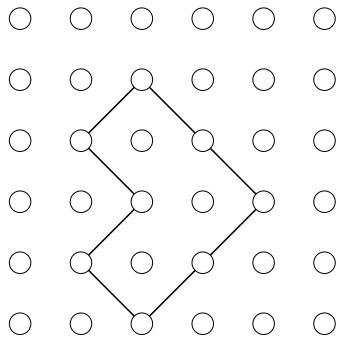


**Courbe 4 connexe et Fond 8 connexe**



**Courbe 8 connexe et Fond 4 connexe**

## Transformée en Tout ou Rien et dérivés

En réalité “ Tout et Rien”

Principe : Elément structurant défini par deux ensembles disjoints

$$B = B_1 \cup B_2$$

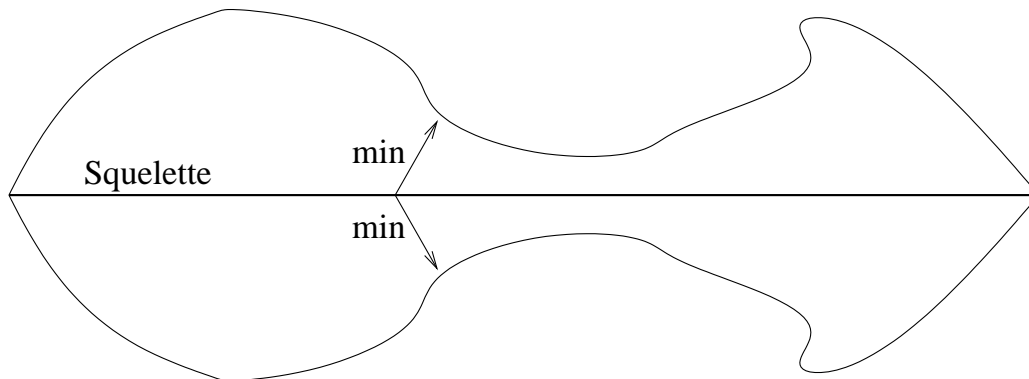
On recherche les pixels tels que  $B_1$  touche l'objet et  $B_2$  le manque.

Permet d'extraire des configurations particulières :

- 1) Si on les ajoute à l'objet : **épaississement**
- 2) Si on les retire de l'objet : **amincissement**

Rq : Par amincissement successifs on peut obtenir l'axe médian des objets (**squelette**).

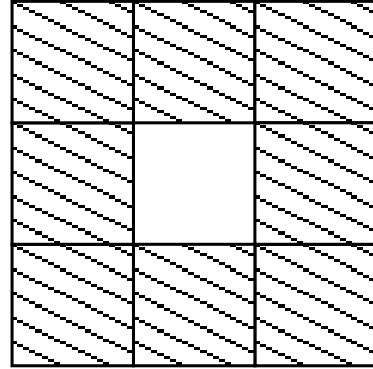
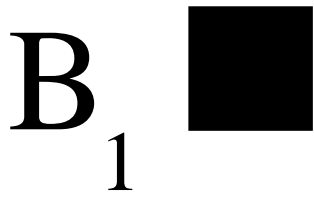
**Définition** : Le squelette d'un objet est l'ensemble des points de cet objet pour lesquels la distance minimale au bord de l'objet est atteinte au moins deux fois.



# Tout ou Rien : définition

**But** : extraire des configurations particulières

**Exemple** : extraire les pixels isolés



**Algorithme** : On balaie l'image et on se pose la question

Est-ce que la première composante ( $B_1$ ) est incluse dans un objet alors

que la seconde composante ( $B_2$ ) est disjointe avec l'ensemble des objets ?

