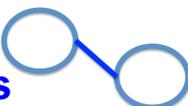


Qu'est ce qu'un **GRAPHE** ?

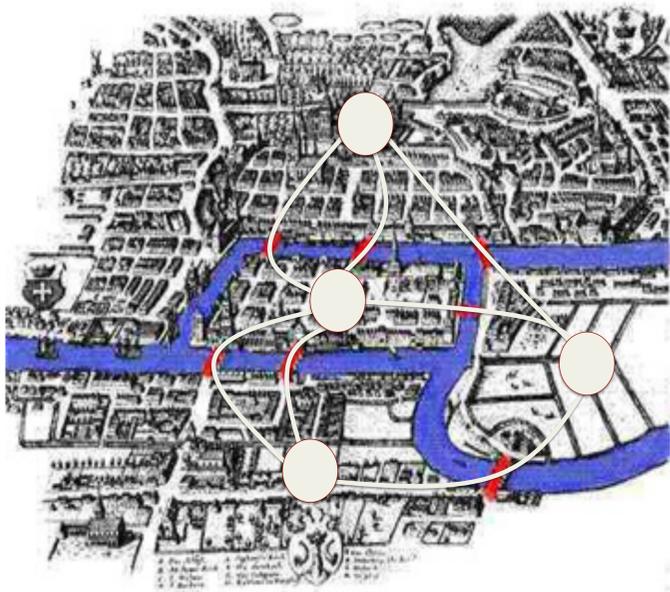
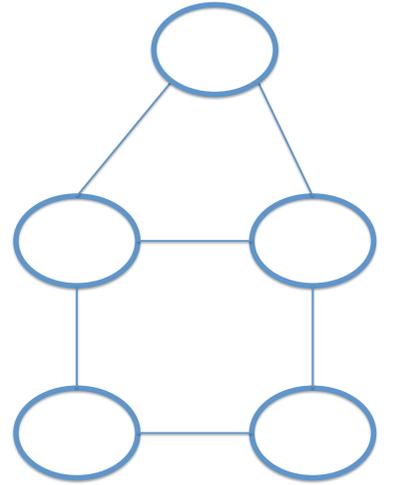
graphe : objet mathématique décrivant les **relations/interactions** entre les **éléments** d'un **ensemble**. Un graphe est composé de **sommets** reliés par des **arêtes** (les liens entre sommets). Les graphes permettent l'étude de nombreux **réseaux** : géographiques (**routiers**), sociaux (**Facebook**), biologiques (**molécules**), informatiques (**Internet**)...

sommets : représentés par des **ronds**  modélisant les **éléments** dont on étudie les relations.

Exemples : **villes** (réseaux routiers), **personnes** (réseaux sociaux), **atomes** (molécules), **routeurs** de l'Internet...

arêtes : représentées par des **traits**  modélisant les **relations** entre les sommets. Deux sommets en relation sont liés par une arête et sont dits **adjacents** ou **voisins**.

Exemples : **routes** (entre 2 villes), **liens d'amitié** (entre 2 personnes), **liens chimiques** (entre 2 atomes), **fibres optiques** (entre 2 routeurs)...



Les **ponts de Königsberg** (Russie)

Histoire : Les graphes ont été initialement étudiés par le mathématicien **Leonhard Euler** (1707-1783) en **1735** pour répondre à la question suivante :

Peut-on se promener dans la ville de **Königsberg** en passant **exactement une fois** par chacun des **7 ponts** et revenir à son point de départ?

Théorème [Euler 1735] : Etant donné un graphe connexe, on peut se « promener » en visitant chaque arête exactement une fois et revenir à son point de départ si et seulement si chaque sommet est lié par un nombre **pair** d'arêtes.

Quelle est la réponse à la question d'Euler ?

1^{er} jeu (Cycle Eulérien) : étant donné un graphe, trouver une « promenade » qui passe exactement une fois par chaque **arête**.

Application : **Problème de la tournée du facteur** : un facteur doit passer dans chaque rue pour y distribuer le courrier mais veut éviter, autant que possible, de passer 2 fois par la même rue.

2^e jeu (Cycle Hamiltonien) : étant donné un graphe, trouver une « promenade » qui passe exactement une fois par chaque **sommet**.

Application : **Problème du voyageur de commerce (VRP)** : un VRP doit passer dans chaque ville pour y démarcher mais veut éviter, autant que possible, de passer 2 fois par la même ville.

Note : **Le 2nd jeu est BEAUCOUP plus difficile que le 1^{er}**

