ESSI 2005-2006 **Programmation Concurrente**
Deuxième année

TD 4 : Temps virtuel et horloges logiques

1. **Construction des horloges logiques**

On considère le système de processus suivant.

$\mathbf{P^1}$	$\mathbf{P^2}$	$\mathbf{P^3}$
X := 1 ;	Y := 10 ;	Z := 100 ;
Envoyer(X,$\mathbf{P^2}$) ;	Recevoir(M, $\mathbf{P^1}$) ;	Recevoir(M, $\mathbf{P^1}$) ;
Envoyer(X,$\mathbf{P^3}$) ;	Y := Y + M ;	Z := Z + M ;
Recevoir(M, $\mathbf{P^2}$) ;	Envoyer(Y,$\mathbf{P^1}$) ;	Envoyer(Z,$\mathbf{P^2}$) ;
X := X + M ;	Recevoir(M, $\mathbf{P^3}$) ;	Recevoir(M, $\mathbf{P^1}$) ;
Envoyer(X,$\mathbf{P^3}$) ;	Y := Y + M ;	Z := Z + M ;
Recevoir(M, $\mathbf{P^3}$) ;	Envoyer(Y,$\mathbf{P^1}$) ;	Envoyer(Z,$\mathbf{P^1}$) ;
X := X + M ;		
Recevoir(M, $\mathbf{P^2}$) ;		
X := X + M ;		

1.1 On suppose que le réseau de communication entre les processus assure la délivrance des messages dans l'ordre de leurs émissions : les messages émis par le processeur i en direction du processus j arrivent en j dans l'ordre d'émission par le processus i. Montrer qu'il existe une seule relation de causalité entre les 3 processus et construire la relation correspondante. Construire le graphe de causalité.

1.2 Combien d'extensions linéaires compatibles avec la relation de causalité existe-t-il ?

1.3 En utilisant l'algorithme de Lamport, construire une horloge logique partielle et donner les dates de chaque opération pour la relation de causalité du 1.1. Quel est l'estampillage associé.

1.4 On suppose que le réseau de communication entre les processus assure la délivrance des messages dans un ordre quelconque. Quelles sont les relations de causalité entre les 3 processus ? Construire les graphes de causalité associés.

1.5 Combien d'extensions linéaires compatibles avec les relations de causalité existe-t-il ?

1.6 En utilisant l'algorithme de Lamport, construire une horloge logique partielle et donner les dates de chaque opération pour chacune des relations de causalité du 1.4.

2. **Extension linéaire**

2.1 Soit E un ensemble dénombrable muni d'une relation d'ordre partielle. Démontrer qu'il existe une relation d'ordre totale compatible avec la relation d'ordre partielle (extension linéaire).

2.2 Soit E un ensemble dénombrable muni d'une relation de causalité. Démontrer qu'il existe une relation d'ordre totale compatible avec la relation d'ordre de causalité (extension linéaire).

3. **Horloges vectorielles de Fidge-Mattern**

Etant donnés un système de **n** processus $\mathbf{P^i} = (\mathbf{O^i_j})$ et la relation de causalité << associée, une **horloge logique vectorielle** est une fonction τ de $(\mathbf{O^i_j})$ dans N^n telle que :

$$\forall\ i,j,k,l,\ (O^i_k << O^j_l) \Rightarrow \tau(O^i_k) < \tau(O^j_l)$$

où l'ordre < dans N^n est composante à composante.

3.1 En généralisant l'algorithme de Lamport, construire une horloge logique vectorielle.

3.2 Reprendre l'exercice 1 en utilisant l'horloge logique vectorielle précédente.

3.3 Montrer que $\forall$ i,j,k,l, $(O^i_k << O^j_l) \Leftrightarrow \tau(O^i_k) < \tau(O^j_l)$

3.4 Montrer que si une opération est datée par $(v_0, v_1, \ldots, v_{n-1})$, alors le nombre d'opérations qui la précèdent est égal à $v_0 + v_1 + \ldots + v_{n-1}$.