) = \sin(2t) \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

*Lissajous(1822-1880)*: Physicien français qui a étudié la composition de mouvements vibratoires.

### EXERCICE 4

Tracer la courbe définie par 
$$\begin{cases} x(t) = 3\sin(t) + 2\cos(t) \\ y(t) = 2\sin(t) \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

### EXERCICE 5

Soit la courbe définie par 
$$\begin{cases} x(t) = 2\cos(t) + 2\cos(2t) \\ y(t) = 2\sin(t) - \sin(2t) \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

1. Montrer que l'on peut se réduire à l'étudier sur  $[0, \pi]$ .
2. Faire l'étude locale en  $t = 0$  et en  $t = \frac{2\pi}{3}$ .
3. Tracer la courbe.

**EXERCICE 6** Etudier la courbe définie par 
$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{3}t^3 \\ y(t) = e^t \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

**EXERCICE 7** Etudier la courbe définie par  $\begin{cases} x(t) = e^{t-1} - t \\ y(t) = t^3 - 3t \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$

**EXERCICE 8** Etudier la courbe définie par  $\begin{cases} x(t) = \frac{t^3}{1+3t} \\ y(t) = \frac{3t^2}{1+3t} \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$

**EXERCICE 9** Etudier la courbe définie par

$$r(\theta) = \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

**EXERCICE 10** Etudier la courbe définie par

$$r(\theta) = \frac{t}{1+3\cos(\theta)}$$