

***Des équations d'Euler
aux
équations de Maxwell***

***Journée Alain Dervieux
10/04/2015***

***Hervé Stève
Dassault Aviation***





Rafale



nEUROn, Bourget 2013

Sommaire

- « Ma Bio » à l'INRIA puis à Dassault Aviation
- Les équations d'Euler et de Maxwell
- Calculs en électromagnétisme

Des équations d'EULER ...

- **1986-1988 : INRIA Sophia –Antipolis : thèse soutenue 4 juillet 1988 à Marseille (faculté Saint-Charles) : « schémas implicites linéarisés décentrés pour la résolution des équations d'Euler en plusieurs dimensions »**
 - Directeur de Thèse : Alain Dervieux
 - Encadrement : Loula Fézoui
 - Rapporteurs : Alain Lerat, Olivier Pironneau, Roger Peyret

Projet SINUS : Hervé Guillard, Antoine Désidéri, Bernard Larrouturou, Rémi Abgrall, Vittorio Selmin, Françoise Trucas, Robert Fournier, ...

Thésards : Marie-Hélène Lallemand, Nathalie Glinsky, Elie Hettena, Gérard Fernandez, ...

- **1988-1989 : Scientifique du contingent chez Dassault Aviation, Jacques Périaux et Bruno Stoufflet**



... aux équations de Maxwell

- > août 1989 : ingénieur en électromagnétisme aux ETA, Pierre Perrier
- Service simulation numérique Jacques Périaux, puis Bruno Stoufflet
 - Méthodes instationnaires, méthodes fréquentielles surfaciques et volumiques
- En 1996, service électromagnétisme Gérard Leflour
 - >1999 : méthodes asymptotiques, hybridations avec méthodes fréquentielles, acoustiques
- En 2003, service EMIR/simulation Christophe Calnibalovsky
 - optimisation (AG, PSO) : forme, matériaux, compromis avec aéro
 - modèles de matériaux



Activités de recherche

- **Avec INRIA (Sophia Antipolis et Rocquencourt)**
 - **1990-2000 contrat DRET : maxwell instationnaire avec schémas décentrés avec Loula Fézoui. Thèse de Jean-Pierre Cioni, Frédéric Bonnet, ...**
 - **1993-1998 contrat DRET : Workshop électromagnétisme (Washington 93 et Oxford 95) et Base de données Électromagnétique (EEDB) : Robert Fournier, Fadi El Dabaghi**
 - **1993-1996 contrat STPA : micromagnétisme avec Patrick Joly. Thèse d'Olivier Vacus.**
 - **1993-1996 contrat STPA : maxwell instationnaire éléments finis d'ordre élevé avec Gary Cohen. Thèse d'Elmkies, ...**
 - **1990-2000 contrat DRET : décomposition de domaines pour le solveur d'Helmholtz avec Youri Kuznetsov (Université de Moscou), Constantin Lipnikov, Alexandre Besselov, ...**

Activités de recherche (suite)

- **Méthodes asymptotiques**

- 2000-2008 contrat STPA puis PEA : méthodes des courants asymptotiques avec Frédéric Molinet (MOTHEMIM)
- 2003-2007 : thèse de Damien Laval de l'université de Bordeaux I avec Vincent Bruneau, Frédéric Molinet (MOTHEMIM), Daniel Bouche (ENS Cachan), Iouri Andronov (Université de St Petersburg)

- **Ateliers Electromagnétiques**

- 1993 à Washington, 1995 à Oxford
- 1990, 92, 94, 98, 2002 et 2004 : à Nice associés aux JINA
- 2000 : à Paris (DGA)
- 2006 à 2014 (tous les 2 ans) : à Toulouse à l'ENSICA puis ISAE

Equations d'EULER ...

