Introduction à Maple (suite)
TD du 22 septembre 2005

Algèbre

Nombres complexes

Rappel: la racine de -1 est `I` sous Maple.
Essayez les commandes:

```
>(2+5*I)+(1-I)+5*(3+6*I);
(4+6*I)*(7-9*I);
(1+I)/(3-2*I);
(2+8*I)^2;
```

On voit que Maple met toujours le résultat sous la forme $a + ib$.
Essayez les commandes suivantes sur le nombre `z:=2+3*I`:
`Re, Im, abs, argument, conjugate`

Forme usuelle, forme polaire

Un nombre complexe peut aussi être représenté sous la forme $\rho e^{i\theta}$ où ρ est son module et θ son argument. Pour utiliser cette représentation des nombres complexes on utilise la commande `polar`. On peut convertir un complexe sous forme usuelle en forme polaire grâce à la commande `convert(nombre,polar)`.
Rentrez sous Maple le nombre complexe a de module 2 et d'argument $\pi/4$.
Convertissez le nombre $3 - 4i$ en forme polaire.
Réciproquement, on peut passer de la forme polaire à la forme usuelle avec la commande `evalc`. Cette commande sert aussi à simplifier des expressions avec des complexes.
Convertissez a en forme usuelle.

Equations et systèmes

Maple sait résoudre à peut près n'importe quelle équation. La commande de base est `solve`.
Résolvez l'équation $x^2 - 4 = 0$ (mettez d'abord l'équation dans une variable `eqn1`)
Donnez la solution générale d'un trinôme du second degré $ax^2 + bx + c = 0$.
Que se passe-t-il si on oublie de préciser par rapport à quelle variable on résoud l'équation.

Systèmes déquations

Résolvez les systèmes suivants:

$$\left\{\begin{array}{l} x+2y=3 \\ x+y=1. \end{array}\right. \tag{1}$$

$$\left\{\begin{array}{l} x^2+y=1 \\ x^2-y^2=2. \end{array}\right. \tag{2}$$

Maple a tendance à exprimer le résultat avec des `RootOf`. Si on toutes les solutions, utiliser la commande `allvalues`.

Solutions numériques

Parfois, Maple ne peut pas donner une solution d'équation sous forme exacte, mais on peut lui demander de donner les solutions sous forme décimale approchée. On utilise pour celà la fonction `fsolve`.
Résolvez le polynôme $3x^4 - 16x^3 - 3x^2 + 13x + 16$.
Demandez à Maple seulement les racines réelles entre 4 et 8.
Donnez toutes les racines du polynôme.

Analyse

Fonctions

On définit une fonction Maple de la façon suivante:
`nom := variable(s) -> expression`
Définissez et dessinez la fonction f associée au polynôme $2x^2 - 3x + 4$, sur le domaine `[-5,5]` (fonction `plot`).
Défìnnissez et dessinez la fonction de plusieurs variables $g(x, y) = sin(x)cos(y)$ sur le domaine `[-5,5]`$\times$`[-5,5]` (`plot3d`).
On peut composer des fonctions avec le symbole `@`. On peut composer une fonction f avec elle-même n fois avec l'opérateur `@@`.
On considère $g(x) = x^3 + 2$ et $h(x) = ln(y^2)$. Calculez goh, hog et $gogogog$. Essayez les commandes `expand, factor, simplify` sur cette dernière expression.

Limites

La syntaxe pour calculer la limite de f en a est `limit(f(x),x=a)`.
Si vous voulez écrire l'expression sous une jolie forme sans la calculer, on utilise la commande `Limit`. Calculez les limites de $\frac{sin(x)}{x}$ quand x tend vers 0, de $(1 + a)^{1/a}$ quand a tend vers 0 et de $\frac{e^y}{y}$ quand y tend vers $+\infty$.
Regardez l'aide de la fonction `floor` et des autres fonctions permettant de faire des arrondis. Dessinez cette fonction, calculez sa limite en 0 et ses limites à droite et à gauche en 0.

Dérivées

On dérive une fonction avec les commandes `diff` ou `D` (pas besoin alors de préciser l'argument). Comme pour les limites, on peut utiliser une autre commande pour seulement écrire la dérivation: `Diff`.
Dérivez les fonctions `sin`, x^2, hok, $h.k$.
On peut faire des dérivées multiples avec la syntaxe `diff(f(x),x$n)` ou `(D@@n)(f)` où n est le nombre de fois que l'on dérive.
Calculez les dérivées successives de e^{-x^2} jusqu'à l'ordre 5.
Dérivez la fonction $(x^2+y^2)(ln(x)-ln(y))$ par rapport à x puis par rapport à y.

Intégrales

Maple sait calculer des intégrales et des primitives. Les commandes sont respectivement `int(f(x),x=a..b)` et `int(f(x),x)`. Devinez quelle commande permet de seulement écrire l'intégrale...
Donnez les primitives de `tan` et de $\frac{1-x^2}{1+x^2}$.
Calculez l'intégrale de e^{-x^2} entre $-\infty$ et $+\infty$.