

Méthodologies pour la commande de manipulateurs mobiles non-holonomes

23 septembre 2005

Matthieu Fruchard

Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA)

Projet ICARE (Sophia Antipolis, France)

Plan

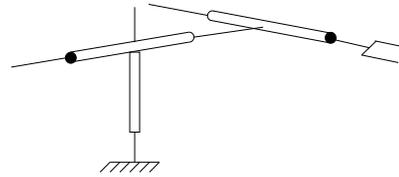
- I. Introduction & Problématiques
 - 1. Cadre de l'étude
 - 2. Difficultés et solutions existantes
 - 3. Objectifs
 - 4. Outils
- II. Synthèse de commandes par Système Omnidirectionnel Equivalent
- III. Approche générale de synthèse de lois de commande
- IV. Conclusion

I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?

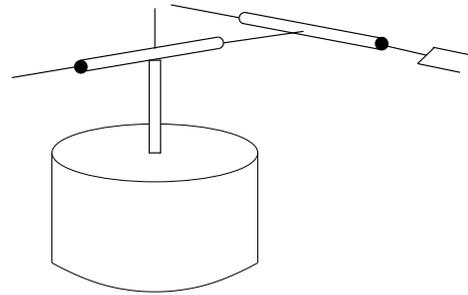
I. 1. Cadre de l'étude

● Manipulateur mobile ?



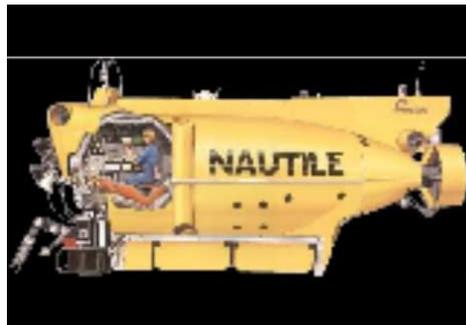
I. 1. Cadre de l'étude

● Manipulateur mobile ?



I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples



I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?

I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation

I. 1. Cadre de l'étude

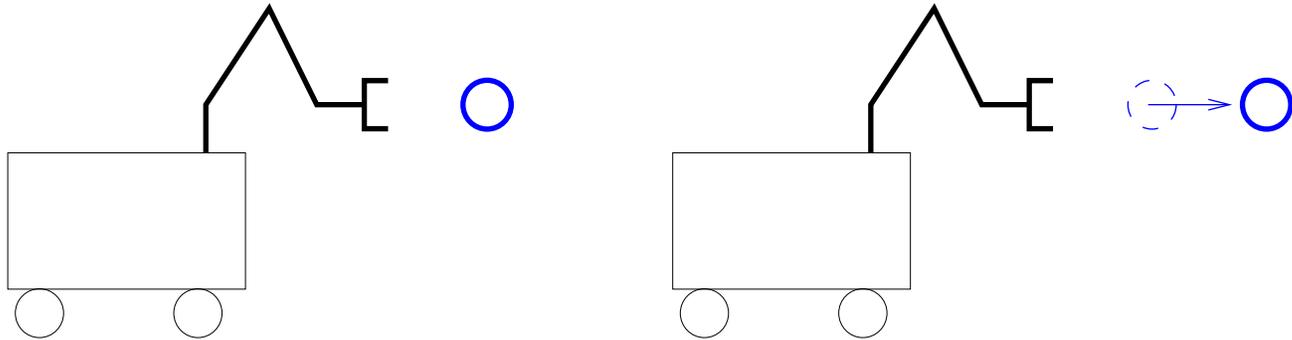
- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation
- Problématiques

I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation
- Problématiques
 - Redondance

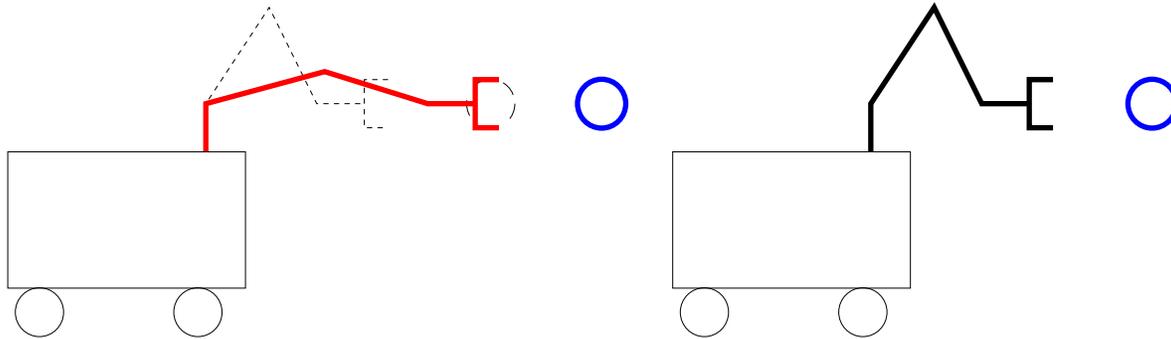
I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation
- Problématiques
 - Redondance



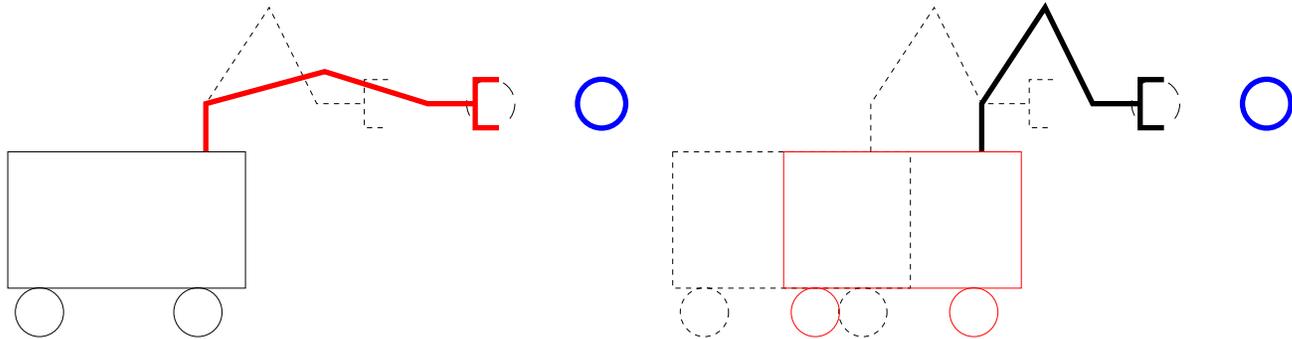
I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation
- Problématiques
 - Redondance



I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation
- Problématiques
 - Redondance



I. 1. Cadre de l'étude

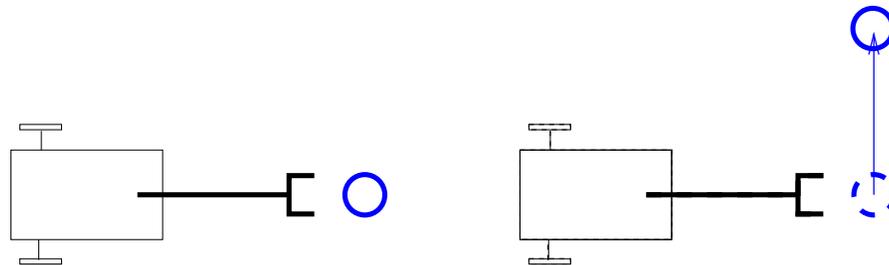
- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation
- Problématiques
 - Redondance
 - ➔ Signification physique : trop de ddl

I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation
- Problématiques
 - Redondance
 - ➔ Signification physique : trop de ddl
 - Non-holonomie

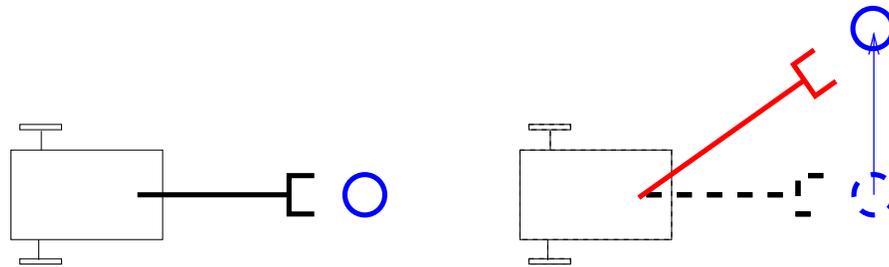
I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation
- Problématiques
 - Redondance
 - ➔ Signification physique : trop de ddl
 - Non-holonomie



