Grands systèmes multi-utilisateurs

Corinne Touati

Université de Tsukuba
Département d'informatique
Japon

corinne@osdp.cs.tsukuba.ac.jp

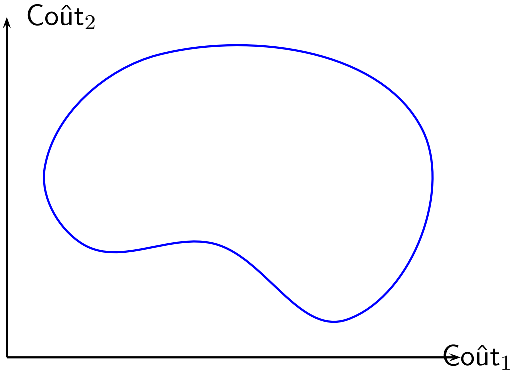
8 décembre 2005

Avant-Propos

Optimalité de Pareto

Définition

On ne peut pas augmenter l'utilité d'un joueur sans diminuer celle d'un autre

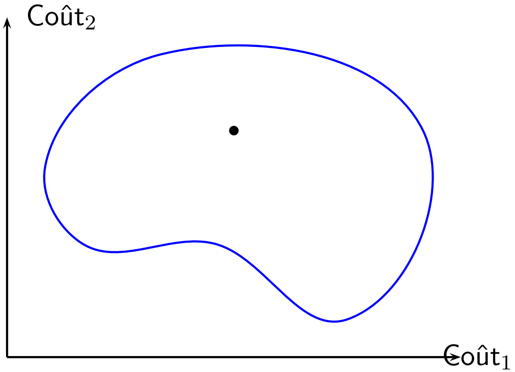


Avant-Propos

Optimalité de Pareto

Définition

On ne peut pas augmenter l'utilité d'un joueur sans diminuer celle d'un autre

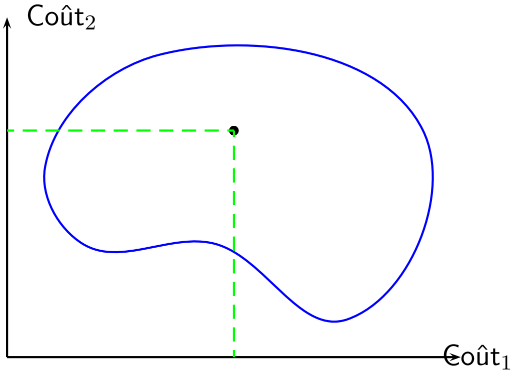


Avant-Propos

Optimalité de Pareto

Définition

On ne peut pas augmenter l'utilité d'un joueur sans diminuer celle d'un autre

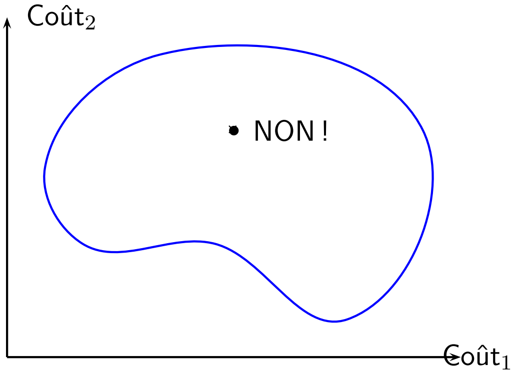


Avant-Propos

Optimalité de Pareto

Définition

On ne peut pas augmenter l'utilité d'un joueur sans diminuer celle d'un autre

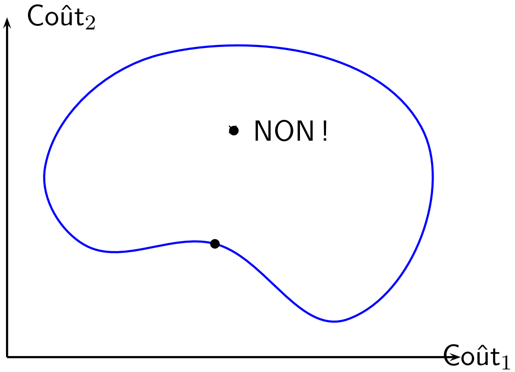


Avant-Propos

Optimalité de Pareto

Définition

On ne peut pas augmenter l'utilité d'un joueur sans diminuer celle d'un autre

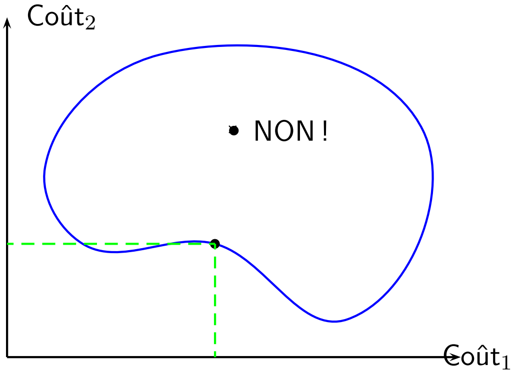


Avant-Propos

Optimalité de Pareto

Définition

On ne peut pas augmenter l'utilité d'un joueur sans diminuer celle d'un autre



Plan

Introduction
Pareto

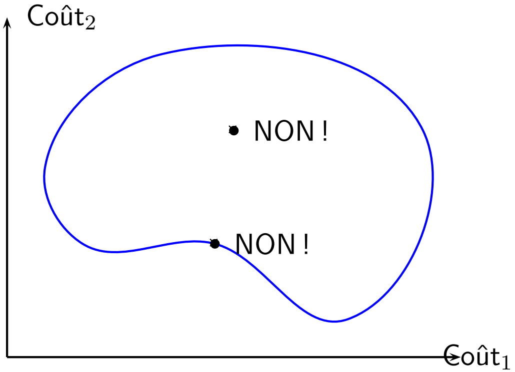
(non) Coopération

Avant-Propos

Optimalité de Pareto

Définition

On ne peut pas augmenter l'utilité d'un joueur sans diminuer celle d'un autre

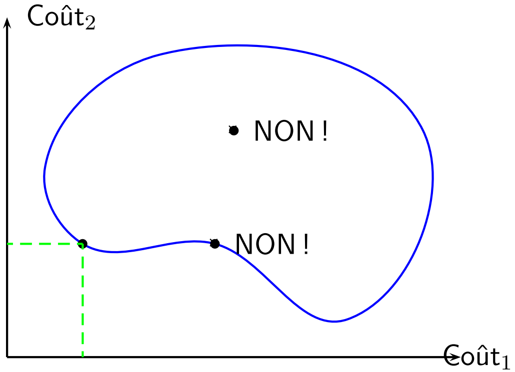


Avant-Propos

Optimalité de Pareto

Définition

On ne peut pas augmenter l'utilité d'un joueur sans diminuer celle d'un autre

