



Des fonctions pour décrire les phénomènes réels

Martine Olivi

Les fonctions au quotidien

Le convertisseur de devises

Convertisseur de devises XE

Convertisseur Taux Infos

1 USD - Dollar des États-Unis ↔ EUR - Euro

Effectuez un paiement international. [Cliquez ici!](#)

Une fonction linéaire (loi de proportionnalité) :

$$f(x) = a x$$

- **a** est le taux de change
- **x** prix en dollars
- **f(x)** prix en euros

L'indice de masse corporelle

MERCI DE REMPLIR LE TABLEAU CI-DESSOUS

Poids(kg)	<input type="text"/>
Taille(m)	<input type="text"/>
IMC	<input type="text"/>

Calculer IMC

$$\text{IMC} = \text{Poids}/(\text{Taille})^2$$

Une fonction de deux variables

Des fonctions pour représenter des données



le républicain Lorrain

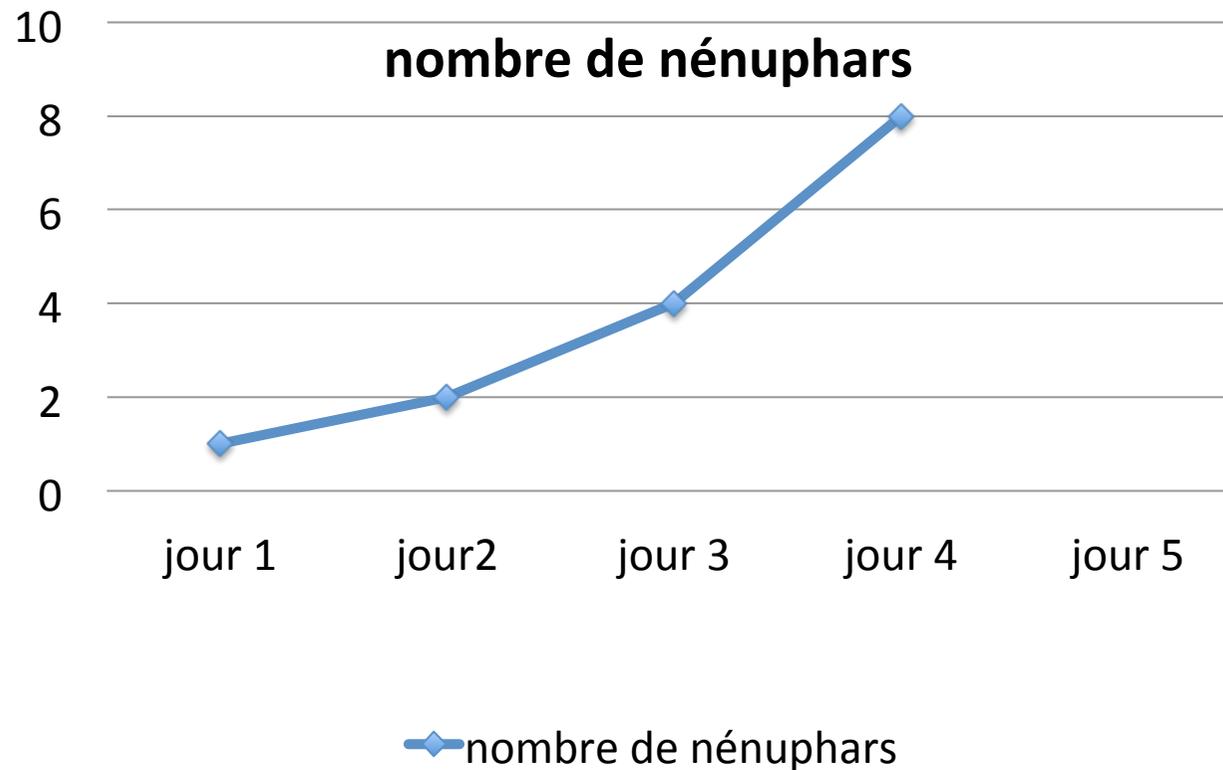
« On plante un nénuphar dans un grand lac. Ce nénuphar a la propriété héréditaire de produire chaque jour un autre nénuphar. Il se trouve qu'au bout de 30 jours, la totalité du lac est recouverte par les descendants de ce nénuphar et que l'espèce entière meurt étouffée, privée d'espace et de nourriture¹. »

Au bout de combien de jours les nénuphars ne couvriraient-ils que la moitié du lac ?