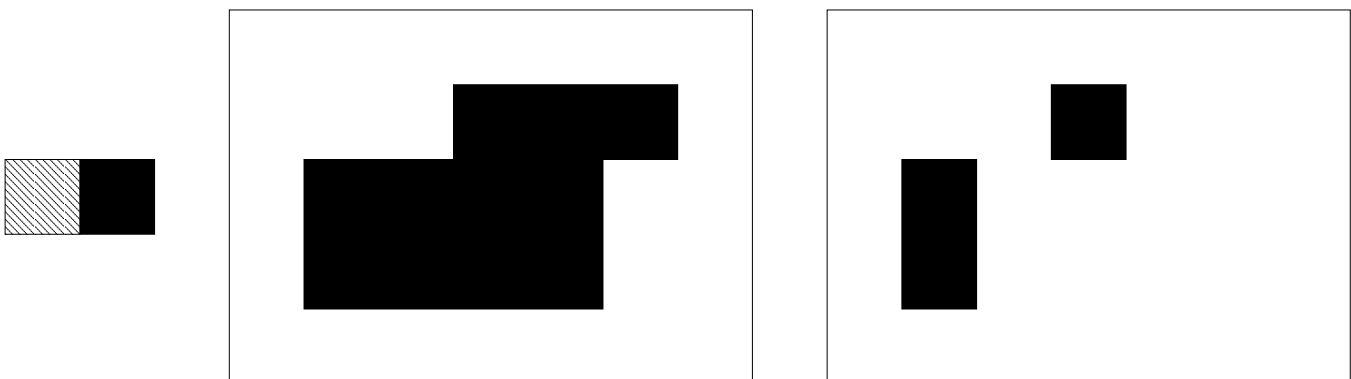
$$HMT_B(X) = \{x \mid (B_1)_x \subseteq X, (B_2)_x \subseteq X^c\}$$

**Notation** :  $X \otimes B$

**Rq** :  $B_1$  et  $B_2$  doivent avoir la même origine

**Rq** :  $B_1 \cap B_2 = \emptyset$

**Exemple** :



## Tout ou Rien : propriétés

$$X \otimes B = E(X, B_1) \cap E(X^c, B_2)$$

Transformée non croissante :

→ pas de définition en niveaux de gris

**Rq** : On peut la définir à partir de la formule avec les érosions, mais il faut alors définir l'ensemble complémentaire.

## Tout ou Rien : ouverture

**But** : conserver tous les pixels de la configuration incluse dans l'objet et non uniquement le centre.

### Définition :

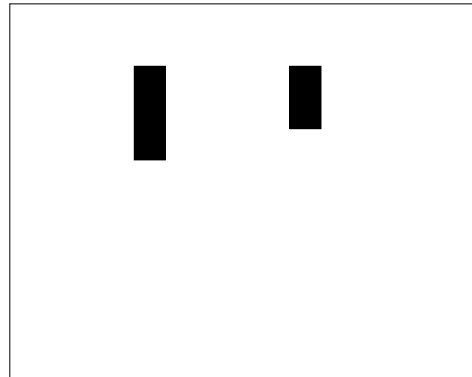
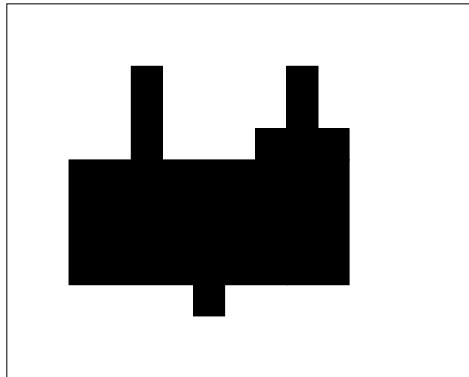
L'ouverture associée à la transformée du "tout ou rien" est définie par la dilatation de la transformée du "tout ou rien" par le transposé de  $B_1$  :

$$\tilde{O}_B(X) = D(E(X, B_1) \cap E(X^c, B_2), \check{B}_1)$$

### Propriétés :

- transformation anti-extensive
- transformation idempotente
- transformation non croissante ( $\neq$  ouverture)
- $\tilde{O}_B(X) \subseteq O_{B_1}(X)$

