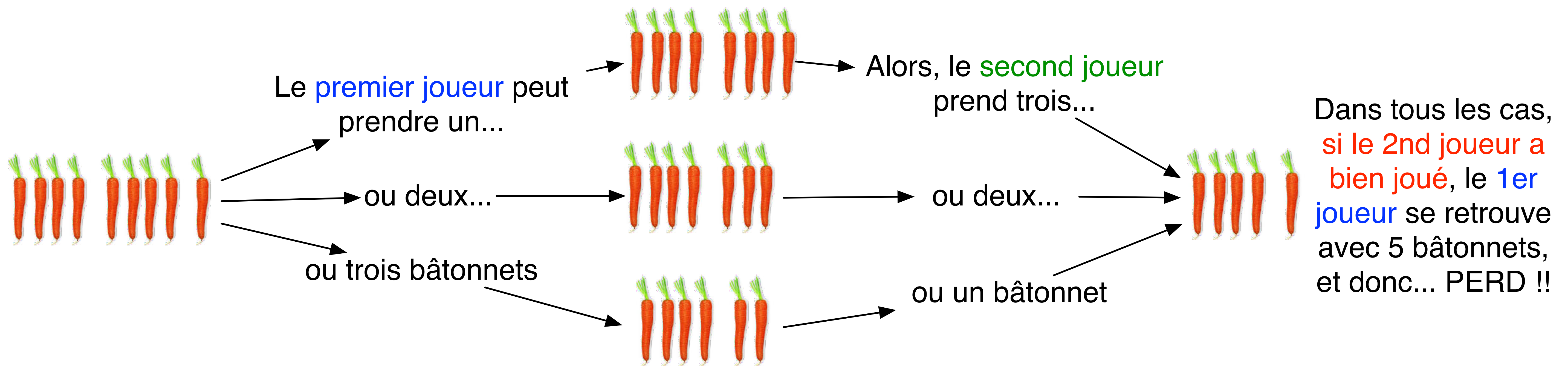


JEU des Bâtonnets (2/2)

Comment gagner à coup sûr !?!?

Observons ce qui se passe avec $9=4 \times 2 + 1$ bâtonnets.



De manière générale, si on commence avec $4k+1$ bâtonnets, si le premier joueur prend 1, 2 ou 3 bâtonnets, alors le second joueur prend 3, 2 ou 1 bâtonnets et on se retrouve avec $4(k-1)+1$ bâtonnets.

Répétant cet algorithme, le second joueur GAGNE !!

Donc, si le nombre initial de bâtonnets vaut « 1 modulo 4 » ($4k+1$, c'est-à-dire 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29...), il existe toujours une stratégie gagnante pour le 2nd joueur. Sinon, il existe toujours une stratégie gagnante pour le 1^{er} joueur. **Voyez-vous laquelle ?**

Questions : que se passe-t-il si on modifie un peu les règles :

1. Si celui qui prend le dernier bâtonnet GAGNE ?
2. Si on peut prendre 1, 2, 3 ou 4 bâtonnets ?
3. Si on peut prendre jusqu'à 42 bâtonnets à chaque tour ?

Réponses :

1. Si le nombre initial de bâtonnets est un multiple de 4 : position perdante ; sinon : position gagnante. À partir d'un nombre de bâtonnets qui n'est pas un multiple de 4, on peut (en enlevant 1, 2 ou 3 bâtonnets) se ramener à un multiple de 4. S'il ne reste que 4 bâtonnets, on PERD.
2. On peut prendre jusqu'à 4 bâtonnets et le dernier PERD : si le nombre initial de bâtonnets vaut « 1 modulo 5 » ($5k+1$, c'est-à-dire 1, 6, 11, 16, 21, 26...), il existe une stratégie gagnante pour le 2nd joueur.
3. On peut prendre jusqu'à 42 bâtonnets et le dernier PERD : si le nombre initial de bâtonnets vaut « 1 modulo 43 » ($43k+1$, c'est-à-dire 1, 44, 87, 130...), il existe une stratégie gagnante pour le 2nd joueur.