Analyse de stabilité d'un modèle de type Contours Actifs d'Ordre Supérieur

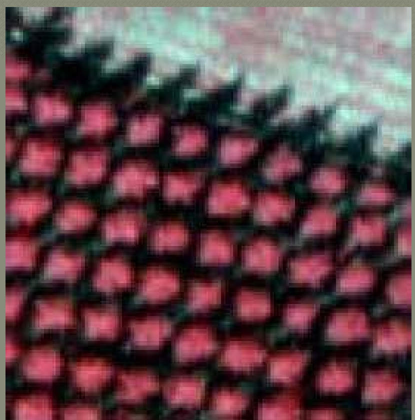
CNES Réunion ORFEO Méthodo
10 - 11 Janvier 2008, Paris

Aymen EL GHOUL
Peter HORVATH
Ian JERMYN
Marie ROCHERY
Josiane ZERUBIA

Motivations

- But : détection d'objets dans des images
- Modélisation mathématique
- Modèle sophistiqué pour la détection de routes et d'arbres

© IFN



© IGN

Modélisation de Région / Forme

- Formulation probabiliste :

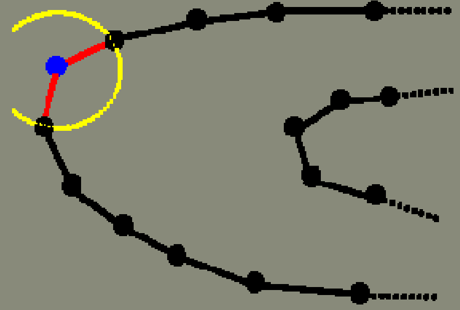
  - R : région (route, arbre, rivière…)
  - Estimateur MAP : $\hat{R} = \arg\max_{R} P(R \mid I, K)$
  - Théorème de Bayes : $\hat{R} = \arg\max_{R} P(I \mid R, K) P(R \mid K)$
  - $P(.) = \frac{1}{Z} e^{-E(.)}$
  - Minimisation d'une fonctionnelle : $\hat{R} = \arg\min_{R} \{E(R)\}$

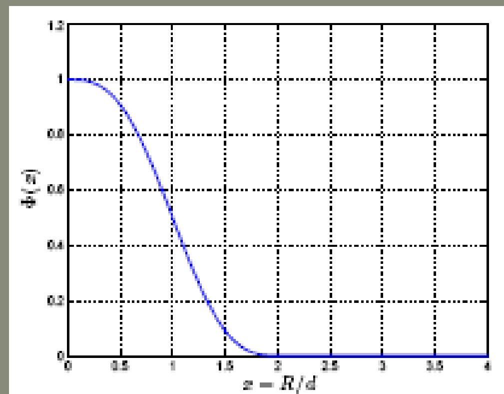
$$E(R) = E_{image}(R) + E_{interne}(R)$$

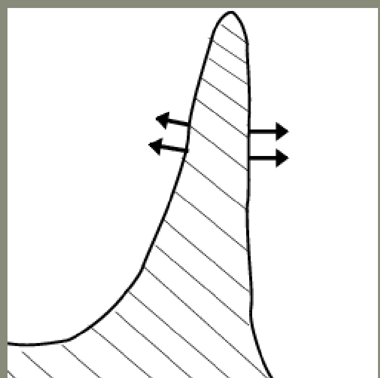
Le modèle des CAOS, [Rochery et al. 05, 06]

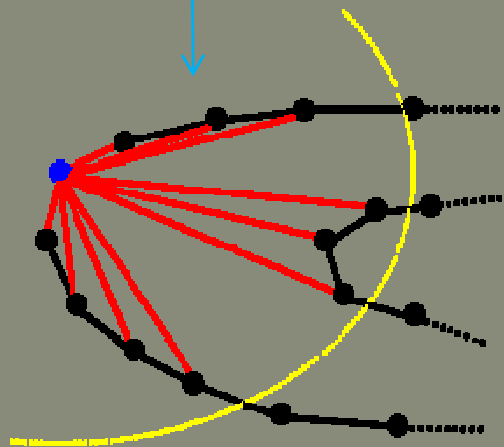
$$E_g(\gamma) = \underbrace{\lambda_C L(\gamma) + \alpha_C A(\gamma)}_{\text{Snakes, Kass et al. 88}} - \frac{\beta_C}{2} \iint dt\,dt'\, \dot{\gamma}(t) \cdot \dot{\gamma}(t')\, \Phi\left(\frac{|\gamma(t) - \gamma(t')|}{d}\right)$$

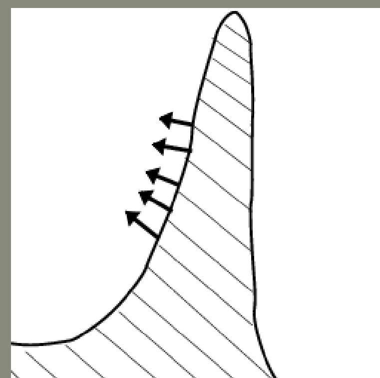
où $\gamma : S^1 \to \Re^2$, bord de R et l'allure de Φ est donnée par :



