

Jeu à 2 joueurs dans les graphes : Gendarmes et voleur

6^e jeu : Qui n'a jamais joué à ce jeu étant petit ? Une équipe de « gendarmes » essaie d'attraper un « voleur »



qui se déplace dans un graphe.



Combien de gendarmes sont-ils nécessaires pour gagner ?

Règles du jeu :

- 1) Choisir le **nombre X** de gendarmes ($X = 1$ ou 2 ou 3 ou $4...$)
- 2) Chacun des X gendarmes choisit un sommet et s'y place (possiblement plusieurs gendarmes par sommets)

- 3) Le voleur se place sur un sommet

- 4) **Tour-à-tour** :
 - Chaque Gendarme peut se déplacer le long d'une arête (ou rester immobile).
 - Le Voleur peut se déplacer le long d'une arête.

Jeu défini en 1983 par Peter Winkler, Richard Nowakowski, Alain Quilliot



Fin du jeu :

Les Gendarmes gagnent s'ils attrapent le Voleur (si un Gendarme arrive sur le même sommet que le Voleur). Le Voleur gagne sinon.

EXEMPLE de JEU (avec $X=2$ gendarmes) dans une grille 5×6

<p>0) Les gendarmes se placent</p>	<p>1) puis, le voleur</p>	<p>2) Les gendarmes se déplacent</p>	<p>3) Puis le voleur</p>
<p>4) Les gendarmes se déplacent</p>	<p>5) Puis le voleur</p>	<p>6) Les gendarmes se déplacent</p>	<p>7) Le voleur passe son tour pour rester libre</p>
<p>8) Les gendarmes se déplacent</p>	<p>9) Le voleur tente un baroud d'honneur</p>	<p>10) Les gendarmes bougent et gagnent !!!</p>	<p>Saurez-vous gagner avec 2 gendarmes dans une grille 13×9 ?</p> <p>Dans n'importe quelle grille ?</p>

Histoire : En 1985, Henri Meyniel demande si $O(\sqrt{n})$ gendarmes gagnent toujours dans un graphe connexe avec n sommets ?? **La question est toujours sans réponse** 😞, cependant :

Théorème [Aigner, Fromme 1984] : 3 gendarmes peuvent toujours gagner dans un graphe planaire connexe (quel que soit le nombre de sommets).



Applications : Jeux vidéos, robotique, drones, IA, et résultats fondamentaux en théorie des graphes.