- A. 15 jours
- B. 20 jours
- C. 29 jours

1. *L'équation du nénuphar*, Albert Jacquard

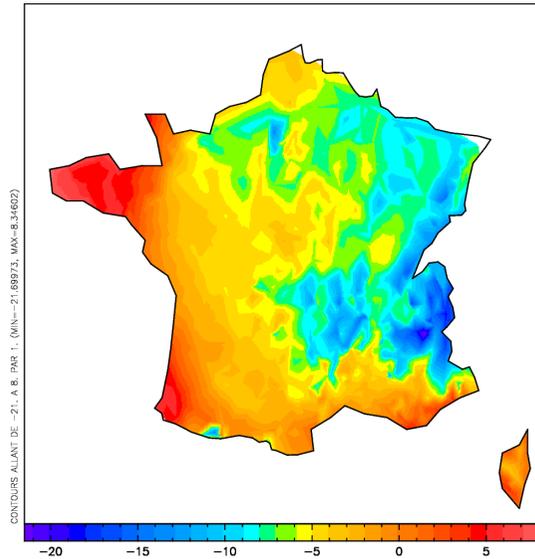
Croissance des nénuphars



$$f(n)=2^n$$

croissance exponentielle

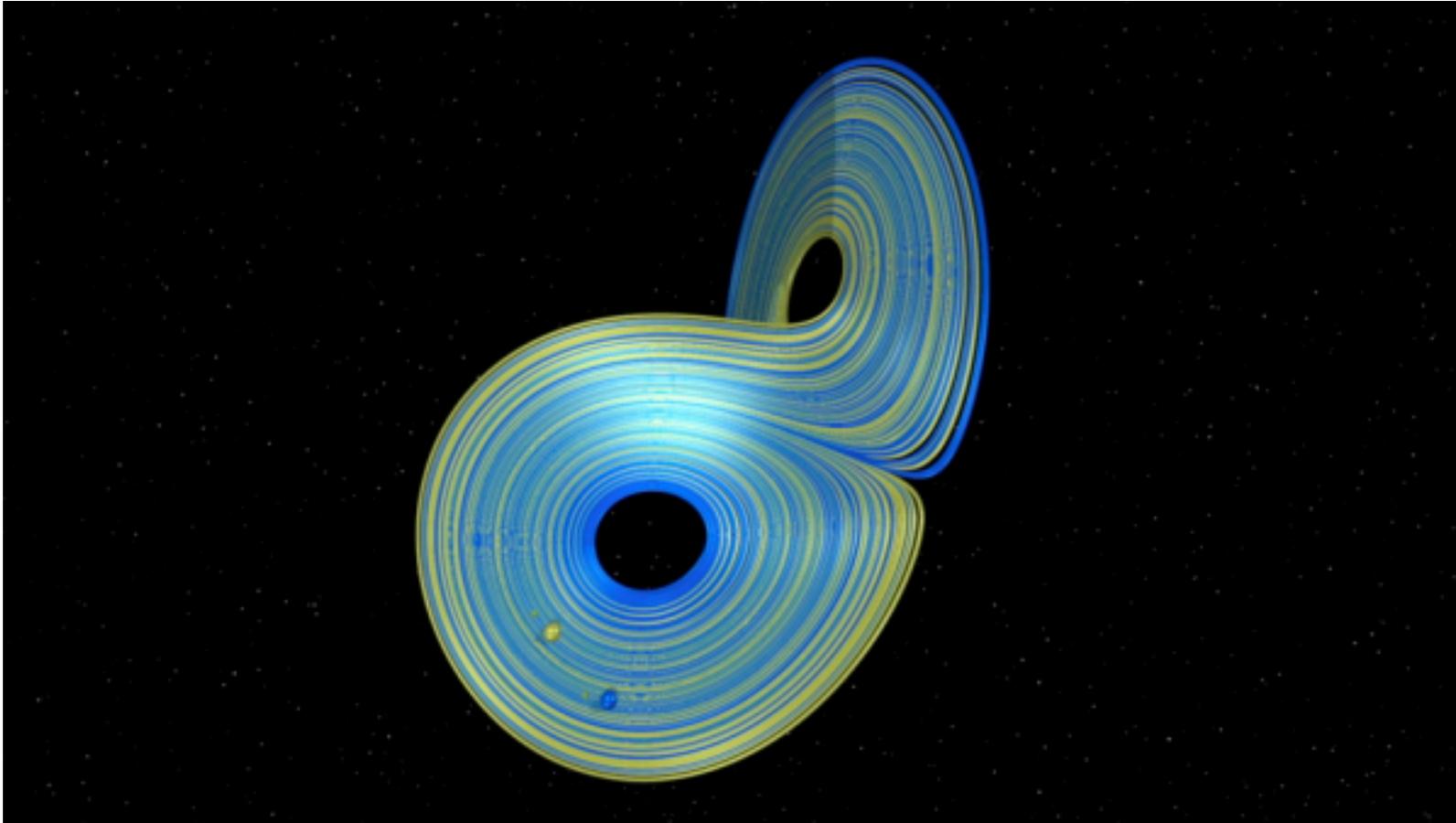
Météo: la température



crédit photo: Météo-France

- Température: fonction de la position et du temps
- Issu d'un article sur le blog de RTE: « prévoir la météo afin prévoir la consommation d'électricité »
- Comment fait-on pour prévoir la météo ?

Chaos: l'effet papillon



[film](#) produit par Jos Ley, Étienne Ghys et Aurélien Alvarez

Les fonctions en physique

Les plans inclinés de Galilée



La chute des corps

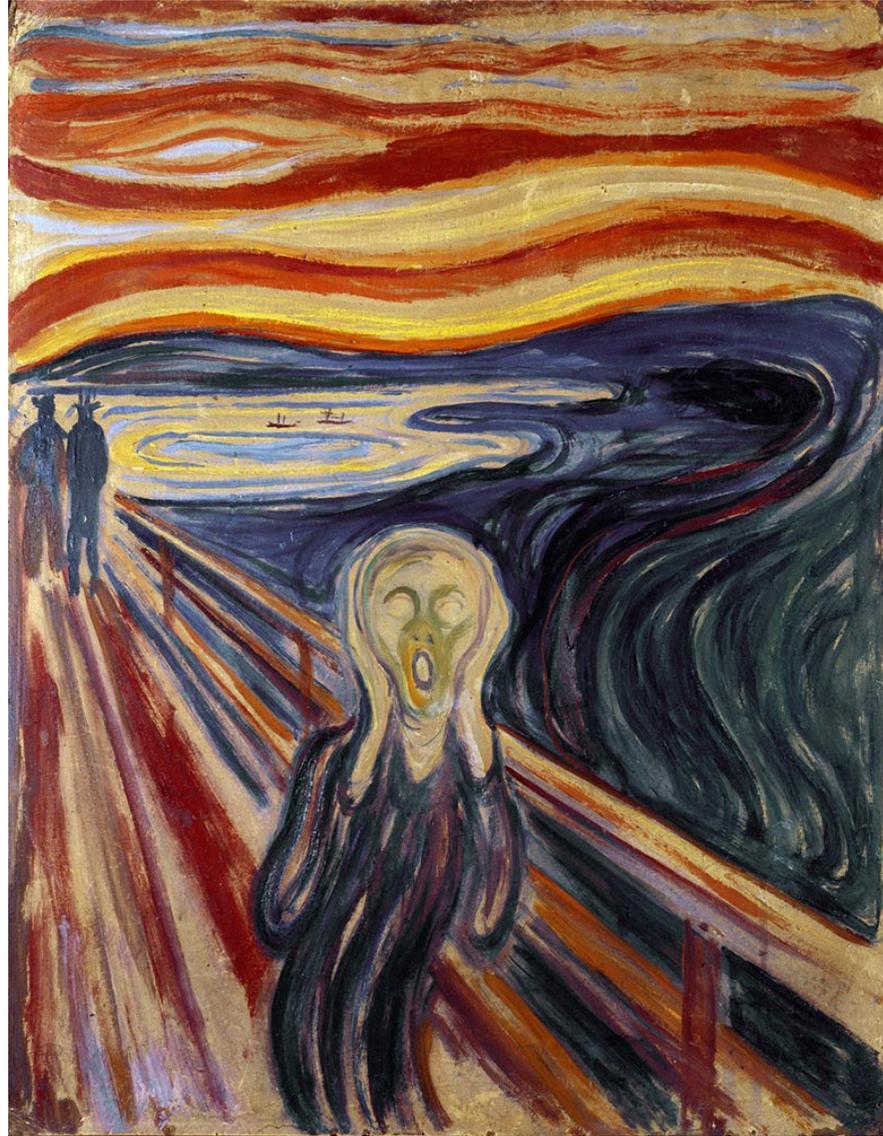
- Galilée (XVIème) expérimente et observe le **mouvement** uniformément accélérée

t	1	2	3	4
x	1	4	9	16

- Vitesse proportionnelle au temps
Fonction linéaire $v(t) = k t$ k constante
- Position proportionnelle au carré du temps
 $x(t) = \frac{1}{2} k t^2$