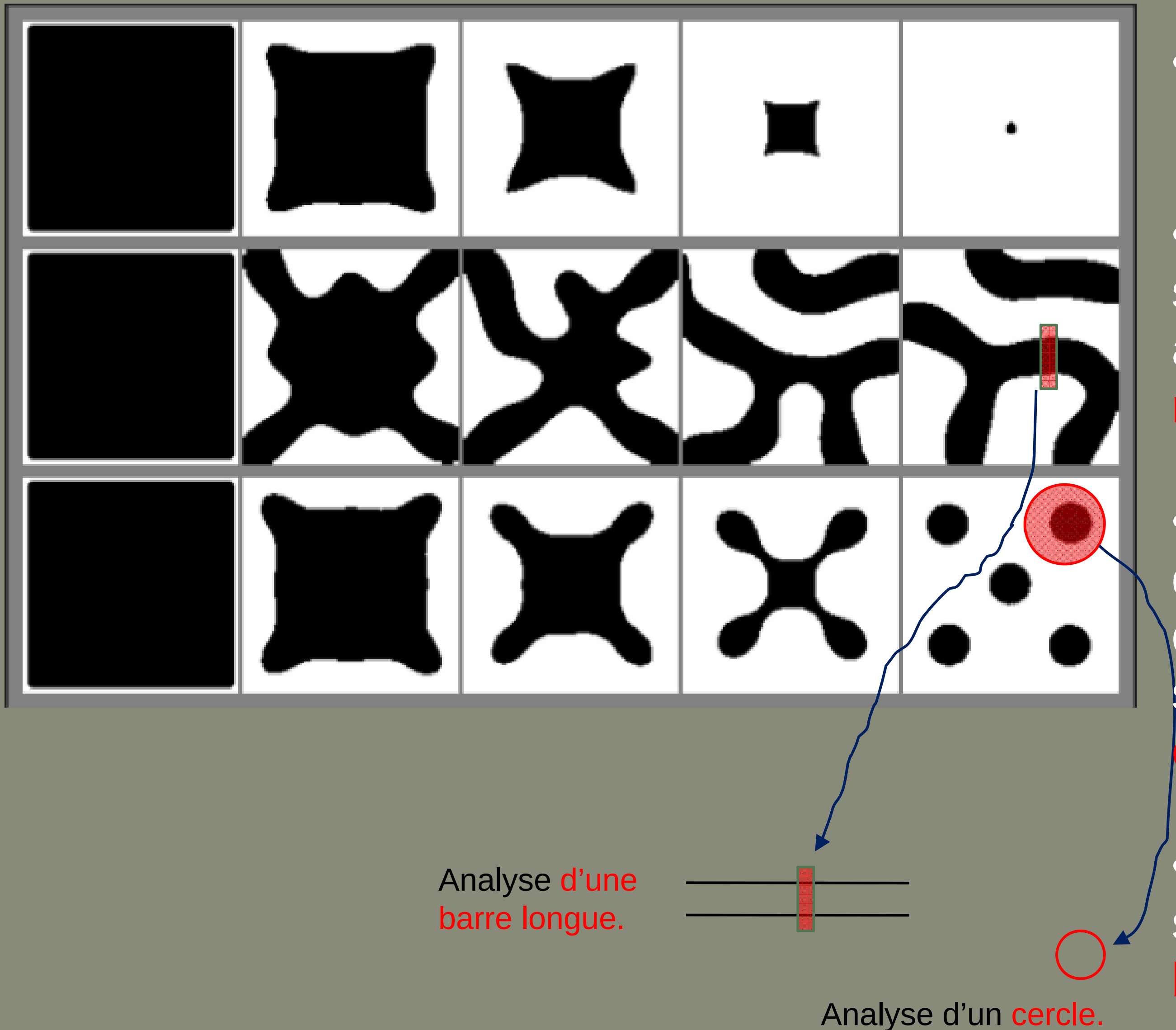








Problématique



- Le modèle possède 4 paramètres : $\lambda_C, \alpha_C, \beta_C$, et d

- E_g : modèle géométrique sophistiqué pour l'extraction aussi bien des réseaux routiers que des arbres

- <u>Problème :</u> quelles valeurs des paramètres permettant d'avoir aussi bien de structures linéiques que circulaires

- <u>Solution :</u> analyse de stabilité d'un cercle et d'une barre

Analyse de **stabilité**

- Sans perte de généralité : $\lambda_C = d = 1$
  - E_g dépend seulement de α_C et β_C
- Analyse de stabilité (développement en série de Taylor jusqu'à l'ordre 2) :

$$E_g(\gamma) = E_g(\gamma_0 + \delta\gamma) \cong E_g(\gamma_0) + \left\langle \delta\gamma \middle| \frac{\delta E_g}{\delta\gamma} \right\rangle_{\gamma_0} + \left\langle \delta\gamma \middle| \frac{\delta^2 E_g}{\delta^2\gamma} \middle| \delta\gamma \right\rangle_{\gamma_0}$$

cercle barre

Energie de γ_0 Terme de 1er ordre Terme de 2er ordre

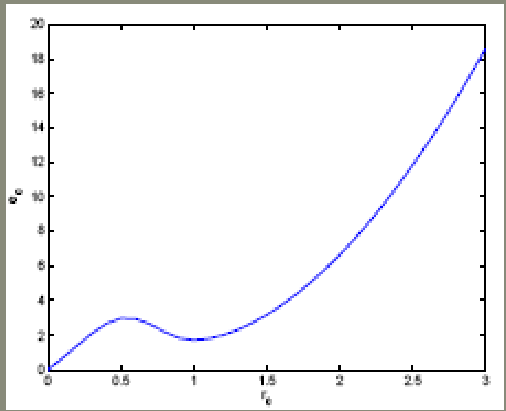
E_g admet un minimum γ_0 $\Longleftrightarrow$ $\left.\frac{\delta E_g}{\delta\gamma}\right|_{\gamma_0} = 0$ et $\left.\frac{\delta^2 E_g}{\delta^2\gamma}\right|_{\gamma_0}$ définie positive

Analyse de stabilité pour un cercle

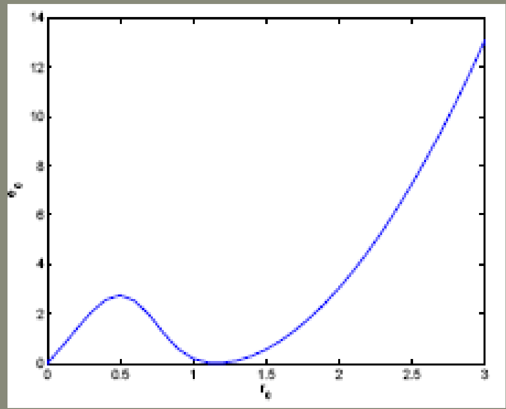
- γ_0 : cercle de rayon r_0
- Perturbations $\delta\gamma$:
  - $\gamma(t) = \gamma_0 + \delta\gamma(t) = (r(t), \theta(t)) = (r_0 + \delta r(t), \theta_0 + \delta\theta(t))$
  - $\delta\theta(t) = 0$: variation tangentiel ne change pas la forme
  - $\boxed{\delta r(t) = \sum_k a_k e^{ir_0 kt}, \quad k = \frac{m}{r_0}, m \in Z}$
    - La base de Fourier diagonalise $\left.\frac{\delta^2 E_g}{\delta^2 \gamma}\right|_{\gamma_0}$ puisque $E_g = f(t-t')$

$$\boxed{E_g(\gamma) \cong e_0(r_0) + a_0 e_1(r_0) + \frac{1}{2}\sum_k |a_k|^2 e_2(r_0, k)}$$

