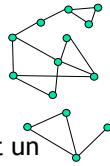


## Champs de Markov en Vision par Ordinateur

## Graphes et graphes image

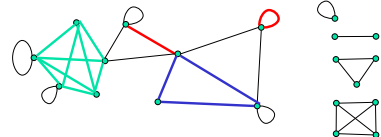
### Interprétation comme un graphe.

- Un graphe non-orienté  $G$  est :
  - Un ensemble  $V$  (noeuds);
  - Un sous-ensemble  $E \subset V \times V$  t.q.  $(v, v') \in E \Leftrightarrow (v', v) \in E$
- Etant donné un MRF, on définit un graphe de la façon suivante :  $V = S, E = \{(s, s') \in S \times S \text{ t.q. } s' \in N(s)\}$



### Cliques.

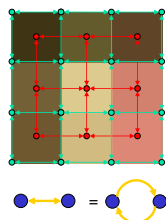
- Un sous-ensemble  $C \subset V$  est une clique ssi :  $\forall (c, c') \in C \times C, (c, c') \in E$ .



- On définit  $Q(G) \subset 2^V$  comme l'ensemble de toutes les cliques dans le graphe  $G$ .

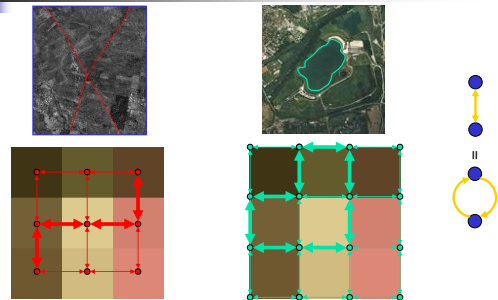
### Graphes image

- $V$  est l'ensemble des pixels.
- Deux graphes symétriques:
  - Vert:  $G = (E, V)$ .
  - Rouge:  $G = (E, V)$ .
- Il existe une bijection entre  $E$  et  $\bar{E}$ .



5

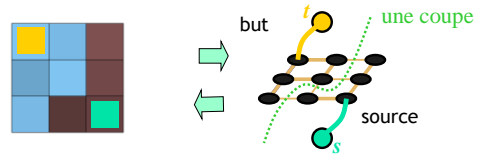
### Exemples Image



6

## Les coupes de graphes

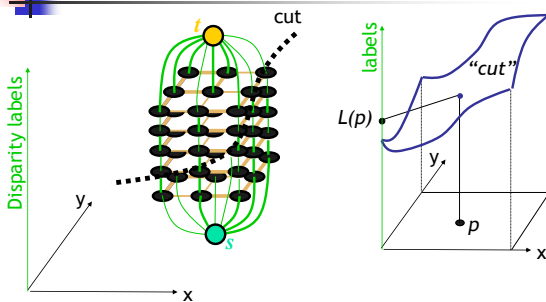
## Etiquetage binaire



- La capacité d'une coupe (S,T) est définie par :

$$c(S, T) = \sum_{x \in S} \sum_{y \in T} c(x, y)$$

## Etiquetage non-binaire



## Coupes de graphes sous forme de minimisation d'énergie

$$E(f) = \sum_{s \in V} D_s(f_s) + \sum_{s, s' \in N} V_{s, s'}(f_s, f_{s'})$$

$E_{data}(f)$ 
 $E_{prior}(f)$

- entrée: un ensemble de sites  $V$ , un ensemble d'étiquettes  $F$ , et un système de voisinage  $N \subset V \times V$
- But: trouver l'étiquetage  $f: V \rightarrow F$  qui minimise  $E(f)$

## Coupes de graphes sous forme de minimisation d'énergie

$$E(f) = \sum_{s \in V} D_s(f_s) + \sum_{s, s' \in N} V_{s, s'}(f_s, f_{s'})$$

$E_{data}(f)$ 
 $E_{prior}(f)$

- $D_s(f_s)$  est une fonction qui mesure la cohérence de l'étiquette  $f_s$  au site  $s$  par rapport aux données observées.
- $V_{s, s'}(f_s, f_{s'})$  mesure le coût de l'étiquetage de deux sites voisins. Utilisé principalement pour imposer une homogénéisation locale des étiquettes (lissage).

