

# Une analyse de la sélection des MPR dans OLSR

A. Busson<sup>1</sup>, N. Mitton<sup>2</sup> and E. Fleury<sup>2</sup>

<sup>1</sup> IEF - CNRS - Orsay - [anthony.busson@ief.u-psud.fr](mailto:anthony.busson@ief.u-psud.fr)

<sup>2</sup> INRIA/ARES - CITI/INSA Lyon - [nom.prenom@insa-lyon.fr](mailto:nom.prenom@insa-lyon.fr)

---

OLSR est un protocole de routage pour réseaux ad-hoc. Il introduit le concept de Multi-Point Relais (MPR) pour minimiser le trafic de contrôle et limiter les effets de bords de la diffusion dans un tel réseau. Nous nous intéressons ici aux performances de la sélection de ces MPR. Nous en analysons le nombre et la répartition spatiale.

**Keywords:** ad hoc, OLSR, MPR, analyse, distribution de Palm

---

## 1 Introduction

De nos jours, de nombreuses technologies pour les réseaux sans fils apparaissent, telles 802.11<sup>†</sup>, hipérLAN ou bluetooth<sup>‡</sup>. Avec elles, de nouvelles possibilités ont émergé comme de permettre aux entités du réseau de communiquer sans infrastructure physique. Deux nœuds n'étant pas à portée radio l'un de l'autre utilisent alors des nœuds intermédiaires pour relayer leurs données. Ceci suppose l'utilisation d'un protocole de routage permettant à un nœud de trouver une route valide vers n'importe quelle destination. Du fait des caractères intrinsèques de tels réseaux où les nœuds peuvent à tout moment disparaître ou se déplacer, les protocoles de routage classiques du monde filaire ne sont pas adaptés. Les algorithmes doivent être adaptatifs tout en limitant les échanges coûteux en énergie. OLSR [1], protocole récemment standardisé du groupe MANET<sup>§</sup> de l'IETF est un protocole de routage pro-actif pour réseaux ad-hoc *i.e.* il maintient en permanence une vue de la topologie du réseau sur chaque nœud lui permettant de calculer une route disponible à tout moment vers n'importe quelle entité. Il introduit le concept de Multi-Point Relais (MPR) afin de minimiser le trafic de contrôle et limiter les messages redondants lors d'une diffusion à tous les nœuds du réseau. Chaque nœud sélectionne ses MPR parmi les nœuds de son voisinage de telle sorte qu'ils couvrent l'intégralité de son 2-voisinage. Les informations sur la topologie du réseau sont émises uniquement par les MPR réduisant ainsi le trafic de contrôle sur le réseau. De plus, seuls les MPR sont autorisés à retransmettre les paquets de diffusion, limitant ainsi le nombre d'émetteurs.

Dans cet article, nous nous intéressons à l'algorithme de sélection de ces MPR (Section 2), en analysant le nombre moyen de MPR sélectionnés ainsi que leur distribution spatiale (Section 3). La majeure partie des travaux menés sur les performances d'OLSR s'attachent à l'efficacité du protocole de routage en lui-même ou des différentes techniques de diffusion utilisant les MPR ([2, 5, 6, 4]). Peu d'articles ont étudié les performances de la sélection des MPR. Une analyse sur la ligne est menée en [8], une large borne supérieure du nombre de MPR sélectionnés dans un graphe unité est donnée dans [3]. Dans [7], les auteurs proposent et analysent plusieurs variantes de l'algorithme de sélection dans le but d'optimiser certaines quantités (bande passante, recouvrement, etc.). Comme nous le montrerons, la majeure partie des MPR est sélectionnée durant la première étape de l'algorithme. Or, cette étape ne peut être contournée puisqu'elle permet de couvrir les nœuds isolés et doit être exécutée en premier lieu afin de minimiser le nombre de MPR à sélectionner. De ce fait, les résultats de tous ces algorithmes s'en trouvent assez similaires, particulièrement en ce qui concerne le nombre de MPR par nœud.