Formulation conservative : système hyperbolique quasi-linéaire

$$\frac{\partial}{\partial t} W + \vec{\nabla} \cdot \vec{F}(W) = 0; W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \end{pmatrix}; \vec{F}(W) = \begin{pmatrix} \rho u & \rho v & \rho w \\ \rho u^2 + p & \rho v u & \rho w u \\ \rho u v & \rho v^2 + p & \rho w v \\ \rho u w & \rho v w & \rho w^2 + p \\ (E + p)u & (E + p)v & (E + p)w \end{pmatrix}$$

avec ρ masse volumique, $V=(u,v,w)$ champ de vitesse du fluide, E énergie totale et p la pression : loi des gaz parfait avec $\gamma=1,4$

$$p = (\gamma - 1) \left(E - \frac{1}{2} \rho \|\vec{V}\|^2 \right)$$

Diagonalisation : valeurs propres $\lambda=(V \cdot \mu + c, V \cdot \mu, V \cdot \mu, V \cdot \mu, V \cdot \mu - c)$ avec c la vitesse du son :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \approx 340 \text{m/sec dans l'air (conditions normales)}$$

Conditions aux limites : glissement sur l'objet $V \cdot n = 0$; écoulement uniforme à l'infini



Equations de Maxwell ...

Formulation conservative : système hyperbolique linéaire

$$\frac{\partial}{\partial t} W + \vec{\nabla} \cdot \vec{F}(W) = -J(W); W = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \\ D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix}; \vec{F}(W) = \begin{pmatrix} 0 & D_z / \varepsilon & -D_y / \varepsilon \\ -D_z / \varepsilon & 0 & D_x / \varepsilon \\ D_y / \varepsilon & -D_x / \varepsilon & 0 \\ 0 & -B_z / \mu & B_y / \mu \\ B_z / \mu & 0 & -B_x / \mu \\ -B_y / \mu & B_x / \mu & 0 \end{pmatrix}; J(W) = \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \\ j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix}$$

Avec $D = \varepsilon(x)E$: ε permittivité, E champ électrique, D déplacement électrique
 $B = \mu(x)H$: μ perméabilité, H champ magnétique, B induction magnétique
 $J = (m, j)$ courant surfacique généralisé (loi d'ohm + courant appliqué)

Diagonalisation : valeurs propres $\lambda = (c \|\mu\|, c \|\mu\|, -c \|\mu\|, -c \|\mu\|, 0, 0)$ avec c la vitesse de la lumière :

$$c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon(x)\mu(x)}}; c_0 = 300\,000 \text{ km/sec dans le vide}$$

Conditions aux limites : sur un conducteur parfait $n \times E = 0$, sur une frontière artificielle : Silver-Müller $n \times E = -z_0 n \times (n \times E)$, z_0 impédance du vide, ...

Discrétisation spatiale (2)

- **Maillages éléments finis**

- **Euler : maillage inhomogène dans un grand volume**

- ◆ petites mailles près de l'objet, zones de fortes variations (chocs, arrière corps, ...).
- ◆ maillage loin de l'objet : grandes mailles pour respecter l'écoulement uniforme

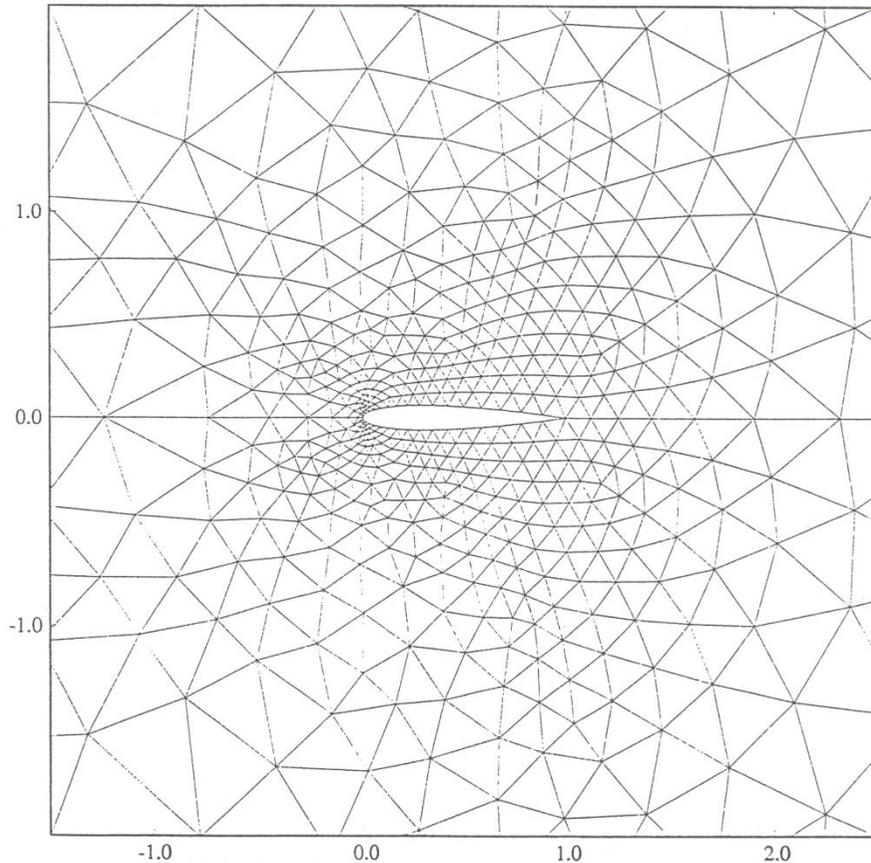
- **Maxwell : maillage homogène dans un volume réduit**