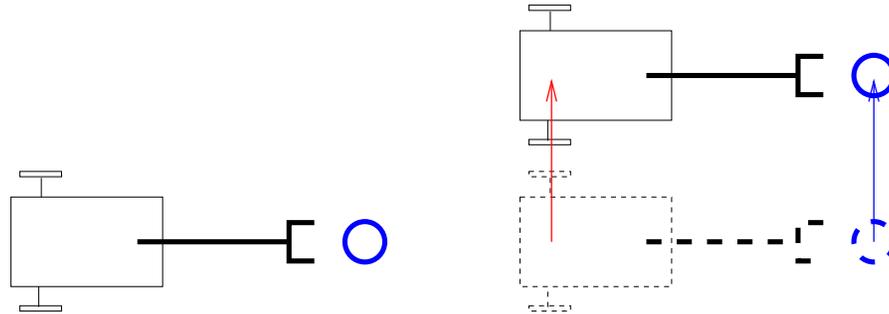
I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation
- Problématiques
 - Redondance
 - ➔ Signification physique : trop de ddl
 - Non-holonomie



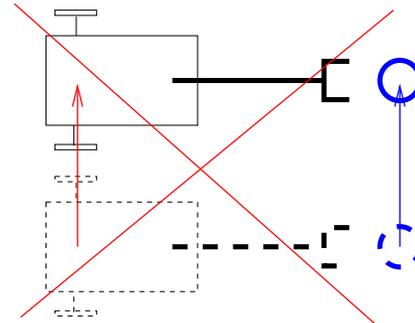
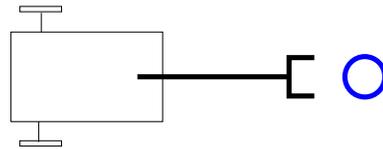
I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation
- Problématiques
 - Redondance
 - ➔ Signification physique : trop de ddl
 - Non-holonomie



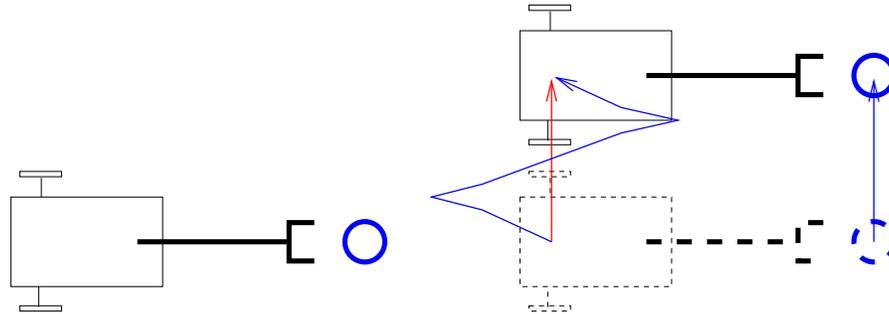
I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation
- Problématiques
 - Redondance
 - ➔ Signification physique : trop de ddl
 - Non-holonomie



I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation
- Problématiques
 - Redondance
 - ➔ Signification physique : trop de ddl
 - Non-holonomie



I. 1. Cadre de l'étude

- Manipulateur mobile ?
- Exemples
- Intérêt ?
 - ➔ Extension du domaine de manipulation
- Problématiques
 - Redondance
 - ➔ Signification physique : trop de ddl
 - Non-holonomie
 - ➔ Signification physique : pas assez de ddl

I. 2. Solutions Existantes

I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

I. 2. Solutions Existantes

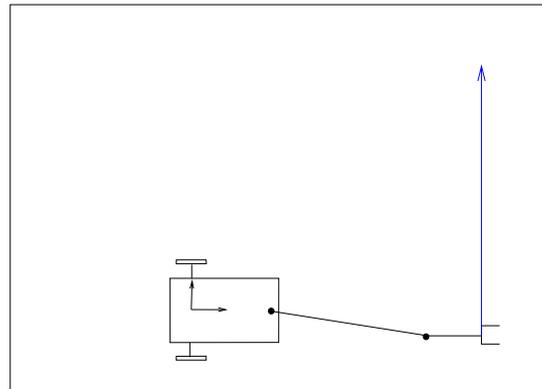
1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)

I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

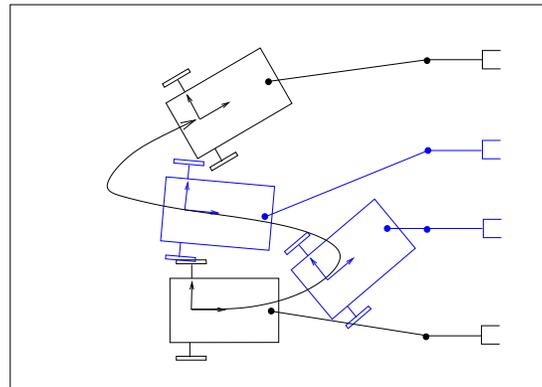
- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)



I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)



I. 2. Solutions Existantes

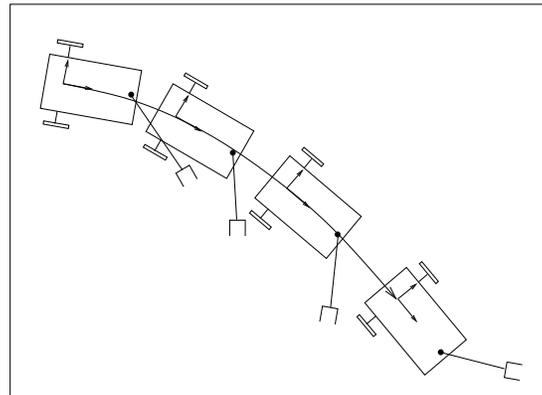
1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)
- Bandes élastiques (Quinlan et Khatib, 1993; Brock et Khatib, 1997; Lamiroux et Bonnafous, 2002)

I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

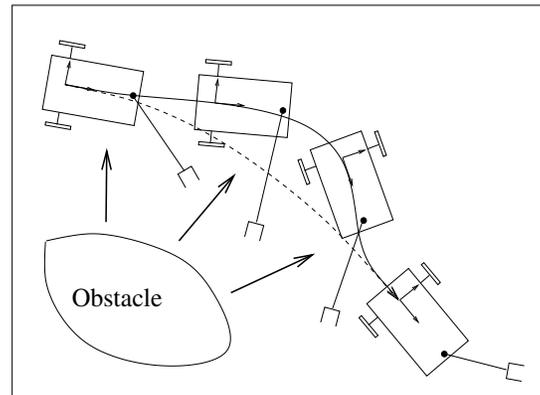
- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)
- Bandes élastiques (Quinlan et Khatib, 1993; Brock et Khatib, 1997; Lamiraux et Bonnafous, 2002)



I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)
- Bandes élastiques (Quinlan et Khatib, 1993; Brock et Khatib, 1997; Lamiraux et Bonnafous, 2002)



I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)
- Bandes élastiques (Quinlan et Khatib, 1993; Brock et Khatib, 1997; Lamiroux et Bonnafous, 2002)

2. Commande réactive

I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)
- Bandes élastiques (Quinlan et Khatib, 1993; Brock et Khatib, 1997; Lamiroux et Bonnafous, 2002)

2. Commande réactive

- Manipulateurs sur bases omnidirectionnelles (Papadopoulos et Dubowsky, 1991; Khatib et al., 1996)

I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)
- Bandes élastiques (Quinlan et Khatib, 1993; Brock et Khatib, 1997; Lamiroux et Bonnafous, 2002)

2. Commande réactive

- Manipulateurs sur bases omnidirectionnelles (Papadopoulos et Dubowsky, 1991; Khatib et al., 1996)
- Manipulateurs sur bases non-holonomes

I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)
- Bandes élastiques (Quinlan et Khatib, 1993; Brock et Khatib, 1997; Lamiraux et Bonnafous, 2002)

2. Commande réactive

- Manipulateurs sur bases omnidirectionnelles (Papadopoulos et Dubowsky, 1991; Khatib et al., 1996)
- Manipulateurs sur bases non-holonomes
 - ➔ Contrôle partiel de la situation de la plate-forme (Wang et Kumar, 1993; Yamamoto et Yun, 1994)

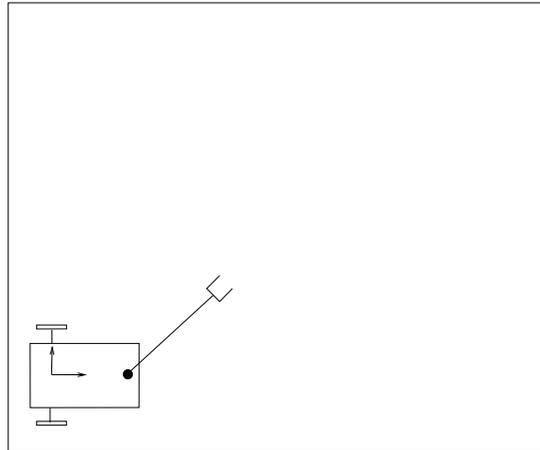
I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)
- Bandes élastiques (Quinlan et Khatib, 1993; Brock et Khatib, 1997; Lamiraux et Bonnafous, 2002)