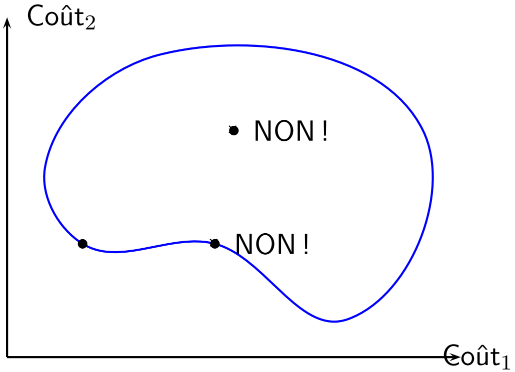


Avant-Propos

Optimalité de Pareto

Définition

On ne peut pas augmenter l'utilité d'un joueur sans diminuer celle d'un autre

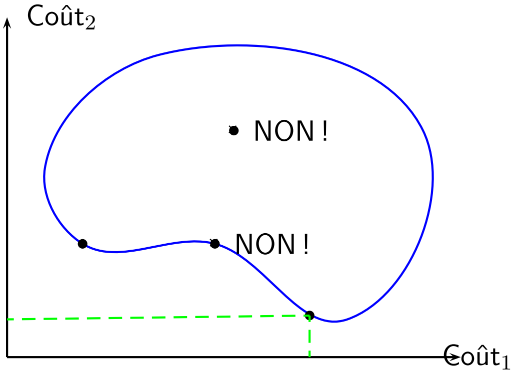


Avant-Propos

Optimalité de Pareto

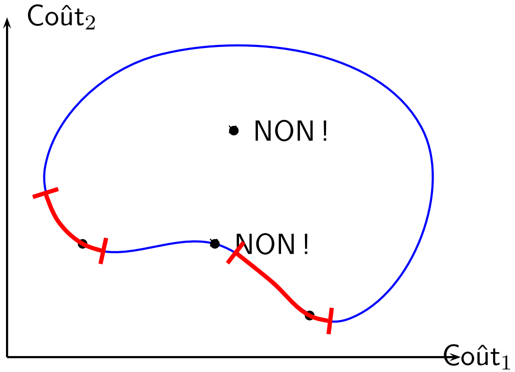
Définition

On ne peut pas augmenter l'utilité d'un joueur sans diminuer celle d'un autre



Avant-Propos
Optimalité de Pareto

Définition
On ne peut pas augmenter l'utilité d'un joueur sans diminuer celle d'un autre



Avant-Propos

Coopérer ou non ?

Jeux coopératifs	Jeux non-coopératifs
institution, rêgles (pénalités)	comportement individuel prise de décision individuelle

Exemple : Croisement routier :

- Approche coopérative : je respecte la signalisation
- Approche non-coopérative : je traverse aussi vite possible que possible

Avant-Propos

Coopérer ou non ?

Jeux coopératifs	Jeux non-coopératifs
institution, rêgles (pénalités)	comportement individuel prise de décision individuelle

Exemple : Croisement routier :

- Approche coopérative : je respecte la signalisation
- Approche non-coopérative : je traverse aussi vite possible que possible

Plan

Plan

Introduction
Pareto

(non) Coopération

Plan

Plan

Approche non-coopérative

Jeux non-coopératif

Chaque joueur arrête **SEUL** ses choix

Equilibres de Nash

Aucun joueur n'a intérêt à modifier unilatéralement sa stratégie

s^* est un équilibre de Nash ssi :

$$\forall p, \forall s_p, \quad u_p(s_1^*, \ldots, s_p^*, \ldots, s_n^*) \geqslant u_p(s_1^*, \ldots, s_p, \ldots, s_n^*)$$