- ◆ maillage doit respecter le critère de longueur d'onde pour représenter le champ EM : $\Delta x < \lambda_{\min} / n$ avec $n > 5$
- ◆ Frontière absorbante à $> 2 \lambda_{\max}$
- ◆ Couche absorbante PML : réduction du domaine de calcul

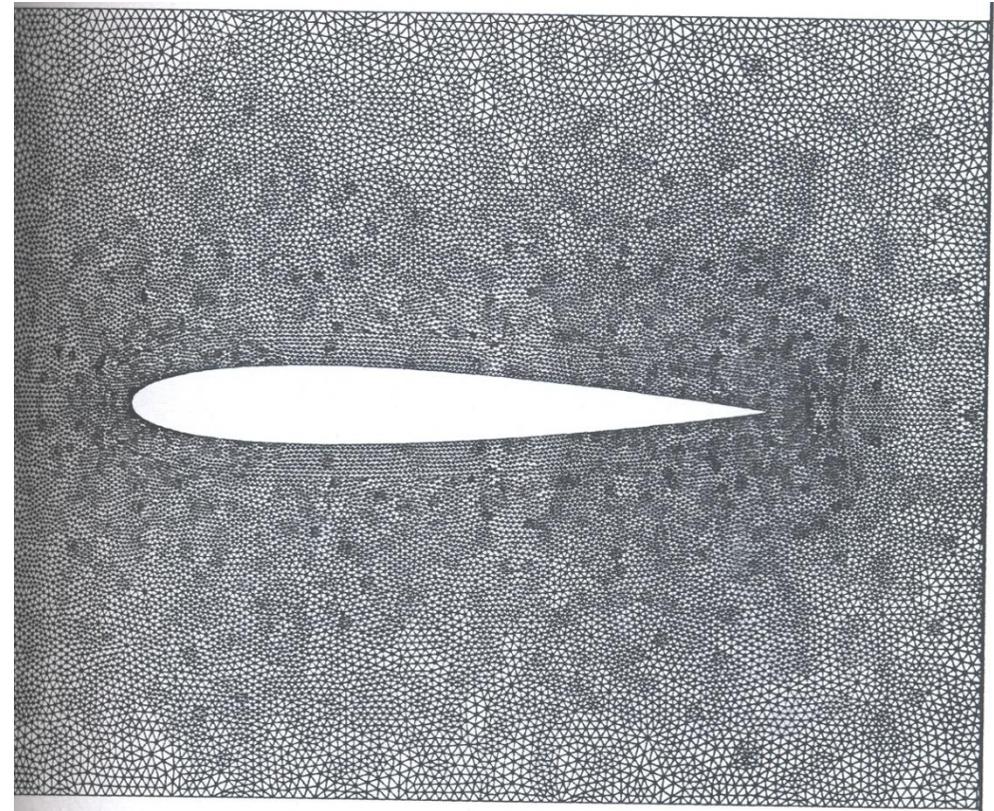
Discrétisation spatiale (3)