2. Commande réactive

- Manipulateurs sur bases omnidirectionnelles (Papadopoulos et Dubowsky, 1991; Khatib et al., 1996)
- Manipulateurs sur bases non-holonomes
 - ➔ Contrôle partiel de la situation de la plate-forme (Wang et Kumar, 1993; Yamamoto et Yun, 1994)



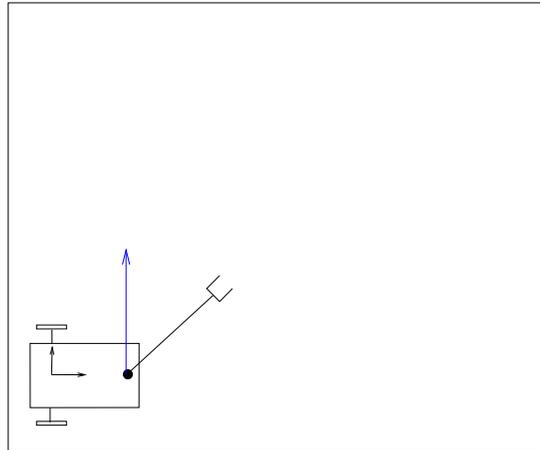
I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)
- Bandes élastiques (Quinlan et Khatib, 1993; Brock et Khatib, 1997; Lamiraux et Bonnafous, 2002)

2. Commande réactive

- Manipulateurs sur bases omnidirectionnelles (Papadopoulos et Dubowsky, 1991; Khatib et al., 1996)
- Manipulateurs sur bases non-holonomes
 - ➔ Contrôle partiel de la situation de la plate-forme (Wang et Kumar, 1993; Yamamoto et Yun, 1994)



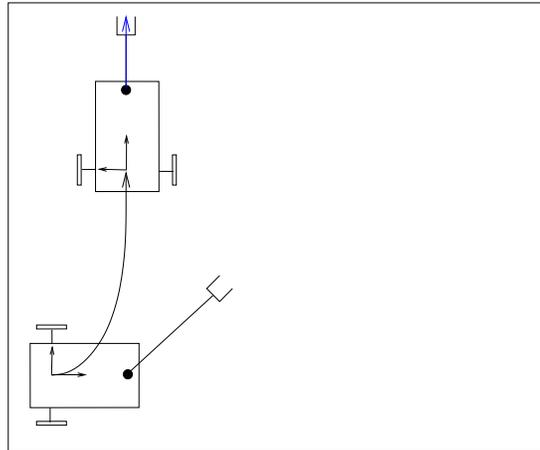
I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)
- Bandes élastiques (Quinlan et Khatib, 1993; Brock et Khatib, 1997; Lamiroux et Bonnafous, 2002)

2. Commande réactive

- Manipulateurs sur bases omnidirectionnelles (Papadopoulos et Dubowsky, 1991; Khatib et al., 1996)
- Manipulateurs sur bases non-holonomes
 - ➔ Contrôle partiel de la situation de la plate-forme (Wang et Kumar, 1993; Yamamoto et Yun, 1994)



I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)
- Bandes élastiques (Quinlan et Khatib, 1993; Brock et Khatib, 1997; Lamiroux et Bonnafous, 2002)

2. Commande réactive

- Manipulateurs sur bases omnidirectionnelles (Papadopoulos et Dubowsky, 1991; Khatib et al., 1996)
- Manipulateurs sur bases non-holonomes
 - ➔ Contrôle partiel de la situation de la plate-forme (Wang et Kumar, 1993; Yamamoto et Yun, 1994)
 - ➔ Problème de retournement de la plate-forme

I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)
- Bandes élastiques (Quinlan et Khatib, 1993; Brock et Khatib, 1997; Lamiroux et Bonnafous, 2002)

2. Commande réactive

- Manipulateurs sur bases omnidirectionnelles (Papadopoulos et Dubowsky, 1991; Khatib et al., 1996)
- Manipulateurs sur bases non-holonomes
 - ➔ Contrôle partiel de la situation de la plate-forme (Wang et Kumar, 1993; Yamamoto et Yun, 1994)
 - ➔ Problème de retournement de la plate-forme
 - ➔ Contrôle de la situation complète

I. 2. Solutions Existantes

1. Planification

- Prédétermination d'une trajectoire réalisable (Carriker et al., 1991; Desai et al., 1996; Bayle et al., 2001)
- Bandes élastiques (Quinlan et Khatib, 1993; Brock et Khatib, 1997; Lamiroux et Bonnafous, 2002)

2. Commande réactive

- Manipulateurs sur bases omnidirectionnelles (Papadopoulos et Dubowsky, 1991; Khatib et al., 1996)
- Manipulateurs sur bases non-holonomes
 - ➔ Contrôle partiel de la situation de la plate-forme (Wang et Kumar, 1993; Yamamoto et Yun, 1994)
 - ➔ Problème de retournement de la plate-forme
 - ➔ Contrôle de la situation complète

Site web Robea : http://www-sop.inria.fr/icare/robea/index_robea.html

I. 3. Objectifs



Méthodologies de commande

I. 3. Objectifs

Méthodologies de commande

- Commande réactive des manipulateurs mobiles

I. 3. Objectifs

Méthodologies de commande

- Commande réactive des manipulateurs mobiles
- Commande cinématique

I. 3. Objectifs

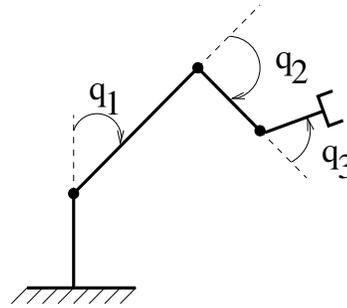
Méthodologies de commande

- Commande réactive des manipulateurs mobiles
- Commande cinématique
- Coopération entre manipulation et locomotion

I. 4. Outils

Approche par fonction de tâche (Samson et al., 1991)

Modèle cinématique : $\dot{q} = u_q$



Approche par fonction de tâche (Samson et al., 1991)

Modèle cinématique : $\dot{q} = u_q$

Réalisation d'une tâche de manipulation

Approche par fonction de tâche (Samson et al., 1991)

Modèle cinématique : $\dot{q} = u_q$

Réalisation d'une tâche de manipulation

\Leftrightarrow

Stabilisation Asymptotique d'une **fonction de tâche** $e(q,t)$ à zéro,
avec $\dim(e) = \dim(q)$

Approche par fonction de tâche (Samson et al., 1991)

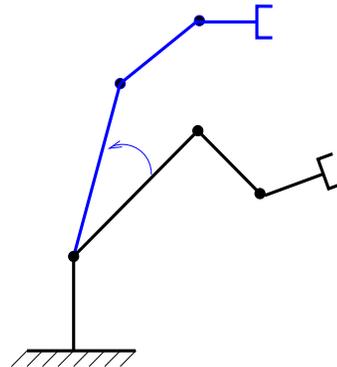
Modèle cinématique : $\dot{q} = u_q$

Réalisation d'une tâche de manipulation

\Leftrightarrow

Stabilisation Asymptotique d'une **fonction de tâche** $e(q,t)$ à zéro,
avec $\dim(e) = \dim(q)$

Ex : $e(q, t) = q - q_d(t)$



Approche par fonction de tâche (Samson et al., 1991)

Modèle cinématique : $\dot{q} = u_q$

Réalisation d'une tâche de manipulation

\Leftrightarrow

Stabilisation Asymptotique d'une **fonction de tâche** $e(q,t)$ à zéro,
avec $\dim(e) = \dim(q)$

Ex : $e(q,t) = q - q_d(t)$

Admissibilité d'une fonction de tâche

Approche par fonction de tâche (Samson et al., 1991)

Modèle cinématique : $\dot{q} = u_q$

Réalisation d'une tâche de manipulation

\Leftrightarrow

Stabilisation Asymptotique d'une **fonction de tâche** $e(q,t)$ à zéro,
avec $\dim(e) = \dim(q)$

Ex : $e(q,t) = q - q_d(t)$

Admissibilité d'une fonction de tâche

\Leftrightarrow

Problème de commande bien conditionné

Approche par fonction de tâche (Samson et al., 1991)

Modèle cinématique : $\dot{q} = u_q$

Réalisation d'une tâche de manipulation

\Leftrightarrow

Stabilisation Asymptotique d'une **fonction de tâche** $e(q,t)$ à zéro,
avec $\dim(e) = \dim(q)$