---

<sup>†</sup> [standards.ieee.org/getieee802/802.11.html](http://standards.ieee.org/getieee802/802.11.html)

<sup>‡</sup> [www.bluetooth.org/specifications.htm](http://www.bluetooth.org/specifications.htm)

<sup>§</sup> <http://www.ietf.org/html.charters/manet-charter.html>

## 2 La sélection des MPR

Soit  $N(u)$  le voisinage d'un nœud  $u$ , *i.e.* l'ensemble des nœuds à portée radio de  $u$ . On suppose les liens radio bidirectionnels : si  $v \in N(u)$  alors  $u \in N(v)$ . On note  $N_2(u)$  le 2-voisinage du nœud  $u$ , *i.e.* l'ensemble des nœuds voisins d'au moins un nœud de  $N(u)$  mais n'appartenant pas à  $N(u)$  :  $N_2(u) = \{v \text{ t.q. } \exists w \in N(u) \mid v \in N(w) \setminus \{u\} \cup N(u)\}$ . Pour  $v \in N(u)$ , soit  $d_u^+(v)$  le nombre de nœuds de  $N_2(u)$  appartenant à  $N(v)$  :  $d_u^+(v) = |N_2(u) \cap N(v)|$ . Pour  $v \in N_2(u)$ , soit  $d_u^-(v)$  le nombre de nœuds de  $N(u)$  appartenant à  $N(v)$  :  $d_u^-(v) = |N(u) \cap N(v)|$ . Chaque nœud  $u$  choisit ses MPR parmi  $N(u)$  de façon à couvrir tous les nœuds de  $N_2(u)$ . La sélection optimale des MPR est un problème NP-complet ([6]). Nous décrivons ici brièvement l'algorithme le plus fréquemment utilisé : le *Simple Greedy MPR Heuristic* (plus détaillé dans [9]). Il est composé de deux étapes. La première sélectionne les nœuds  $v \in N(u)$  qui couvrent des "nœuds isolés" de  $N_2(u)$ . Un nœud  $w \in N_2(u)$  est dit isolé si  $d_u^-(w) = 1$  c'est à dire si il est couvert par un unique point  $v$  de  $N(u)$ . La deuxième étape sélectionne parmi les nœuds restants de  $N(u)$  ceux permettant de couvrir le plus grand nombre de nœuds de  $N_2(u)$  non encore couverts. Ainsi, si  $MPR(u)$  est l'ensemble des MPR sélectionnés par  $u$ , on a :  $\bigcup_{v \in MPR(u)} N(v) = \{u\} \cup N(u) \cup N_2(u)$ . On notera que la première étape de l'algorithme est obligatoire si l'on souhaite couvrir tout le 2-voisinage, donc seule la seconde étape peut être améliorée en vue d'une optimisation de la sélection.

## 3 Analyse

Nous nous intéressons aux propriétés des MPR d'un nœud particulier. Ce point sera le point situé à l'origine du plan. Soit  $B(0, R)$  une boule de rayon  $R \in \mathbb{R}^{*+}$  centrée en l'origine du plan. Nous distribuons des points dans cette boule suivant un processus de Poisson d'intensité  $\lambda > 0$  et y ajoutons le point 0 à l'origine. Soit  $d(u, v)$ , la distance euclidienne entre  $u$  et  $v$ . Il existe un lien bidirectionnel entre  $u$  et  $v$  si et seulement si  $d(u, v) \leq R$ . Nous utilisons les notations introduites dans la Section 2 pour définir le 1-voisinage (resp. le 2-voisinage) de 0 :  $N$  (resp.  $N_2$ ).  $N$  est donc constitué des points du processus de Poisson situés dans  $B(0, R)$ . Nous notons  $A(r)$  l'aire intersection de deux boules  $B(x, R)$  et  $B(y, R)$  telles que  $d(x, y) = r$  et  $A_1(u, R, r)$  l'aire couverte par la superposition de deux boules  $B(x, R)$  et  $B(y, u)$  telles que  $d(x, y) = r$ . Leurs formules mathématiques ainsi que l'ensemble des démonstrations des propositions qui suivent pourront être trouvées dans [9].