Profil NACA0012

Pour Euler transsonique



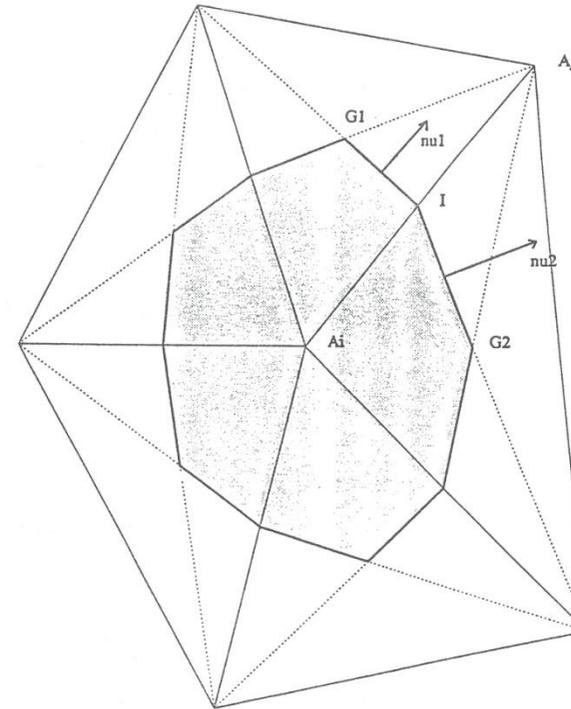
Pour Maxwell, longueur=4λ



Discrétisation spatiale (4)

- **Volumes finis**

- **Cellules de contrôle (2D, 3D)**



- **Formulations faibles**

- **Schémas décentrés :**

- ◆ Steger et Warming, Osher, van Leer, ...
 - ◆ Solveur de Riemann exact pour Maxwell en milieu hétérogène
 - ◆ Méthode MUSCL : ordre 3 avec le β schéma ($\beta = 1/3$)

Discrétisation temporelle

- **Schémas pour des calculs instationnaires**

- Études sur une équation des ondes

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0; c > 0$$

- Condition de stabilité : $CFL = c \Delta t / \Delta x$

- **Recherche d'une solution stationnaire ou périodique**

- Schémas convergents
- Euler : schémas implicites sans CFL
- Maxwell : schémas explicites de Runge-Kutta à 2 ou 3 pas

Calcul SER/antennes : code SPECTRE

Hybridation asymptotique (HF)

Code de calcul EM

- Développement interne (depuis 1990 [1])
- Définition détaillée des formes avion
- Propriété des matériaux

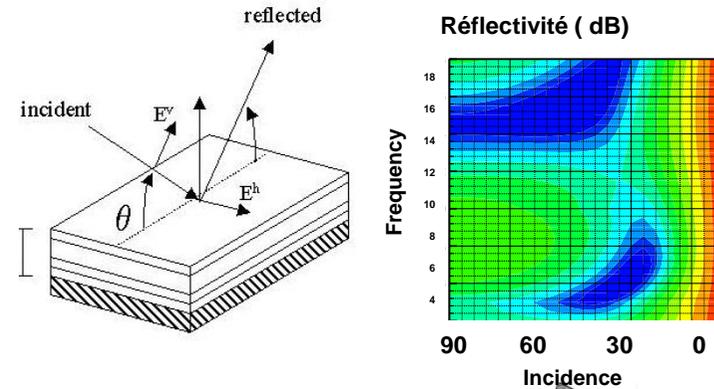
Solveur hybride intégrant des modèles pour

- Surfaces étendues
- Diffuseurs linéiques (jonctions de panneaux, RAS),
- Protubérances locales (anémométrie, antennes, drains, E/S conditionnement...)