Interlude





Edvard Munch
Le cri, 1894

Des ondes

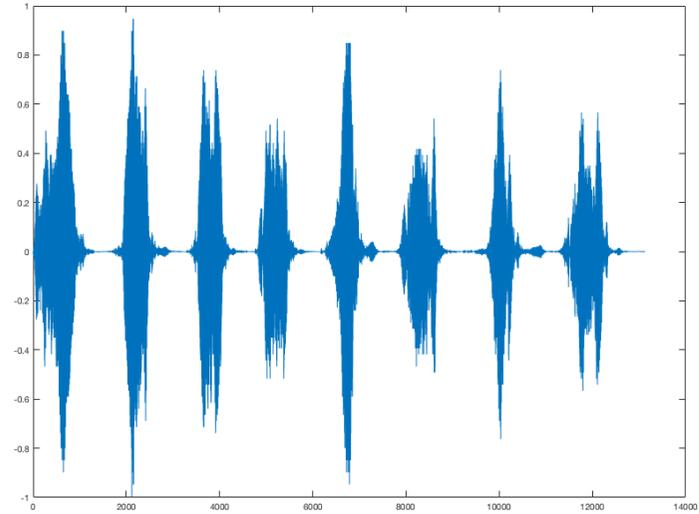
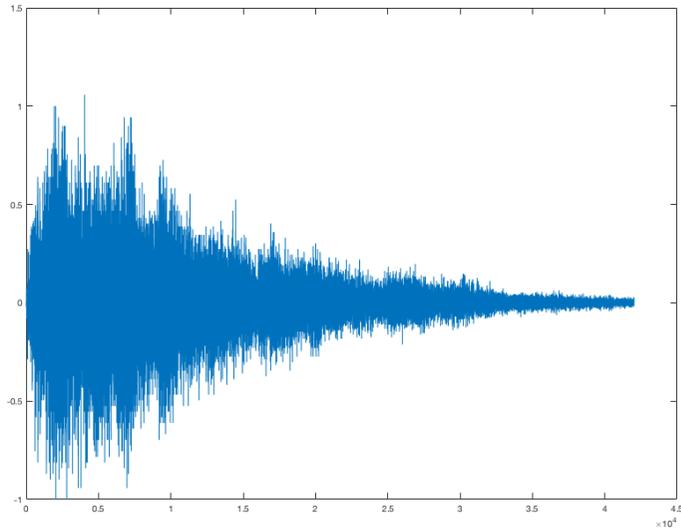


$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

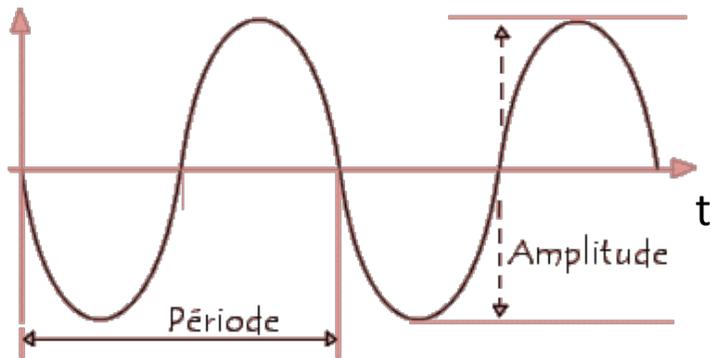


- Onde: propagation d'une perturbation (vagues, son, cordes vibrantes)
- $u(x,t)$ amplitude de la perturbation
- Étudiées au XVIIIème siècle
- Naissance de la notion de fonction

Écoutons des signaux



Les ondes sinusoïdales



Fréquence → grave / aigu
Amplitude → fort / faible

Période T (en sec.)

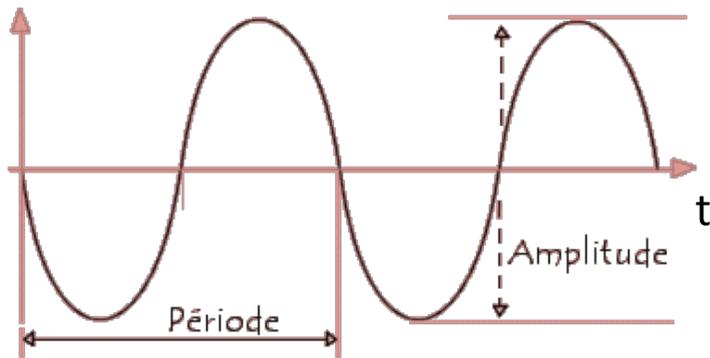
Fréquence f = nombre de cycles
par seconde (en Hertz)

$$f = 1 / T$$

« Toute onde périodique est une somme d'ondes sinusodales. »

- A. Vrai
- B. Faux

Les ondes sinusoïdales



Fréquence → grave / aigu
Amplitude → fort / faible

Période **T** (en sec.)

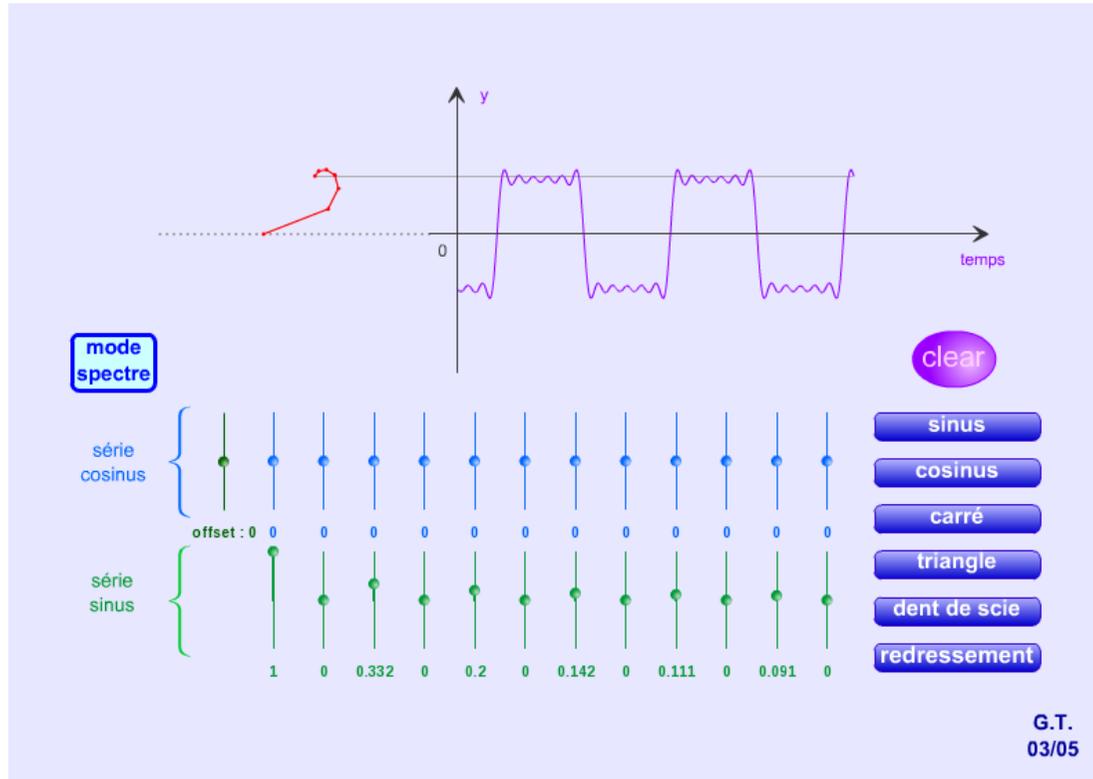
Fréquence **f** = nombre de cycles
par seconde (en Hertz)