### Exemple :



## Complémentation

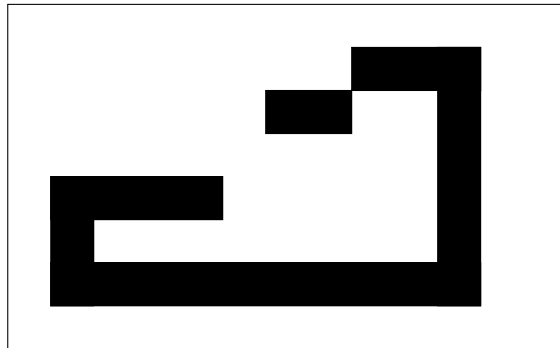
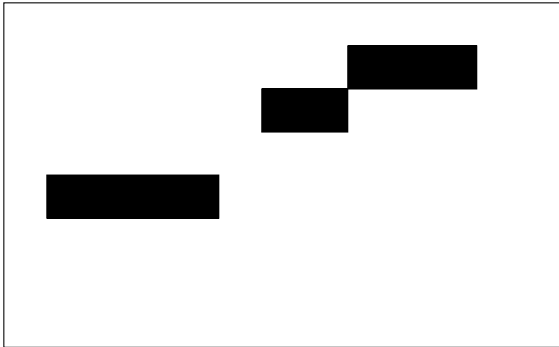
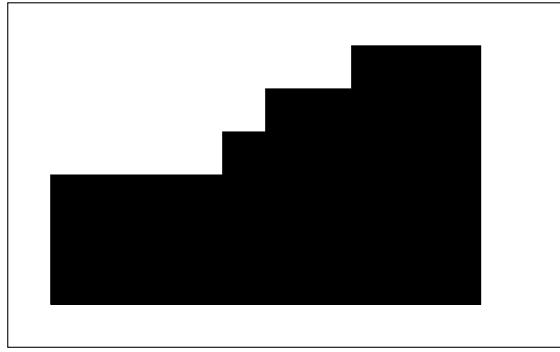
On peut définir l'ouverture du fond associée à la transformée du “tout ou rien” :

$$\tilde{O}_{B^c}(X^c) = D \left( E(X, B_1) \cap E(X^c, B_2), \check{B}_2 \right)$$

on note :  $B^c = (B_2, B_1)$  si  $B = (B_1, B_2)$

Par dualité (par complémentation des ensembles) on obtient des fermetures

# Applications : détection de contours



## Amincissement

**But** : Supprimer les pixels de l'objet ayant une configuration donnée

**“Thin fit”** : supprimer un ensemble d'objets

**Rq** : Ici, on peut définir l'opérateur équivalent en niveaux de gris

**Définition** :

L'amincissement de  $X$  par  $B = (B_1, B_2)$  est donné par :

$$X \circ B = X / X \otimes B$$

**Rq** : l'origine doit appartenir à  $B_1$ , sinon on obtient l'identité.

**Propriétés** :

→ opérateur anti-extensif

→ opérateur non-croissant

**Définition du “thin fit”** :

$$X \tilde{\circ} B = X / \tilde{0}_B(X)$$

La non-croissance implique l'absence de généralisation aux niveaux de gris par le principe de décomposition par seuils.

**Mais** :

$$(f \circ B)(x) = \begin{cases} D(f, B_2)(x), & \text{si } D(f, B_2)(x) < f(x) \text{ et } f(x) = E(f, B_1)(x), \\ f(x), & \text{sinon.} \end{cases}$$

i.e. On donne à un pixel la plus grande valeur de ses pixels voisins (définis par  $B_2$ ) si il est égal à la plus petite valeur des pixels voisins définis par  $B_1$

# Epaississement

**But** : Ajouter les pixels du fond ayant une configuration donnée

“Thick miss” : ajouter un ensemble d’objets

**Définition** :

L’épaississement de  $X$  par  $B = (B_1, B_2)$  est donné par :

$$X \odot B = X \cup (X \otimes B)$$

Rq : l’origine doit appartenir à  $B_2$

**Propriétés** :

→ opérateur extensif

→ opérateur non-croissant

**Formule de dualité** :

$$X \odot B = (X^c \circ B^c)^c, \text{ avec } B = (B_1, B_2) \text{ et } B^c = (B_1^c, B_2^c)$$

**Définition du “thick miss”** :

$$X \tilde{\odot} B = X \cup \tilde{\circ}_B^c(X^c)$$

**Propriétés** :

$$X \tilde{\circ} B \subseteq X \circ B \subseteq X \subseteq X \odot B \subseteq X \tilde{\odot} B$$

**En niveaux de gris** :

$$(f \odot B)(x) = \begin{cases} E(f, B_2)(x), & \text{si } D(f, B_1)(x) = f(x) \text{ et } f(x) < E(f, B_2)(x), \\ f(x), & \text{sinon.} \end{cases}$$

# Squelette

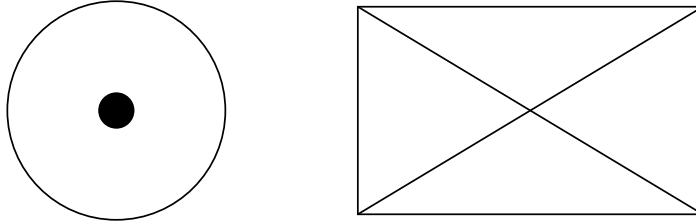
Plusieurs définitions :

