Numéro 5, 20 Septembre 1993

Editorial

Voici le numéro de rentrée de PROLEGOMENES . Vous y trouverez un article de synthèse du Pr. Dijksman sur la construction de mécanismes générateur de lignes droites à partir d'inverseur ainsi qu'un compte-rendu d'une conférence entièrement dédiée à l'objet de cette lettre d'information. Enfin cette lettre n'existe que par les articles, compte-rendus etc.. qui y sont présentés. Une bonne résolution de rentrée serait d'écrire (enfin!) le court article de vos rêves...

Exposé de synthèse

L'inverseur de Peaucellier généralisé

par Evert Dijksman, Mechanism and Machine Theory, Eindhoven University of Technology, Hollande

Introduction

Les mécanismes d'inversion tel que l'inverseur de Peaucellier (découvert en 1781 par L. Lipkin) sont en fait des mécanismes générateurs de vrais lignes droites. Leur cellule de base, habituellement appelée cellule d'inversion, a la propriété de réaliser géométriquement l'inversion d'une courbe plane. Comme l'inversion d'un cercle donne un cercle de taille différente des vrais lignes droites peuvent être produite dans des cas particuliers, ceux où l'origine O appartient au cercle qui est inversé.

Une cellule d'inversion a normalement O comme origine, et pour certains points de la cellule, par exemple P, Q le produit $|OP|.|OQ|$ de leurs distances à l'origine ainsi que l'angle QOP sont indépendants de toutes les variables de mouvement (dans l'inverseur de Peaucellier l'angle QOP est nul). Puisque l'origine O est fixée et que P décrit une courbe quelconque une cellule d'inversion aura deux degrés de liberté.

Cellule d'inversion généralisée

L'inverseur de Peaucellier est un mécanisme à 6 barres dans lequel on reconnait un "deltoid" et un "rhombus". Il a l'inconvénient de se replier sur lui même car le "deltoid" peut devenir aligné ainsi que le "rhombus". Ainsi on doit introduire de nouveaux mécanismes si l'on veut utiliser la cellule d'inversion avec une manivelle.

Renseignements : Jean-Pierre Merlet, INRIA, BP 93, 06902 Sophia-Antipolis cedex. Tel : 93657761. Fax : 93657643.
E-mail : `Jean-Pierre.Merlet@inria.fr`

Une manière d'éviter cet inconvénient est de généraliser la cellule d'inversion. Une *cellule d'inversion généralisée* qui accepte une manivelle comme organe entraîneur peut être obtenue en suivant les règles de conception suivantes (voir figure 1):

- choisir au hasard un mécanisme à 4 barres $OS'D'R'$.
- choisir un point A au hasard et construire le corps rigide ADS', l'angle $S'DA$ étant égal à β, l'origine O placé en D
- construire un triangle DAB_i similaire à $DS'D'$
- trouver l'image $B = Q$ de B_i comme le point sur la ligne B_iD tel que la distance AB_i soit la même que la distance AB.
- déterminer le point C tel que l'angle $CBA = \pi-$ l'angle $R'D'S'$ et que l'angle $CDR' = \pi - \beta$ (ou utiliser le fait que $\frac{|CD|}{|AD|} = -\frac{b^2-a^2}{a}\ \frac{k}{h^2-k^2}$, voir plus loin).
- construisez le mécanisme à 4 barres $ABCD$, le mécanisme $DR'D'$ et le corps rigide CDR'.

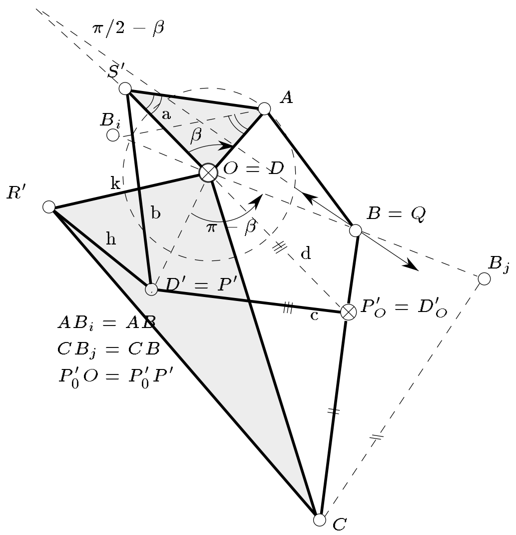

Figure 1:

Puisque

$$|DQ| = 2|AB_i|\cos(\angle AB_iD)$$

$$|B_iD| = 2|DA|\frac{b}{a}\cos(\angle S'D'D) - |DA|\frac{|DD'|}{a}$$

alors que:

$$\frac{a}{|DA|}|DQ||DD'| = 2b|DD'|\cos(\angle S'D'D) - |DD'|^2$$
$$= \quad 2b(b - a\cos(\angle DS'D') - (a^2 + b^2 - 2ab\cos(\angle DS'D') = b^2 - a^2$$

on en déduit:

$$|DQ||DD'| = |DA|\frac{b^2 - a^2}{a} = -|DC|\frac{(h^2 - k^2)}{k}$$

ce qui prouve que pour ce mécanisme $|OP'||OQ| = \mathrm{c}^{\mathrm{te}}$ et que l'angle QOP' est aussi constant (noter que $O = D, Q = B, P' = D'$). Donc ce mécanisme peut être utilisé comme une cellule d'inversion. Ainsi si P' décrit une partie d'un cercle de centre P'_O contenant le point O alors le point Q va décrire une vrai ligne droite. Dans le cas très particulier où $R'S' \perp D'D, |S'D'| = |S'D|, \beta = 0, A = S'$ on retrouve l'inverseur de Peaucellier. On en déduit que ce nouveau mécanisme d'inversion est une *quadruple* généralisation de l'inverseur de Peaucellier.

Choix de la manivelle

Il est recommandé d'utiliser comme entraîneur le corps $S'DA$. Comme $c = d$ (car $|P'_O D'| = |P'_O D|$) le mécanisme à 4 barres $DS'D'P'_O$ (ou $abcd$ pour abréger) peut être conçu comme un "crank-and-rocker" avec des angles de transmissions acceptables. Il est de plus nécessaire que les angles $DR'D'$ et $CBA = \pi - \angle R'D'S'$ n'atteignent pas des valeurs proches de 0 ou de π. Pour satisfaire ces conditions une optimisation a été conduite et a montré que les meilleures valeurs étaient obtenues pour $\beta = 0°, 80°, 90°$ et tels que

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{2} \quad \frac{d}{b} = \frac{3(1+\sqrt{3})}{8} \qquad c = d$$
$$\frac{h}{a} = \sqrt{3} \quad \frac{h}{k} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad k = b \quad |DC| = 6|DA|$$

avec $h = |D'R'|, k = |R'D|$. Le point A (ou le point mobile Q) peut toujours être choisi au hasard. On obtient donc une double infinité de solutions. La direction de la ligne droite

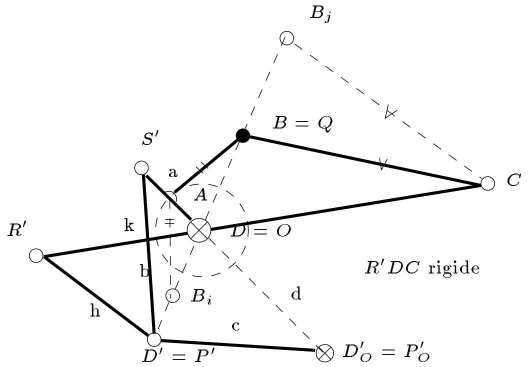

Figure 2: $\beta = 0$. Le point Q bouge sur une droite perpendiculaire à DD'_O. La manivelle peut faire une révolution complète.

décrite par Q peut être ajustée en modifiant l'angle β. Par exemple si $\beta = \frac{\pi}{2}$ la ligne droite sera parallèle à la ligne DD'_O (voir figure 3) alors que pour $\beta = 0$ la ligne droite sera perpendiculaire à la ligne DD'_O (voir figure 2).

Noter aussi que pour les dimensions recommendées pour la cellule les angles de transmissions minimum seront de 30° quelles que soient les valeurs de β et de $|DA|$.