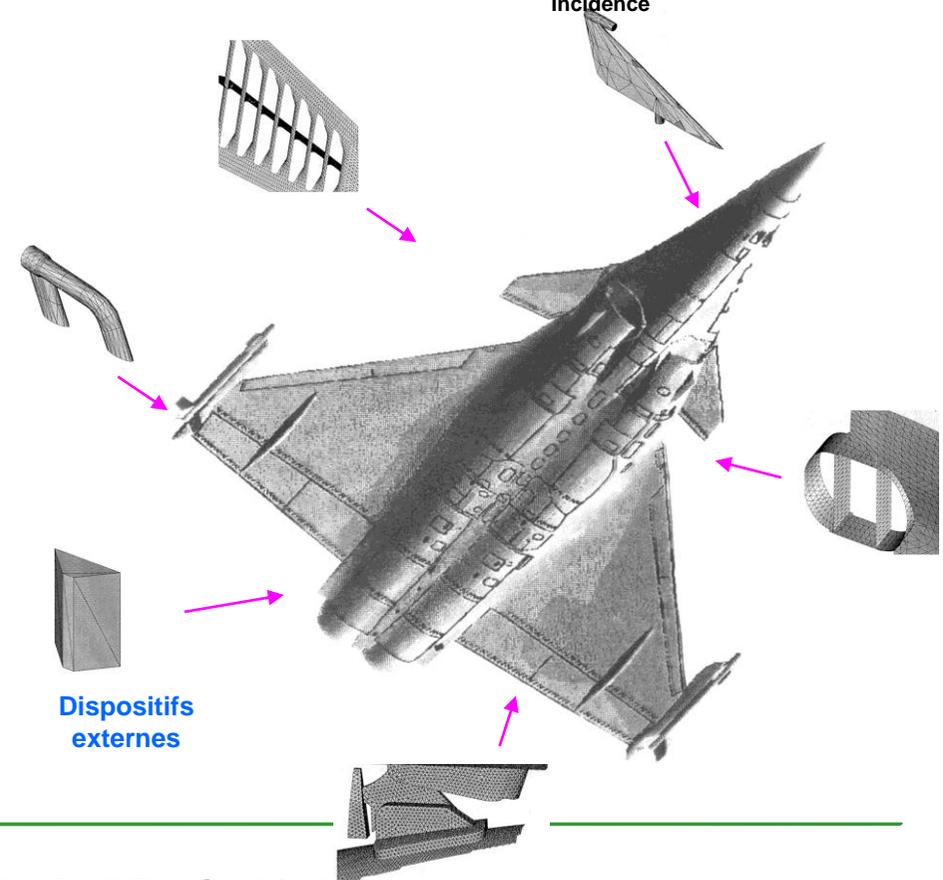
Calcul haute performance (HPC)

- Parallélisme : IBM – Bull
- Processeurs GPU

[1] Calcul électromagnétique d'un avion complet par le code SPECTRE, JINA 1990, C.Calnibalosky, G.Leflour, P.Lohat, JM. Quadri, N.Vukadinovic



Propriétés
EM des
matériaux



Direction Générale Technique

Contributeurs / modèles :

- **Surfaces concaves/convexes, arêtes de bords :**
 - modélisation par méthodes asymptotiques PTD / MOASC [2],[3]
- **Fentes et désaffleurements de surface : [4]**
 - modélisation par hybridation 2,5D : méthodes 2D / 3D-1D périodique
 - besoins spécifiques aux avions furtifs (précision, fluctuations de SER)
- **Cavités, protubérances :**
 - modélisation par hybridation 3D : méthodes 3D (BEM, FMM)
- **Revêtements de surface :**
 - modélisation matrices S, impédance Z, matériaux eps/mu : méthodes 1D / 3D-2D périodiques

[2] *Asymptotic Current Method*, PIERS 1998, V. Lange, G. Leflour, F. Molinet et S. Tort

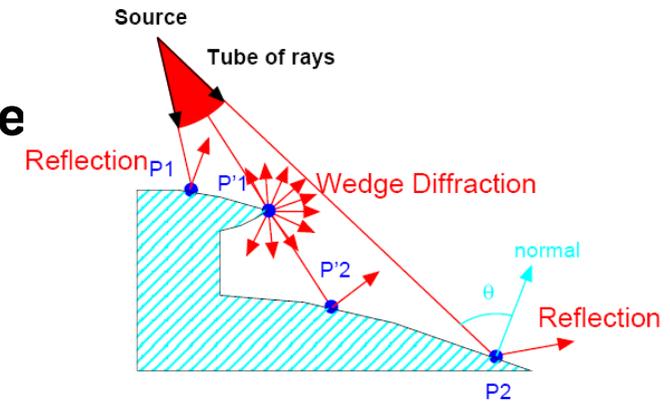
[3] *Diffraction by a strongly elongated object illuminated by an electromagnetic plane wave propagating in the paraxial direction - application to a prolate ellipsoid*, Days on Diffraction 2006, D. Laval, H. Stève, F. Molinet et S. Tort

[4] *Méthodes numériques pour le calcul de diffractions de fentes et protubérances ; applications pour avions furtifs*, EM&GE 2013, G. Leflour, JM Quadri, C. Calnibalosky, H. Stève et Q. Carayol