Ex : $e(q, t) = q - q_d(t)$

Admissibilité d'une fonction de tâche

\Leftrightarrow

Problème de commande bien conditionné

→ Commande $u_q = \left(\frac{\partial e}{\partial q}\right)^{-1} \left(Ge - \frac{\partial e}{\partial t}\right)$

Approche par fonction de tâche (Samson et al., 1991)

Modèle cinématique : $\dot{q} = u_q$

Réalisation d'une tâche de manipulation

\Leftrightarrow

Stabilisation Asymptotique d'une **fonction de tâche** $e(q,t)$ à zéro,
avec $\dim(e) = \dim(q)$

Ex : $e(q, t) = q - q_d(t)$

Admissibilité d'une fonction de tâche

\Leftrightarrow

Problème de commande bien conditionné

→ Commande $u_q = \left(\frac{\partial e}{\partial q}\right)^{-1} \left(Ge - \frac{\partial e}{\partial t}\right) \Rightarrow \dot{e} = Ge$

Approche par fonction de tâche (Samson et al., 1991)

Modèle cinématique : $\dot{q} = u_q$

Réalisation d'une tâche de manipulation

\Leftrightarrow

Stabilisation Asymptotique d'une **fonction de tâche** $e(q,t)$ à zéro,
avec $\dim(e) = \dim(q)$

Ex : $e(q, t) = q - q_d(t)$

Admissibilité d'une fonction de tâche

\Leftrightarrow

Problème de commande bien conditionné

→ Commande $u_q = \left(\frac{\partial e}{\partial q}\right)^{-1} \left(Ge - \frac{\partial e}{\partial t}\right) \Rightarrow \dot{e} = Ge$

Stabilité exponentielle si G Hurwitz stable

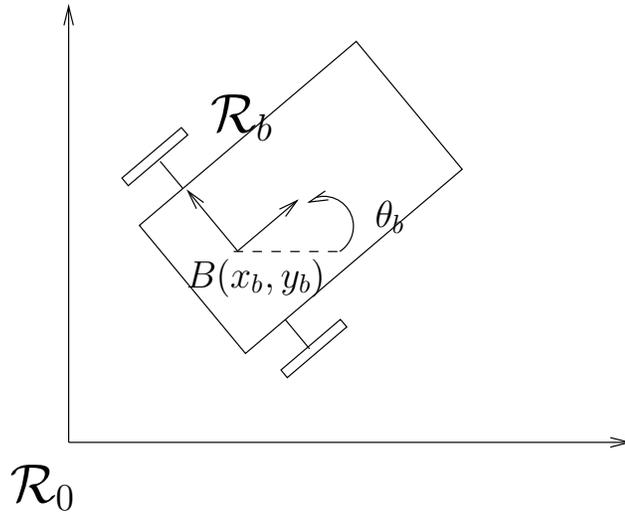
I. 4. Outils

Modélisation des véhicules à roues

- Exemple : l'unicycle

Modélisation des véhicules à roues

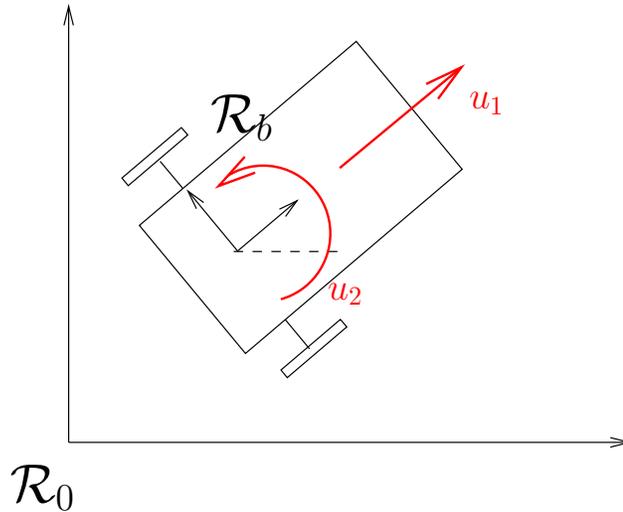
● Exemple : l'unicycle



● Configuration $r_b = (x_b, y_b, \theta_b)$

Modélisation des véhicules à roues

● Exemple : l'unicycle



● Configuration $r_b = (x_b, y_b, \theta_b)$

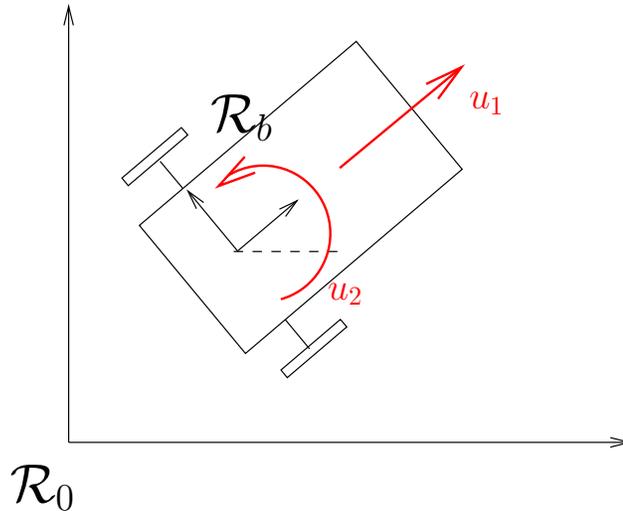
● Modèle cinématique

$$\dot{r}_b = \bar{R}(\theta_b) u_b$$

➔ $u_b := (u_1 \ 0 \ u_2)^T$

Modélisation des véhicules à roues

● Exemple : l'unicycle



● Configuration $r_b = (x_b, y_b, \theta_b)$

● Modèle cinématique

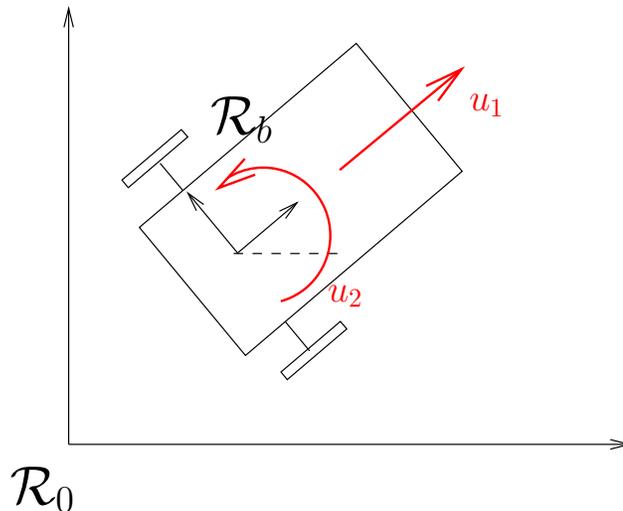
$$\dot{r}_b = \bar{R}(\theta_b) u_b$$

$$\rightarrow u_b := (u_1 \ 0 \ u_2)^T$$

● Propriété de ce système

Modélisation des véhicules à roues

● Exemple : l'unicycle



● Configuration $r_b = (x_b, y_b, \theta_b)$

● Modèle cinématique

$$\dot{r}_b = \bar{R}(\theta_b) u_b$$

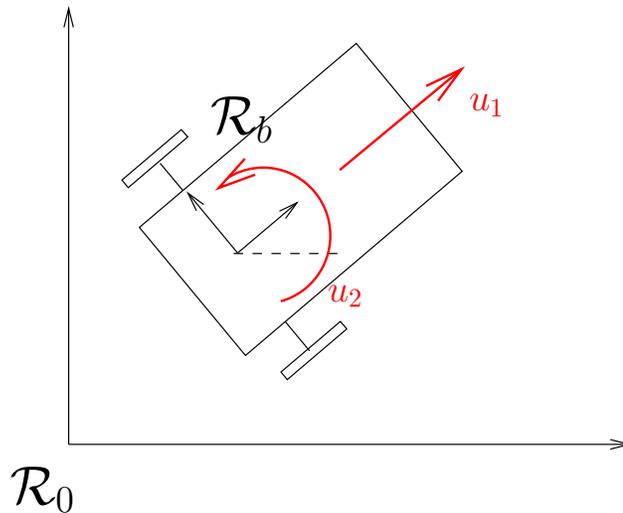
$$\rightarrow u_b := (u_1 \ 0 \ u_2)^T$$

