PROLEGOMENES PRObLEmes de Géométrie pour les MEcanismes: Les NouvellES

Numéro 1, 7 Décembre 1992

Editorial

Voici le premier numéro de Prolégomènes. Les réactions à la sortie du numéro 0 ont été dans l'ensemble très favorables avec parfois des réticences sur le nom de cette publication... Ces réactions montrent clairement un intérêt très fort pour les sujets traités.

Le nombre d'abonnés à Prolégomènes s'éléve maintenant à 77 personnes en France mais aussi en Belgique, au Canada, en Espagne, aux Etats-Unis, au Maroc, en Norvège et en Suisse.

Après le numéro 0 entièrement composé à l'INRIA vous allez trouver dans ce numéro deux articles de synthèse provenant de l'Université McGill de Montréal et du groupe Calcul Formel de l'INRIA Sophia-Antipolis ainsi que la présentation d'une équipe de Clermont-Ferrand.

Une publication comme celle-ci ne vit que par l'apport de ces lecteurs: toute proposition d'article ou de compte-rendu est donc évidemment la bienvenue.

Exposés de synthèse

La plateforme de Stewart

par B. Mourrain (INRIA)

Considérons six points $(X_i)_{1\leq i\leq 6}$ fixes et six points $(Z_i)_{1\leq i\leq 6}$ d'un même solide en mouvement. Notons $\rho_i = \|X_iZ_i\|$ les longueurs des articulations entre les points fixes et en mouvement. Notons $\mathcal{D}$ l'ensemble des déplacements de $\mathbb{R}^3$. L'image d'un point X de $\mathbb{R}^3$ par un déplacement D de $\mathbb{R}^3$ est la composée d'une rotation R et d'une translation $T : D.X = R.X + T$.

Nous allons nous intéresser à l'application qui à un élément D de $\mathcal{D}$ associe les carrés des six distances ρ_i^2 entre les points X_i et les points $Z_i = D.Y_i$ où Y_i est la position "initiale" du point Z_i :

$$\begin{array}{rcl} \psi : \mathcal{D} & \to & \mathbb{R}^6 \\ D & \mapsto & (\rho_1^2, \ldots, \rho_6^2) \end{array}$$

avec $\rho_i^2 = \|Z_i - X_i\| = \|D.Y_i - X_i\|$.

Image réciproque

Le problème consiste à determiner un déplacement D de $\mathbb{R}^3$ tel que l'image $D.Y_i$ soit à une distance donnée ρ_i du point X_i pour $1 \leq i \leq 6$.

Combien d'images réciproques peut avoir un point $(\rho_1^2, \ldots, \rho_6^2)$ de $\mathbb{R}^6$?

Renseignements : Jean-Pierre Merlet, INRIA, BP 93, 06902 Sophia-Antipolis cedex. Tel : 93657761. Fax : 93657643.
E-mail : `Jean-Pierre.Merlet@inria.fr`

Nous allons en fait nous placer sur $\mathbb{C}$ et chercher les images réciproques parmi les couples (R, T) où $R = (r_{i,j})$ est une matrice vérifiant $R.{}^tR = Id_3$ et $T = (t_1, t_2, t_3)$ avec $r_{i,j}, t_i \in \mathbb{C}$. Ceci revient à considérer sur $\mathbb{C}$ le système suivant:

$$\begin{array}{rl} & [R.Y_i + T - X_i, R.Y_i + T - X_i] = \rho_i^2 \\ = & [Y_i, Y_i] + [T, T] + [X_i, X_i] \\ + & 2\,[R.Y_i, T] - 2\,[X_i, T] - 2\,[R.Y_i, X_i] \end{array}$$

En supposant que $X_6 = Y_6 = O$, on en déduit donc que $[T, T] = \rho_6^2$ et le système se transforme en:

$$\left\{ \begin{array}{l} [T,T] = \alpha_0 \\ [R.Y_1, T] - [X_1, T] - [R.Y_1, X_1] = \alpha_1 \\ [R.Y_2, T] - [X_2, T] - [R.Y_2, X_2] = \alpha_2 \\ [R.Y_3, T] - [X_3, T] - [R.Y_3, X_3] = \alpha_3 \\ [R.Y_4, T] - [X_4, T] - [R.Y_4, X_4] = \alpha_4 \\ [R.Y_5, T] - [X_5, T] - [R.Y_5, X_5] = \alpha_5 \end{array} \right.$$

où les nombres α_i sont déterminés par les points X_i, Y_i et les distances ρ_i et $[\ ,\ ]$ désigne le produit scalaire de $\mathbb{C}^3$.

