Numéro 3, 1 Avril 1993

Editorial

C'est avec plaisir que l'on peut constater que l'implication de la géométrie et du calcul formel dans l'étude de la théorie des mécanismes a suffisamment attiré l'attention pour que de nombreux séminaires et conférences soient organisés sur ce thème.

Cependant l'un des objectifs des recherches en théorie des mécanismes est qu'elles soient intégrées dans des systèmes de simulation qui intéresseraient aussi bien l'industrie que l'enseignement et la recherche. Nous projetons de consacrer un numéro spécial de Prolégomènes sur le thème des systèmes de CAO pour les mécanismes. Nous aimerions donc recevoir des lecteurs possédant ou utilisant de tels logiciels quelques lignes sur leurs systèmes, ces fonctionnalités, ses avantages et inconvénients et les fonctionnalités qu'ils souhaiteraient voir intégrées. Nous en effectuerons une synthèse qui sera présentée dans ce numéro spécial. Et bien sur on peut renouveler l'appel au proposition d'article pour ce bulletin: exposé de synthèse, compte-rendu de thèse, appels aux communications, propositions de stage...A vos plumes!

Exposés de synthèse

Contribution à la conception des structures cinématique des mécanismes

par M. Bennani, E. El Yaagoubi, B. Benssasi, Université Hassan II, ENSEM, Casablanca, Maroc

Il est important dans la conception des systèmes polyarticulés complexes (mécanismes formés par des solides rigides liés en chaîne continue ouverte et/ou en chaîne continue fermée) de dissocier l'aspect topologique de l'aspect dimensionnel et optimisation des mécanismes. Le premier aspect concerne les structures cinématiques tandis que le deuxième vise à dimensionner et optimiser les mécanismes selon des critères telles que la précision, la capacité de charge, l'accélération, le volume de travail, etc..

On note n le nombre de solide du mécanisme, l le nombre de liaisons, b le nombre de boucles, d_i le degré de liberté de la liaison i, d_u le degré de mobilité cinématique, d_{in} le degré de liberté interne, r le rang du système d'équations cinématiques, h l'ordre de surabondance du mécanisme.

La démarche de conception des structures cinématiques des systèmes polyarticulés complexes est composée de plusieurs étapes détaillées comme suit:

Renseignements : Jean-Pierre Merlet, INRIA, BP 93, 06902 Sophia-Antipolis cedex. Tel : 93657761. Fax : 93657643.
E-mail : `Jean-Pierre.Merlet@inria.fr`

Cahier des charges

Les contraintes imposées au cahier des charges sont d'ordre fonctionnelles, économiques et autres telles que :

- le nombre et la nature des degrés de liberté utiles
- la facilité de la réalisation des conditions géométriques et dimensionnelles qui assurent le bon fonctionnement et la réalisation des mécanismes
- l'espace accessible par l'organe terminal
- conditions économiques, de résistance et d'utilisation (fixation ou limitation du nombre de solides dans le mécanisme et de la nature des liaisons à utiliser)

Régle de conception

Les formules de mobilité cinématique des mécanismes spatiaux isostatiques (un coefficient de trois apparaît dans les formules pour les mécanismes plans) sont:

structure des systèmes	formules de mobilité
structure à chaîne continues ouvertes et arborescentes	$d_c = 6n - (6l - \sum^l d_i)$ (1) $n = l$ et $d_c = d_u + d_{in}$
structure à chaînes continues fermées	$d_c = 6n - (6l - \sum^l d_i)$ (2) $b = l - n$ et $d_c = d_u + d_{in}$
structures polyarticulés complexes	combinaison de (1) et (2) en fonction des chaînes

Proposition de mécanismes

Les problèmes posés dans cette étape concernent le choix de structure, de géométrie des systèmes polyarticulés ainsi que la répartition des solides et des liaisons dans ces mécanismes. Le savoir faire du concepteur est précieux pour aborder ces problèmes. Néanmoins certaines solutions peuvent favoriser amplement l'analyse et la réalisation des mécanismes telles que :

- symétrie dans la géométrie
- répartition identique des solides et des liaisons dans les chaînes cinématiques à structure en chaîne continue fermée
- choix des boucles cinématiques sous forme de parallélogrammes pour les mécanismes à structure dite semi-parallèle

Formulation des équations cinématiques

Pour chaque liaison d'un système polyarticulé complexe, il est toujours possible d'établir des relations cinématiques entre les composantes du torseur de la liaison (vitesses linéaire et angulaire de liaison) avec les composantes des torseurs cinématiques des solides qui sont en liaison (vitesses absolues des centres de gravité et vitesses angulaires). Pour le mécanisme entier on peut former un système de $6l$ équations à $6n$ inconnues. Parmi les $6l$ composantes des torseurs de liaison, $6l - \sum d_i$ sont nulles. Ce qui conduit à un système de $6l - \sum d_i$ à $6n$ inconnues. Ce système d'équations noté (E) permet en fait de déterminer l'état des torseurs cinématique des solides du mécanisme (spécification des composantes non nulles de ces torseurs).

