Systèmes de Numération

Poster (un peu) technique (mais ne requiert que des connaissances niveau début collège) qui explique comment passer (traduire) d'une base de numération à une autre (vous pouvez passer ce poster si vous préférez ...)

Nous savons que nous « parlons/écrivons mathématique » en **base 10**, en décomposant chaque nombre en une somme de puissances de 10.
C'est possible car nous disposons de 10 chiffres **0,1,…,9.**
Et si nous disposions de moins (ou plus) de chiffres ???

On change de BASE (comme on peut traduire des mots en différentes langues)

Par exemple, si on ne dispose que de 5 chiffres : **0,1,2,3** et **4,** alors on peut écrire n'importe quel nombre en le décomposant en puissances de 5 (base 5)

96 726 (en décimal) =

$$1 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 + 1 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 + 4 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 + 3 \times 5 \times 5 \times 5 + 4 \times 5 \times 5 + 1$$
$$= 1 \times 5^7 + 1 \times 5^6 + 0 \times 5^5 + 4 \times 5^4 + 3 \times 5^3 + 4 \times 5^2 + 0 \times 5 + 1$$
$$= 11043401 \text{ (en base 5)}$$

Un autre exemple, en base 16 (ou hexadécimal)

On dispose de 16 chiffres / symboles : **0,1, 2,…,15**.

853 449 (en décimal) = $13 \times 16 \times 16 \times 16 \times 16 + 5 \times 16 \times 16 + 12 \times 16 + 9$

$= 13 \times 16^4 + 0 \times 16^3 + 5 \times 16^2 + 12 \times 16 + 9 = 13.0.5.12.9$ **(en base 16)**

Pour éviter les ambiguïtés, on note **« 10 = A », « 11 = B », …, « 15 = F »**, et donc :

853 449 (en décimal) = D05C9 **(en base 16 / hexadécimal)**

Pour toute base **B**, et pour tout nombre **n**, on peut exprimer **n** en base **B** (comme une somme de puissances de **B**) en utilisant **B** chiffres **: 0,1,.., B-1**

En maths., on dit : pour tout nombre **n** et toute base **B**,
il existe des entiers $n_0,n_1,n_2,n_3,...$ tels que pour tout i, $0 \leq n_i < B$ et
$n = ...\, n_5n_4n_3n_2n_1n_0$ **(en base B)** $= ...\, n_5 \times B^5 + n_4 \times B^4 + n_3 \times B^3 + n_2 \times B^2 + n_1 \times B + n_0$

Etant donnée la base **B**, l'écriture de **n** est UNIQUE !!

« Rappel » sur la Division Euclidienne : pour tout nombres **n** et **d**, il existe deux uniques nombres **a** et **b** (avec **b<d**) tels que $\mathbf{n = a \times d + b}$.

a =n/d est le **quotien** et **b** le **reste** de la division euclidienne de **n** par **d**

Comment écrire (décomposer / traduire) un nombre en base B ??

C'est en fait très simple (*mécanique*) : $\mathbf{n} = ...\, n_5n_4n_3n_2n_1n_0$

avec, pour tout i, $\mathbf{n_i = (n - B^{i+1} \times (n/B^{i+1}))/B^i}$

nicolas.nisse@inria.fr