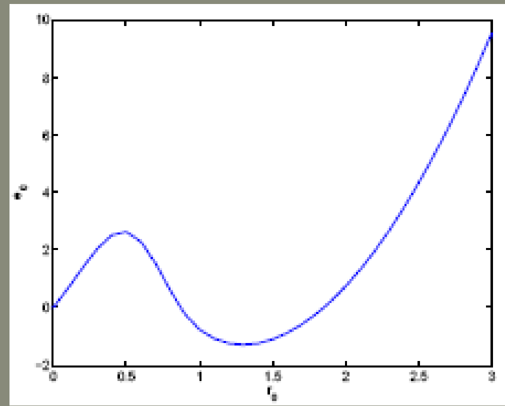
Energie d'un **cercle,** $e_0(r_0)$



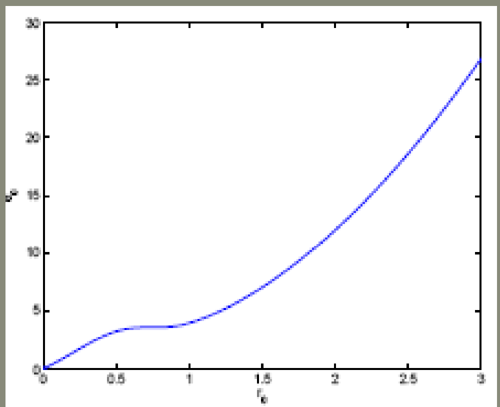
$\alpha_C = 1, \beta_C = 1.54$



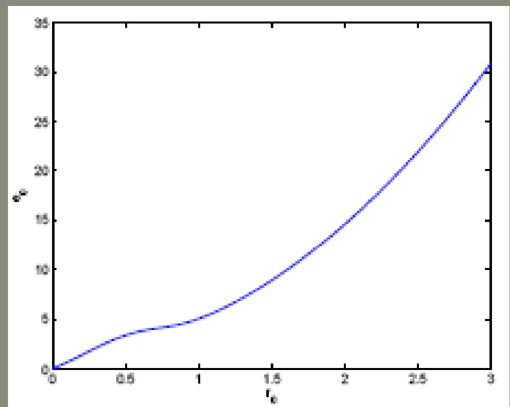
$\alpha_C = 1, \beta_C = 1.84$



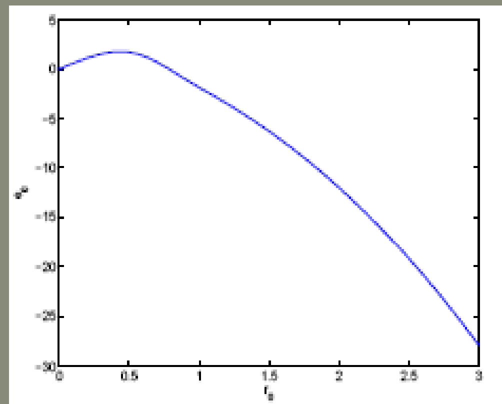
$\alpha_C = 1, \beta_C = 2.03$



$\alpha_C = 1, \beta_C = 1.10$



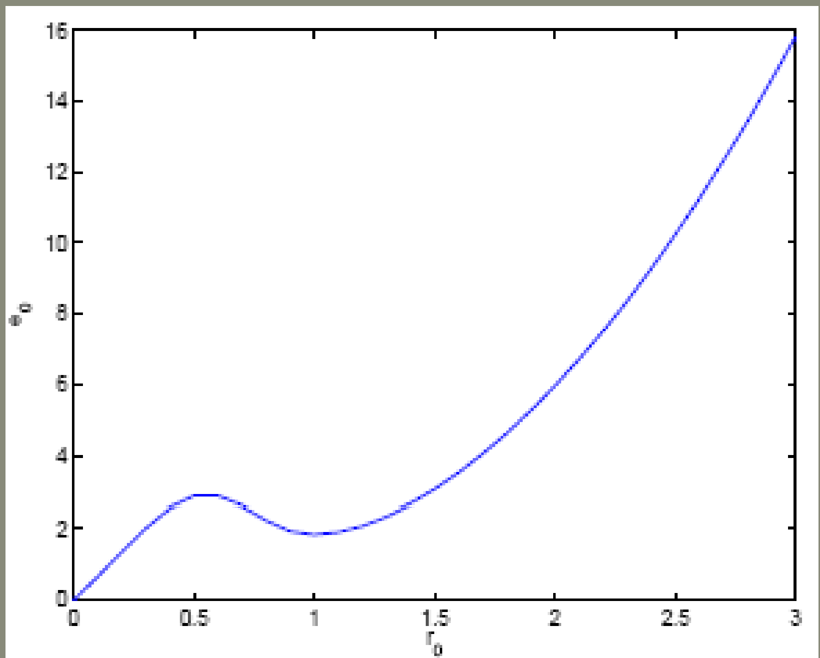
$\alpha_C = 1, \beta_C = 0.88$



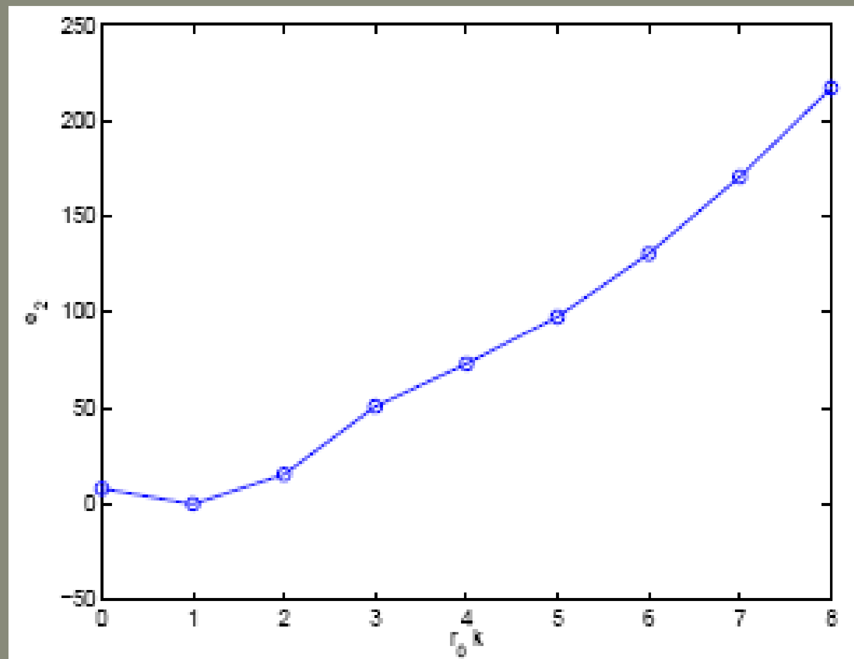
$\alpha_C = -1, \beta_C = 1$

Conditions de stabilité d'un cercle

$$\begin{cases} e_1(\alpha_C, \beta_C, r_0) = 0 \Leftrightarrow \beta_C(\alpha_C, r_0) = \dfrac{1+\alpha_C r_0}{G_{10}(r_0)} & \text{(extremum)} \\ e_2(\alpha_C, \beta_C, r_0, k) > 0, \quad \forall k & \text{(minimum)} \end{cases}$$