● Propriété de ce système

● Système non-holonome

Modélisation des véhicules à roues

● Exemple : l'unicycle



● Configuration $r_b = (x_b, y_b, \theta_b)$

● Modèle cinématique

$$\dot{r}_b = \bar{R}(\theta_b) u_b$$

$$\rightarrow u_b := (u_1 \ 0 \ u_2)^T$$

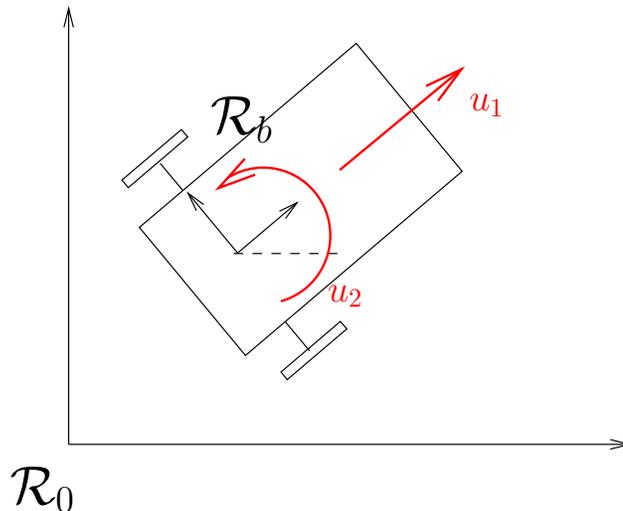
● Propriété de ce système

● Système non-holonome

● Système commandable (LARC)

Modélisation des véhicules à roues

● Exemple : l'unicycle



● Configuration $r_b = (x_b, y_b, \theta_b)$

● Modèle cinématique

$$\dot{r}_b = \bar{R}(\theta_b) u_b$$

$$\rightarrow u_b := (u_1 \ 0 \ u_2)^T$$

● Propriété de ce système

● Système non-holonome

● Système commandable (LARC)

→ Existence de fonctions transverses (Morin et Samson, 2001; Morin et Samson, 2003)

I. 4. Outils : Fonctions transverses et RCO

$r_f : \alpha \in \mathbb{S}^1 \mapsto r_f(\alpha)$ est une **fonction transverse**

I. 4. Outils : Fonctions transverses et RCO

$r_f : \alpha \in \mathbb{S}^1 \mapsto r_f(\alpha)$ est une **fonction transverse**

\Leftrightarrow

$\frac{\partial r_f}{\partial \alpha}(\alpha)$ n'appartient pas au sous-espace engendré
par les vitesses du système

I. 4. Outils : Fonctions transverses et RCO

$r_f : \alpha \in \mathbb{S}^1 \mapsto r_f(\alpha)$ est une **fonction transverse**

\Leftrightarrow

$\frac{\partial r_f}{\partial \alpha}(\alpha)$ n'appartient pas au sous-espace engendré
par les vitesses du système

● $\bar{r}_b(\alpha) := r_b r_f^{-1}(\alpha)$: situation d'un **Repère Compagnon Omnidirectionnel**

I. 4. Outils : Fonctions transverses et RCO

$r_f : \alpha \in \mathbb{S}^1 \mapsto r_f(\alpha)$ est une **fonction transverse**

\Leftrightarrow

$\frac{\partial r_f}{\partial \alpha}(\alpha)$ n'appartient pas au sous-espace engendré
par les vitesses du système

- $\bar{r}_b(\alpha) := r_b r_f^{-1}(\alpha)$: situation d'un **Repère Compagnon Omnidirectionnel**
➔ Problème holonome

I. 4. Outils : Fonctions transverses et RCO

$r_f : \alpha \in \mathbb{S}^1 \mapsto r_f(\alpha)$ est une **fonction transverse**

\Leftrightarrow

$\frac{\partial r_f}{\partial \alpha}(\alpha)$ n'appartient pas au sous-espace engendré
par les vitesses du système

- $\bar{r}_b(\alpha) := r_b r_f^{-1}(\alpha)$: situation d'un **Repère Compagnon Omnidirectionnel**
 - ➔ Problème holonome
 - ➔ Le RCO est voisin de la plate-forme

I. 4. Outils : Fonctions transverses et RCO

$r_f : \alpha \in \mathbb{S}^1 \mapsto r_f(\alpha)$ est une **fonction transverse**

\Leftrightarrow

$\frac{\partial r_f}{\partial \alpha}(\alpha)$ n'appartient pas au sous-espace engendré
par les vitesses du système

- $\bar{r}_b(\alpha) := r_b r_f^{-1}(\alpha)$: situation d'un **Repère Compagnon Omnidirectionnel**
 - ➔ Problème holonome
 - ➔ Le RCO est voisin de la plate-forme
- Réglage de la taille de la fonction transverse

I. 4. Outils : Fonctions transverses et RCO

$r_f : \alpha \in \mathbb{S}^1 \mapsto r_f(\alpha)$ est une **fonction transverse**

\Leftrightarrow

$\frac{\partial r_f}{\partial \alpha}(\alpha)$ n'appartient pas au sous-espace engendré
par les vitesses du système

- $\bar{r}_b(\alpha) := r_b r_f^{-1}(\alpha)$: situation d'un **Repère Compagnon Omnidirectionnel**
 - ➔ Problème holonome
 - ➔ Le RCO est voisin de la plate-forme
- Réglage de la taille de la fonction transverse
 - ➔ Ex : fonction transverse pour l'unicycle

$$r_f : \alpha \mapsto r_f(\alpha) = \begin{pmatrix} \epsilon \sin \alpha \\ \epsilon^2 \frac{\sin 2\alpha}{4} \\ \epsilon \cos \alpha \end{pmatrix}$$

I. 4. Outils : Fonctions transverses et RCO

$r_f : \alpha \in \mathbb{S}^1 \mapsto r_f(\alpha)$ est une **fonction transverse**

\Leftrightarrow

$\frac{\partial r_f}{\partial \alpha}(\alpha)$ n'appartient pas au sous-espace engendré
par les vitesses du système

- $\bar{r}_b(\alpha) := r_b r_f^{-1}(\alpha)$: situation d'un **Repère Compagnon Omnidirectionnel**
 - ➔ Problème holonome
 - ➔ Le RCO est voisin de la plate-forme
- Réglage de la taille de la fonction transverse
- Unicycle $\dot{r}_b = \bar{R}(\theta_b) \begin{pmatrix} u_1 \\ 0 \\ u_2 \end{pmatrix}$

I. 4. Outils : Fonctions transverses et RCO

$r_f : \alpha \in \mathbb{S}^1 \mapsto r_f(\alpha)$ est une **fonction transverse**

\Leftrightarrow

$\frac{\partial r_f}{\partial \alpha}(\alpha)$ n'appartient pas au sous-espace engendré
par les vitesses du système

- $\bar{r}_b(\alpha) := r_b r_f^{-1}(\alpha)$: situation d'un **Repère Compagnon Omnidirectionnel**
 - ➔ Problème holonome
 - ➔ Le RCO est voisin de la plate-forme
- Réglage de la taille de la fonction transverse
- Unicycle $\dot{r}_b = \bar{R}(\theta_b) \begin{pmatrix} u_1 \\ 0 \\ u_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \dot{r}_b = \bar{M}(\alpha) \begin{pmatrix} u_1 \\ \dot{\alpha} \\ u_2 \end{pmatrix}$

I. 4. Outils : Fonctions transverses et RCO

$r_f : \alpha \in \mathbb{S}^1 \mapsto r_f(\alpha)$ est une **fonction transverse**

\Leftrightarrow

$\frac{\partial r_f}{\partial \alpha}(\alpha)$ n'appartient pas au sous-espace engendré par les vitesses du système

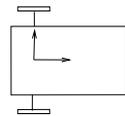
● $\bar{r}_b(\alpha) := r_b r_f^{-1}(\alpha)$: situation d'un **Repère Compagnon Omnidirectionnel**

➔ Problème holonome

➔ Le RCO est voisin de la plate-forme

● Réglage de la taille de la fonction transverse

● Unicycle $\dot{r}_b = \bar{R}(\theta_b) \begin{pmatrix} u_1 \\ 0 \\ u_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \dot{r}_b = \bar{M}(\alpha) \begin{pmatrix} u_1 \\ \dot{\alpha} \\ u_2 \end{pmatrix}$



I. 4. Outils : Fonctions transverses et RCO

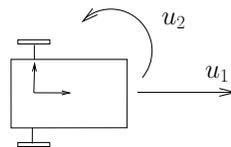
$r_f : \alpha \in \mathbb{S}^1 \mapsto r_f(\alpha)$ est une **fonction transverse**

\Leftrightarrow

$\frac{\partial r_f}{\partial \alpha}(\alpha)$ n'appartient pas au sous-espace engendré par les vitesses du système

- $\bar{r}_b(\alpha) := r_b r_f^{-1}(\alpha)$: situation d'un **Repère Compagnon Omnidirectionnel**
 - ➔ Problème holonome
 - ➔ Le RCO est voisin de la plate-forme
- Réglage de la taille de la fonction transverse

● Unicycle $r_b = \bar{R}(\theta_b) \begin{pmatrix} u_1 \\ 0 \\ u_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \dot{r}_b = \bar{M}(\alpha) \begin{pmatrix} u_1 \\ \dot{\alpha} \\ u_2 \end{pmatrix}$