En continu,  $\sim$  équivalentes, propriétés identiques

En discret, propriétés différentes

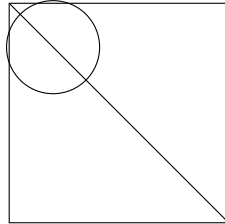
**Définitions :**

1) Lignes de propagation du feu :

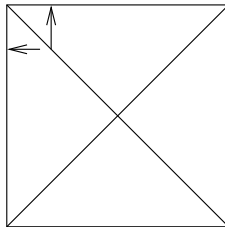


2) Lignes de crête de la fonction distance

3) Centre des disques maximaux contenus dans  $X$  :



4) Ensemble des points contenus dans aucun chemin minimal



5) Ouvertures par un disque  $B$  :

formule de Lantuéjoul :

$$SK(X) = \cup_{\lambda \geq 0} \cap_{\mu > 0} \{E(x, \lambda B) / O(E(X, \lambda B), \mu B)\}$$

= centres des disques maximaux.

## Propriétés du squelette (en continu)

Préserve l'homotopie de l'ensemble original si celui-ci est ouvert.

Sensible à de faibles variations des contours ( $\rightarrow$  filtrage.)

Le squelette d'un polygone à  $n$  cotés contient  $n$  branches. Dès lors :

$$(X \rightarrow Y) \not\Rightarrow (SK(X) \rightarrow SK(Y))$$

Opérateur anti-extensif

Opérateur idempotent

Opérateur non croissant

# Squelettes en discret

## Problèmes rencontrés :

Propagation d'une onde ?

Disques ?

Squelette d'un baton d'épaisseur 2 ?

Choix de la connexité ?

## Squelette par ouvertures :

$B$  : carré  $3 \times 3$

$\lambda B$  : carré  $2\lambda + 1 \times 2\lambda + 1$

$$SK(X) = \cup_{\lambda \geq 0} \{E(X, \lambda B) / O(E(X, \lambda B), B)\}$$

→ Squelette non connecté

→ Epaisseur 1 ou 2

## Squelette par amincissements homotopiques :

**But :** conserver l'homotopie

**Élément structurant homotopique :** élément structurant qui conserve l'homotopie par amincissement.

**Squelette :** amincissements successifs par un élément structurant homotopique (ainsi que par ses rotations) jusqu'à stabilité.

→ amincissement séquentiel ( $\underline{\circ}$ )

Soient  $B, \theta_1 B, \dots, \theta_n B$  un élément structurant homotopique et ses rotations.

$$X_{\underline{\circ}} B = (\dots ((X \circ \theta_1 B) \circ \theta_2 B) \circ \dots) \circ \theta_n B$$

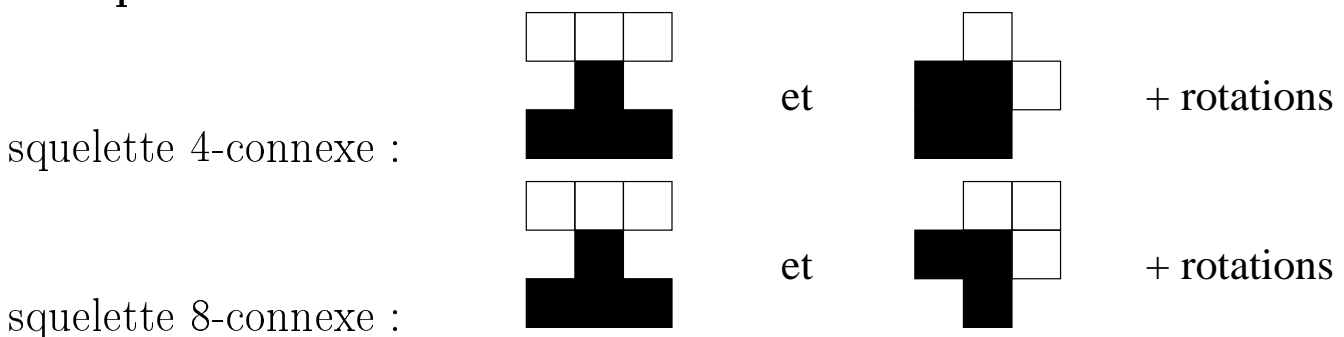
On répète l'amincissement séquentiel jusqu'à convergence.

### Problème :

le squelette dépend de l'élément structurant choisi.

le squelette dépend de l'ordre des rotations dans l'amincissement séquentiel.

### Exemple :



### Propriété :

Adapté pour les squelettes en niveaux de gris.