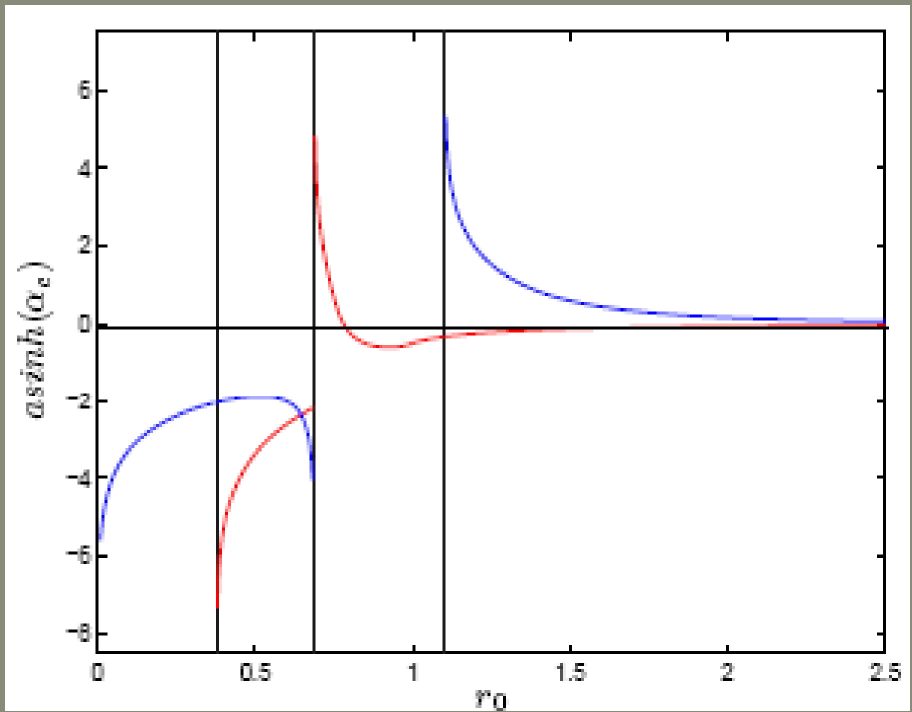


$\alpha_C = 1, r_0^* = 1$

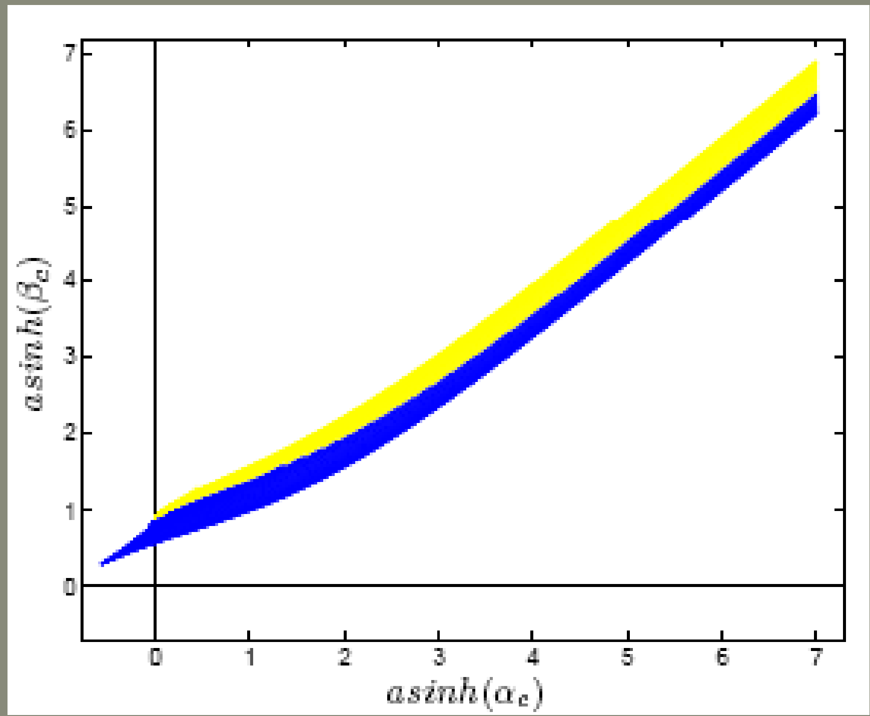


$e_2(\alpha_C, r_0^*, k) > 0, \quad \forall k$

Diagramme de phase d'un cercle



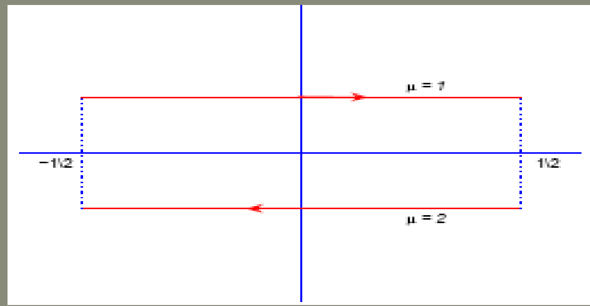
Les limites du paramètre α_C



$$0.69 < r_0 < +\infty$$

Analyse de stabilité d'une barre longue

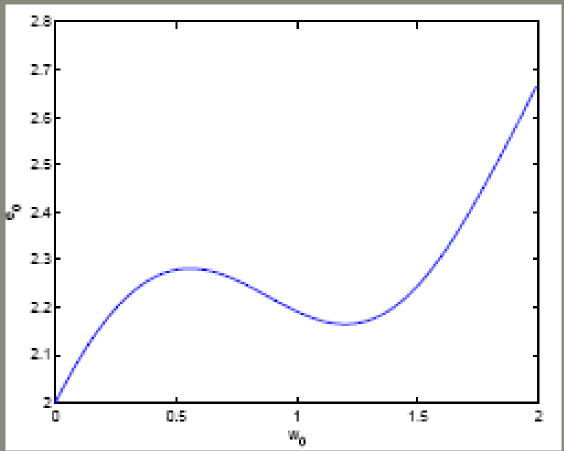
- γ_0 : barre de longueur l et de largeur w_0 tq $w_0 << l$