Degré de l'application Ψ

Intéressons-nous aux quatre premières équations et à la surface décrite par Y_4 les articulations (X_4, Z_4) et (X_5, Z_5) étant libres. Comme $T = Z_4 - R.Y_4$ on obtient un système de la forme

$$\left\{ \begin{array}{l} [R.Y_4, Z_4] - \frac{1}{2}[Z_4, Z_4] = \beta_0 \\ [R.Y_1, Z_4] - [R.Y_1, X_1] + [R.Y_4, X_1] - [X_1, Z_4] = \beta_1 \\ [R.Y_2, Z_4] - [R.Y_2, X_2] + [R.Y_4, X_2] - [X_2, Z_4] = \beta_2 \\ [R.Y_3, Z_4] - [R.Y_3, X_2] + [R.Y_4, X_3] - [X_3, Z_4] = \beta_3 \end{array} \right.$$

$(\beta_i \in \mathbb{R})$. Utilisons la représentation rationnelle des rotations suivante (provenant des quaternions) :

$$R = \frac{1}{a^2+b^2+c^2+d^2} \times \left[\begin{array}{ccc} a^2+b^2-c^2-d^2 & 2\,(b\,c-d\,a) & 2\,(b\,d-c\,a) \\ 2\,(b\,c+d\,a) & a^2-b^2+c^2-d^2 & 2\,(c\,d-b\,a) \\ 2\,(b\,d+c\,a) & 2\,(c\,d+b\,a) & a^2-b^2-c^2+d^2 \end{array} \right]$$

et représentons Z_4 par $(\frac{x}{t}, \frac{y}{t}, \frac{z}{t})$. Le système ci-dessus se transforme (après réduction au même dénominateur) en un système bi-homogène en (a, b, c, d) et (x, y, z, t) de bi-degré $(2, 2)$, $(2, 1)$, $(2, 1)$, $(2, 1)$.

L'équation de la surface V_4 décrite par Z_4 est alors le résultant de ce système par rapport à (a, b, c, d) (on élimine ces variables pour obtenir un polynôme en (x, y, z, t)). Le degré du résultant par rapport aux coefficients de chaque ligne est ici $2 \times 2 \times 2 = 8$, ce qui nous donne comme degré total en (x, y, z, t) : $8 \times (2 + 1 + 1 + 1) = 40$.

On appelle ombilique la courbe du plan à l'infini définie par $t = 0, x^2 + y^2 + z^2 = 0$.

On montre que la surface précédente contient l'ombilique avec une multiplicité 20.

Considérons alors la partie affine de la courbe obtenue par intersection de cette surface avec une sphère S_4 centrée en

X_4 de rayon ρ_4. On obtient, d'après le théorème de Bézout et en enlevant la partie à l'infini, une courbe C_4 de degré $2\times 40-20\times 2=40$ qui coupe le plan à l'infini sur l'ombilique. Le théorème de Fichter nous dit alors que la courbe C_5 décrite par un autre point (générique) Z_5 du solide est du même type. Si on l'intersecte avec la sphère S_5 centrée en X_5 de rayon ρ_5, on trouve (toujours d'après le théorème de Bézout) et en enlevant les points à l'infini de cette courbe qui sont sur l'ombilique, c'est-à-dire aussi sur la partie à l'infini de la sphère S_5, $40\times 2-40$ points (complexes) affines, ou encore 40 positions possibles pour le plateau du haut pour des longueurs "génériques" (ρ_i).

On montre de même que si les deux plateaux sont isométriques, le nombre de solutions complexes est génériquement 24.