Méthodes des courants asymptotiques

- Principe : couplage entre le lancer de rayon et la méthode des courants
- Lancer de rayons 3D :
 - Rampants dans la zone d'ombre (surface convexe)
 - Diffractés et rampants à partir d'une arête
 - Rampants-diffractés-rampants
 - Interactions multiples
- Courants uniformes : formulations Bi Uniformes [5]
- Champs diffractés : intégrales de Stratton-Chu (pas de caustiques, solution uniforme)



[5] *Méthodes asymptotiques en électromagnétisme*, D. Bouche et F. Molinet. Springer-Verlag 1994

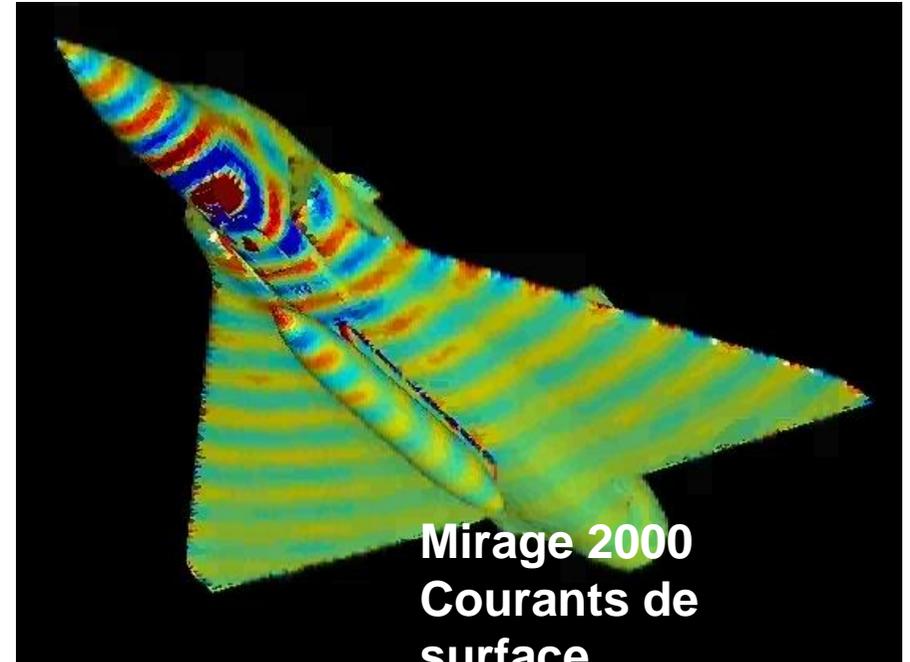
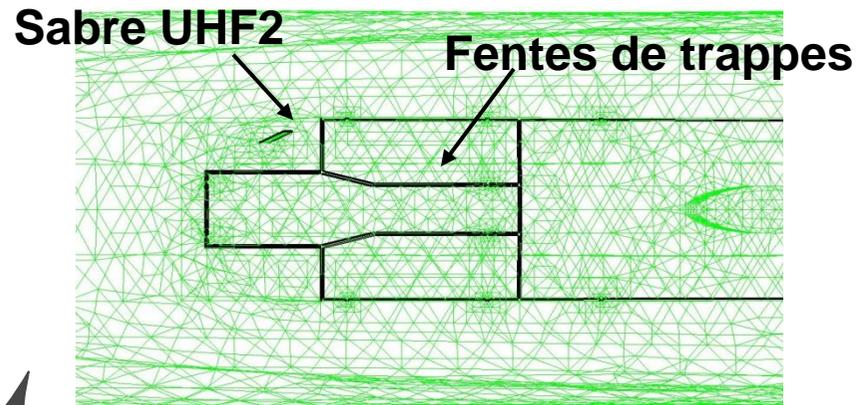
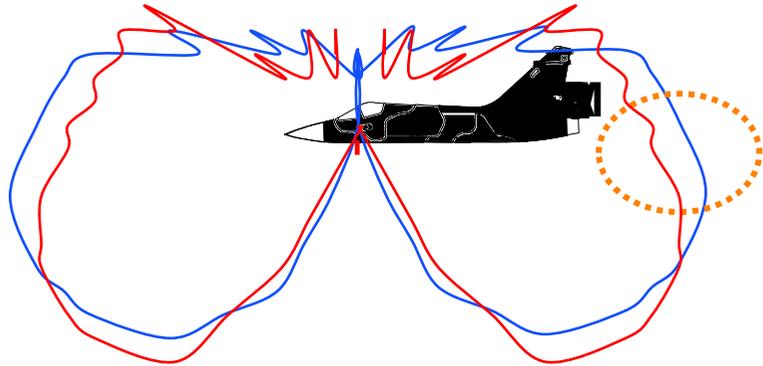
Précision accrue par formulation 3D