Avantages : Simples à implémenter, intuitifs

Inconvénients : pas de garantie de l'existence / unicité, difficiles à obtenir analytiquement (points fixes), généralement pas Pareto optimaux

Approche non-coopérative

Jeux non-coopératif

Chaque joueur arrête **SEUL** ses choix

Equilibres de Nash

Aucun joueur n'a intérêt à modifier unilatéralement sa stratégie

strategie (choix)

utilité

s^* est un équilibre de Nash ssi :

$$\forall p, \forall s_p, \quad u_p(s_1^*, \ldots, s_p^*, \ldots, s_n^*) \geqslant u_p(s_1^*, \ldots, s_p, \ldots, s_n^*)$$

Avantages : Simples à implémenter, intuitifs

Inconvénients : pas de garantie de l'existence / unicité, difficiles à obtenir analytiquement (points fixes), généralement pas Pareto optimaux

Approche non-coopérative

Jeux non-coopératif

Chaque joueur arrête **SEUL** ses choix

Equilibres de Nash

Aucun joueur n'a intérêt à modifier unilatéralement sa stratégie

strategie (choix)

utilité

s^* est un équilibre de Nash ssi :

$$\forall p, \forall s_p, \quad u_p(s_1^*, \ldots, s_p^*, \ldots, s_n^*) \geqslant u_p(s_1^*, \ldots, s_p, \ldots, s_n^*)$$

Avantages : Simples à implémenter, intuitifs

Inconvénients : pas de garantie de l'existence / unicité,
difficiles à obtenir analytiquement (points fixes),
généralement pas Pareto optimaux

Plan

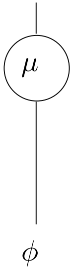
Non-coopératifs
Equilibres
Inefficacité
Paradoxes
Autres équilibres

Coopérative
Axiomes VS optimization
Famille

Non-convexité

Pareto infériorité : Chacun fait au mieux et pourtant...

Exemple 1 : système de partage de charge [ISDG'05-2]

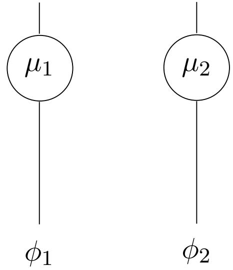


Mesure de performance : délai
1 seul serveur : $T = \frac{1}{\mu - \phi}$ $(\phi < \mu)$

$$T_i(x_1, x_2) = \frac{1}{\phi_i}\left[\frac{\phi_i - x_i}{\mu_i - \phi_i + x_i - x_j} + x_i t + \frac{x_i}{\mu_j - \phi_j + x_j - x_i}\right].$$

Pareto infériorité : Chacun fait au mieux et pourtant...

Exemple 1 : système de partage de charge [ISDG'05-2]

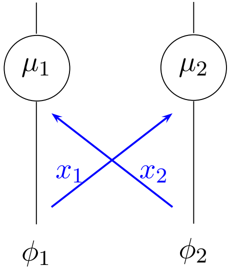


Mesure de performance : délai
1 seul serveur : $T = \frac{1}{\mu - \phi}$ $(\phi < \mu)$

$$T_i(x_1, x_2) = \frac{1}{\phi_i}\left[\frac{\phi_i - x_i}{\mu_i - \phi_i + x_i - x_j} + x_i t + \frac{x_i}{\mu_j - \phi_j + x_j - x_i}\right].$$

Pareto infériorité : Chacun fait au mieux et pourtant...

Exemple 1 : système de partage de charge [ISDG'05-2]



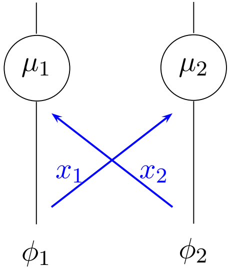
Mesure de performance : délai

1 seul serveur : $T = \frac{1}{\mu - \phi}$ $(\phi < \mu)$

$$T_i(x_1, x_2) = \frac{1}{\phi_i}\left[\frac{\phi_i - x_i}{\mu_i - \phi_i + x_i - x_j} + x_i t + \frac{x_i}{\mu_j - \phi_j + x_j - x_i}\right].$$

Pareto infériorité : Chacun fait au mieux et pourtant...

Exemple 1 : système de partage de charge [ISDG'05-2]



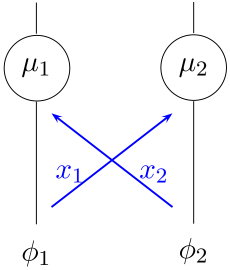
Mesure de performance : délai

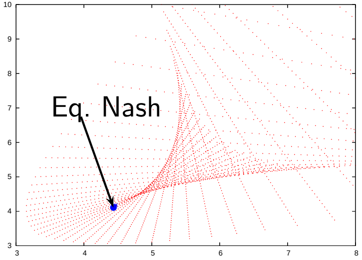
1 seul serveur : $T = \frac{1}{\mu-\phi}$ $(\phi < \mu)$

$$T_i(x_1, x_2) = \frac{1}{\phi_i}\left[\frac{\phi_i - x_i}{\mu_i - \phi_i + x_i - x_j} + x_i t + \frac{x_i}{\mu_j - \phi_j + x_j - x_i}\right].$$

Pareto infériorité : Chacun fait au mieux et pourtant...