La Solution Semigraphique des Problèmes Non-Linéaires en Cinématique

par K. Etemadi-Zanganeh et J. Angeles, Université McGill, Montréal

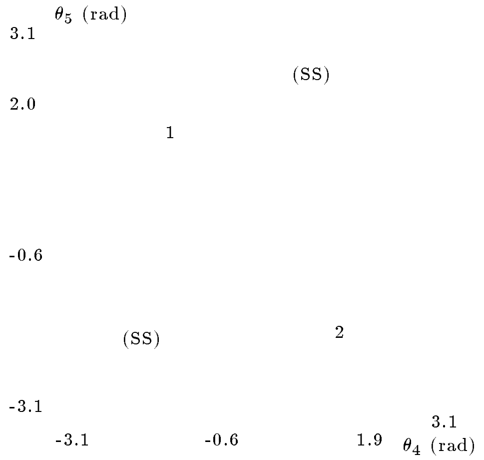
Dans la majorité des problèmes cinématiques, qu'ils soient de l'analyse ou de la synthèse, les modèles mathématiques qui en découlent comprennent un système d'équations algébriques de type non-linéaire essentiellement dû à la présence de fonctions trigonométriques. Les principaux problèmes sous-jacents ont des caractéristiques communes avec les systèmes algébriques non-linéaires (SAN), à savoir, *i*) des questions sur l'existence et la multiplicité de solutions, *ii*) l'identification de solutions fictives, *iii*) la bifurcation et *iv*) les singularités. En cinématique, les méthodes de solution des SAN peuvent être classées en deux groupes distincts, autrement dit, *i*) méthodes numériques itératives comme celles de *Newton*, qui ont pour but de trouver une seule solution isolée et *ii*) les méthodes numériques exhaustives qui mènent à toutes les solutions possibles. Basée sur cette classification, notre méthode peut être classée dans le second groupe. En fait, cette méthode peut être considérée comme une nouvelle méthode hybride numérico-graphique qui combine des caractéristiques interactives de l'infographie avec les calculs symboliques/numériques. Ceci est une approche bien différente d'autres méthodes telles que la réduction d'un polynôme mono-variable d'ordre supérieur, la méthode polynômiale de continuation et les algorithmes de bases de Gröbner.

La méthode semigraphique a été tout d'abord proposée par Williams (1989) à l'Université McGill. Depuis, elle a constamment progressée et a été appliquée avec succès aux différents types de problèmes en cinématique tels que le problème de Burmester (Chang, Angeles et Gonzalez-Palacios, 1991), le modèle cinématique inverse des manipulateurs à six articulations rotoïdes (Angeles et Etemadi-Zanganeh, 1992a) et le modèle géométrique directe des manipulateurs de type plate-forme (Angeles et Etemadi-Zanganeh, 1992b).

Notre méthode est basée sur la réduction symbolique des SAN en deux ou trois équations bi-variables. Ces dernières sont par la suite tracées sous forme de contours dans le plan des deux variables inconnues. D'une part, toutes les solutions réelles des équations pré-citées sont obtenues en tant que points d'intersection des contours sur les tracés superposés. L'un des avantages majeurs de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas de solution initiale. D'autre part, elle est applicable d'une manière équivalente aux systèmes d'équations polynômiales et non-polynômiales. De plus, l'application de cette méthode n'est pas limitée à la cinématique et peut être utilisée dans d'autres domaines de l'ingénierie qui mène habituellement aux SAN.

Afin d'avoir un meilleur aperçu à propos de cette méthode, le tracé des contours superposés du manipulateur DIESTRO extrait de (Angeles et Etemadi-Zanganeh, 1992a) est reproduit ci-dessous. Ce manipulateur orthogonal peut admettre deux solutions isolées (1 & 2), ainsi qu'un nombre infini de solutions singulières (SS), quand l'organe terminal est en position dite isotrope. En outre, les solutions singulières peuvent être repérées visuellement à partir des courbes recouvertes sur ce tracé.

Enfin, l'angle entre les tangentes aux contours aux points d'intersection donne un estimé (pessimiste) du nombre de condition de la solution en question.



Contours superposés du manipulateur DIESTRO

Bibliographie

Angeles, J. et Etemadi-Zanganeh, K., 1992a, 'The Semigraphical Determination of All Real Inverse Kinematic Solution of General Six-Revolute Manipulators', *Proc. of the 9th CISM-IFToMM Symp.*, Sept. 1-4, Udine, en presse.

Angeles, J. et Etemadi-Zanganeh, K., 1992b, 'The Semigraphical Solution of the Direct Kinematics of General Platform Manipulators', *Proc. of the 4th Symp. on Robotics and Manufacturing*, Nov. 11-13, Santa Fe, Vol. 4, pp. 45–52.

Chang, C. Y., Angeles, J. et González-Palacios, M. A., 1991, 'A Semigraphical Method for the Solution of the Burmester Problem', *Proc. 17th Design Auto. Conf.*, Miami, ASME, DE-Vol. 32-2, pp. 321–326.

Williams, O. R., 1989, *Kinematics and Design of Robotic Manipulators with Complex Architectures*, Mémoire de maîtrise, Département de génie mécanique, Université McGill, Montréal.