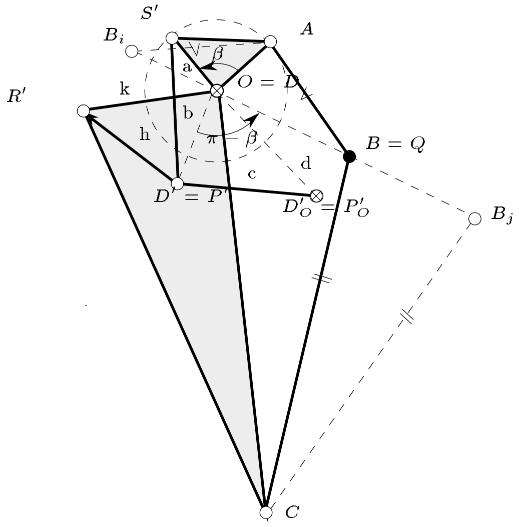

Figure 3: $\beta = 90°$. Le point Q bouge sur une droite parallèle à DD'_O

References

[1] Lipkin L., Bulletin of the St Peterburg Academy of Sciences XVI (1781), pp. 57-60 (voir aussi R.C. Archibald, *Outline of the History of Mathematics*, p. 99, note 280, Mathematical Association of Americal, 1949)

[2] Artobolevskii, I.I., **Mechanism for the generation of plane curves** Chapitre 7 *Use of the properties of inversion*, Pergamon Press, Paris, 1964

[3] Dijksman E.A., *A strong relationship between new and old inversion mechanisms*, Journal of Engineering for Industry, Trans. of the ASME, Series B, **93**, Février 1971, pp. 334-339

[4] Dijksman E.A.,**Motion geometry of mechanisms**, Chapitre 8, *Inversors*, Cambridge University Press, Londres, 1976. **Cinematica de Mecanismos**, Chapitre 8, *Inversores*, Editorial Limusa, S.A., Mexico, 1981.

[5] Dedieu J-P., *Chebyshev et les robots*, Prolégomènes, numéro 2, 30-1-1993

[6] Dijksman E.A., *A way to generalyse Peaucellier's inversor*, Proc. of the 6th Int. Symp. on Linkages and

Computer Aided Design Methods (Theory and Practice of Mechanisms), Volume I, Papier 10, pp. 73-82, SYROM'93, Bucarest, Juin 1993

[7] Dijksman E.A., *Two non-similar contra-parallelogram linkages interconnected at the vertices of a parallelogram*, Proc. of *I Congreso IberoAmericano de Ingeneria Mecanica*, papier numéro 929, Madrid, 21-24 Septembre 1993

Comptes rendus

Conférences Congrès géométrie et cinématique Seggau, Autriche, 4-9/07/1993

L'Autriche est l'un des rares pays où se perpétue la tradition de l'étude de la géométrie classique alliée à une excellente connaissance de la théorie des mécanismes. Les résultats de cette "école" autrichienne restaient jusqu'à présent confidentielles mais des éléments actifs ont décidé de l'ouvrir vers l'extérieur. C'est donc pour la première fois que le Pr. Sachs a décidé d'organiser une conférence internationale sur la géométrie et les mécanismes, combinée avec le premier symposium de la branche autrichienne de l'IFtoMM. C'est dans le château de Seggau, à 30 km de Graz, que se sont réunis une quarantaine de chercheurs: lieu superbe et, bien sûr, organisation admirable. On a pu assister à différentes sortes d'exposés: géométrie pure, mécanismes, mathématiques appliquées à la cinématique, théorie des visseurs. La théorie des visseurs (*screws*) a bien sur été très présente de part la forte représentation des chercheurs anglo-saxons. Il semblerait cependant que subsiste dans ce domaine des problèmes de définition de base (faut t'il parler de "twist" ou de "rate of twist" ?). Le calcul formel était quasiment absent mais les mathématiciens présents ont apportés (et demandés..) beaucoup de rigueur. Ainsi dans le domaine des modèles géométriques directs pour les robots parallèles ils ont fortement critiqué la logique de la recherche frénétique de polynôme mono-variable qui a leur avis ne fait qu'augmenter la complexité du problème et pose des problèmes numériques importants (Gibson).