## Optimisation : $\alpha$ expansion

- Partir d'une configuration initiale quelconque
- Pour chaque étiquette "a" prise dans un ordre aléatoire:
  - Calculer l'expansion optimale (s-t coupe)
  - Rejeter l'expansion si l'énergie n'a pas décro
- Arrêter quand il n'y a plus d'expansion qui décroît l'énergie

## Optimisation : $\alpha$ expansion

Dans chaque expansion, l'étiquette  $\alpha$  concerné s'étend sur l'espace des autres étiquettes



## Optimisation : $\alpha$ expansion

Dans chaque expansion, l'étiquette  $\alpha$  concerné s'étend sur l'espace des autres étiquettes



initial solution

- -expansion
- -expansion
- -expansion
- -expansion
- -expansion
- -expansion
- -expansion

Pour chaque mouvement, on choisi l'expansion qui procure la plus grande décroissance d'énergie (problème d'optimisation binaire)

## Optimisation : $\alpha$ expansion

Conditions à satisfaire:

$$V(a,b)=0 \text{ ssi } a=b$$

$$V(a,b) = V(b,a) \geq 0$$

$$V(a,c) \leq V(a,b)+V(b,c) \quad \text{Inégalité triangulaire}$$

## Optimisation : $\alpha$ - $\beta$ swap

Idée : segmenter successivement tous les sites étiquetés  $\alpha$  à partir des sites étiquetés  $\beta$ , et itérer le procédé sur les combinaisons  $\alpha$  -  $\beta$  jusqu'à la convergence

## Quelques algorithmes sous-optimaux

### ICM (Besag 1986).

- Choix d'un site  $s$  : balayage déterministe.
- Remise à jour de  $s$  par la valeur qui provoque la plus forte augmentation de probabilité.
- Echantillonneur de Gibbs à  $T=0$ .

## ICM.

- Caractéristiques :
  - Algorithme *déterministe* ;
  - Convergence vers un *minimum local* ;
  - *Initialisation et mode de balayage influent le résultat* ;
  - Convergence en *~10 itérations*
  - *Très utilisé.*

## HCF (Chou 1988).

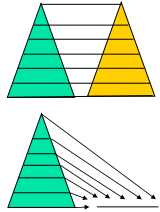
- **Highest Confidence First**
- Mesure de **stabilité** de la valeur  $f_p$  à un site  $s$  ( $U_0$  est l'énergie de la configuration courante) :
$$\text{stab}(s) = \left( \min_{c \in C} U(f_s = c) \right) - U_0 \leq 0$$
- Les sites sont classés dans une **pile d'instabilités**.

## HCF (Chou 1988).

- À chaque itération le point  $s_0$  le **plus instable** (**sommet de la pile**) est remis à jour.
- $s_0$  devient stable.
- Les stabilités des points de  $N(s_0)$  sont ré-évaluées.
- La pile est **réordonnée**. Répétez.
- Caractéristiques :
  - Algorithme *déterministe* ;
  - Convergence en *~1 itération*.

## Autres choses.

- Algorithmes multi-grilles :
  - *Pyramide des étiquettes* ;
  - *Pyramide des données*.
- Algorithmes multi-échelles :
  - *Pyramide des étiquettes* ;
  - *Données mono-résolution*.
- Approximation du champs moyen.



## Paramètres.

- Tous les modèles ont des **paramètres**.
- Normalement, ils sont **inconnus**.
- Qu'est-ce qu'on peut faire ?
- Deux approches :
  - **Bayésien** : *marginaliser* ;
  - **Estimation**.

## Quelques questions.

*Qualifier les algorithmes 1-variationnels, 2-stochastiques, 3-combinatoires par les termes suivants:*

*optimaux / locaux / rapides / lents / restreints par rapport à la forme énergétique / restreints à un étiquetage discret*