Dans la proposition suivante, nous considérons un point uniformément distribué dans  $B(0, R)$  (resp.  $B(0, 2R) \setminus B(0, R)$ ) et donnons certaines quantités associées. Il correspondent à un point du processus choisi arbitrairement dans  $B(0, R)$  (resp.  $B(0, 2R) \setminus B(0, R)$ ).

**Proposition 1.** Soient  $u$  un point uniformément réparti dans  $B(0, R)$  et  $v$  un point uniformément réparti dans  $B(0, 2R) \setminus B(0, R)$  :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[d_0^+(u)] &= \lambda R^2 \frac{3\sqrt{3}}{4} & \mathbb{E}[d_0^-(v)] &= \lambda R^2 \frac{\sqrt{3}}{4} & \mathbb{E}[d_0^-(v) | v \in N_2] &= \frac{\mathbb{E}[d_0^-(v)]}{\mathbb{P}(d_0^-(v) > 0)} \\ \mathbb{E}[|N|] &= \lambda \pi R^2 & \mathbb{E}[|N_2|] &= 3\lambda \pi R^2 \left(1 - \frac{2}{3R^2} \int_R^{2R} \exp\{-\lambda A(r)\} r dr\right) \end{aligned}$$

Soit  $MPR_1(u)$  l'ensemble des MPR de  $u$  sélectionnés lors de la première étape de l'algorithme. Nous donnons ici le nombre moyen de points isolés  $v$  :  $\{v \in N_2 \mid d_0^-(v) = 1\}$  (Proposition 2). Mais puisque cette quantité ne nous donne qu'une borne supérieure sur le cardinal de  $MPR_1$  nous donnons une borne inférieure dans la Proposition 3. Nous nous intéressons également à la distribution spatiale des points  $MPR_1$ . Pour un point  $u \in N$  à distance donnée de l'origine, nous encadrons la probabilité que  $u \in MPR_1$  (Proposition 4).

**Proposition 2.** Soient  $v$  un point uniformément réparti dans  $B(0, 2R) \setminus B(0, R)$  et  $D$  l'ensemble des points  $v$  tels que  $d_0^-(v) = 1$ ,

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(d_0^-(v) = 1) &= \frac{2}{3R^2} \int_R^{2R} \lambda A(r) \exp\{-\lambda A(r)\} r dr & \mathbb{P}(d_0^-(v) = 1 | v \in N_2) &= \frac{\mathbb{P}(d_0^-(v) = 1)}{\mathbb{P}(d_0^-(v) > 0)} \\ \text{et} \quad \mathbb{E}[|D|] &= 2\pi \lambda^2 \int_R^{2R} A(r) \exp\{-\lambda A(r)\} r dr \end{aligned}$$

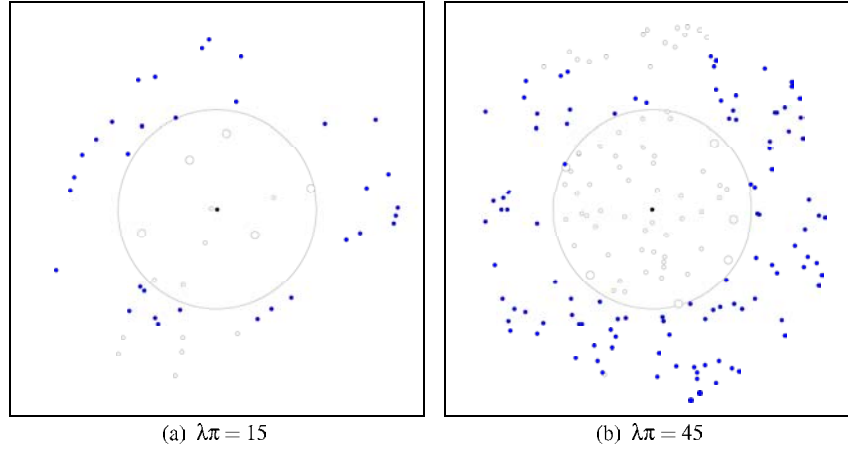


FIG. 1: Sélection des MPR avec  $\lambda\pi = 15$  et  $\lambda\pi = 45$ .