Le Pr. Wohlhart nous a présenté des mécanismes dont les segments sont des bouts de tores ainsi que des mécanismes à un degré de liberté constitués de juxtaposition de triangle équilatéraux. Ces maquettes ont eu un grand succès. Le Pr. McCarthy nous a présenté une utilisation de l'algèbre de Clifford. D. Chevalier a proposé l'utilisation des groupes de Lie pour obtenir les équations de la dynamique des mécanismes. Marsh d'Edinbourgh nous a parlé de la théorie des singularités en mécanisme. Il a pu ainsi classifier les différentes singularités qui apparaissent dans les courbes de coupleur des mécanismes à 4 barres. Toujours sur le thème du mécanisme à 4 barres, Donelan a proposé différentes méthodes qui permettent d'énumérer les différents types de singularités. Oledzki nous a exposé un résumé des recherches sur les robots parallèles à l'Université de Varsovie. Baker a tenté de proposer une formule générale de mobilité mais ses résultats sont mitigés. Dietmayer a étudié la mobilité des mécanismes à 5 segments avec des articulations rotoïdes. Il est connu que pour 4 segments seul le mécanisme de Bennet a une mobilité non nulle alors que pour 6 segments il existe trois familles (et peut être des familles inconnues). Pour 5 segments on sait qu'il existe le mécanisme de Goldenberg: la question est de savoir si c'est le seul. Dietmayer a trouvé 45 conditions pour qu'il y ait une mobilité non nulle mais une résolution numérique n'a apporté que le mécanisme de Goldenberg. Le problème est donc encore ouvert. Le Pr. Zsombor-Murray de l'Université McGill nous a montré sa famille de cubes pliables. Knapczyk de l'Université de Varsovie a présenté ces travaux sur les modèles géométriques directs des robots parallèles. Principalement il réduit le nombre d'équations initiales et termine par une résolution numérique. Lee étudie les modèles géométriques des mécanismes à 6 segments reliés par des articulations rotoïdes. On sait qu'il en existe trois familles (Sarrus et deux autres familles) et Lee a proposé des modèles pour ces trois familles.

Miller a présenté des solutions à différents problèmes de modèle géométrique pour les robots parallèles de type DELTA. Le Pr. Gibson établit les singularités possibles pour les mouvements à un et deux paramètres, illustrées sur les mécanismes à 4 et 5 barres. Apparemment il est très près de pouvoir exhiber un mécanisme à 4 barres dont la courbe de coupleur présente une singularité de type donné. Le Pr. Hervè a exposé une méthode de modélisation basé sur des exponentielles qui permet d'obtenir facilement les différents modèles. Lenarcic a proposé un mécanisme constitué d'empilement de sections de cylindres. La question qui se pose est de savoir combien il faut de sections pour obtenir une mobilité donnée. **J-P. Merlet**

Problème ouvert

Solutions du modèle géométrique direct d'un système de robots parallèles plans

Soit un robot parallèle plan (figure 4). On appelle *robot miroir* le robot plan obtenu en prenant comme plate-forme mobile l'image miroir de la plate-forme mobile BED du robot initial (on prend comme nouveau point E le symétrique par rapport à la ligne BD du point E) . On sait que si l'on fixe la longueur des trois segments AB, FE, CD du robot il existera au plus 6 postures possibles pour la plate-forme mobile. Peut t'on trouver une géométrie de ce problème tel qu'il existe 6 solutions pour le robot initial et 6 solutions pour le robot miroir? Une autre formulation est: existe t'il un mécanisme à 4 barres tel que la courbe de son coupleur coupe un cercle donné en 6 points et que la courbe de coupleur du mécanisme miroir coupe aussi ce cercle en 6 points? Noter que la courbe de coupleur du mécanisme est une sextique et que la courbe de coupleur du mécanisme miroir est la courbe symétrique par rapport à la droite joignant les deux points fixes A, C de la courbe de coupleur du mécanisme. Pour ce problème Lazard a élaboré une construction

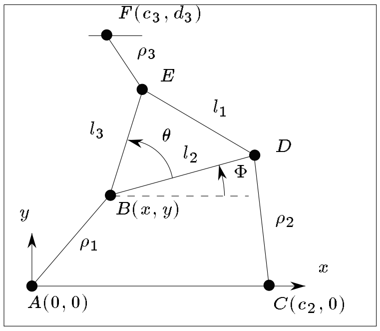

Figure 4: Un robot parallèle plan

permettant effectivement de trouver 12 points d'intersections mais elle nécessite que $|BE| = |ED|$ et le point F se trouve très proche de la ligne AC (figure 5). Les sextiques se décomposent en un cercle C_1 et une courbe de degré 4 C_4. Il est alors possible de trouver un cercle C_i qui coupe les sextiques en un total de 12 points. Mais est t'il possible de trouver d'autres constructions ?