I. 4. Outils : Fonctions transverses et RCO

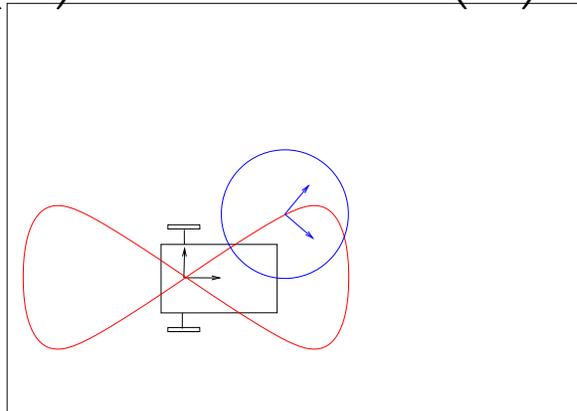
$r_f : \alpha \in \mathbb{S}^1 \mapsto r_f(\alpha)$ est une **fonction transverse**

\Leftrightarrow

$\frac{\partial r_f}{\partial \alpha}(\alpha)$ n'appartient pas au sous-espace engendré par les vitesses du système

- $\bar{r}_b(\alpha) := r_b r_f^{-1}(\alpha)$: situation d'un **Repère Compagnon Omnidirectionnel**
 - ➔ Problème holonome
 - ➔ Le RCO est voisin de la plate-forme
- Réglage de la taille de la fonction transverse

● Unicycle $\dot{r}_b = \bar{R}(\theta_b) \begin{pmatrix} u_1 \\ 0 \\ u_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \dot{r}_b = \bar{M}(\alpha) \begin{pmatrix} u_1 \\ \dot{\alpha} \\ u_2 \end{pmatrix}$



I. 4. Outils : Fonctions transverses et RCO

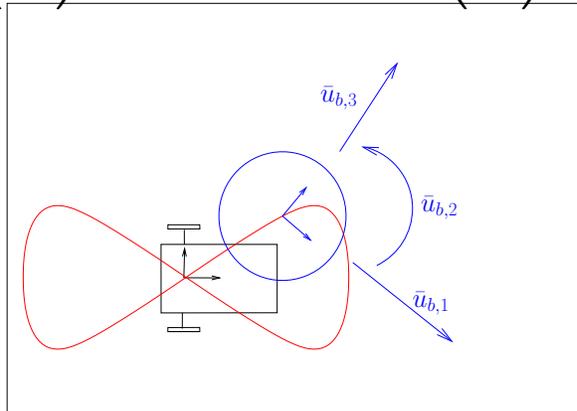
$r_f : \alpha \in \mathbb{S}^1 \mapsto r_f(\alpha)$ est une **fonction transverse**

\Leftrightarrow

$\frac{\partial r_f}{\partial \alpha}(\alpha)$ n'appartient pas au sous-espace engendré par les vitesses du système

- $\bar{r}_b(\alpha) := r_b r_f^{-1}(\alpha)$: situation d'un **Repère Compagnon Omnidirectionnel**
 - ➔ Problème holonome
 - ➔ Le RCO est voisin de la plate-forme
- Réglage de la taille de la fonction transverse

● Unicycle $\dot{r}_b = \bar{R}(\theta_b) \begin{pmatrix} u_1 \\ 0 \\ u_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \dot{r}_b = \bar{M}(\alpha) \begin{pmatrix} u_1 \\ \dot{\alpha} \\ u_2 \end{pmatrix}$



Rappel du Plan

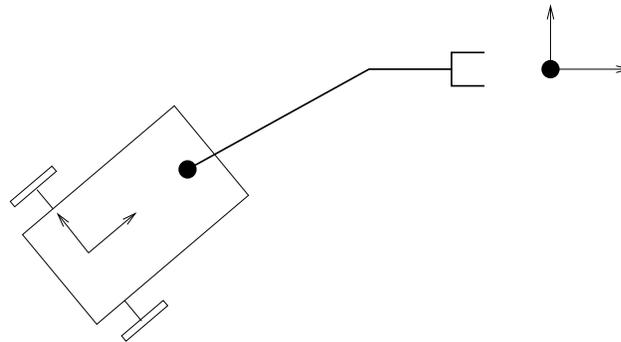
- I. Introduction & Problématiques
- II. Synthèse de commandes par Système Omnidirectionnel Equivalent (SOE)
 - 1. Principe & Méthodologie
 - 2. Existence du SOE
 - 3. Adaptation de l'approche par Fonctions de Tâches
 - 4. Exemple applicatif
 - 5. Limitations
- III. Approche générale de synthèse de lois de commande
- IV. Conclusion

II. 1. Commande par SOE : Principe & Méthodologie

- Principe

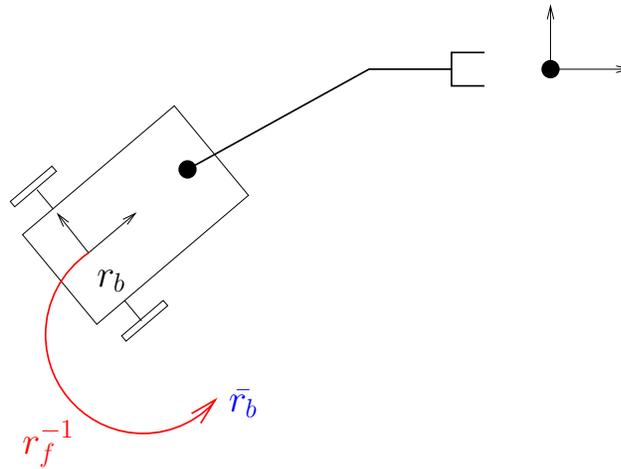
II. 1. Commande par SOE : Principe & Méthodologie

● Principe



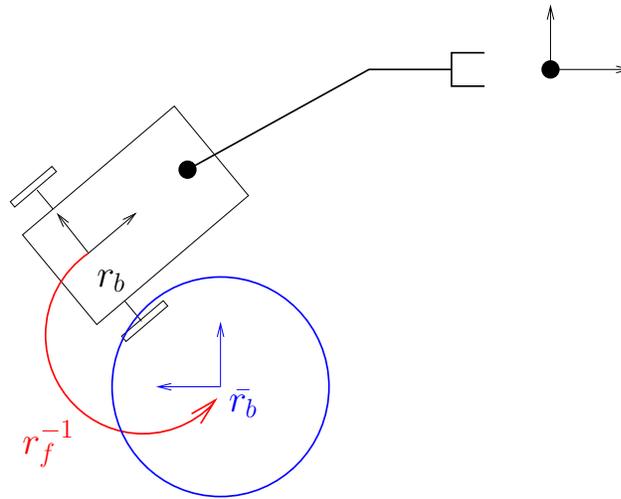
II. 1. Commande par SOE : Principe & Méthodologie

● Principe



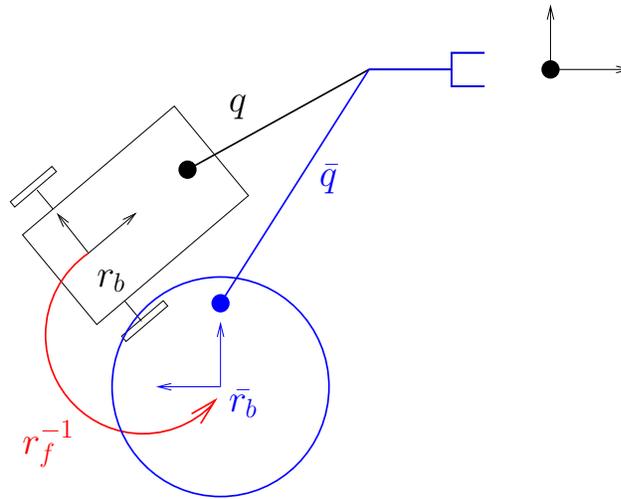
II. 1. Commande par SOE : Principe & Méthodologie

● Principe



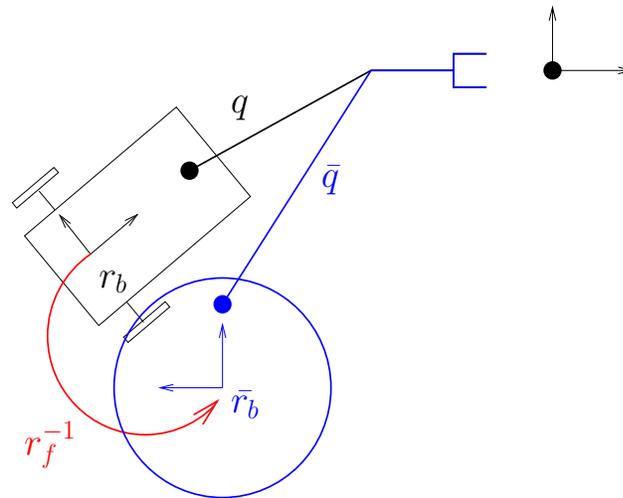
II. 1. Commande par SOE : Principe & Méthodologie