$$f = 1 / T$$

« *Toute onde périodique est une somme d'ondes sinusoïdales.* » Joseph Fourier (1768-1830)

Vrai sous certaines conditions (Dirichlet)

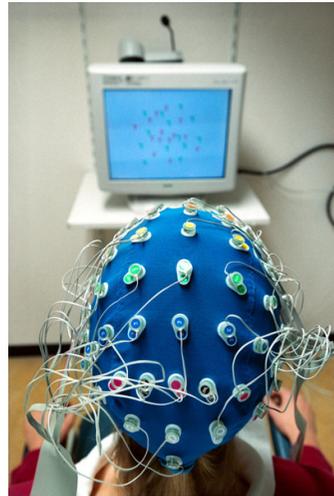
La synthèse de Fourier



Site figures animées pour la physique de Geneviève Tulloue

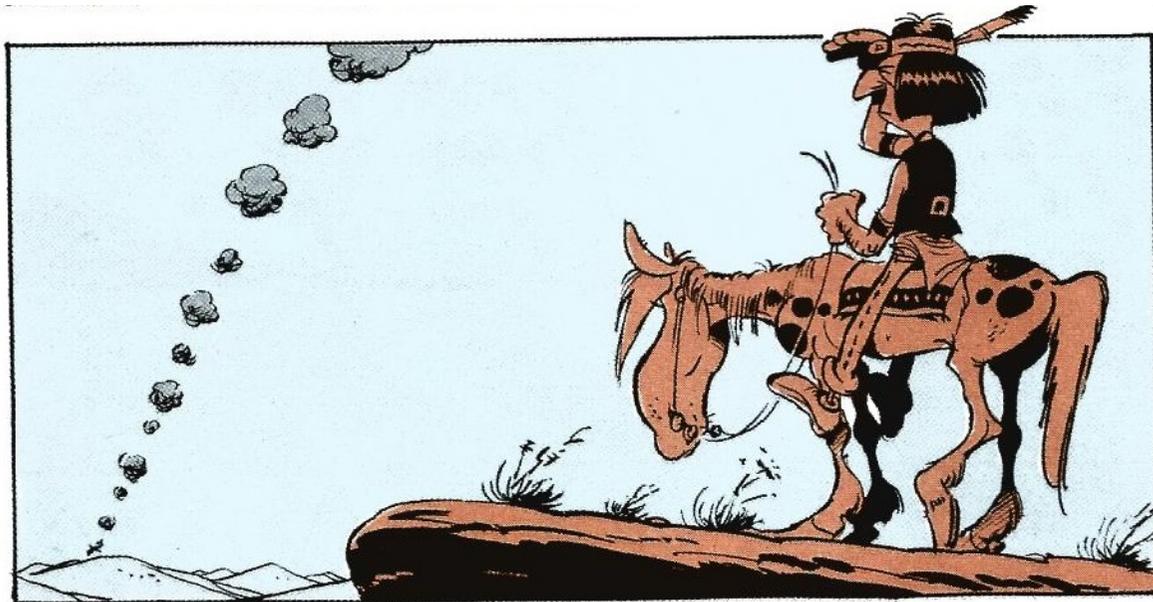
L'héritage de Fourier

Fourier (1768-1830) est à l'origine de développements majeurs en mathématiques, physique et technologie



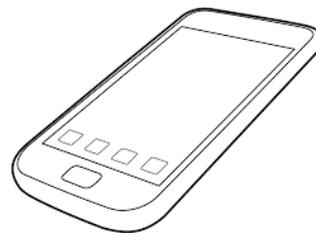
Les fonctions dans l'industrie des télécom

Les communications hier ..