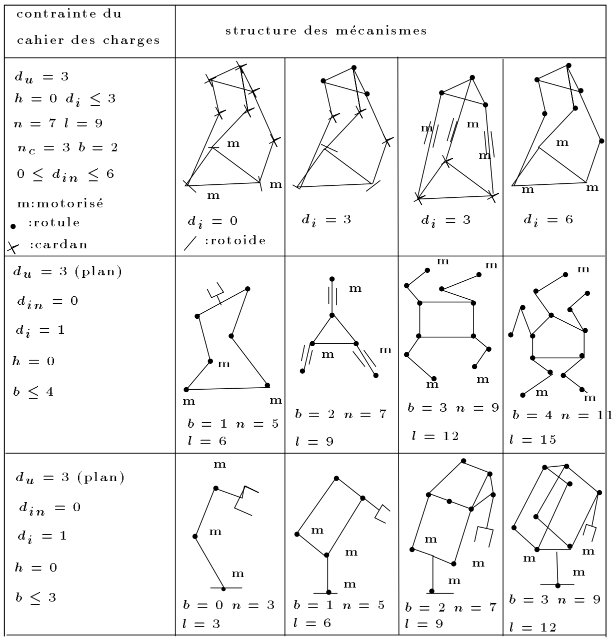
Analyse du rang

Le rang du système d'équation cinématique (E) dépend de la géométrie des mécanismes considérés. L'analyse de ce rang renseigne sur les conditions géométriques et dimensionnelles qui assurent un bon fonctionnement et la réalisation des mécanismes. La comparaison du rang avec les $6l - \sum d_i$ équations et les $6n$ inconnues permet de déterminer le degré de mobilité cinématique et l'ordre de surabondance du mécanisme. Les différentes situations possibles sont résumées dans le tableau suivant:

$r = 6n$	$r = 6l - \sum d_i$	$d_c = 0$	h=0
$r = 6n$	$6l - \sum d_i > r$	$d_c = 0$	$h = (6l - \sum d_i) - r$
$6n > r$	$6l - \sum d_i = r$	$d_c = 6n - (6l - \sum d_i)$	$h = 0$
$6n > r$	$6l - \sum d_i > r$	$d_c = 6n - r$	$h = (6l - \sum d_i) - r$

Exemple

Dans le tableau suivant figure des mécanismes spatiaux et plans isostatiques à trois degrés de liberté.



References

[1] Freudenstein, F. et Dobjanski, L., "On a theory for the type synthesis of mechanisms", 11th Int. Congress of Applied Mechanism, pp. 420-428, Springer Verlag, 1965

[2] Mruthyunjaya, T.S. et Raghavan, M.R., "Computer-aided analysis of the structure of kinematic chains", Mechanism Machine Theory, Vol. 19, No 3, pp. 357-368, 1984

Les groupes de Lie en Cinématique et en Dynamique

par D. Chevallier CERMA-ENPC, URA CNRS 1502 Central 2 la Courtine, 93167 Noisy le Grand Cedex, France. (43 04 40 98)

Les méthodes classiques d'étude de la cinématique et de la dynamique des systèmes de solides rigides expriment habituellement les données des problèmes en termes de coordonnées dès les premières étapes des calculs qui portent alors sur des expressions très volumineuses, dont la structure mathématique n'apparaît pas clairement, et peuvent devenir tout simplement inextricables. Il s'avère que le calcul vectoriel classique en dimension trois ne contient qu'une faible partie, limitée de plus aux aspects algébriques, des structures et règles opératoires profondes sur lesquelles repose la mécanique des systèmes de solides.

Les groupes et les algèbres de Lie permettent de traiter un maximum de calculs sous forme intrinsèque au moyen d'un système complet d'opérations d'algèbre et de calcul différentiel. Pour en faire l'analyse il est commode de classer celles-ci en trois niveaux (des classifications plus fines sont possibles).