- **Optique géométrique : précision insuffisante**
- **Méthodes asymptotiques (GTD, UTD...)**
 - Formulations limitées (solutions canoniques, matériaux)
 - Coût de calcul en N^p , N nombre de contributeurs, p nombre d'interactions
- **Apport impressionnant des méthodes multipôles**
- **Couplage OG / 2D → Couplage 3D multidomaines [6],[7]**

[6] J. L. Volakis, JINA 2004 “Hybrid Computational methods, from analysis to design”

[7] G. Leflour JINA2004 « Scattering through apertures, general formulation and application for radar cross section and antenna computation »

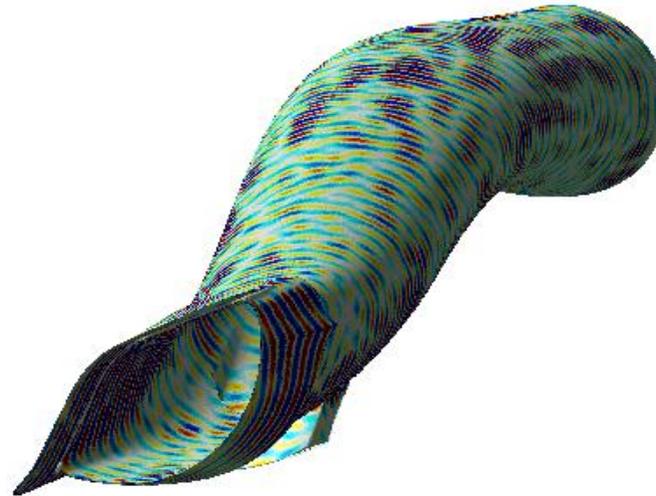
modélisation des fentes pour le rayonnements d'antenne (Mirage 2000)



Méthodes de couplage à travers une ouverture

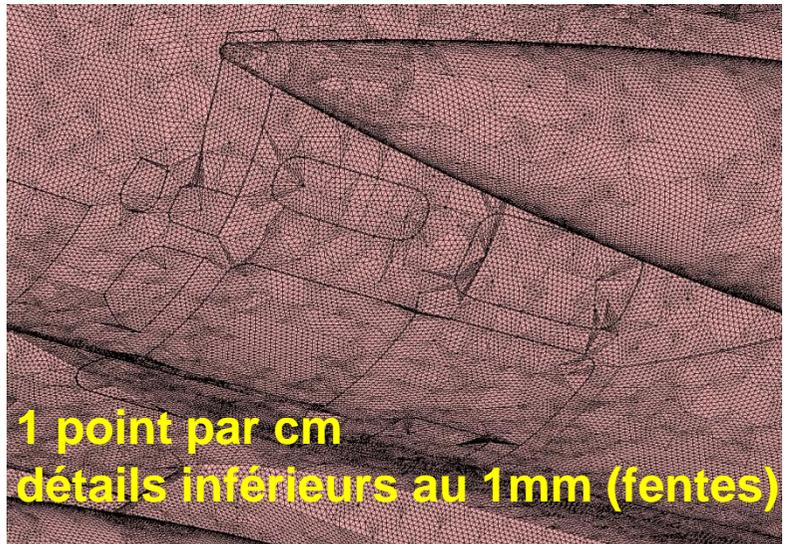
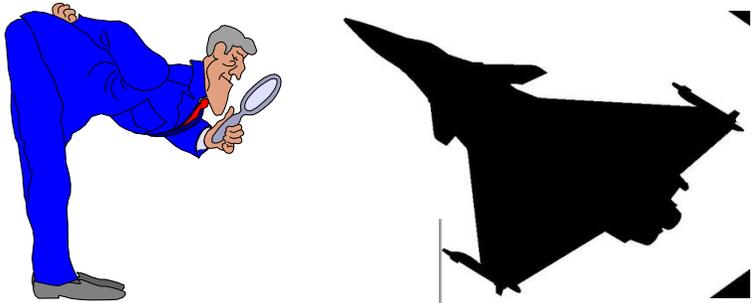
- **Factorisation (décomposition de domaines exacte)**
 - Résolution algébrique aux interfaces de couplage
 - Adapté au calcul basse fréquence (taille d'ouverture $< 5\lambda$)
- **Hybridation (décomposition de domaines approchée)**
 - Réaction des courants aux interfaces de couplage
 - Adapté au calcul haute fréquence (taille d'ouverture $> 5\lambda$)
- **Applications : cavités, conduits d'air, antennes...**