Exemple 1 : système de partage de charge [ISDG'05-2]

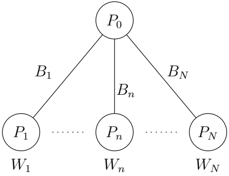




$$T_i(x_1,x_2) = \frac{1}{\phi_i}\left[\frac{\phi_i - x_i}{\mu_i - \phi_i + x_i - x_j} + x_i t + \frac{x_i}{\mu_j - \phi_j + x_j - x_i}\right].$$

Pareto infériorité : Chacun fait au mieux et pourtant...

Exemple 2 : Ordonnancement (cas : multi-port) [Leg-Tou'06]



- 1 maître / N esclaves
- N threads

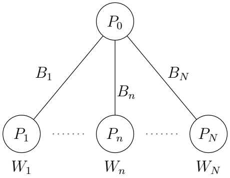
1 application :

$$\text{MAXIMIZE } \sum_n \alpha_n, \quad \text{UNDER THE CONSTRAINTS} \quad \begin{cases} \forall n \in [\![0, N]\!] : \alpha_n . w \leqslant W_n \\ \forall n \in [\![1, N]\!] : \alpha_n . b \leqslant B_n \\ \forall n, \quad \alpha_n \geqslant 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha_n = \min\left(\frac{W_n}{w}, \frac{B_n}{b}\right)$$

Pareto infériorité : Chacun fait au mieux et pourtant...

Exemple 2 : Ordonnancement (cas : multi-port) [Leg-Tou'06]



- 1 maître / N esclaves
- N threads

Exemple :

2 machines : $B_1 = 50 \quad W_1 = 100 \quad B_2 = 100 \quad W_2 = 50$

2 applications : $b^1 = 1 \quad w^1 = 2 \quad b^2 = 2 \quad w^2 = 1$

Equilibre de Nash (unique) : $a^1_{\mathsf{NE}} = a^2_{\mathsf{NE}} = 37.5$

Avec collaboration : $a^1_{\mathsf{coll}} = a^2_{\mathsf{coll}} = 50$

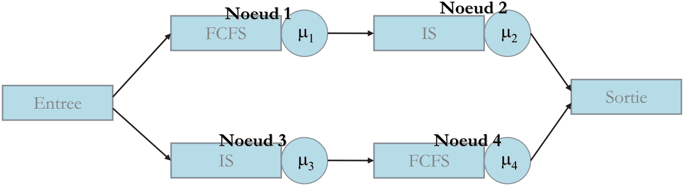
Paradoxes de type Braess

Définition

Une AUGMENTATION de la capacité d'un système peut se traduire par une DÉTÉRIORATION des performances de TOUS les joueurs.

Paradoxes de type Braess

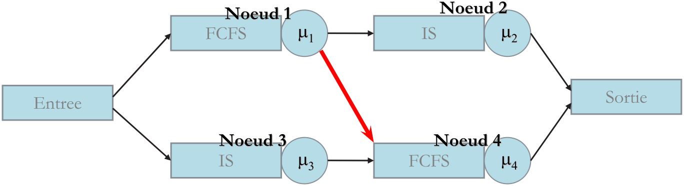
Exemple : réseaux de Cohen-Kelly [IASTED'05]



- Routage dynamique
- nombre fini de tâches
- Equations de récurrences sur les états ▸ Eqs.

Paradoxes de type Braess

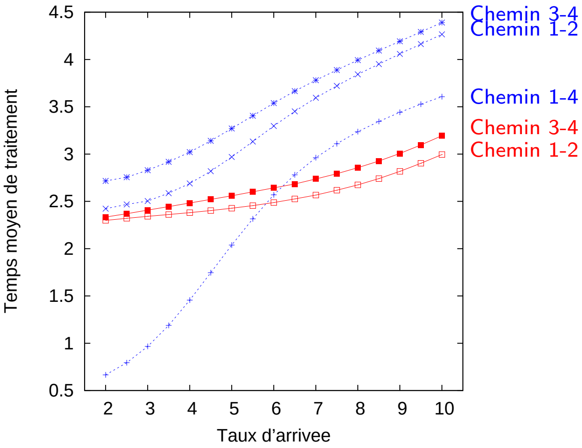
Exemple : réseaux de Cohen-Kelly [IASTED'05]



- Routage dynamique
- nombre fini de tâches
- Equations de récurrences sur les états ▸ Eqs.

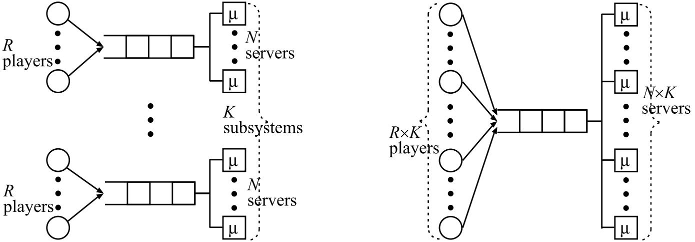
Paradoxes de type Braess

Exemple : réseaux de Cohen-Kelly [IASTED'05]



Paradoxes de type Braess

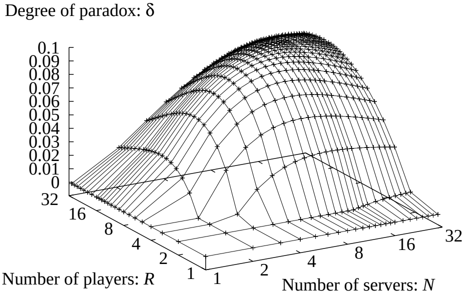
Exemple : files d'attentes M/M/c [COR'06]



