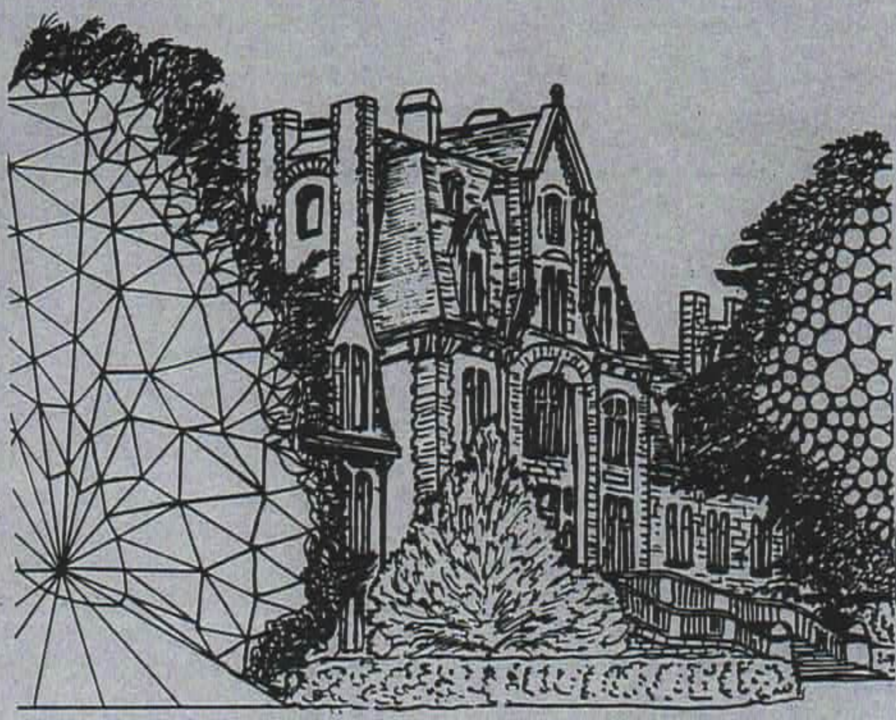
22ème CONGRES NATIONAL D'ANALYSE NUMERIQUE

LOCTUDY
28 mai - 1er juin 1990



Conférences plénières
Communications
Journée Industrielle

D 136 040031 2

Organisé par : I.N.S.A. et Université de Rennes et S.M.A.I.

Approximation Particulaire en Filtrage Non Linéaire. Application à la Trajectographie.

Fabien Campillo et François LeGland
INRIA
2004, route des Lucioles
06565 VALBONNE Cédex

Le filtrage non linéaire [3] consiste à combiner l'information *a priori* concernant l'état d'un système dynamique :

$$dX_t = b(X_t)\,dt + \sigma(X_t)\,dW_t \ ,$$

et l'exploitation de mesures bruitées :

$$z_k = h_k(X_{t_k}) + v_k \ , \qquad v_k \sim \mathcal{N}(0, r_k) \ ,$$

pour estimer de façon récursive l'état X_t à l'instant t.

Une approche consiste à calculer récursivement la densité de la loi de X_t, conditionnellement aux mesures $\mathcal{Z}_t$ disponibles à l'instant t : $P(X_t \in dx \mid \mathcal{Z}_t) = p_t(x)\,dx$.

Un domaine d'application privilégié est celui de la poursuite de mobiles (satellite, navire, etc.) ou de leur localisation. Dans ces applications, le modèle d'état est généralement non bruité ($\sigma \equiv 0$) : la seule inconnue est la position initiale X_{t_0}. Le calcul récursif de la densité conditionnelle $p_t(x)$, entre deux instants de mesure successifs t_k et t_{k+1}, se décompose en deux étapes :

□ *Etape de prédiction :*

$$\frac{\partial p_t}{\partial t} + \operatorname{div}(b\,p_t) = 0 \ , \qquad p_{t_k}(x) = p_k^+(x) \ ,$$

d'où on déduit l'estimation *a priori* $p_{k+1}^-(x) = p_{t_{k+1}}(x)$, à l'instant t_{k+1} ,

□ *Etape de correction* (formule de Bayes) *:*

$$p_{k+1}^+(x) = c_{k+1}\ \Psi_{k+1}(x)\ p_{k+1}^-(x) \ ,$$

où

$$\Psi_{k+1}(x) = \exp\left\{-\tfrac{1}{2}|z_{k+1} - h_{k+1}(x)|^2_{r^{-1}_{k+1}}\right\} ,$$

est la fonction de vraisemblance pour l'estimation de $X_{t_{k+1}}$ au vu de la *seule* mesure z_{k+1}.

En utilisant une approximation particulaire pour la densité de probabilité de la condition initiale X_{t_0}, on obtient l'approximation suivante [4] :

$$p_k^+(x)\,dx \sim \sum_{i\in I} a_k^i\,\delta(x - x_k^i) ,$$

où la position des particules $\{x_k^i\,,\, i \in I\}$ est déterminée par les courbes caractéristiques de l'équation différentielle : $\dot{X}_t = b(X_t)$, et la masse des particules $\{a_k^i\,,\, i \in I\}$ est mise–à–jour à l'aide de la formule de Bayes :

$$a_{k+1}^i = c_{k+1}\; a_k^i\; \Psi_{k+1}(x_{k+1}^i) .$$

Les calculs se font séparément pour chaque particule $i \in I$, ce qui rend cet algorithme facilement implémentable sur une architecture parallèle. Des résultats numériques, obtenus sur la Connection Machine de TMC, seront présentés pour deux études en cours :

- trajectographie passive avec mesures d'angles seuls (azimétrie) [1],
- restitution de l'orbite de transfert d'un satellite géostationnaire (collaboration avec le CNES) [2].

Références

[1] F. CAMPILLO et F. LE GLAND, Application du filtrage non–linéaire en trajectographie passive, in: 12e *Colloque GRETSI (Juan–les–Pins–1989)*.

[2] F. CAMPILLO et F. LE GLAND, Application du filtrage non–linéaire optimal à la restitution d'orbite de transfert, in: *Mécanique Spatiale (CNES) (Toulouse–1989)*.

[3] E. PARDOUX, Filtrage non linéaire et équations aux dérivées partielles stochastiques associées, in: *Ecole d'Eté de Calcul des Probabilités (Saint–Flour–1989)*, Springer-Verlag (à paraître).

[4] P.A. RAVIART, An analysis of particle methods, in: *Numerical Methods in Fluid Dynamics (Como–1983)*, Springer-Verlag (LNM 1127) (1985).