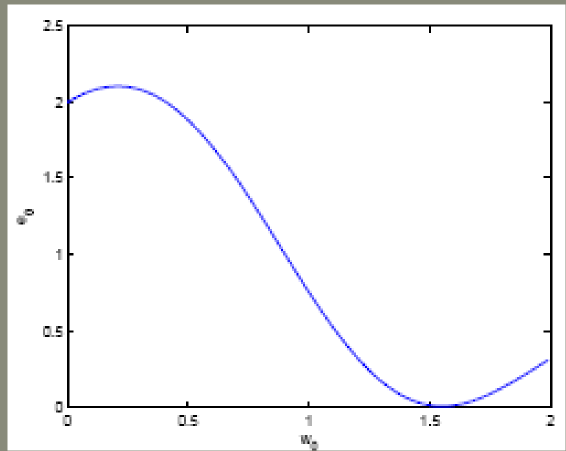
- Perturbations $\delta\gamma$:
  - $\delta\gamma_\mu(t_\mu) = (\delta x_\mu(t_\mu), \delta y_\mu(t_\mu))$
  - $\delta x_\mu(t) = 0$: variation tangentielle ne change pas la forme
  - $\boxed{\delta y_\mu(t_\mu) = \sum_{k_\mu} a_{\mu,k_\mu} e^{ik_\mu l t_\mu}, \quad k_\mu = \frac{2\pi m_\mu}{l}, m_\mu \in Z}$
    - La base de Fourier diagonalise $\left.\frac{\delta^2 E_g}{\delta^2\gamma}\right|_{\gamma_0}$ puisque $E_g = f(t - t')$

$$\boxed{\frac{E_g(\gamma)}{l} = e_0(w_0) + [a_{1,0} - a_{2,0}]e_1(w_0) + \frac{1}{2}\sum_k a_k^* e_2 a_k^t \text{ avec } \begin{cases} a_k = (a_{1,k}^*, a_{2,k}) \\ e_2 = \begin{pmatrix} e_{20} & e_{21} \\ e_{21} & e_{20} \end{pmatrix} \end{cases}}$$

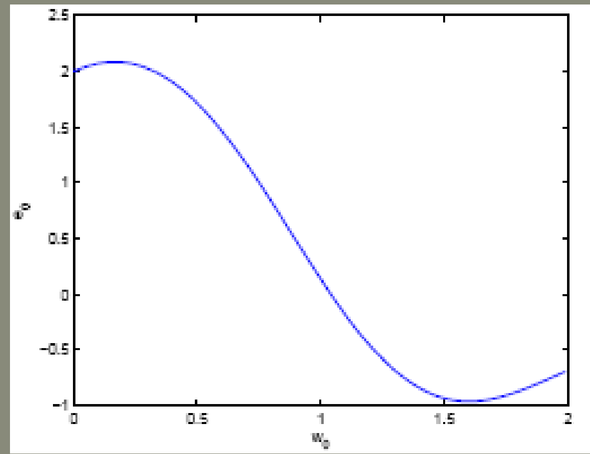
Energie d'une **barre longue**, $e_0(w_0)$