Résultat d'un calcul
multi-domaines
d'entrée d'air Rafale

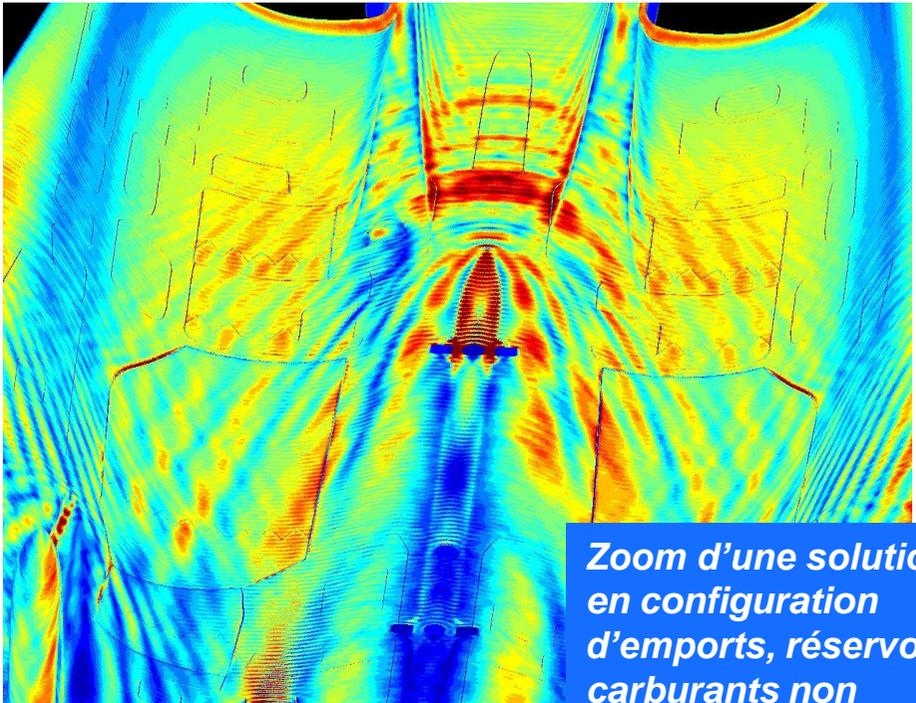
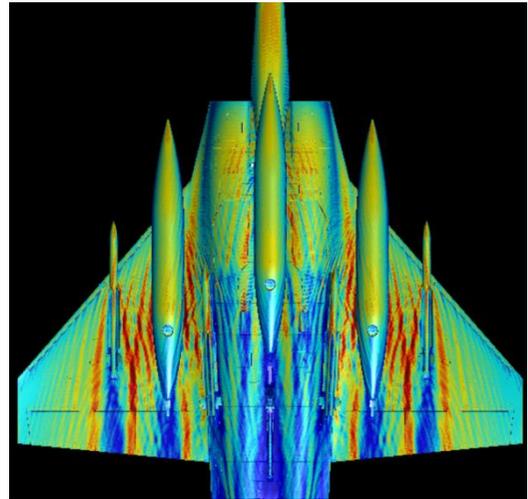


Calcul FMM de l'intrados Rafale (PEA MOIRE)

- Calcul à 5 GHz
- 3 604 896 degrés de liberté



Site -7°



Zoom d'une solution en configuration d'emports, réservoirs carburants non visualisés



Calcul SER entrée d'air nEUROn

