

Sémantique des langages de programmation

Mastère PLMT

examen

Janvier 2007

Nous reprenons le langage utilisé en cours. Les expressions arithmétiques répondent à la description syntaxique suivante:

$$e ::= n|x|e_1 + e_2$$

les expressions booléennes répondent à la description syntaxique suivante:

$$b ::= e_1 < e_2$$

les instructions répondent à la description syntaxique suivante:

$$i ::= \text{skip}|x := e|i_1;i_2|\text{while } b \text{ do } i \text{ done.}$$

On considère une fonction τ de transformation d'expressions arithmétiques qui vérifie la propriété suivante:

$$\forall \rho e v. \rho \vdash e \rightarrow v \Rightarrow \rho \vdash \tau(e) \rightarrow v.$$

On définit alors les fonctions τ_b et τ_i de la façon suivante:

$$\begin{aligned} \tau_b(e_1 < e_2) &= \tau(e_1) < \tau(e_2) \\ \tau_i(\text{skip}) &= \text{skip} \\ \tau_i(x := e) &= x := \tau(e) \\ \tau_i(i_1; i_2) &= \tau_i(i_1); \tau_i(i_2) \\ \tau_i(\text{while } b \text{ do } i \text{ done}) &= \text{while } \tau_b(b) \text{ do } \tau_i(i) \text{ done} \end{aligned}$$

Démontrez la propriété suivante:

$$\text{forall } \rho \ i \ \rho'. \rho \vdash i \rightsquigarrow \rho' \Rightarrow \rho \vdash \tau_i(i) \rightsquigarrow \rho'.$$

Si le temps le permet, donnez des exemples de scripts Coq qui contribuent à la vérification de cette preuve par l'ordinateur.