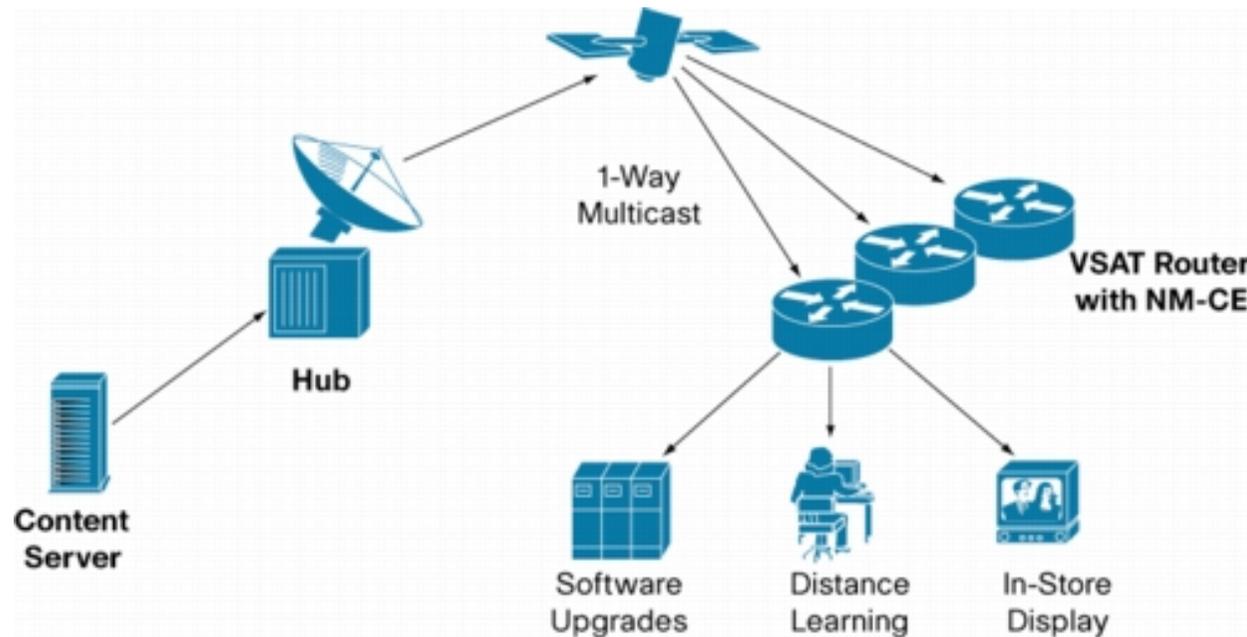


Des signaux de fumée

et aujourd'hui

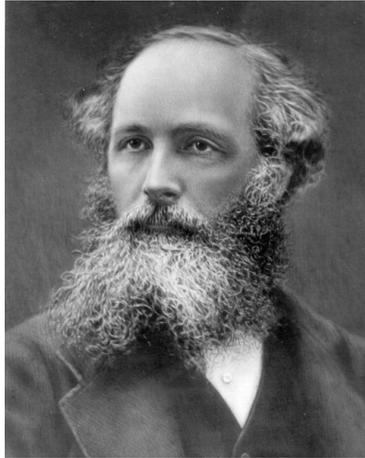


Les réseaux de communications



Comment ça marche ?

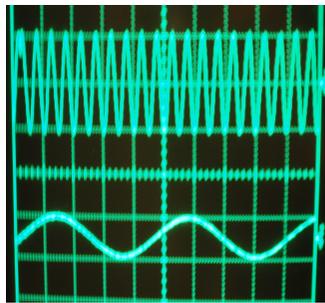
Les ondes électromagnétiques



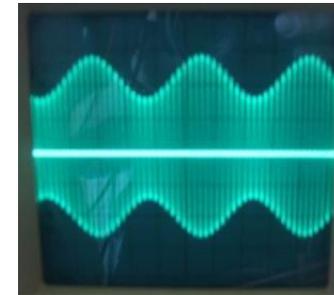
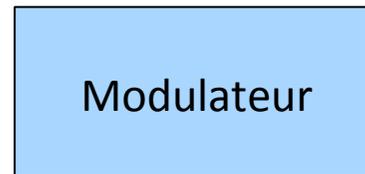
- Ondes électromagnétiques: modèle mathématique introduit par Maxwell (1831-1879) pour unifier les connaissances
- Transport d'énergie sans transport de matière
- 1887 Hertz produit expérimentalement des ondes radio
- Un signal: une onde qui transporte de l'information

Transmission des signaux

L'onde porteuse

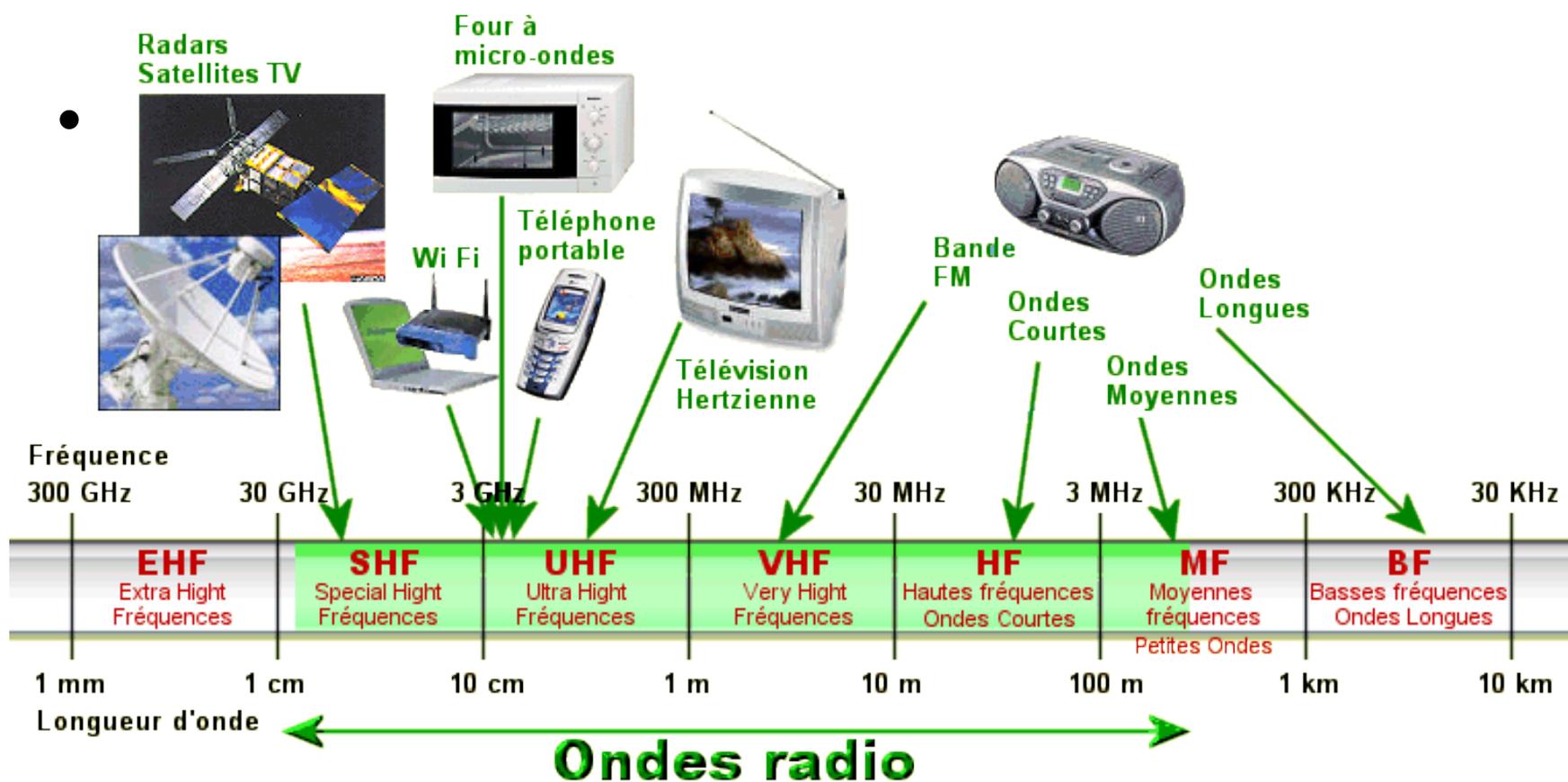


Le signal



- **On combine des fonctions:** le signal et la porteuse, une onde sinusoïdale.
- La fréquence joue le rôle d'une étiquette pour identifier l'onde.

