

Corrigé des exercices du 13 octobre 2005

Exercice 1.

1. Construisez une liste appelée N_2 (variables indexées: la syntaxe est $v[i]$ pour v_i), composée des carrés de nombres entiers qui sont compris entre 1000 et 10000.
2. Créez une liste N_3 des cubes compris dans ce même intervalle.
3. Combien y a-t-il d'éléments communs entre ces deux listes?
4. Créez un ensemble E contenant les parties fractionnaires des éléments de N_2 et N_3 divisés par 1000.

- `N[2]:=seq(i^2,i=ceil(sqrt(1000))..floor(sqrt(10000))];`

- `N[3]:=seq(i^3,i=ceil(1000^(1/3))..floor(10000^(1/3))];`

- On se ramène à des ensembles en extrayant les opérandes des listes (`op`) et en les mettant entre accolades. On fait l'intersection des deux ensembles résultants et on compte le nombre d'éléments obtenus.

```
S:={op(N[2])} intersect {op(N[3])};  
nops(S);
```

- Ici, on ne peut pas appliquer la fonction `frac` directement à une séquence, une liste ou un ensemble. On utilise donc la fonction `seq` et on fait rentrer `frac` à l'intérieur.

```
E:={seq(frac(i/1000),i=N[2])} union {seq(frac(i/1000),i=N[3])};  
ou encore E:={seq(frac(i/1000),i=[op(N[2]),op(N[3])])};  
(concaténation de deux listes...)
```

Exercice 2.

Ecrire une fonction qui prend deux nombres en argument, et renvoie "Hourrah!!" si les deux nombres sont premiers, le pgcd des nombres et "non!!" si les deux sont non-premiers, et "bof" sinon (utiliser la commande `isprime`).

On définit une fonction de la manière habituelle...

```
f:=(x,y)-> if isprime(x) and isprime (y) then "Hourrah!"
            elif (not isprime(x)) and (not isprime(y)) then igcd(x,y),"non!"
            else "bof"
            end if;
```

Exercice 3.

1. Trouver tous les triplets d'entiers (a, b, c) tels que $a^2 + b^2 = c^2$ avec $c \leq 100$.
2. Faire de même en remplaçant les carrés par des cubes, des puissances de 4 et de 5.

Un programme raisonnable:

```
L:=[]:
for c from 2 to 100 do
  for a to c-1 do
    d:=floor(sqrt(c^2-a^2)):
    for b to d do
      if a^2+b^2=c^2 then L:=[op(L),[a,b,c]] end if;
    end do;
  end do;
end do;
L;
```

Ici, pas besoin de regarder tous les triplets d'entiers inférieurs à 100: $[1..100]^3$. Pour chaque c , on ne regarde que les $a \leq c - 1$ et pour chaque couple (a, c) , on n'a besoin de contrôler que les $b \leq \text{floor}(\sqrt{c^2 - a^2})$. Ces triplets sont appelés *triplets pythagoriciens* et font l'objet de toute une théorie.

Pour la deuxième question, on fait des programmes similaires et on ne trouve aucune solution, en vertu du grand théorème de Fermat.