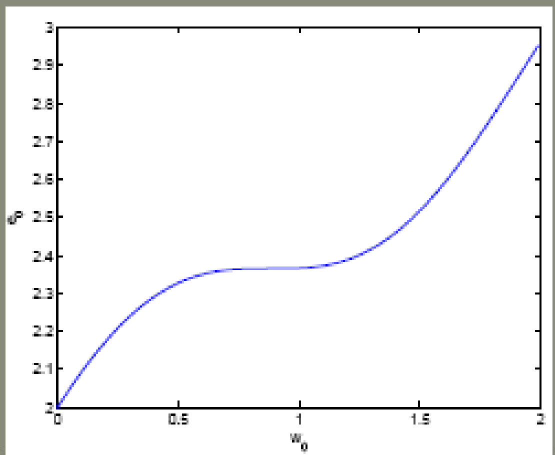
$\alpha_C = 1, \beta_C = 0.66$



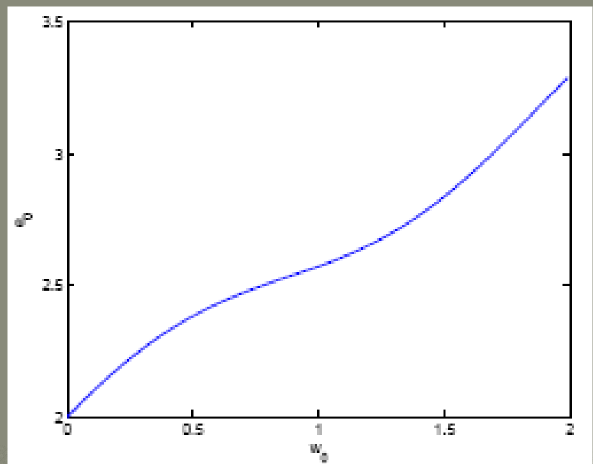
$\alpha_C = 1, \beta_C = 1.84$



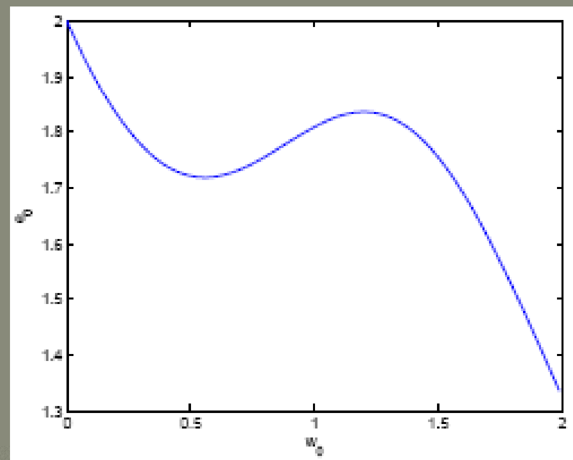
$\alpha_C = 1, \beta_C = 2.47$



$\alpha_C = 1, \beta_C = 0.52$



$\alpha_C = 1, \beta_C = 0.35$

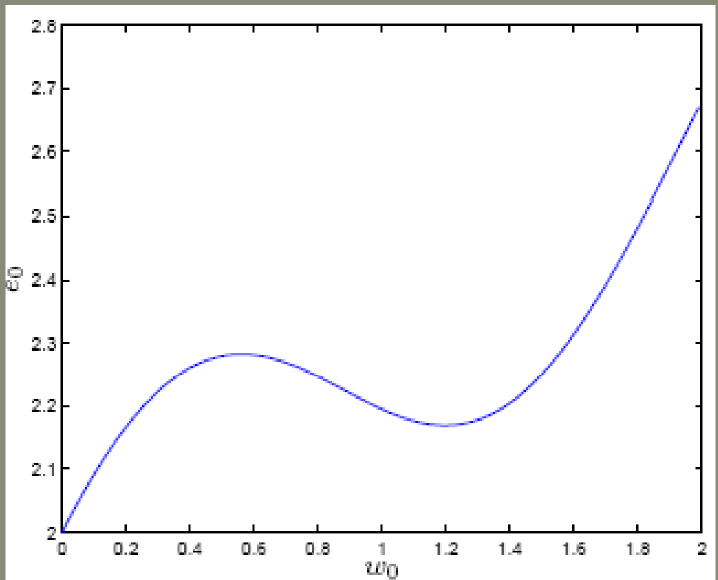


$\alpha_C = -1, \beta_C = -0.66$

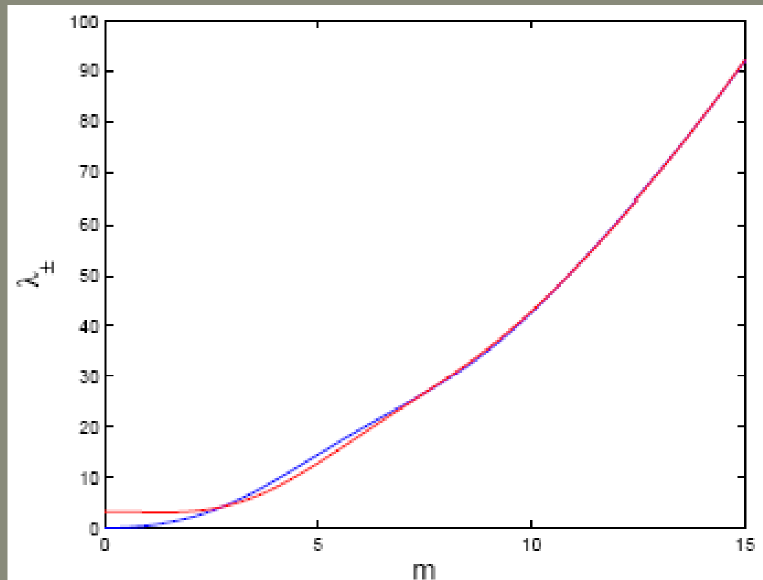
Conditions de stabilité d'une **barre longue**

$$\begin{cases} e_1(\alpha_C, \beta_C, w_0) = 0 \Leftrightarrow \beta_C(\alpha_C, w_0) = \dfrac{\alpha_C}{G_{10}(w_0)} & \text{(extremum)} \\ e_2 \text{ définie positive} \Leftrightarrow \lambda_\pm(\alpha_C, \beta_C, w_0, k) > 0, \quad \forall k & \text{(minimum)} \end{cases}$$