- Temps de réponse : Formule d'Erlang ▸ Eqs.
- Λ : vecteur des taux d'arrivée
- Utilité : "puissance" $\frac{\Lambda}{T(\Lambda)}$

Paradoxes de type Braess

Exemple : files d'attentes M/M/c [COR'06]



$$(K = 512)$$

Plan

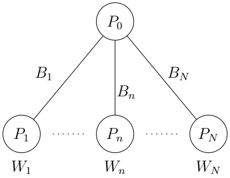
Non-coopératifs
Equilibres
Inefficacité
Paradoxes
Autres équilibres

Coopérative
Axiomes VS optimization
Famille

Non-convexité

Paradoxes de type Braess

Exemple : Ordonnancement (cas : 1-port)



- 1 maître / N esclaves
- 1 thread

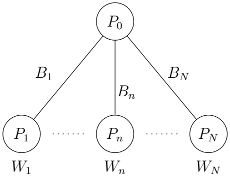
1 application :

$$
\textsc{Maximize} \sum_n \alpha_n,\\
\textsc{under the constraints}\\
\begin{cases}
\forall n \in [\![0, N]\!] : \alpha_n.w \leqslant W_n \\
\forall n \in [\![1, N]\!] : \alpha_n.b \leqslant B_n \\
\forall n, \quad \alpha_n \geqslant 0 \\
\sum \alpha_n . \dfrac{b}{B_n} \leqslant 1
\end{cases}
$$

$\Rightarrow$ "bandwidth centric"

Paradoxes de type Braess

Exemple : Ordonnancement (cas : 1-port)



- 1 maître / N esclaves
- 1 thread

Exemple :

maitre : $W = 2.55$

3 machines : $(B_i, W_i) = \quad (4.12, 0.41) \quad (4.61, \mathbf{1.31}) \quad (3.23, 4.76)$

2 applications : $b^1 = 1 \quad w^1 = 2 \quad b^2 = 2 \quad w^2 = 1$

Equilibre (ini) : $a^1_{\text{NE}} = 0.173146, \quad a^2_{\text{NE}} = 0.0365981$

Equilibre ($W_2 = \mathbf{5.4}$) : $a^1_{\text{NE}} = 0.127502, \quad a^2_{\text{NE}} = 0.0168507$

Solutions (exemples)

Pas de solution magique, mais...

Equilibres corrélés :

- Un "corrélateur" souffle des conseils à chaque joueur
- La stratégie optimale de chaque joueurs est de suivre le conseil
- $\{$ éq. de Nash $\} \subset \{$ éq. corréles $\}$

Méchanismes :

- Une entité donne des paiements aux joueurs
- Chaque joueur maximise son gain unilatéralement

MAIS, on ne peut garantir l'optimalité

Solutions (exemples)

Pas de solution magique, mais...

Equilibres corrélés :

- Un "corrélateur" souffle des conseils à chaque joueur
- La stratégie optimale de chaque joueurs est de suivre le conseil
- $\{$ éq. de Nash $\} \subset \{$ éq. corréles $\}$

Méchanismes :

- Une entité donne des paiements aux joueurs
- Chaque joueur maximise son gain unilatéralement

MAIS, on ne peut garantir l'optimalité

Solutions (exemples)

Pas de solution magique, mais...

Equilibres corrélés :

- Un "corrélateur" souffle des conseils à chaque joueur
- La stratégie optimale de chaque joueurs est de suivre le conseil
- $\{$ éq. de Nash $\} \subset \{$ éq. corréles $\}$

Méchanismes :

- Une entité donne des paiements aux joueurs
- Chaque joueur maximise son gain unilatéralement

MAIS, on ne peut garantir l'optimalité

Solutions (exemples)

Pas de solution magique, mais...

Equilibres corrélés :

- Un "corrélateur" souffle des conseils à chaque joueur
- La stratégie optimale de chaque joueurs est de suivre le conseil
- $\{$ éq. de Nash $\} \subset \{$ éq. corréles $\}$

Méchanismes :

- Une entité donne des paiements aux joueurs
- Chaque joueur maximise son gain unilatéralement

MAIS, on ne peut garantir l'optimalité

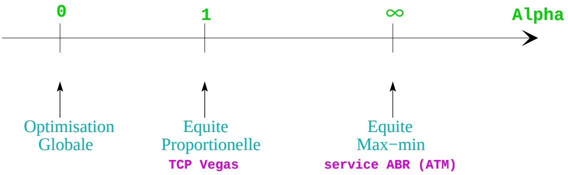
Plan

Axiomes ou formules d'optimisations ?