**Proposition 3.** Soit  $u$  un point uniformément réparti dans  $B(0, R)$ .

$$\mathbb{E}[|MPR_1|] \geq 2\lambda\pi\mathbb{P}(d_0^+(u) > 0) \int_0^R \int_R^{R+r} f(x, r, R) \times \exp\{-\lambda(2\pi R^2 - A_1(R, x, R))\} r dx dr$$

$$\text{avec } f(x, r, R) = -\frac{\lambda}{1 - \exp\{-\lambda(A_1(R, r, R) - \pi R^2)\}} \left[ \frac{\partial}{\partial x} A_1(x, r, R) - 2\pi x \right] \exp\{-\lambda(A_1(x, r, R) - \pi x^2)\}$$

De plus, puisqu'il existe au moins un point isolé par point de  $MPR_1$ , le nombre moyen de points isolés donne une borne supérieure :  $\mathbb{E}[|MPR_1|] \leq \mathbb{E}[|D|]$ .

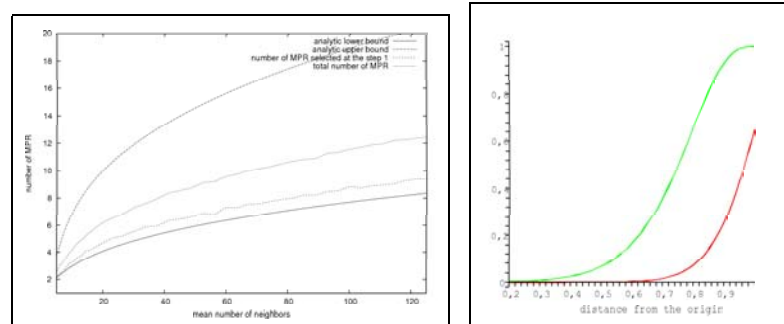
**Proposition 4.** Soit  $u$  un point tel que  $d(0, u) = r, r \leq R$ . Nous distribuons en plus de ces deux points un processus de Poisson de paramètre  $\lambda$  dans  $B(0, 2R)$ .

$$\mathbb{P}(u \in MPR_1) \geq (1 - \exp\{-\lambda(\pi R^2 - A(r))\}) \times \int_R^{R+r} f(v, r, R) \exp\{-\lambda(2\pi R^2 - A_1(R, v, R))\} dv$$

$$\mathbb{P}(u \in MPR_1) \leq 1 - \left(1 - \exp\left\{-\lambda \frac{A(R+r)}{2}\right\}\right)^2$$

## 4 Résultats numériques et simulations

Comme dans les sections précédentes, les nœuds du réseau sont distribués dans  $B(0, 2R)$  suivant un processus de Poisson d'intensité  $\lambda > 0$ . Nous fixons  $R = 1$  et ajoutons un point en 0. Nous étudions alors pour ce point le nombre de MPR moyen sélectionnés à chaque étape. La Figure 1 représente des échantillons du modèle pour différentes valeurs de  $\lambda\pi$ ,  $\lambda\pi$  étant le degré moyen des nœuds du réseau. Sur ces figures, les points du cercle central représentent l'ensemble  $N$ , les points plus gros étant les  $MPR_1$ . Les points en dehors du cercle sont les points de  $N_2$  : en noir ceux couverts par les  $MPR_1$ , en blanc ceux couverts lors de la deuxième étape. Nous remarquerons que dans tous les cas, quasiment l'intégralité de  $N_2$  est couverte par les points de  $MPR_1$ . En effet, un nombre appréciable de points isolés donnent naissance à un certain nombre de points  $MPR_1$ . Ces derniers semblent être distribués régulièrement et près de la frontière de  $B(0, R)$ , ce qui confirme les résultats de la Proposition 4. C'est pourquoi les points de  $MPR_1$  couvrent une large partie de  $N_2$ . La Figure 2(a) donne le nombre moyen de MPR et  $MPR_1$  obtenus par simulation. Nous observons que près de 75% des MPR sont dans  $MPR_1$ , ce qui confirme que les  $MPR_1$  couvrent la quasi totalité du 2-voisinage. Elle montre aussi que la borne inférieure est très près des résultats obtenus par simulation. L'encadrement de la probabilité pour un point  $u$  d'appartenir à  $MPR_1$  (Proposition 4), nous permet de