avec $\lambda_\pm = e_{20} \pm e_{21}$: valeurs propres de e_2

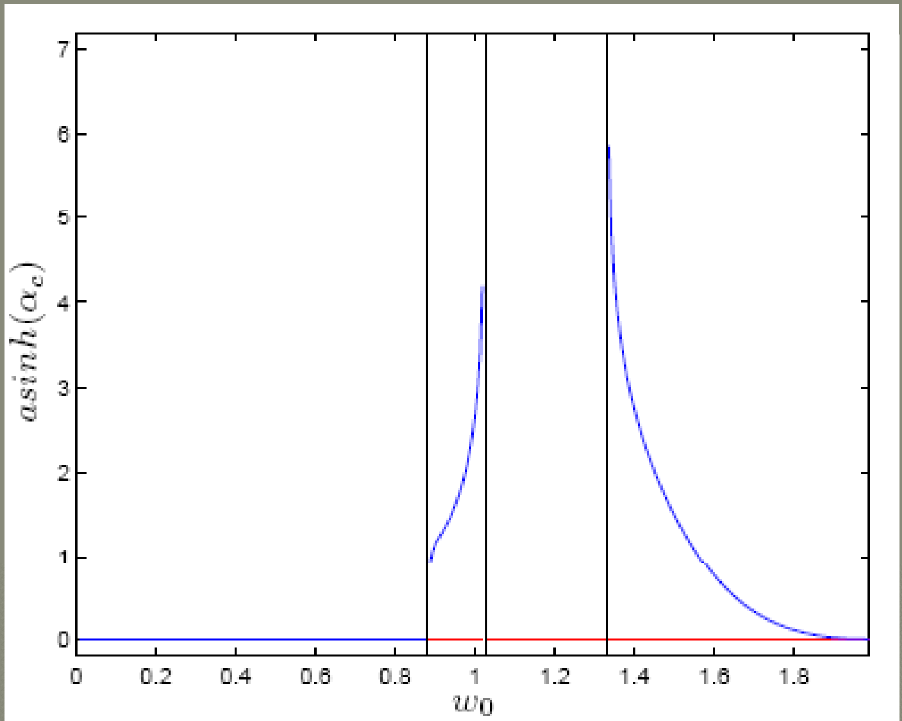


$\alpha_C = 1, w_0^* = 1.2$

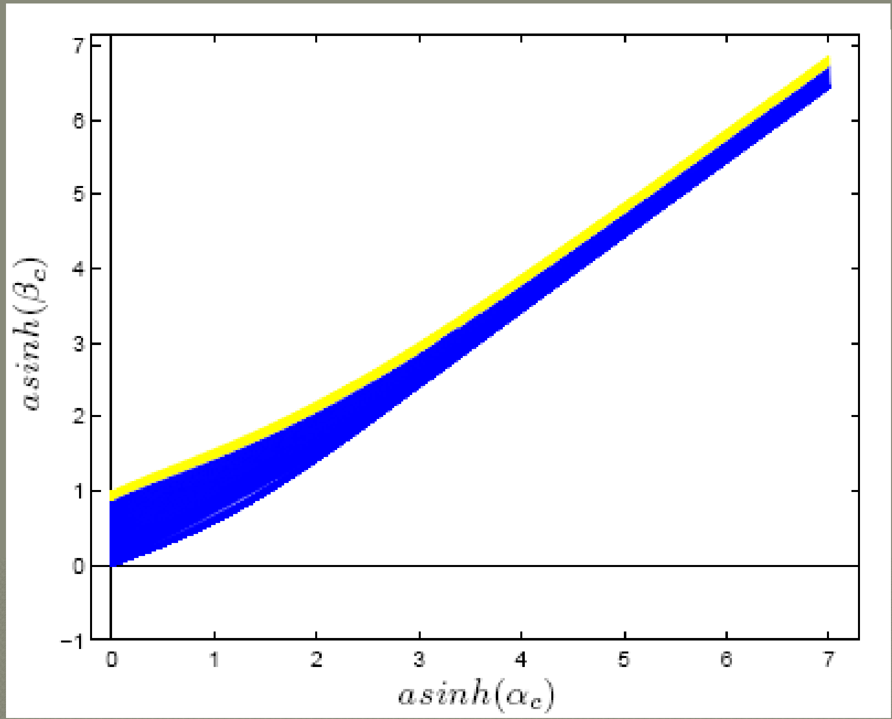


$\lambda_\pm(\alpha_C, w_0^*, k) > 0, \quad \forall k$

Diagramme de phase d'une **barre longue**



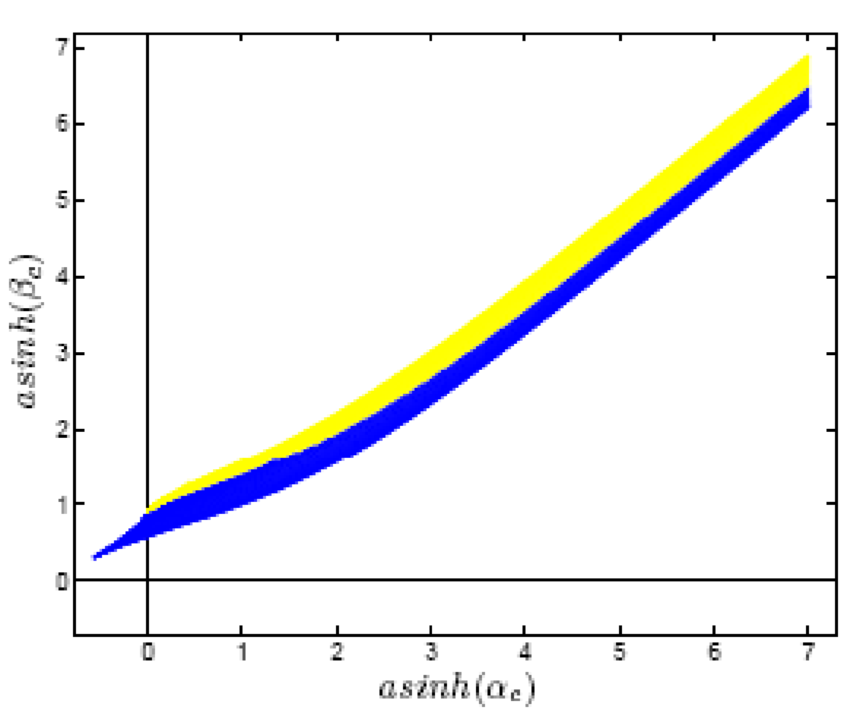
Les limites du paramètre α_C



$0.88 < w_0 < 2$

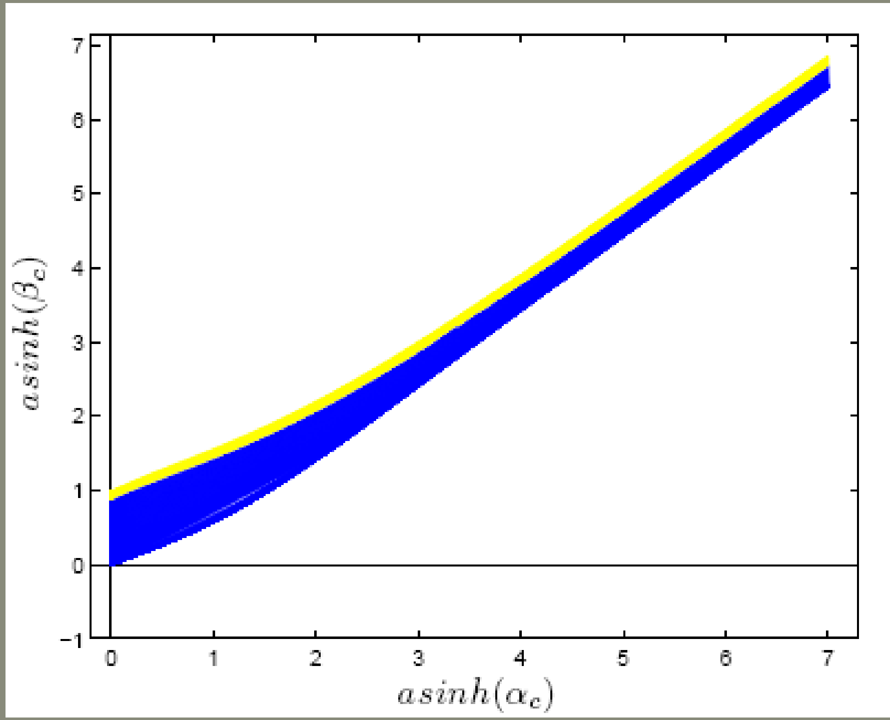
Diagramme de phase d'un modèle de type CAOS

