

Les maths, c'est magique.

Frédéric Havet

MASCOTTE, commun I3S(CNRS/UNSA)-INRIA Sophia Antipolis

Fête de la science – 21-24 octobre 2010

Quel est votre âge?

- ▶ Multipliez votre âge par dix pour obtenir un premier nombre.
- ▶ Choisissez un nombre de 1 à 9 et multipliez le par 9 pour obtenir un deuxième nombre.
- ▶ Retranchez le deuxième nombre au premier nombre

Donnez-moi le résultat et je vous dirai votre âge (et le nombre que vous avez choisi).

Quel est votre âge? – le truc

Soit X le nombre obtenu. Le nombre choisi N est le chiffre des unités et l'âge la somme du chiffre N et du nombre Y obtenu à partir de X en effaçant le chiffre des unités.

N : nombre entre 1 et 9. A : âge.

On calcule $X = 10A - 9N = 10(A - N) + N$.

Donc le chiffre des unités de X est N .

Et $Y = (X - N)/10 = A - N$.

On a donc bien $Y + N = A$.

Tour du billet de banque

- ▶ Prenez un billet de banque 5, 10, 20, 50, 100 ou 500 euros.
- ▶ Ce billet est numéroté: une lettre et 11 chiffres.
- ▶ Donnez-moi la somme du 1er et du 2eme chiffre, puis celle du 2eme et du 3eme, puis celle du 3eme et du 4eme, et ainsi de suite, jusqu'a la somme du 10eme et 11eme chiffre.
- ▶ Enfin donnez-moi la somme du dernier et du premier chiffre.

Je vous parie votre billet que je vous donne les 11 chiffres de son numéro.

Tour du billet de banque – le truc

x_1, x_2, \dots, x_{11} les chiffres du code.

On donne $s_1 = x_1 + x_2$, $s_2 = x_2 + x_3$, \dots , $s_{10} = x_{10} + x_{11}$ et $s_{11} = x_{11} + x_1$.

Pour retrouver les x_i , c'est facile. En effet,

$$2x_1 = s_1 - s_2 + s_3 - s_4 + s_5 - s_6 + s_7 - s_8 + s_9 - s_{10} + s_{11}$$

$$2x_2 = s_2 - s_3 + s_4 - s_5 + s_6 - s_7 + s_8 - s_9 + s_{10} - s_{11} + s_1$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$2x_{11} = s_{11} - s_1 + s_2 - s_3 + s_4 - s_5 + s_6 - s_7 + s_8 - s_9 + s_{10}$$

Devin

- ▶ Pensez à un nombre entre 0 et 63.
- ▶ Pour chacune des six listes ci-dessous dites moi si le nombre est dedans ou pas. Je devinerai votre nombre.

32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51
52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63

16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 48 49 50 51
52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63

8 9 10 11 12 13 14 15 24 25 26 27 28 29 30 31 40 41 42 43
44 45 46 47 56 57 58 59 60 61 62 63

4 5 6 7 12 13 14 15 20 21 22 23 28 29 30 31 36 37 38 39 44
45 46 47 52 53 54 55 60 61 62 63

2 3 6 7 10 11 14 15 18 19 22 23 26 27 30 31 34 35 38 39 42
43 46 47 50 51 54 55 58 59 62 63

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41
43 45 47 49 51 53 55 57 59 61 63

Devin – le truc

Ce tour est une illustration de la **dichotomie** basée l'**écriture en binaire**.

Les entiers de 0 à 63 sont ceux qui s'écrivent s'écrire avec 6 bits en binaire.

La première liste contient les nombres dont le premier bit est 1. La deuxième celles pour lequel le deuxième bit est 1, etc ...

Ainsi en sachant à quelles listes appartient un nombre nous avons son écriture en binaire et donc qui il est.

Avec n listes, on peut donc trouver un nombre parmi tous ceux qui s'écrivent avec n bits soit 2^n .

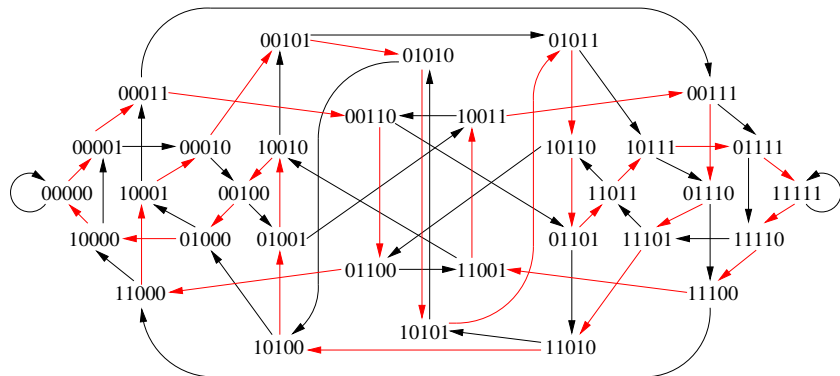
Tour de cartes – le truc

A **chaque carte**, on associe **un nombre en binaire à 5 bits** comme suit:

- ▶ Les **deux premiers bits** représentent la **couleur** de la carte.
00=coeur, 01=carreau, 10 =trèfle et 11=pique. Ainsi le tout premier bit nous dit si la carte est rouge ou noire.
- ▶ Les **trois derniers bits** représentent la **valeur** de la carte.
000=as; 001=7; 010=8; 011=9; 100=10; 101=valet; 110 =dame; 111=roi.

Tour de cartes – le truc

On range les cartes de telle manière que le code de chaque carte est obtenu à partir de la suivante par décalage. Cela revient à trouver un **cycle hamiltonien** dans le **graphe de de bruijn**.



Tour de cartes – le truc

1e bit de 1e carte = 5e de la 5e carte.

1e bit de 2e carte = 4e de la 5e carte.

1e bit de 3e carte = 3e de la 5e carte.

1e bit de 4e carte = 2e de la 5e carte.

1e bit de 5e carte = 1e de la 5e carte.