Le spectre électromagnétique



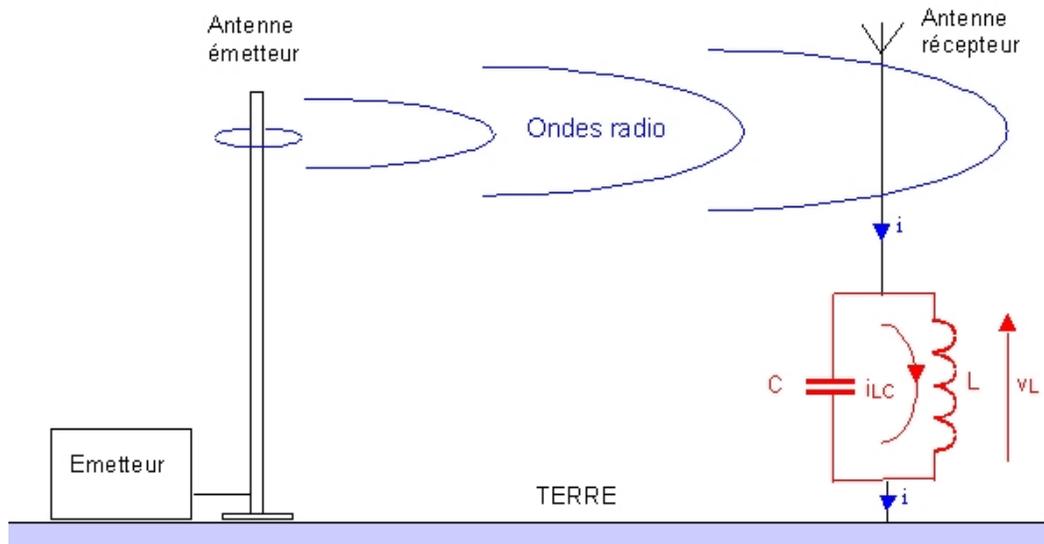
Quelles sont les fréquences audibles par l'être humain ?

Le phénomène résonnance



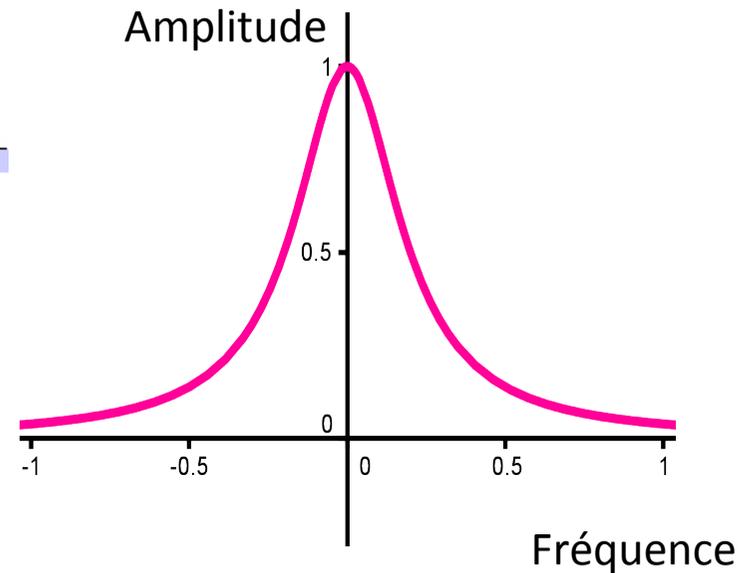
- Une réponse importante d'un objet à une fréquence d'excitation
- Destructrice: verre, pont, gradins ...
- Utile: balançoire, yoyo, circuit accord

Réception: circuit accord



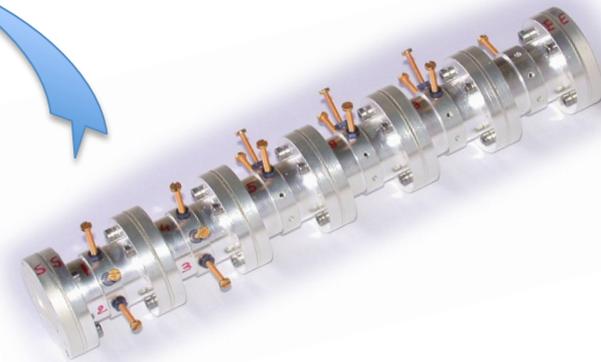
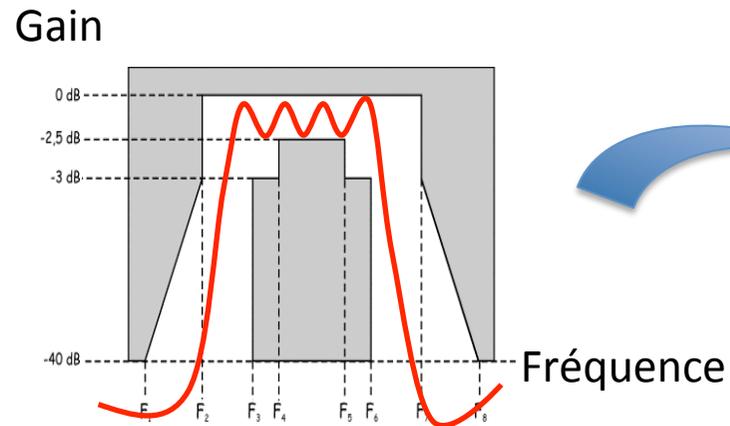
Le circuit LC ne sélectionne que les ondes qui correspondent à sa fréquence de résonance

Le circuit accord filtre les fréquences. Son comportement est représenté par **une fonction**.