- *Pareto* optimalité
- *Symmétrie*
- *Invariance* au transformations affines

- Indép. aux alternatives :
  Nash (NBS) / proportionelle
  $\max \prod u_i$
- Monotonicité
  Raiffa-Kalai-Smorodinsky / max-min
  Récursivement :
  $\max\{u_i | \forall j, u_i \leqslant u_j\}$
- Monotonicité inverse :
  Thomoson / "Social welfare"
  $\max \sum u_i$

Famille d'équité ([ComNet'06])



Utilité

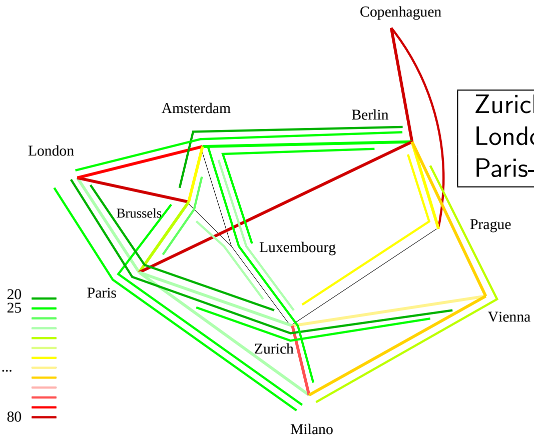
Allocation

$$\max \sum_{n \in \mathcal{N}} \frac{f_n(x_n)^{1-\alpha}}{1-\alpha}$$

joueur

Famille d'équité ([ComNet'06])

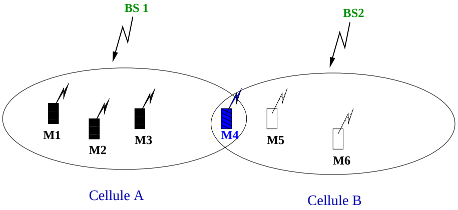
Exemple : Réseau COST (éq. prop.)



Zurich-Vienna	55.06
London-Vienna	19.46
Paris-Vienna	25.48

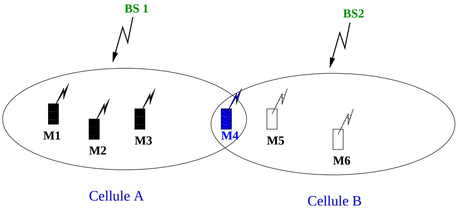
Famille d'équité ([ComNet'06])

Exemple : Réseaux sans fils CDMA ([WONS'06])



Famille d'équité ([ComNet'06])

Exemple : Réseaux sans fils CDMA ([WONS'06])



Allocation équitable des débits

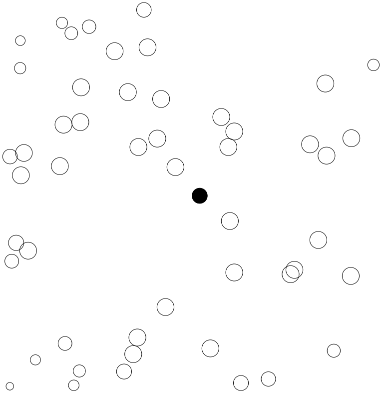
$\hookrightarrow$ Codec AMR (UMTS) : 8 taux pour la voix (entre 4.75 kbps et 12.2 kbps), dynamiquement changés toutes les 20 msec.

Modèle

- montant, descendant et la macrodiversité ▸ Détails
- Difficulté : problème couplé entre débit et puissance

Famille d'équité ([ComNet'06])

Exemple : Réseaux sans fils CDMA ([WONS'06])



Exemple : $\alpha = 1$ (équité proportionelle)

Famille d'équité ([ComNet'06])

Exemple : Systèmes satellitaires MFTDMA ([Kluwer'05, Infocom'05])

- **Contraintes d'intégrité :** N types de porteuses, de bande passante $B_1 \cdots B_N$.
- **Inter-Spot Compatibility Conditions (ISCC) :**
  - pour des raisons historiques et technologiques
  - consiste à :
    - (i) Imposer l'utilisation d'un même plan de fréquence sur tous les spots d'une même couleur
    - (i) Permettre de **remplacer une demande** d'un client pour une porteuse j par une porteuse t, avec $t < j$.

Plan

Non-coopératifs
Equilibres
Inefficacité
Paradoxes
Autres équilibres

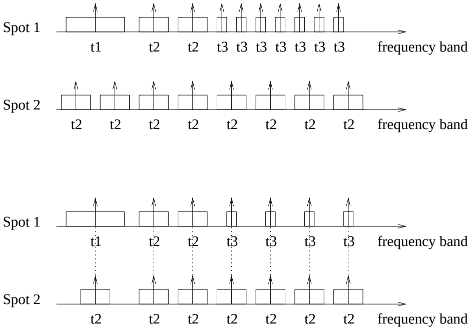
Coopérative
Axiomes VS optimization
Famille

Non-convexité

Famille d'équité ([ComNet'06])

Exemple : Systèmes satellitaires MFTDMA ([Kluwer'05, Infocom'05])

Exemple avec 2 spots :
2 allocations avec (en bas) et sans (haut) ISCC :

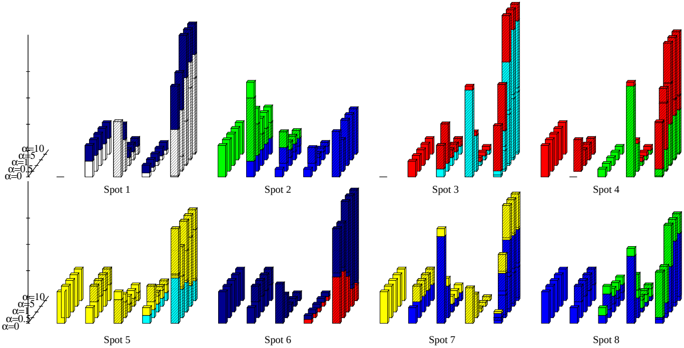


▸ Formulation algorithmique

Famille d'équité ([ComNet'06])

Exemple : Systèmes satellitaires MFTDMA ([Kluwer'05, Infocom'05])

Résultats :



Systèmes non-convexes [ToN'06] [ISDG'05]

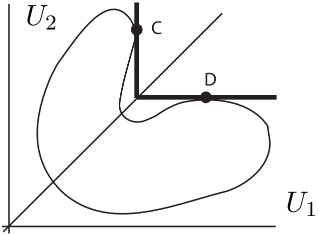


FIG.: $n!$ points peuvent être identiquement équitables.