Comptes rendus

Thèses

Outils Formels pour la Modélisation en Mécanique
par Yves PAPEGAY
INRIA Sophia projet SAFIR

Vendredi 13 novembre 1992, 14h. 30

On s'intéresse à la possibilité d'écrire de manière automatique un ensemble d'équations différentielles régissant la dynamique de systèmes de corps mécaniques reliés entre eux, à partir de leurs descriptions physiques.

On rappelle les objets mécanique et mathématique qui interviennent dans l'étude dynamique de tels systèmes et on met en évidence un problème fondamental: la nature de l'ensemble des configurations admissibles des mécanismes à structures bouclées.

Une étude détaillée, sur un exemple, des différentes méthodes de génération des équations du mouvement, dans l'optique de leur implantation dans un logiciel de calcul symbolique, montre l'intérêt des techniques formelles et permet de spécifier les outils qui doivent être crées pour mener à bien cette implantation. On présente les outils formels qui ont été développés dans ce but.

On apporte, pour finir, des éléments de solution au problème de la détermination de la dimension des variétés de configurations de mécanismes à structures bouclées en présentant plusieurs méthodes faisant appel à des techniques algébriques, probabilistes, et géométriques ainsi que leurs implantations et leurs expérimentations.

Etude numérique des systèmes triangulaires d'équations algébriques: application à la robotique
par Alain Pietrus
Université de Poitiers

Jeudi 3 Décembre 1992

Le but de cette thèse est de montrer dans quelle mesure l'analyse numérique des systèmes d'équations algébriques, peut apporter une réponse à certains problèmes de robotique.

L'accent est surtout mis sur le problème de la cinématique directe des manipulateurs parallèles mais conviendrait aussi à d'autres domaines.

Ce problème de cinématique directe, peut se traduire par un système d'équations algébriques et nous montrons comment trianguler un tel système à l'aide de la méthode Ritt.

Nous étudions ensuite le problème de la propagation des erreurs lors de l'utilisation des méthodes classiques de résolution des systèmes triangulaires (calcul des racines d'une équation, report de ces valeurs dans les équations suivantes).

Aussi, nous proposons une nouvelle méthode de résolution que nous appelons Sym-New. Elle permet de résoudre complètement, sans propagation d'erreurs, un système triangulaire d'équations algébriques dont les racines sont simples. Cette méthode utilise l'itération de Newton appliquée à un système formé des fonctions symétriques des racines du système triangulaire.

Nous étudions enfin la complexité de cette méthode et nous donnons quelques exemples numériques.

Brèves

Phillipe Guglielmetti de l'Institut d'Automatique de l'EPFL de Lausanne suggère la constitution d'une base de données d'articles dans les domaines qui nous concernent. Il constate en effet que les articles sont dispersés dans les bases de données existantes. La création d'une telle base est envisageable avec le support matériel de l'INRIA. Elle serait constituée à partir des contributions volontaires des lecteurs de Prolégomènes qui devraient nous envoyer une liste d'articles. Nous en reparlerons dans le prochain numéro.

Présentation

IFMA, LaRAMA, Primeca
par le Pr. C. Bohatier

A Clermont-Ferrand, l'IFMA (Institut Français de Mécanique Avancée), grande école d'ingénieurs formant aux métiers de la conception intégrée en mécanique comporte trois pôles: Produit et Structures, Mécanismes Machines et Systèmes, Systèmes de Production Automatisés. Il développe ses activités d'enseignement et de recherche en CMAO (Conception Mécanique Assistée par Ordinateur). L'IFMA est un membre actif de PRIMECA (Pôle de Ressources Informatiques pour la MECAnique crée à l'initiative de l'Académie des Sciences).

Le LaRAMA: Laboratoire de Recherche et Applications en Mécanique Avancée, a été crée en 1990 par l'équipe des pionniers de l'IFMA. Il entend être un élément moteur dans ce domaine. Il participe également activement à la formation doctorale Matériaux, Structures, Fiabilité de l'Université Blaise Pascal dans le cadre de l'école doctorale des Sciences pour l'ingénieur.

Activité recherche mécanismes-IFMA:

Conception intégrée des mécanismes: Dans le cadre d'une collaboration IFMA-INRIA-INSA Toulouse est développée une approche fonctionnelle de la conception induisant la définition d'un "atelier de conception intelligent", sa structure, ses activités intégrant les concepts d'intégration et d'ingénierie simultanée.

Analyse et simulation de mécanismes: Les travaux virtuels portent sur les conditions de fonctionnement réel de mécanismes sous sollicitations dynamiques: contact unilatéral, jeux, frottement, influence des déformations. Ces travaux visent l'intégration aux outils d'analyse avec mise en équation automatique de type éléments finis: "the Joint Element Method", dans le but de la conception de mécanismes.