Le niveau 1, comprend tout ce qui, dans la modélisation des solides rigides et des contraintes géométriques ou cinématiques ne fait appel qu'à la propriété suivante du groupe des déplacements $\mathcal{D}$:

$$\mathcal{D} \text{ a une structure de groupe de Lie.} \tag{1}$$

Sont alors canoniquement associés à $\mathcal{D}$:

$$\begin{cases} \text{l'algèbre de Lie } \aleph (\text{avec le crochet de Lie}[\cdot,\cdot]), \\ \text{la représentation adjointe Ad de } \mathcal{D} \text{ dans } \aleph, \end{cases} \tag{2}$$

mais les autres particularités de ce groupe ou de cette algèbre n'interviennent pas ici.

A ce niveau peuvent être traitées par exemple les expressions générales des lois de composition des vitesses et accélérations, celles des positions, vitesses et accélérations des solides d'une chaîne ou d'un système arborescent ou encore celles des contraintes géométriques ou cinématiques dans les systèmes bouclés (la classification des sous-groupes de Lie de $\mathcal{D}$ entraîne celle des paires cinématiques). Par exemple, une chaîne de solides articulés est déterminée par les numéros des corps $i = 0, 1, \ldots, n$, les numéros des joints $p = 1, \ldots, n$ et, pour chaque p, la donnée d'un ensemble $\mathbf{L}_p \subset \mathcal{D}$ qui contient les déplacements du corps p relativement au corps

$p-1$ autorisés par le joint p ; dans la plupart des cas pratiques $\mathbf{L}_p$ est un sous-groupe de Lie de $\mathcal{D}$. Toutes les formules de cinématique des chaînes simples sont ainsi des cas particuliers des suivantes :

$$\forall i \in \{1,\ldots,n\}\colon D_i = D_{i-1} \circ A_i \text{ avec } A_i \in \mathbf{L}_i, \qquad (3)$$

$$\frac{d}{dt}D_o = \mathbf{V}_o \circ D_o,\ \frac{d}{dt}A_p = \mathbf{A}_p \circ \mathbf{w}_p, \quad p = 1,\ldots,n, \qquad (4)$$

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{V}_o + \sum_{p\leq i} \mathcal{A}_p \mathbf{w}_p,\ i = 1,\ldots,n, \qquad (5)$$

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}_i &= \dot{\mathbf{V}}_o + [\mathbf{V}_o, \mathbf{V}_i] \\ &\quad + \sum_{p\leq i}\left(\dot{\mathbf{w}}_p + \sum_{q<p}[\mathcal{A}_q\mathbf{w}_q, \mathcal{A}_p\mathbf{w}_p]\right),\end{aligned} \qquad (6)$$

$$\mathcal{A}_p = \mathrm{Ad}(D_o \circ A_1 \circ \ldots \circ A_p),\ p = 1,\ldots,n. \qquad (7)$$

Les $D_i \in \mathcal{D}$ et les A_p sont les déplacements des corps à partir de positions de référence et les déplacements articulaires ; les relations (3) expriment les contraintes géométriques. Les $\mathbf{w}_p \in \aleph$ sont les vitesses articulaires. Les $\mathbf{V}_i \in \aleph$ sont les vitesses des corps, et sont déterminées récursivement, ainsi que leurs dérivées, par les formules (5) et (6), à partir des mouvements du corps de base 0 et des déformations articulaires A_p.

Au niveau 2 interviennent les propriétés liées à l'existence du sous-groupe normal des translations $\mathcal{T}$ de $\mathcal{D}$ (et de son algèbre de Lie qui est un idéal τ de $\aleph$) et, plus précisément, de l'existence de décompositions en produits semi-direct du groupe et de son algèbre de Lie de la forme

$$\mathcal{D} = \mathcal{T} \times \mathbf{Rot}(O), \quad \aleph = \tau \oplus \gamma(O),$$

($\mathbf{Rot}(O)$ sous-groupe de rotations, $\gamma(O)$ sous-algèbre de $\aleph$ correspondante, O point quelconque). Le mode de décomposition des relations de la cinématique et de la dynamique en deux groupes traitant des vitesses et moments linéaires d'une part et des vitesses et moments angulaires d'autre part s'expliquent à ce niveau.