Systèmes non-convexes [ToN'06] [ISDG'05]

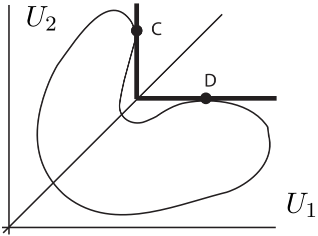


FIG.: $n!$ points peuvent être identiquement équitables.

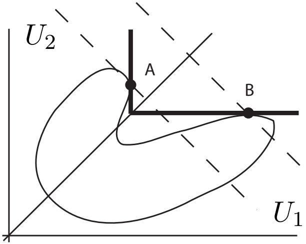


FIG.: $\tilde{F}_\infty$ donne "trop" de points max-min.

Systèmes non-convexes [ToN'06] [ISDG'05]

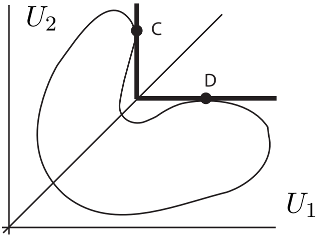


FIG.: $n!$ points peuvent être identiquement équitables.

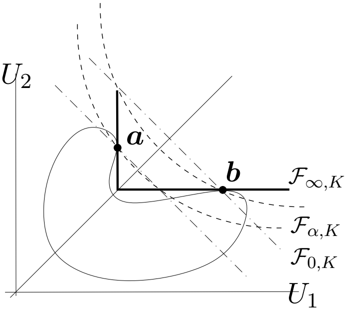


FIG.: Propriété intéressante des points équitables.

Plan

Non-coopératifs
Equilibres
Inefficacité
Paradoxes
Autres équilibres

Coopérative
Axiomes VS optimization
Famille

Non-convexité

Systèmes non-convexes [ToN'06] [ISDG'05]

Exemple : Partage de charge

Schéma

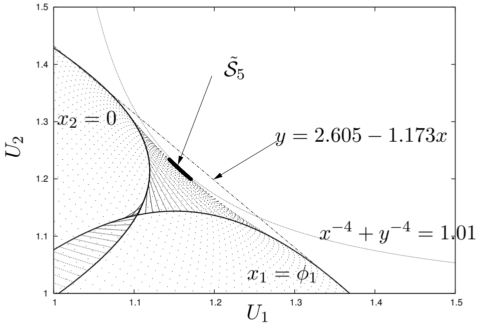


FIG.: Non-unicité de la solution

Systèmes non-convexes [ToN'06] [ISDG'05]

Exemple : Partage de charge

Schéma

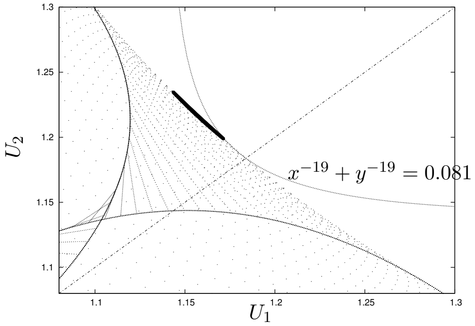


FIG.: Solution finale

Références

A. Inoie, H. Kameda, C. Touati,
A paradox in Optimal Flow Control of M/M/m Queues.
Computers & Operations Research,
Vol. 33, Issue 2, pp. 356-368, 2006

S. Alouf, E. Altman, J. Galtier, J-F Lalande and C. Touati,
Combinatorial Optimization in communication Networks,
M. Cheng, Y. Li and D.Z Du (Eds.),
chapitre **Quasi-Optimal Resource Allocation in Multi-Spot MFTDMA Satellite Networks**
Kluwer Academic Publisher, 2005
(version courte : IEEE Infocom 2005, Vol. 1, pp. 560 - 571, Mars 2005, Miami.)

C. Touati, A. Inoie, H. Kameda
Fairness in non-convex systems,
en cours de révision à IEEE/ACM Transactions on Networking
(également en rapport de recherche CS-TR-05-4 à l'université de Tsukuba - Septembre 2005.)

Références

C. Touati, E. Altman, J. Galtier,
Generalized Nash Bargaining Solution for bandwidth allocation
en cours de révision au journal Computer Networks (Elsevier).

E. Altman, J. Galtier, C. Touati,
Fair power and transmission rate control in wireless networks
IEEE Wireless On demand Network Systems and Services conference (WONS), Jan 2006, France.

A. Inoie, H. Kameda, and C. Touati
Braess Paradox in Dynamic Routing for the Cohen-Kelly Network.
IASTED Communications, Internet, and Information Technology , Nov. 2005, USA.

