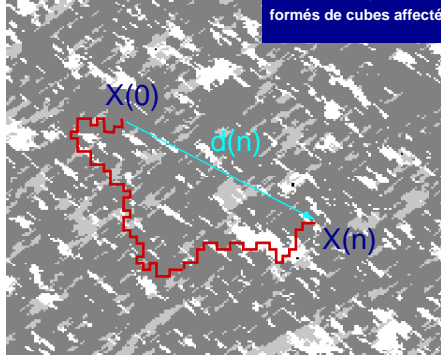




## but

déterminer la perméabilité effective d'un milieu poreux formés de cubes affectés d'une valeur de perméabilité



## idée

on fait partir un "marcheur" d'un point  $X(0)$  donné qui se déplace, à chaque instant  $n$ , d'un cube  $X(n)$  vers un des cubes voisins  $X(n+1)$  selon une loi de probabilité  $p(x,y) = P[X(n+1)=y|X(n)=x]$  la facilité avec laquelle ce marcheur s'éloigne de son point de départ dans ce milieu donne des indications précises sur la perméabilité effective du milieu : simulation de  $d(n)/n$

## homogénéisation

### Approche probabiliste :

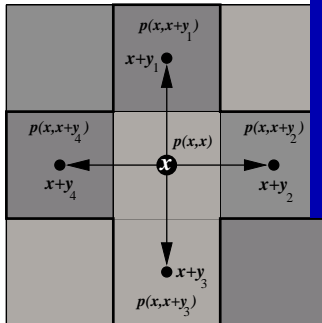
après changement d'échelles ( $rx$  en espace,  $t/(r^2)$  en temps) la marche aléatoire se comporte comme un mouvement brownien, lorsque  $r$  tend vers 0, dont la variance est fonction de la perméabilité effective

### Approche analytique :

résultats plus classiques sur l'homogénéisation d'opérateurs aux différences

Coefficients (i.e. champ de perméabilité) périodiques ou aléatoire-stationnaires

## probabilité de transition



la probabilité de transition sera fonction de la perméabilité associée au cube où se trouve le marcheur et des perméabilités des cubes "voisins" : la moyenne harmonique des perméabilités est le choix qui assure la conservation des flux (ce qui donne une interprétation probabiliste des volumes finis)

## MCMC

méthodes de Monte-Carlo par chaînes de Markov : on dispose d'outils mathématiques fins permettant d'appréhender les aspects algorithmiques

## avantages de l'algorithme

- >> nécessite peu de place mémoire (mémoire vive ou disque dur)
- >> ne nécessite pas de processeurs puissants
- >> se parallélise : plusieurs marcheurs simulés en parallèle (nécessite un générateur parallèle de nombres pseudo ou quasi-aléatoires)
  - >>>> on peut donc utiliser un "cluster" de petites machines
- >> possibilité de travailler sur des maillages non structurés

## champ d'application

- >> pertinent pour les milieux fortement contrastés (pour les milieux faiblement ou fortement contrastés, les codes "classiques" sont performants)
- >> permet de prendre en compte, de façon relativement simple, les milieux fissurés (fissures de différentes échelles)

## extension

le marcheur, qui n'a pas "d'existence" physique, devient une particule qui interagit éventuellement avec son milieu : propagation de polluants (ex. particules radioactives) dans le sous-sol

Cf. C. Alboin, J. Jaffré, J. Roberts, C. Serres "Deux outils mathématiques pour la modélisation de fractures dans un milieu poreux" Communication à ses journées scientifiques