C. Bohatier
IFMA, Campus des Cézeaux, BP 265
63175 Aubière Cedex, France
Tel: (33) 73 28 80 00, Fax: (33) 73 28 81 00

Rendez-vous

Séminaires **Nom**: SEA93
Date et Lieu: 14-19 Novembre 1993. Marseille
Contact: J-P. Dedieu, J-P. Merlet

Thème du Colloque:

Ce colloque a pour thème la résolution des systèmes d'équations algébriques. Nous souhaitons autour du thème choisi réunir des intervenants venant d'horizons différents : calcul formel, analyse numérique, robotique, vision, et créer un lieu de confrontation et d'échange. De façon plus précise chacun des organisateurs sera responsable de l'un des aspects développés : J.P. Dedieu pour l'analyse numérique, D. Duval pour le calcul formel et J.P. Merlet pour la robotique.

Comité scientifique:

Le comité scientifique de ce colloque est à l'heure actuelle composé des personnalités suivantes : **Jean DELLA-DORA**, **Daniel LAZARD**, **Jean Jacques RISLER**, **Carlo TRAVERSO**, en plus des organisateurs.

Invitations:

L'aspect "Méthodes d'homotopie pour la résolution des systèmes" est mal représenté en Europe. Un effort particulier sera donc fait pour inviter des intervenants anglo-saxons autour de ce thème Nous nous sommes assurés de la participation de J. ANGELES (MacGill, Montréal), C. GIBSON (Université de Liverpool, UK) et, sous réserve, WAMPLER (General Motor, USA).

Aspects techniques:

Nous souhaitons que le nombre de participants à ce colloque soit d'environ quarante personnes.

Appel aux communications:

Un appel aux communications sera proposé durant le mois de Janvier 1993. Pour plus d'information contacter: J-P. Dedieu E-mail : `dedieu@cix.cict.fr`, J-P. Merlet E-mail : `merlet@cygnusx1.inria.fr`

Conférences

Nom: Int. Conf. on Robotics and Automation
Date et Lieu: 2-7/05/93, Atlanta
Contact: J. Luh, Tel:(803) 656-5936

Nom: 5th Topical Meeting on Robotics and Remote Handling
Date et Lieu: 26-29/04/93,Knoxville
Contact: PO. Box 200001,Oak Ridge,TN 37831,USA

Nom: Int. Symp. on Intelligent Robotics
Date et Lieu: 7-9/01/93,Bangalore
Contact: Fax: (91) 812 265 615

Nom: 1st Int. Workshop on Mechatronics in Medecine and Surgery
Date et Lieu: 26-28/10/92,Costa del Sol
Contact: Mrs Jean Foster, Fax:(272) 257127

Nom: 6th Int. Conf. on symbolic and logical computing
Date et Lieu: 15-16/10/92,Madison
Contact: E. Johnson,114 Beadle Hall, Madison, SD 57042

Nom: IFIP Working Conf. on geometric modeling in computer graphics
Date et Lieu: 28/06-2/07/93, Genes
Contact: CNR, Tel: (39) 10 515510

Nom: Int. Conf. on Advanced Mechatronics
Date et Lieu: 2/8/93-4/8/93, Tokyo
Contact: Pr. Takeno, Fax:(81) 44 934 2880

Appels aux communications

Conférence: Design Automation Conf.
Date et Lieu: 13-18/06/93, Dallas
Date limite: -
Contact: MP Associates, Tel: (803) 530-4333

Conférence: 3rd SIAM Conf. on geometric design
Date et Lieu: 25-29/10/93,Seattle
Date limite: 22/03/93
Contact: SIAM, (215) 382 9800

Conférence: '93 ICAR
Date et Lieu: 1-2/11/1993, Tokyo
Date limite: 01/03/93
Contact: '93 ICAR, Robotics Society Japan

Bunkyo Shogaku Bldg,6F 1-15-4 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113, Japon

Conférence: 24th ISIR
Date et Lieu: 4-6/11/1993, Tokyo
Date limite: 30/03/93
Contact: 24th ISIR, JIRA

Kikai Shinko Bldg,3-5-8, Shiba-Koen, Minato-ku, Tokyo 105, Japon

Conférence: ISER
Date et Lieu: 28-30 Octobre 1993, Kyoto
Date limite: 15/03 1993
Contact: sur invitation, contact pour la France: J-P. Merlet