En ce qui concerne l'algèbre de Lie $\aleph$, deux opérations naturelles apparaissent au niveau 2 : la forme bilinéaire de Klein $[\cdot|\cdot]$ et un opérateur linéaire $\Omega\colon \aleph \to \aleph$ tels que :

$$[\cdot|\cdot] \text{ (est symétrique non dégénérée“invariante''),} \qquad (8)$$

$$\mathrm{Noyau}(\Omega) = \mathrm{Image}(\Omega) = \tau,\ \text{donc } \Omega^2 = 0. \qquad (9)$$

Ces propriétés expliquent notamment la théorie des torseurs (ou “des vis”) ; la forme de Klein intervient notamment dans la notion de réciprocité des vis (qui n'est autre que l'orthogonalité selon cette forme) et l'expression de la puissance d'un effort.

Les propriétés algébriques de l'opérateur Ω expliquent l'intervention de l'anneau Δ des nombres duaux et des quaternions duaux dans l'expression de la cinématique ; en fait il s'avère que l'algèbre de Lie $\aleph$, *a priori* sur $\mathcal{R}$, est aussi une algèbre de Lie sur Δ et que toutes les opérations intervenant en cinématique sont Δ-linéaires (donc exprimables par des matrices de nombres duaux).

Le niveau 3 opère sur les formes développées des expressions mathématiques des niveaux 1 et 2, en termes de matrices de nombres réels ou duaux, et n'appelle pas ici de commentaire spécial sinon que la structure profonde apparaît aux niveaux 1 et 2 où ces expressions prennent en outre la forme la plus compacte.

L'inertie d'un solide est décrite au niveau 1 en attachant un opérateur linéaire $\mathbf{H_S} \in \mathcal{L}(\aleph)$ à chaque position $\mathbf{s}$ du solide. $\mathbf{H_S}$ exprime la relation entre les torseurs des vitesses ($\mathbf{V}$) et des quantités de mouvements ($\mathbf{H_S}(\mathbf{V})$) et vérifie :

$$\mathbf{H}_{A.\mathbf{S}} = \mathrm{Ad}A \circ \mathbf{H_S} \circ \mathrm{Ad}A^{-1}, \quad A \in \mathcal{D}. \qquad (10)$$

L'équation d'Euler prend alors la forme

$$\frac{d}{dt}\mathbf{H_S}(\mathbf{V}) \equiv \mathbf{H_S}(\dot{\mathbf{V}}) + [\mathbf{V}, \mathbf{H_S}(\mathbf{V})] = \mathbf{F}. \qquad (11)$$

Des formules comme (5), (6), (10) et (11) fournissent un algorithme geénéral de calcul des torseurs dynamiques des systèmes articulés. Il s'avère alors que tous les termes dynamiques s'expriment exclusivement a l'aide des opérateurs $\mathbf{H_S}$ et des opérateurs bilinéaires $\mathbf{C_S}\colon \aleph \times \aleph \to \aleph$ tels que

$$\mathbf{C_S}(\mathbf{U},\mathbf{V}) = [\mathbf{U}, \mathbf{H_S}(\mathbf{V})] + [\mathbf{H_S}(\mathbf{U}), \mathbf{V}] + \mathbf{H_S}([\mathbf{U},\mathbf{V}]).$$

La structure très compliquée des termes quadratiques des équations dynamiques peut ainsi être analysée au niveau 1. Au niveau 2 interviennent les expressions des opérateurs $\mathbf{H_S}$ et $\mathbf{C_S}$ en fonction de la masse, la position du centre d'inertie et l'opérateur d'inertie central du solide. L'équation (11) se projète dans $\gamma(G)$ et τ en deux équations qui sont respectivement les équations du moment linéaire et du moment cinétique par rapport au centre d'inertie G.

References

[1] V.Arnold. Mathematical methods in classical mechanics, seconde édition. Springer (1989).

[2] D. P. Chevallier. Lie Algebras, Modules, Dual Quaternions and Algebraic Methods in Kinematics. Mech. Mach. Theory Vol. 26 No 6 pp.613-627,1991.

[3] D.P. Chevallier. Groupes de Lie et mécanique des systèmes de corps rigides. Séminaire Modelisation Mathématique, Kassel 1984, 231-270 Mac Graw Hill.

[4] D.P. Chevallier. Géométrie des groupes de Lie et théorie newtonienne de l'inertie. C.R.A.S. Paris T.292, 503-506, 1981.

[5] P.Fanghella. Kinematics of Spatial Linkage by Group Algebra : a Structure-Based Approach. *Mech. Mach. Theory* **23**. No. 3, 171-183 (1988).

[6] J.M.Hervé. Analyse structurelle des Mécanismes par groupe des Déplacements. *Mech. Mach. Theory* **13**, 437-450 (1978).

[7] J.M.Hervé. Intrinsic Formulation of Problems of Geometry and Kinematics of Mechanisms. *Mech. Mach. Theory* **17**, 179-184 (1982).