Cercle



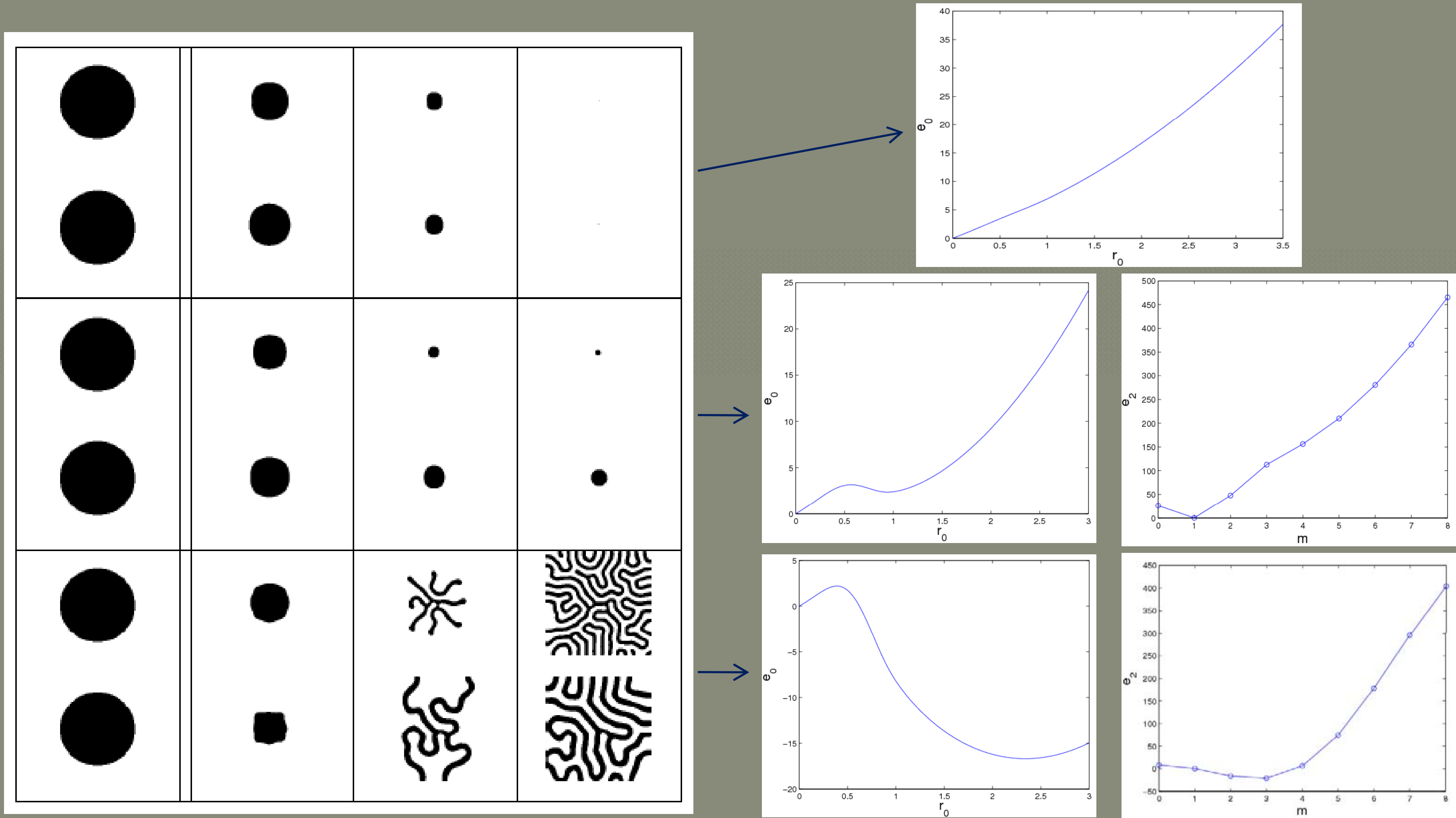
$0.69 < r_0 < +\infty$

barre longue

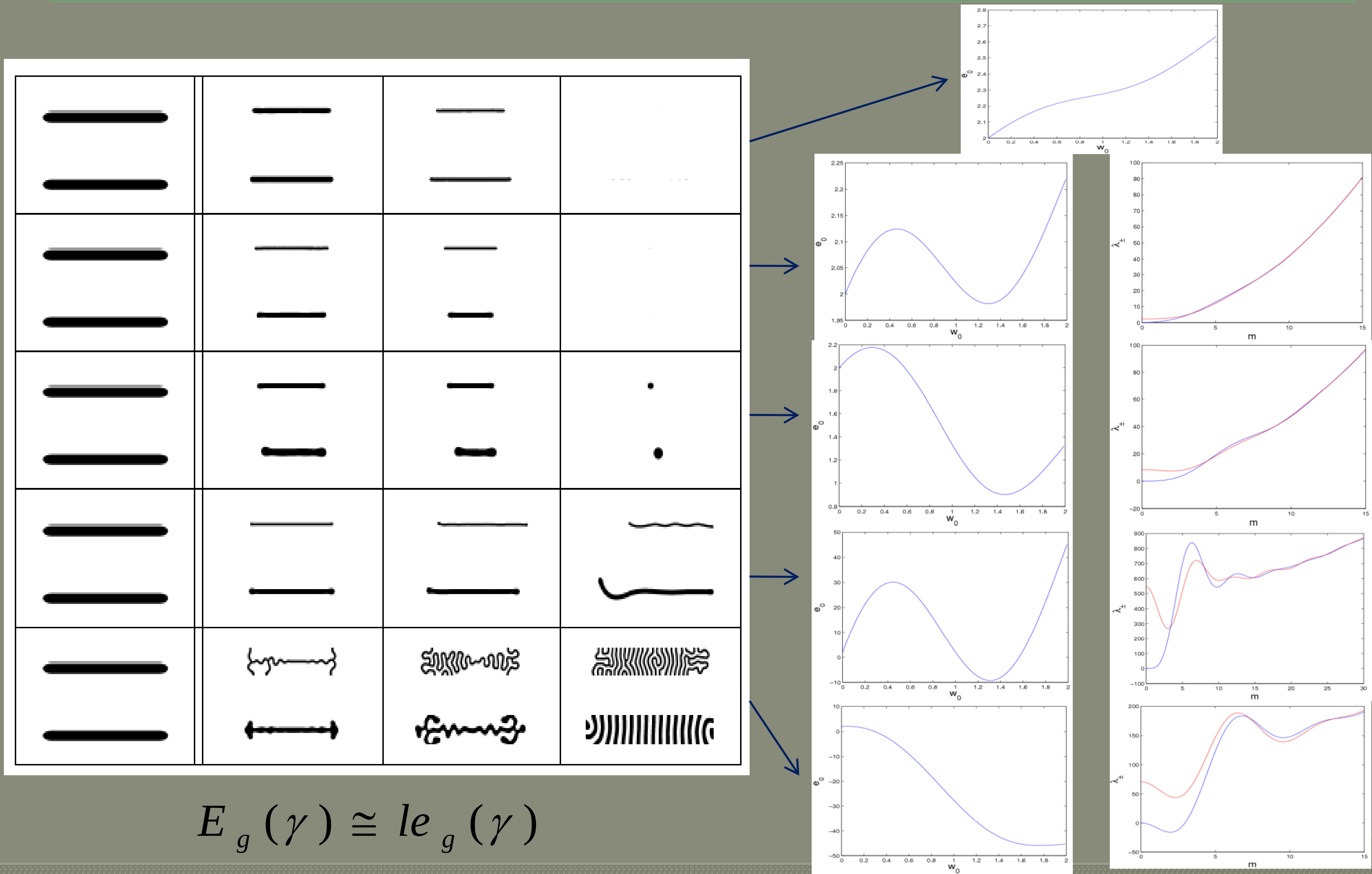


$0.88 < w_0 < 2$

Evolution géométrique d'un cercle par descente de gradient



Evolution géométrique d'une barre par descente de gradient



$$E_g(\gamma) \cong l e_g(\gamma)$$

Conclusion et perspectives

Conclusion

- Analyse de stabilité d'un cercle pour l'extraction des arbres
- Analyse de stabilité d'une barre longue pour l'extraction des réseaux routiers

Perspectives

- Diagramme de phase d'énergies de type CAOS anisotropes
- Application à l'extraction de réseaux fluviaux.

Références bibliographiques

- Site web de l'équipe-projet ARIANA : www-sop.inria.fr/ariana/index.php
- A. El Ghoul, I. Jermyn et J. Zerubia. Diagramme de phase d'une énergie de type contours actifs d'ordre supérieur : le cas d'une barre longue. *Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle, Amiens,* Janvier 2008.
- M. Rochery. Contours actifs d'ordre supérieur et leur application à la détection de linéiques dans des images de télédétection. *Thèse de doctorat, Septembre 2005.*
- M. Rochery, I. H. Jermyn and J. Zerubia. Higher Order Active Contours. *International Journal of Computer Vision*, 69(1): pages 27--42, August, 2006.
- P. Horvath. The 'Gas of circles' model and its application to tree crown extraction. *Phd thesis,* december 2007.
- P. Horvath, I. H. Jermyn, Z. Kato and J. Zerubia. A Higher-Order Active Contour Model for Tree Detection. In *Proc. International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*, Hong Kong, August 2006.