(a) Comparaison de la taille moyenne de  $MPR_1$  et du nombre total de MPR obtenue par simulation et comparé avec les bornes analytiques (le tout fonction de  $d(0, u)$  de  $\lambda\pi$ ). (b) Bornes supérieure et inférieure de la probabilité que  $u \in MPR_1$  en fonction de  $d(0, u)$ .

FIG. 2: Nombre moyen de MPR et leur distribution spatiale.

montrer que les points de  $MPR_1$  se trouvent très près de la frontière de  $B(0, R)$ . Ce phénomène est illustré Figure 2(b) pour  $d(0, u)$  variant de 0.2 à 0.999 et pour  $\lambda = 15$ . Cette tendance s'affirme lorsque l'intensité du processus croît. Lors d'une diffusion de messages à tout le réseau, une partie de la redondance reçue par les nœuds est liée à la surface des intersections des zones de portée des MPR. Puisque la distance entre un point et ses MPR est élevée, ces aires d'intersection sont minimales de même que la redondance induite.

## 5 Conclusion

Nous avons proposé une analyse de l'algorithme de sélection des MPR dans OLSR, montrant que près de 75% d'entre eux étaient sélectionnés lors de la première étape de l'algorithme. Cette étape étant indispensable et incompressible, toutes les variantes visant à améliorer l'algorithme mènent à des performances similaires. Mais cette propriété soulève un problème de robustesse : si on considère un nœud  $u$  dont un MPR disparaît, il y a 75% de chances que ce MPR permettait d'atteindre un nœud isolé qui ne sera donc plus atteint par  $u$ . Nous avons également mis en évidence le fait que ces MPR étaient situés à la limite des portées radio, limitant ainsi le recouvrement des surfaces couvertes par chacun de ces nœuds. Ces résultats ont été présentés pour un modèle particulier, en utilisant un processus de Poisson. Nous espérons pouvoir analyser d'autres modèles et les comparer.

## Références

- [1] Optimized Link State Routing Protocol (OLSR). T. Clausen and P. Jacquet, RFC 3626, October 2003.
- [2] Simulation Results of the OLSR Routing Protocol for Wireless Network. A. Laouiti, P. Muhlethaler, A. Najid, E. Plakoo, Med-Hoc-Net, Sardegna, Italy 2002.
- [3] Performances of multipoint relaying in ad hoc mobile routing protocols. P. Jacquet, A. Laouiti, P. Minet, L. Viennot, Networking 2002, Pise (Italy) 2002.
- [4] L. Lovasz, On the ratio of optimal integral and fractional covers, Discrete Mathematics, 13, 1975, 383-390.
- [5] The Optimized Link State Routing Protocol, Evaluation through Experiments and Simulation. T.H. Clausen, G. Hansen, L. Christensen and G. Behrmann, in WPCM'01.
- [6] Performance Analysis of OLSR MPR Flooding in Two Ad Hoc Wireless Network Models. P. Jacquet, A. Laouiti, P. Minet and L. Viennot, RR-4260, INRIA, September 2001, RSRCP journal special issue on Mobility and Internet.
- [7] Performance Evaluation of Approximation Algorithms for MPR Selection. B. Mans and N. Shrestha, Med-Hoc-Net'04, Bodrum, Turkey, June 27-30, 2004.
- [8] Flooding techniques in mobile Ad-Hoc networks. E. Baccelli and P. Jacquet. RR-5002, INRIA, 2003.
- [9] An analysis of the Multi-Point Relays selection in OLSR. A. Busson, N. Mitton, E. Fleury. RR-5468, INRIA, Janvier 2005.