● Principe



II. 1. Commande par SOE : Principe & Méthodologie

● Principe

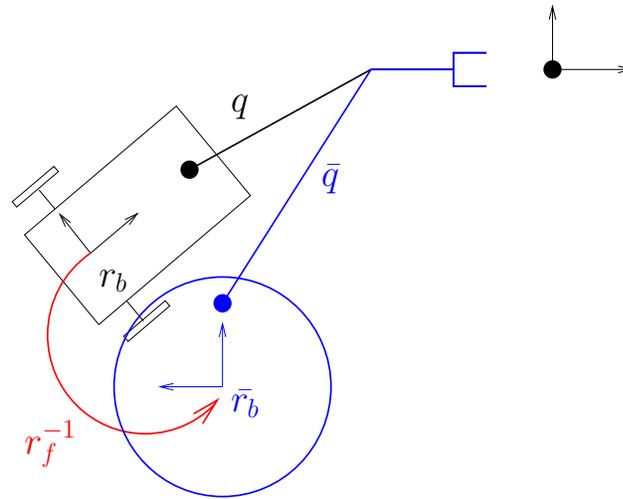


● Méthodologie

1. Définir une tâche de manipulation e_m

II. 1. Commande par SOE : Principe & Méthodologie

● Principe

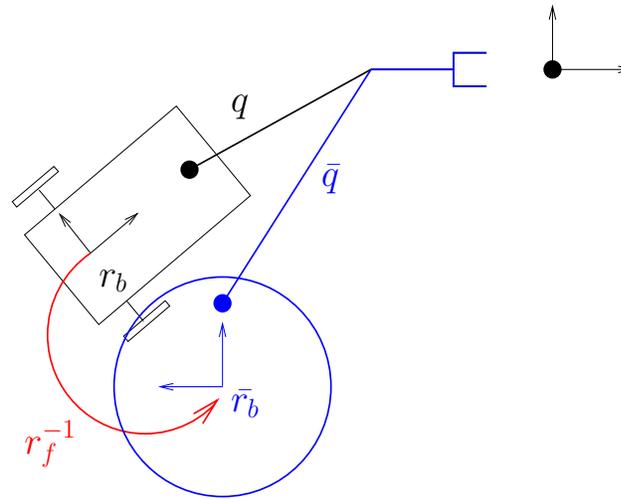


● Méthodologie

1. Définir une tâche de manipulation e_m
2. Définir le SOE pour cette tâche de manipulation

II. 1. Commande par SOE : Principe & Méthodologie

● Principe

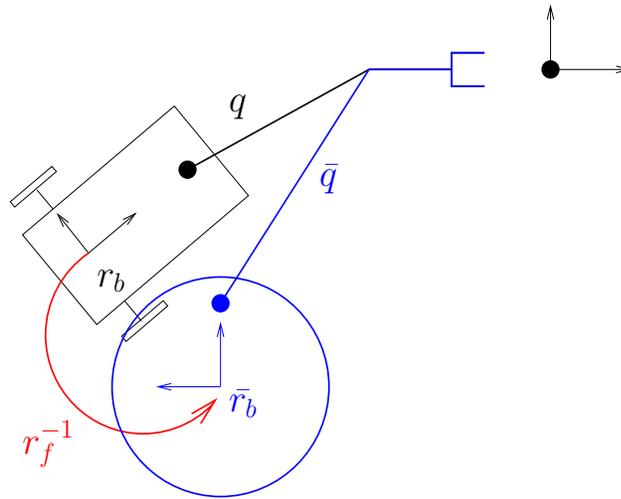


● Méthodologie

1. Définir une tâche de manipulation e_m
2. Définir le SOE pour cette tâche de manipulation
3. Définir une tâche globale e

II. 1. Commande par SOE : Principe & Méthodologie

● Principe

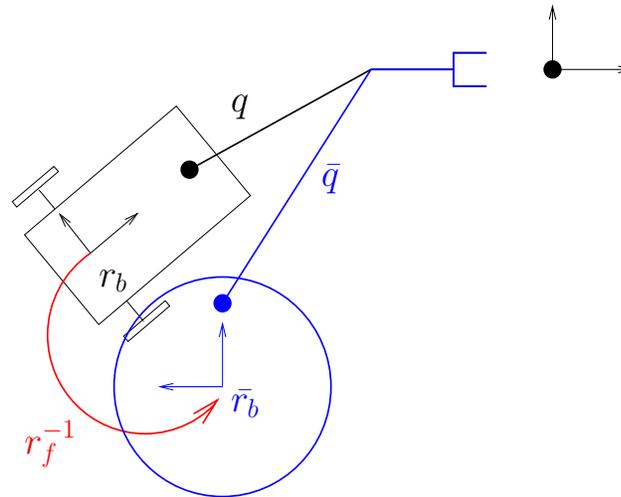


● Méthodologie

1. Définir une tâche de manipulation e_m
2. Définir le SOE pour cette tâche de manipulation
3. Définir une tâche globale e
 ➔ Admissible

II. 1. Commande par SOE : Principe & Méthodologie

● Principe

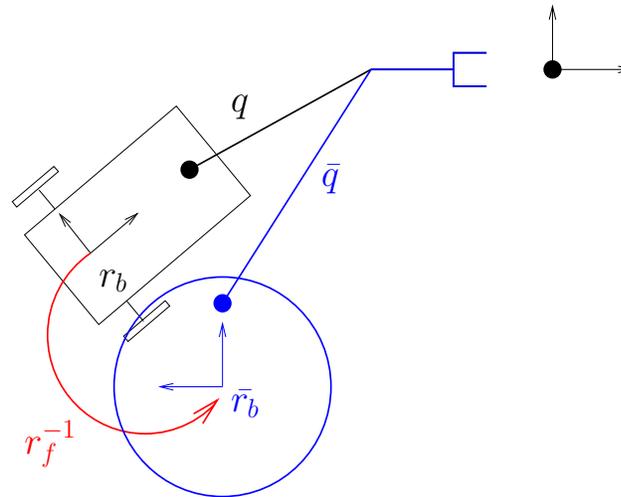


● Méthodologie

1. Définir une tâche de manipulation e_m
2. Définir le SOE pour cette tâche de manipulation
3. Définir une tâche globale e
 - ➔ Admissible
 - ➔ Compatible avec la tâche de manipulation : $e(.) = 0 \Rightarrow e_m(.) = 0$

II. 1. Commande par SOE : Principe & Méthodologie

● Principe



● Méthodologie

1. Définir une tâche de manipulation e_m
2. Définir le SOE pour cette tâche de manipulation
3. Définir une tâche globale e
4. Commande SOE via approche par fonctions de tâche

II. 2. Existence et choix du SOE

Définition et existence des SOE

Un **système omnidirectionnel équivalent** est défini par :

II. 2. Existence et choix du SOE

Définition et existence des SOE

Un **système omnidirectionnel équivalent** est défini par :

- Plate-forme : RCO de situation $\bar{r}_b := r_b r_f^{-1}$

II. 2. Existence et choix du SOE

Définition et existence des SOE

Un **système omnidirectionnel équivalent** est défini par :

- Plate-forme : RCO de situation $\bar{r}_b := r_b r_f^{-1}$
- Bras équivalent de configuration \bar{q}

II. 2. Existence et choix du SOE

Définition et existence des SOE

Un **système omnidirectionnel équivalent** est défini par :

- Plate-forme : RCO de situation $\bar{r}_b := r_b r_f^{-1}$
- Bras équivalent de configuration \bar{q}
 - Existence **locale**

II. 2. Existence et choix du SOE

Définition et existence des SOE

Un **système omnidirectionnel équivalent** est défini par :

- Plate-forme : RCO de situation $\bar{r}_b := r_b r_f^{-1}$
- Bras équivalent de configuration \bar{q}
 - Existence **locale**
 - Equation implicite $e_m(q, r_b) = 0 \Leftrightarrow e_m(\bar{q}, \bar{r}_b) = 0$

II. 2. Existence et choix du SOE

Définition et existence des SOE

Un **système omnidirectionnel équivalent** est défini par :

- Plate-forme : RCO de situation $\bar{r}_b := r_b r_f^{-1}$
- Bras équivalent de configuration \bar{q}
 - Existence **locale**
 - Equation implicite $e_m(q, r_b) = 0 \Leftrightarrow e_m(\bar{q}, \bar{r}_b) = 0$
 - Non unicité

II. 2. Existence et choix du SOE

Définition et existence des SOE

Un **système omnidirectionnel équivalent** est défini par :