[8] A. Karger, J. Novak. Space Kinematics and Lie Groups. Gordon and Breach Science Publishers 1985.

[9] A. Karger. Geometry of the Motion of Robot Manipulators. Manuscripta Math. 62, 115-126 (1988).

[10] F.Thomas and C.Torras. A Group-Theoretic Approach to the Computation of Symbolic Part Relations. *IEEE J. Robotics and Automation*.**4**. No. 6 (1988).

Rendez-vous

Conférences

Nom: 5th Topical Meeting on Robotics and Remote Handling
Date et Lieu: 26-29/04/93,Knoxville
Contact: PO. Box 200001,Oak Ridge,TN 37831,USA

Nom: Int. Conf. on Robotics and Automation
Date et Lieu: 2-7/05/93, Atlanta
Contact: J. Luh, Tel:(803) 656-5936

Nom: Computers in Design, Manufacturing and Production
Date et Lieu: 24-27/05/1993, Evry
Contact: SEE

48 Rue de la Procession, 75724 Paris Cedex 15
Nom: Computerized Symbolic Manipulation in Mechanics (Advanced School)
Date et Lieu: 12-16/07/1993, Udine, Italie
Contact: CISM

Palazzo del Torso, Piazza Garibaldi 18, 33100 Udine, Italie
Nom: IFIP Working Conf. on geometric modeling in computer graphics
Date et Lieu: 28/06-2/07/93, Génes
Contact: CNR, Tel: (39) 10 515510

Nom: Geometry, Kinematics and Robotics, 1st Austrian IFTOOM Symp.
Date et Lieu: 4-9/7/1993 Seggauberg, Autriche
Contact: Pr. H Sachs, Inst. f. Geometrie der MU

Peter Tunner Strasse 27, A-8700 Leoben, Autriche
Nom: Int. Conf. on Advanced Mechatronics
Date et Lieu: 2/8/93-4/8/93, Tokyo
Contact: Pr. Takeno, Fax:(81) 44 934 2880

Nom: 3rd SIAM Conf. on geometric design
Date et Lieu: 25-29/10/93,Seattle
Contact: SIAM, (215) 382 9800

Nom: ISER
Date et Lieu: 28-30/11/1993, Kyoto
Contact:

Nom: '93 ICAR
Date et Lieu: 1-2/11/1993, Tokyo
Contact: '93 ICAR, Robotics Society Japan

Bunkyo Shogaku Bldg,6F 1-15-4 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113, Japon
Nom: 24th ISIR
Date et Lieu: 4-6/11/1993, Tokyo
Contact: 24th ISIR, JIRA

Kikai Shinko Bldg,3-5-8, Shiba-Koen, Minato-ku, Tokyo 105, Japon **Nom**: SEA-93, Résolution des systèmes d'équations algébriques
Date et Lieu: 14-19/11/1993 Marseille
Contact: J-P. Merlet

Appels aux communications

Conférence: Design Automation Conf.
Date et Lieu: 13-18/06/93, Dallas
Date limite: -
Contact: MP Associates, Tel: (803) 530-4333

Conférence: IASTED Int. Conf. Robotics and Manufacturing
Date et Lieu: 23-25/09/1993 Oxford
Date limite: 01/05/1993
Contact: IASTED-RM'93, P.O. Box 354, CH-8053, Zurich

Conférence: Computational Kinematics
Date et Lieu: 11-15/10/1993 Saarbruck, Allemagne
Date limite: 1/05/1993
Contact:

IBFI-Geschaftstelle, Schloss Dagsthul, Fachbereich Informatik, Bau 36, Universität des Saarlandes, W-6600 Saarbrücken 11, Allemagne
Conférence: Tampere Int. Conf. on Machine Automation
Date et Lieu: 16-18/02/1994 Tampere, Finlande
Date limite: 30/04/1993
Contact: Tampere University of Technology

Ms. Raili Siekkinen, P.O. Box 527, 33101 Tampere, Finlande

Brèves

Le prochain numéro de Prolégomènes contiendra un article de Jacques M. Hervé de l'Ecole Centrale de Paris intitulé "Théorie mathématique des groupes et conception des systèmes mécaniques"

Une synthèse 30 pages sur les méthodes de détermination du nombre de solutions des équations algébriques , de leur localisation et d'établissement de bornes sur leurs valeurs maximales et minimales est disponible. Contacter J-P. Merlet E-mail : `merlet@cygnusx1.inria.fr`