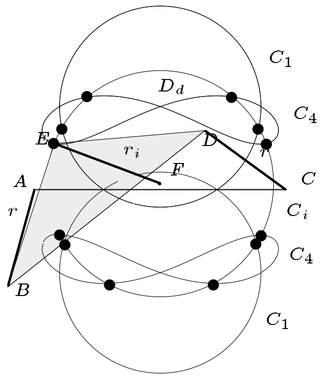

Figure 5: Un exemple à 12 solutions (les intersections sont les cercles noirs).

Une application directe est de trouver le nombre de solutions du modèle géométrique direct de la plate-forme de Stewart..

Rendez-vous

Conférences **Nom**: European Design automation conf.
Date et Lieu: 20-24/09/93, Hambourg
Contact: MESAGO, Rotebuhlstr 83-85,W-7000 Stuttgart 1

Nom: IASTED Int. Conf. Robotics and Manufacturing
Date et Lieu: 23-25/09/1993 Oxford
Contact: IASTED-RM'93, P.O. Box 354, CH-8053, Zurich

Nom: Computational Kinematics
Date et Lieu: 11-15/10/1993 Saarbruck, Allemagne
Contact: IBFI-Geschaftstelle, Schloss Dagsthul
Fachbereich Informatik, Bau 36, Universität des Saarlandes, W-6600 Saarbrücken 11, Allemagne

Nom: 3rd SIAM Conf. on geometric design
Date et Lieu: 25-29/10/93,Seattle
Contact: SIAM, (215) 382 9800

Nom: ISER
Date et Lieu: 28-30/11/1993, Kyoto
Contact: J-P. Merlet

Nom: '93 ICAR
Date et Lieu: 1-2/11/1993, Tokyo
Contact: '93 ICAR, Robotics Society Japan
Bunkyo Shogaku Bldg,6F 1-15-4 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113, Japon

Nom: 24th ISIR
Date et Lieu: 4-6/11/1993, Tokyo
Contact: 24th ISIR, JIRA
Kikai Shinko Bldg,3-5-8, Shiba-Koen, Minato-ku, Tokyo 105, Japon **Nom**: SEA-93, Résolution des systèmes d'équations algébriques
Date et Lieu: 14-19/11/1993 Marseille
Contact: J-P. Merlet

Nom: Tampere Int. Conf. on Machine Automation
Date et Lieu: 16-18/02/1994 Tampere, Finlande
Contact: Tampere University of Technology
Ms. Raili Siekkinen, P.O. Box 527, 33101 Tampere, Finlande
Nom: ISRAM'94
Date et Lieu: 15-17/08/94 Hawai,USA
Contact: E-mail : `isram@houdini.unm.edu`

Nom: Joint Hungarian-British Mechatronics Conf.
Date et Lieu: 21-23/09/1994 Budapest
Contact: Liza Hearst,Institution of Mechanical Enginner
1 Birdcage Walk, London SW1

Appels aux communications

Conférence: IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation
Date et Lieu: 8-13/05/1994 San-Diego, USA
Date limite: 01/10/1993
Contact: H.E. Stephanou,RPI, Troy, New-York 12180-8652,USA

Conférence: Advance in Robot Kinematics
Date et Lieu: 4-6/07/1994
Date limite: 15/02/1994
Contact: J-P. Merlet

Conférence: Symposium on Robot Control
Date et Lieu: 19-21/09/1994 Capri
Date limite: 15/12/1993
Contact: E-mail : `syroco@disna.dis.unina.it`

Conférence: 5th IFIP Conf. on computer applications in production and engineering
Date et Lieu: 25-27/09/94
Date limite: 1/02/94
Contact: PO Box 30 24 80,W-2000 Hambourg 36