A. Inoie, H. Kameda, and C. Touati,
Pareto Set, Fairness, and Nash Equilibrium : A Case Study on Load Balancing.
International Symposium on Dynamic Games and Applications, USA, 2004.

Références

C. Touati, A. Inoie, H. Kameda,
Some Properties of Pareto Sets in Load balancing,
actes de l'Eleventh International Symposium on Dynamic Games and Applications, Dec 2004, USA.

A. Legrand and C. Touati
Non-cooperative scheduling of multiple bag-of-task applications.
En cours de rédaction...

Annexes

Plan

Paradoxes de type Braess

Exemple : réseaux de Cohen-Kelly [IASTED'05]

- x_1, x_2, x_3 et x_4 : tâches dans les files $1, 2, 3$ et 4.
- x_0 : tâches non encore traitées (important !)
- 2 est IS $\Rightarrow$ x_2 est inutile
- But : Ecrire $T_3^I(x_0, x_1, x_3, x_4)$ en fonction de $T_3^I(x_0 - 1, x_1, x_3 + 1, x_4)$, $T_3^I(x_0, x_1 - 1, x_3, x_4)$, $T_3^I(x_0, x_1, x_3, x_4 - 1)$...

Retour Exemple ?

Plan

Réseaux de Cohen

Files d'attente

CDMA

MF-TDMA

Partage de charge

Paradoxes de type Braess

Exemple : réseaux de Cohen-Kelly [IASTED'05]

Exemple : Système initial

$$T_1^I(\boldsymbol{x}) = \frac{x_1+1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}$$

$$\begin{aligned} T_3^I(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{\lambda I_{x_0>0} + \mu_1 I_{x_1>0} + \mu_3(x_3+1) + \mu_4 I_{x_4>0}} \Big[1 \\ + \quad & \lambda I_{x_0>0} T_3^I(x_0-1, x_1+I_{C_1}, x_3+1-I_{C_1}, x_4) \\ + \quad & \mu_1 I_{x_1>0} T_3^I(x_0, x_1-1, x_3, x_4) + \frac{\mu_3(x_4+1)}{\mu_4} \\ + \quad & x_3 \mu_3 T_3^I(x_0, x_1, x_3-1, x_4+1) \\ + \quad & \mu_4 I_{x_4>0} T_3^I(x_0, x_1, x_3, x_4-1) \Big], \end{aligned}$$

avec $C_1 = \{(x_0-1, x_1, x_3+1, x_4) \in D_1^I\}$

Retour

Plan

Réseaux de Cohen

Files d'attente

CDMA

MF-TDMA

Partage de charge

Plan

Paradoxes de type Braess

Exemple : files d'attentes M/M/c [COR'06]

$$\rho = \frac{\Lambda}{n\mu}$$

$$T(\rho) = \begin{cases} \dfrac{B_n(\rho)}{n\mu(1-\rho)} + \dfrac{1}{\mu} & \text{if } \rho < 1 \\ \infty & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$\text{avec } B_n(\rho) = \left[1 + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{n!(1-\rho)}{k!(n\rho)^{n-k}}\right]^{-1}.$$

(B proba. que tous les serveurs soient occupés *formule d'Erlang*.)

Plan
Réseaux de Cohen
Files d'attente
CDMA
MF-TDMA
Partage de charge

Plan

Plan

Réseaux de Cohen

Files d'attente

CDMA

MF-TDMA

Partage de charge

Famille d'équité ([ComNet'06])

Exemple : Réseaux sans fils CDMA ([WONS'06])

Il existe une valeur minimale de SIR_m par bit transmis : δ_m.

$$\Rightarrow \delta_m \leqslant \frac{SIR_m(P)}{r(m)}$$

$$SIR_m(P) = \frac{p'_{m,b}}{N(m,b) + C \sum\limits_{\substack{m' \neq m \\ m' \in c_m}} p'_{m',b}}, \quad 1 \leqslant m \leqslant M$$

Avec :

- $N(m,b) > 0$ le bruit de fond au niveau du récepteur,
- C une constante multiplicative,
- $p'_{m,b}$ est proportionnel à la puissance $p_{s,t}$.

Retour

Plan

Plan

Réseaux de Cohen

Files d'attente

CDMA

MF-TDMA

Partage de charge

Famille d'équité ([ComNet'06])

Exemple : Systèmes satellitaires MFTDMA ([Kluwer'05, Infocom'05])

$$\max \frac{1}{1-\alpha} \sum_{o,z,t} \left[C_t(z,o) \left(D_t(z,o) - D_t^{min}(z,o) \right) \right]^{1-\alpha} \text{ tel que :}$$

$$\begin{cases} \forall z, \forall o, \forall t, & D_t^{min}(z,o) \leqslant D_t(z,o) \leqslant D_t^{max}(z,o), \\ \forall s, \forall t, & \sum_{i \leqslant t} J_i \geqslant \sum_{z \text{ zone of } s,o} D_t(z,o), \\ \forall t \in \{1..N\}, & J_t \geqslant 0, \\ & \sum_{1 \leqslant i \leqslant N} J_i B_i \leqslant B. \end{cases}$$

Retour

Plan

Systèmes non-convexes [ToN'06] [ISDG'05]