courtes : (radio)	$3 \cdot 10^6$ à $3 \cdot 10^7$ Hz
métriques : (télévision)	$3 \cdot 10^7$ à $3 \cdot 10^8$ Hz
centimétriques : (radar)	$3 \cdot 10^8$ à 10^{11} Hz
lumière visible :	$3,7 \cdot 10^{14}$ à $7,5 \cdot 10^{14}$ Hz

– L'oreille humaine perçoit les sons dont les fréquences vont, dans le meilleur des cas, de 20 à 20000 Hz

7.2. VARIATIONS SUR LA GAMME

Pour les sons, la représentation en temps est celle de la propagation d'une onde sonore, mesurée par les variations périodiques de la pression de l'air dans l'oreille.

7.2.1. L'octave

On appelle *octave* l'intervalle entre deux sons dont l'un est à la fréquence f et l'autre à la fréquence $2f$. Cette définition peut paraître arbitraire. Elle tient sans doute à la décomposition spectrale : l'octave est l'intervalle qui sépare la fréquence fondamentale de la première harmonique.

Quand on entend un Do, on entend aussi, cachée immédiatement derrière, la première harmonique qui est le Do de l'octave supérieur. Les notes sont ainsi associées de proche en proche et on a l'impression qu'elles sont de la même famille : on leur donne le même nom, Do.

Une note de la gamme est donc déterminée modulo la multiplication par une puissance de 2 qui détermine l'octave où elle se trouve.

EXEMPLE – Le diapason donne le La_3 à 440 Hz. L'échelle des La, en Hertz, est donc la suivante :

27,5	55	110	220	440	880	...
La_{-1}	La_0	La_1	La_2	La_3	La_4	...

7.2.2. La gamme harmonique

Lorsqu'on entend un Do de fréquence f, on entend aussi les harmoniques $2f$, $3f$, etc., où l'on rencontre le Sol et le Mi :

f	$2f$	$3f$	$4f$	$5f$	$6f$
Do	Do	Sol	Do	Mi	Sol

On trouve ainsi dans le Do l'accord parfait «Do, Sol, Mi».

En se ramenant au même octave on a :

f	$5/4f$	$3/2f$	$2f$
Do	Mi	Sol	Do

Si on analyse de manière analogue un Sol, on trouve l'accord «Sol, Ré, Si» :

$3/2f$	$3f$	$9/2f$	$6f$	$15/2f$
Sol	Sol	Ré	Sol	Si

soit, en se ramenant à l'octave $(f, 2f)$:

f	$9/8f$	$5/4f$	$3/2f$	$15/8f$	$2f$
Do	Ré	Mi	Sol	Si	Do

En partant de Mi on ne trouve pas de note nouvelle, au moins dans les trois premières harmoniques :

$5/4f$	$5/2f$	$15/4f$	$5f$
Mi	Mi	Si	Mi

Toutes ces notes ont des fréquences qui s'expriment comme des fractions simples de la fréquence de base f. Cependant, tous les dénominateurs sont des puissances de deux. La première fraction simple de dénominateur trois nous permet de découvrir le Fa de fréquence $4/3f$, à partir duquel on construit l'accord «Fa, Do, La» :

$4/3f$	$8/3f$	$4f$	$16/3f$	$20/3f$
Fa	Fa	Do	Fa	La

On dispose alors des 7 notes de la *gamme harmonique* :

f	$9/8f$	$5/4f$	$4/3f$	$3/2f$	$5/3f$	$15/8f$	$2f$
Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do

Cette gamme est encore appelée «gamme des physiciens».

7.2.3. Tons et demi-tons

Un rapport constant entre deux fréquences est perçu à l'oreille comme un intervalle constant entre deux notes. Des intervalles constants s'expriment donc par des fréquences en progression géométrique :

EXEMPLE : L'intervalle de quinte pour un rapport $\frac{3}{2}$:

Do	Sol	Ré
f	$3/2f$	$9/4f$

Si on veut rapporter ces variations à des intervalles de longueur constante, il est indiqué de prendre les logarithmes (par exemple de base 2) de ces fréquences. On s'aperçoit alors qu'on obtient des intervalles de trois longueurs différentes :

le ton majeur
le ton mineur
le demi-ton.

(Do, Ré)...	$\log 9/8 = 0,170$	Ton majeur
(Ré, Mi)...	$\log 10/9 = 0,152$	Ton mineur
(Mi, Fa)....	$\log 16/15 = 0,093$	Demi-ton
(Fa, Sol)...	$\log 9/8 = 0,170$	Ton majeur
(Sol, La)...	$\log 10/9 = 0,152$	Ton mineur
(La, Si).....	$\log 9/8 = 0,170$	Ton majeur
(Si, Do).....	$\log 16/15 = 0,093$	Demi-ton

La différence entre un ton majeur et un ton mineur est le comma, intervalle minimum perçu par une oreille :

$$1 \text{ comma} = \log 81/80 = 0,018.$$

C'est, à peu près, la neuvième partie du ton majeur : une définition, très approximative, que l'on trouve généralement dans les cours de théorie de la musique.

$$0,170/9 = 0,0188$$

7.2.4. La gamme tempérée

Ces deux sortes de tons, majeurs et mineurs, ont l'inconvénient de ne pas permettre un partage de l'octave en 12 demi-tons égaux, ni l'attribution d'une valeur fixe aux dièses et aux bémols. On peut y remédier en divisant carrément l'octave en douze intervalles égaux. C'est ce qui définit la gamme tempérée :

Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
f	$a^2 f$	$a^4 f$	$a^5 f$	$a^7 f$	$a^9 f$	$a^{11} f$	$2f$

d'où

$$a = 2^{1/12}.$$

Le demi-ton est ainsi défini par l'intervalle

$$(f,\ 2^{1/12} f).$$

On voit mieux les nuances entre les deux gammes avec les valeurs décimales :

	Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
G.H.	f	$1,125f$	$1,250f$	$1,333f$	$1,5f$	$1,667f$	$1,875f$	$2f$
G.T.	f	$1,122f$	$1,260f$	$1,335f$	$1,498f$	$1,682f$	$1,888f$	$2f$

La gamme tempérée ne nécessite pas de comma. C'est elle qui est, en principe, utilisée pour le piano.