## Squelette par fonction distance :

- 1) Calcul de la fonction distance.
- 2) recherche des lignes de crête.

**Rq.** : squelette par disques maximaux = ens. des maxima locaux de la fonction distance.

$$SK(X) = \{x \in X \mid \forall x' \in N_B(X), D(X, B)(x') \leq D(X, B)(x)\}$$

**Propriété** : squelette non connecté.

**Rq.** : si la fonction distance est 8-connexé, on obtient le même squelette que par ouvertures avec des carrés.

**Rq.** : on peut connecter le squelette par suivi des lignes de crête.

## Elagage du squelette :

**But** : retirer les points terminaux jusqu'à stabilité.

Utilisé principalement pour "nettoyer" un squelette.

$$ELAG(X) = (X \ominus E)^{(\infty)}$$

Elagage de taille  $n$  :

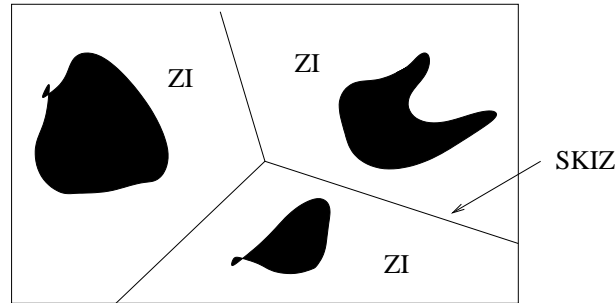
$$ELAG^{(n)}(X) = (X \ominus E)^{(n)}$$

## Squelette par zones d'influence :

en anglais : SKIZ

### Définition :

Soit un ensemble constitué de plusieurs composantes connexes; la zone d'influence d'une composante connexe est l'ensemble des points plus proches de cette composante que des autres.



$$X = \cup_{i=1}^n K_i, \quad i \neq j \Rightarrow K_i \cap K_j = \emptyset$$

$$IZ(K_i) = \{x | \forall j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j \Rightarrow d(x, K_i) < d(x, K_j)\}$$

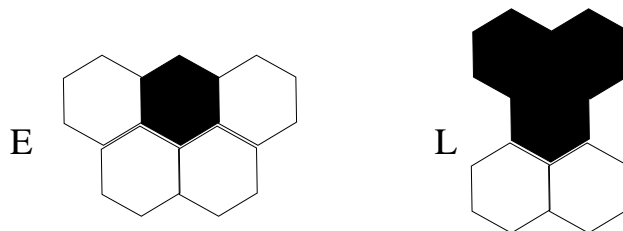
$$SKIZ = [\cup_i IZ(K_i)]^c$$

SKIZ = bords des zones d'influence.

Si les composantes connexes sont des points, le SKIZ est le diagramme de Voronoï associé.

**Rq. :** Le SKIZ peut être obtenu par épaissements successifs jusqu'à idempotence :

$$SKIZ(X) = \left\{ \left[ (X \ominus L^c)^{(\infty)} \ominus E^c \right]^{(\infty)} \right\}^{(\infty)}$$



# Squelette morphologique

Elément structurant : carré  $3 \times 3$ .

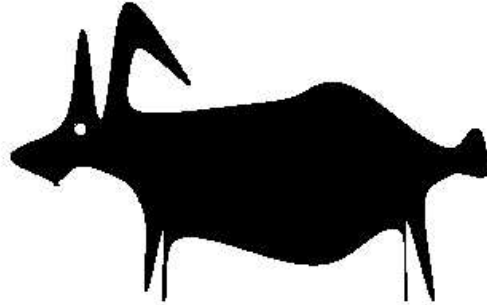
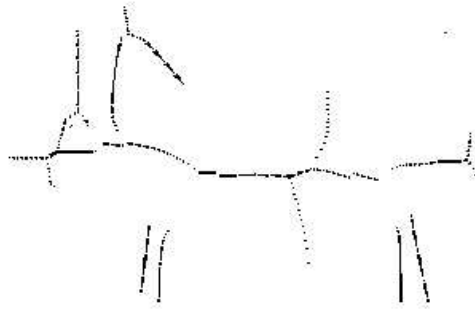


Image initiale



Squelette

# Etude d'un cas pratique : analyse intra-urbaine

But : classifier les différents tissus urbains suivant

- La densité des objets
- La forme des objets
- L'orientation des objets

Méthodologie : utilisation d'une granulométrie

- Analyse géométrique
- Analyse multi-échelle
- Répartition des tailles des objets