

# Mastère PLMT

## Sémantique des langages de programmation

### Examen

Janvier 2006

Donnez la définition formelle d'un langage qui contient des expressions arithmétiques, des affectations, des boucles et des séquences, mais où les affectations, boucles et séquences ont aussi une valeur et peuvent être utilisées dans les expressions arithmétiques. Voici la syntaxe de ce langage.

$$e ::= \mathbf{while} \ e_1 \ e_2 \mid (v := e) \mid v \mid n \mid e_1 + e_2 \mid e_1 * e_2 \mid e_1; e_2$$

Les valeurs entières (représentées dans cette description syntaxique par  $n$ ) peuvent être négatives ou positives. Il n'y a pas de valeurs booléennes. La valeur des expressions est toujours un nombre, mais dans le test de la boucle **while** les nombres positifs non-nuls sont interprétés comme des valeurs vraies, tandis que les valeurs négatives ou nulles sont interprétées comme des valeurs fausses.

La valeur retournée par une affectation (notation  $:=$ ) est la valeur stockée dans la variable, la valeur retournée par une boucle **while**  $e_1 \ e_2$  est la valeur retournée par la dernière exécution de l'instruction  $e_1$ . La valeur retournée par une séquence (notation  $e_1; e_2$ ) est la valeur retournée par la deuxième instruction  $e_2$ .

Dans les expressions binaires, les exécutions se font de la gauche vers la droite.

Voici quelques exemples:

- Calcul de la factorielle

```
v:= 3; while v (x:=x*v; v:=v+-1)
```

A la fin du calcul,  $v$  vaut 0,  $x$  vaut 6, la valeur retournée est 0.

- Effet de bords dans le calcul d'expressions

```
v:= 2; w := (v := v + 1) + v; w + 1
```

A la fin du calcul, la variable `v` contient la valeur `3`, la variable `w` contient la valeur `6`, la valeur retournée est `7`.

Votre description formelle du langage des expressions pourra contenir un développement écrit en Coq, comportant des définitions inductives pour la description syntaxique et pour la sémantique du langage. Si le temps le permet, ajoutez une instruction conditionnelle au langage, donnez un exemple de programme de ce langage qui ne termine pas, et donnez un exemple de session Coq qui permet de le démontrer.