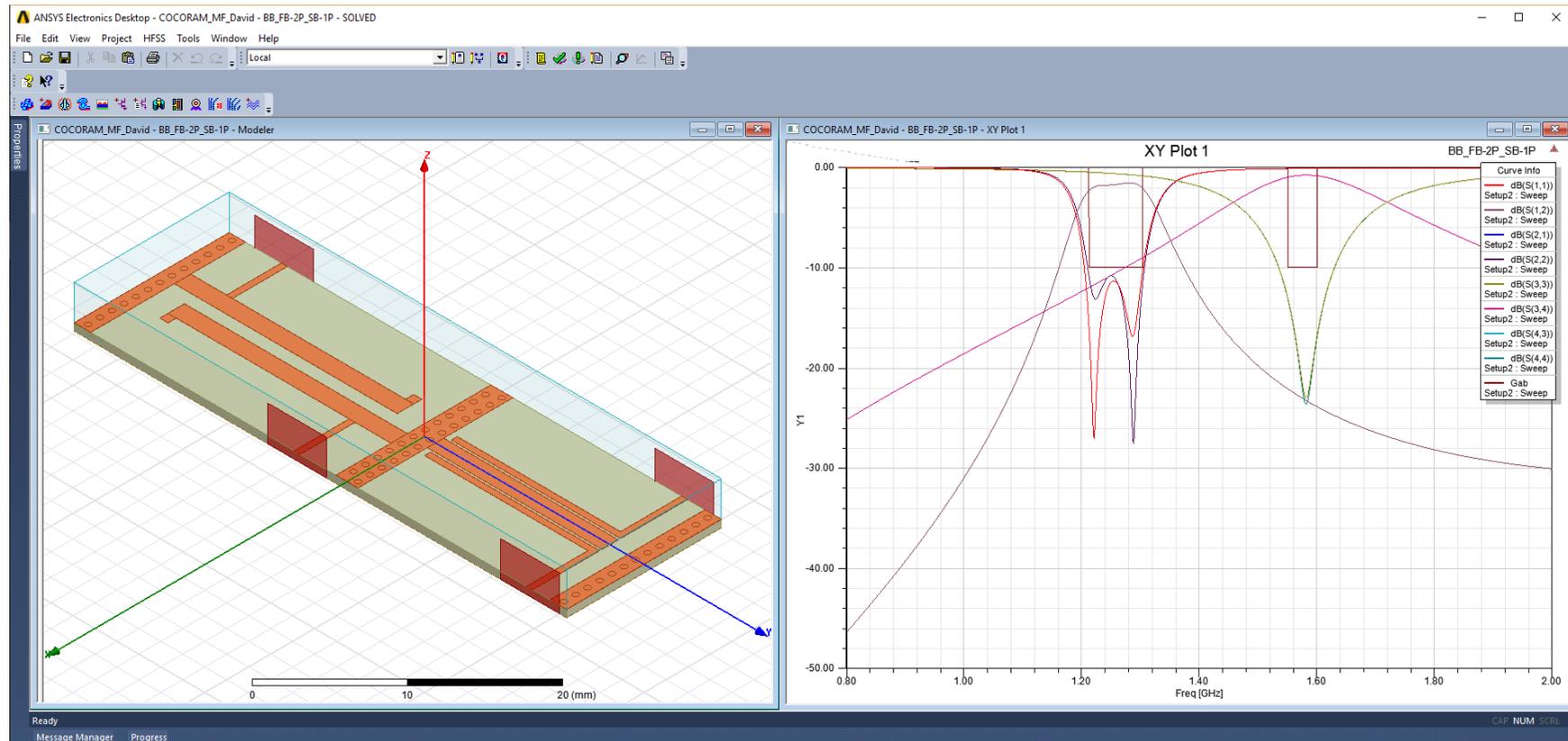
La conception de filtres

Construire un filtre d'un certain type et qui a un comportement spécifié par l'utilisateur



Aide à la conception de filtre: une des activités principale de mon équipe. **C'est jouer avec les fonctions !**

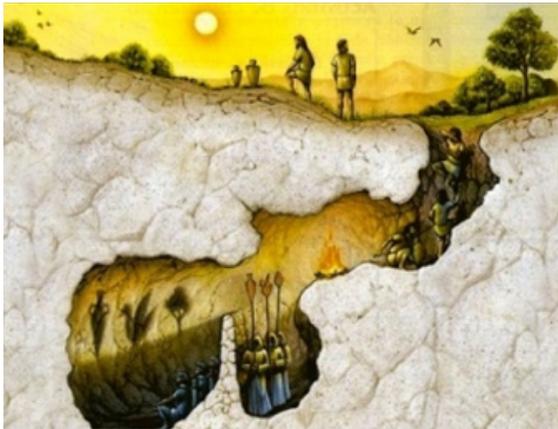
Une simulation avec HFSS



Une simulation : de 10mn à plusieurs heures

A propos des modèles mathématiques

Qu'est-ce que la modélisation mathématique?



Phénomène réel



© François Coindre

Simuler

Modèle mathématique

Mesures, données

Identifier

Un modèle mathématique ...



© sketch-a-day.com



- Rend la réalité plus accessible en la simplifiant
- Peut être plus ou moins précis selon l'objectif

Quel rapport y a t'il entre les trois phénomènes suivants ?

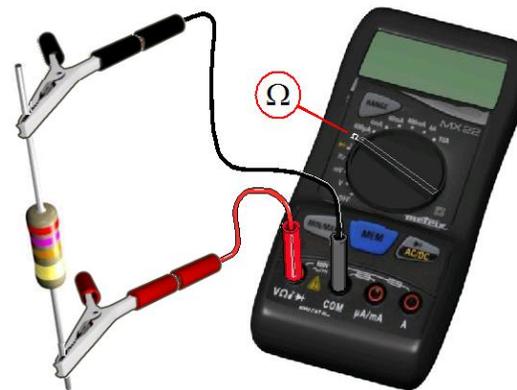
- A. un convertisseur de devises
- B. la vitesse d'un corps en chute libre
- C. la loi d'Ohm

Un même modèle, deux phénomènes

Fonction linéaire: $f(x) = a x$



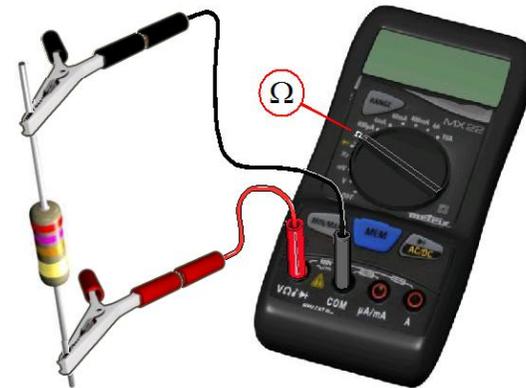
Chute des corps: $v(t) = g t$
 g accélération de pesanteur



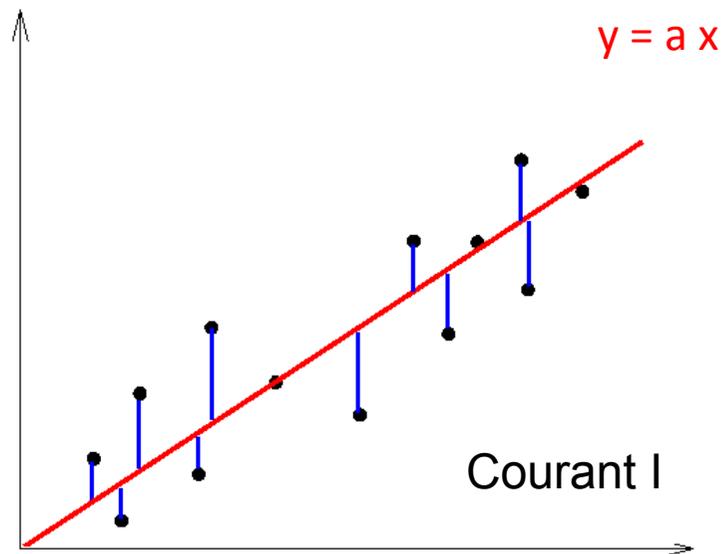
Loi d'Ohm: $U(I) = R I$
 R résistance

Identification d'une résistance

Problème: à partir des mesures trouver la valeur de la résistance R sachant qu'elles satisfont $U=R I$



Tension U

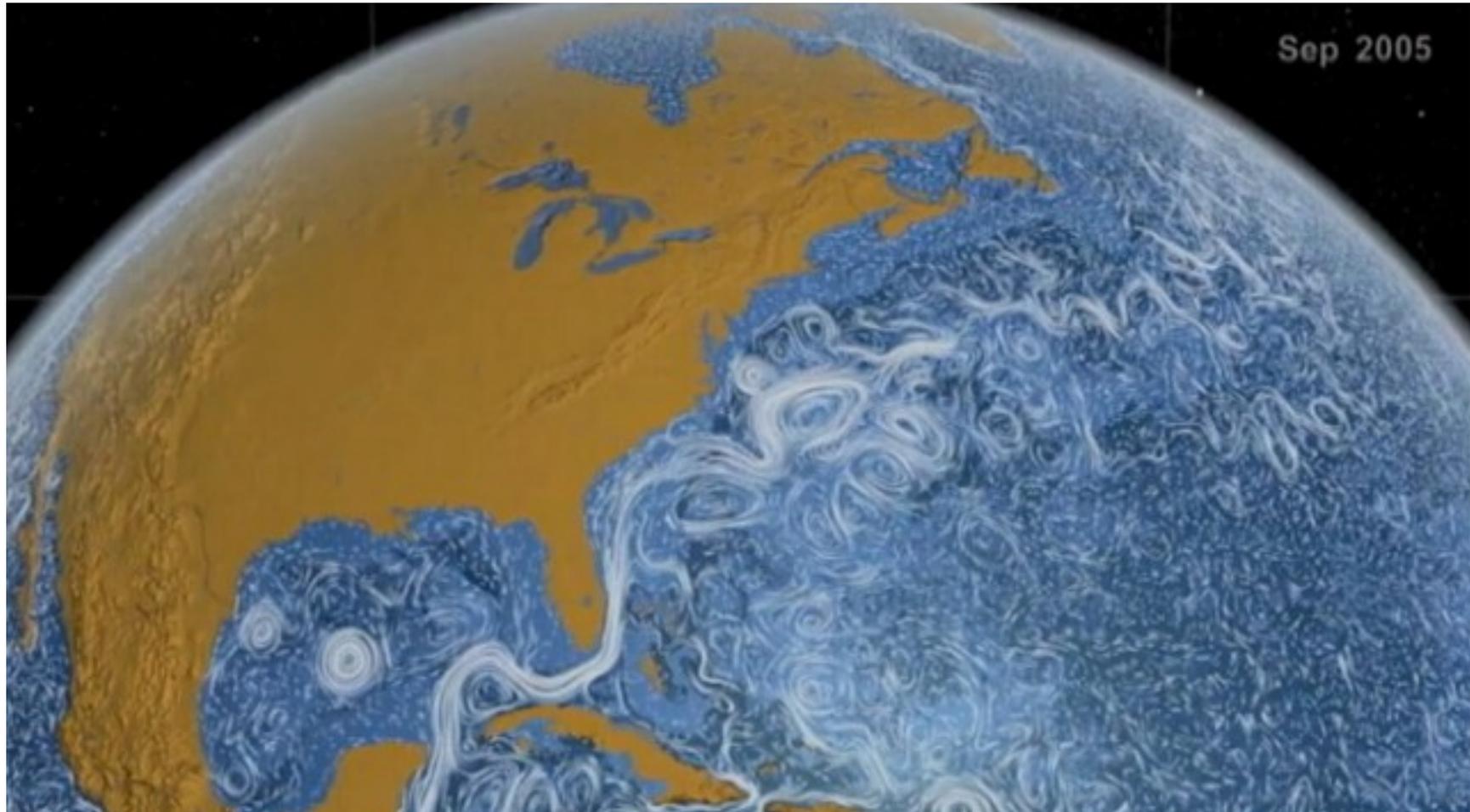


Problème mathématique: trouver a pour lequel l'erreur est minimale (optimisation)

Des fonctions et des équations pour tout !



Simulations: « perpetual ocean »



D'après vous

- A. Les mathématiques existent et nous les découvrons
- B. Les mathématiques sont une création de l'homme

Ressources

- Chaos (film mathématique produit par Jos Leys, Étienne Ghys et Aurélien Alvarez)
<http://www.chaos-math.org/fr> chap 7: l'effet papillon
- Galilée: l'expérience des plans inclinés:
<http://education.francetv.fr/matiere/physique-chimie/terminale/video/galilee-l-experience-des-plans-inclines>
- Les ondes
 - Le guitariste
<https://www.youtube.com/watch?v=TKF6nFzpHBU&feature=youtu.be>
 - Des ondes électromagnétiques à l'invention de la TSF (video)
<http://education.francetv.fr/matiere/physique-chimie/terminale/video/des-ondes-electromagnetiques-a-l-invention-de-la-tsf>
 - La synthèse de Fourier
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Elec/Fourier/fourier1.html

- La résonnance:
 - Casser un verre avec du son par Experimentboy
<https://www.youtube.com/watch?v=QhwuYDfATLc>
 - Effondrement du pont de Takoma (7 novembre 1940, état de washington)
<https://www.youtube.com/watch?v=X8YR5nS-PY0>
 - TPE Dans quelle mesure une vibration peut-elle endommager la matière ?
Blog de Laetitia Franquin (lycée Renoir Cagnes/Mer)
<http://reso-06.blogspot.fr/>
 - TPE ondes radio par Eric Mounier, Colin Guyon, Stephane Debroczi, Arnaud Gastinel <http://originalmods.pagesperso-orange.fr/radio/index.htm>
- Simulations:
 - Perpetual Ocean <https://www.youtube.com/watch?v=xusdWPuWAoU>
 - Ocean Current Flows around the Mediterranean Sea and Atlantic
<https://www.youtube.com/watch?v=-hJmjoowwGU>
 - Laniakea: Our home supercluster (une équipe internationale cartographie en trois dimensions les fleuves de matière)
https://www.sciencesetavenir.fr/espace/la-voie-lactee-appartient-au-superamas-laniakea_34242