- Plate-forme : RCO de situation $\bar{r}_b := r_b r_f^{-1}$
- Bras équivalent de configuration \bar{q}
 - Existence **locale**
 - Equation implicite $e_m(q, r_b) = 0 \Leftrightarrow e_m(\bar{q}, \bar{r}_b) = 0$
 - Non unicité
 - ➔ Choix privilégié

II. 2. Existence et choix du SOE

Définition et existence des SOE

Un **système omnidirectionnel équivalent** est défini par :

- Plate-forme : RCO de situation $\bar{r}_b := r_b r_f^{-1}$
 - Bras équivalent de configuration \bar{q}
 - Existence **locale**
 - Equation implicite $e_m(q, r_b) = 0 \Leftrightarrow e_m(\bar{q}, \bar{r}_b) = 0$
 - Non unicité
- ➔ Choix privilégié

Hypothèse de symétrie

II. 2. Existence et choix du SOE

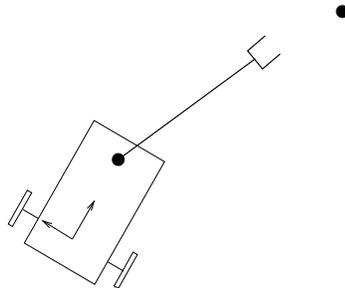
Définition et existence des SOE

Un **système omnidirectionnel équivalent** est défini par :

- Plate-forme : RCO de situation $\bar{r}_b := r_b r_f^{-1}$
- Bras équivalent de configuration \bar{q}
 - Existence **locale**
 - Equation implicite $e_m(q, r_b) = 0 \Leftrightarrow e_m(\bar{q}, \bar{r}_b) = 0$
 - Non unicité

➔ Choix privilégié

Hypothèse de symétrie



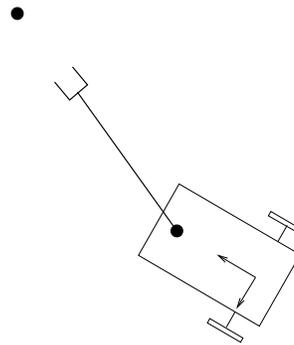
II. 2. Existence et choix du SOE

Définition et existence des SOE

Un **système omnidirectionnel équivalent** est défini par :

- Plate-forme : RCO de situation $\bar{r}_b := r_b r_f^{-1}$
 - Bras équivalent de configuration \bar{q}
 - Existence **locale**
 - Equation implicite $e_m(q, r_b) = 0 \Leftrightarrow e_m(\bar{q}, \bar{r}_b) = 0$
 - Non unicité
- ➔ Choix privilégié

Hypothèse de symétrie



II. 2. Existence et choix du SOE

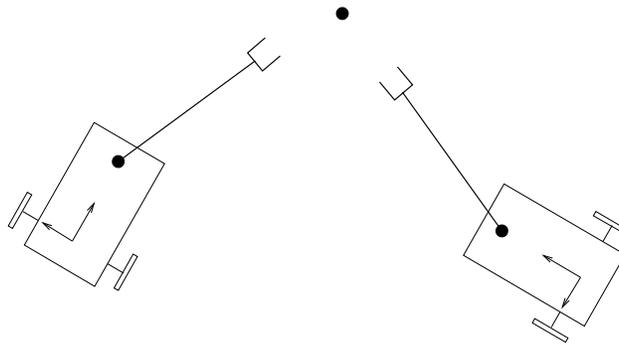
Définition et existence des SOE

Un **système omnidirectionnel équivalent** est défini par :

- Plate-forme : RCO de situation $\bar{r}_b := r_b r_f^{-1}$
- Bras équivalent de configuration \bar{q}
 - Existence **locale**
 - Equation implicite $e_m(q, r_b) = 0 \Leftrightarrow e_m(\bar{q}, \bar{r}_b) = 0$
 - Non unicité

➔ Choix privilégié

Hypothèse de symétrie



II. 2. Existence et choix du SOE

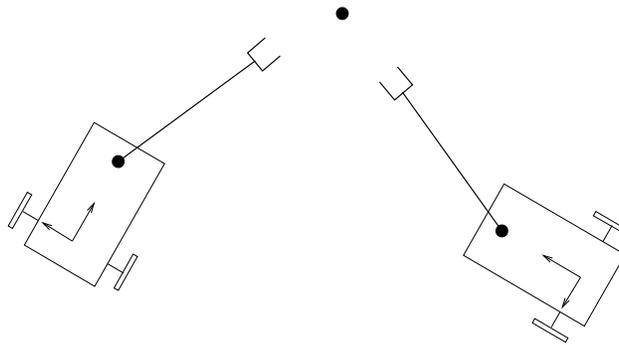
Définition et existence des SOE

Un **système omnidirectionnel équivalent** est défini par :

- Plate-forme : RCO de situation $\bar{r}_b := r_b r_f^{-1}$
- Bras équivalent de configuration \bar{q}
 - Existence **locale**
 - Equation implicite $e_m(q, r_b) = 0 \Leftrightarrow e_m(\bar{q}, \bar{r}_b) = 0$
 - Non unicité

➔ Choix privilégié

Hypothèse de symétrie



➔ Equation implicite \bar{q} indépendante de r_b

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t)$

➔ Réalisation de la tâche de manipulation

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t)$

➔ Réalisation de la tâche de manipulation

➔ Ex : $h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) := \frac{1}{2} \|e_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t)\|^2$

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) + h_e(\bar{q})$

→ Evitement des butés articulaires

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) + h_\ell(\bar{q})$

➔ Evitement des butés articulaires

➔ $h_\ell(\bar{q}) := \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_q} f_i^2(\bar{q}_i)$

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

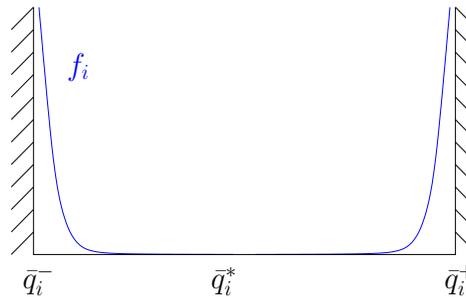
Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) + h_\ell(\bar{q})$

➔ Evitement des butés articulaires

➔ $h_\ell(\bar{q}) := \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_q} f_i^2(\bar{q}_i)$



II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) + h_\ell(\bar{q}) + h_r(\bar{q}, \bar{r}_b, t)$

➔ Autres objectifs de commande

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) + h_\ell(\bar{q}) + h_r(\bar{q}, t)$

➔ Autres objectifs de commande

➔ Ex : garder le manipulateur loin de ses butées

$$h_{r,1}(\bar{q}, t) := \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_q} (\bar{q}_i - \bar{q}_i^*)^2$$

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) + h_\ell(\bar{q}) + h_r(\bar{q}, t)$

➔ Autres objectifs de commande

➔ Ex : bouger le bras le moins possible

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) + h_\ell(\bar{q}) + h_r(\bar{r}_b, t)$

➔ Autres objectifs de commande

➔ Ex : bouger la plate-forme le moins possible

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

- $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) + h_\ell(\bar{q}) + h_r(\bar{q}, \bar{r}_b, t)$ convexe

- $e := \left(\frac{\partial h}{\partial q} \quad \frac{\partial h}{\partial r_b} \right)^T$

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) + h_\ell(\bar{q}) + h_r(\bar{q}, \bar{r}_b, t)$ convexe

● $e := \left(\frac{\partial h}{\partial q} \quad \frac{\partial h}{\partial r_b} \right)^T$

2. Minimisation d'un coût secondaire sous contrainte

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) + h_\ell(\bar{q}) + h_r(\bar{q}, \bar{r}_b, t)$ convexe

● $e := \left(\frac{\partial h}{\partial q} \quad \frac{\partial h}{\partial r_b} \right)^T$

2. Minimisation d'un coût secondaire sous contrainte

● Principe : Minimiser $h_s = h_\ell + h_r$ sous la contrainte $e_m = 0$

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) + h_\ell(\bar{q}) + h_r(\bar{q}, \bar{r}_b, t)$ convexe

● $e := \left(\frac{\partial h}{\partial q} \quad \frac{\partial h}{\partial r_b} \right)^T$

2. Minimisation d'un coût secondaire sous contrainte

● Principe : Minimiser $h_s = h_\ell + h_r$ sous la contrainte $e_m = 0$

● $e(\cdot) := \frac{\partial e_m}{\partial q, r_b}(\cdot)^T e_m(\cdot) + P_m(\cdot) \frac{\partial h_s}{\partial q, r_b}(\cdot)$

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) + h_\ell(\bar{q}) + h_r(\bar{q}, \bar{r}_b, t)$ convexe

● $e := \left(\frac{\partial h}{\partial q} \quad \frac{\partial h}{\partial r_b} \right)^T$

2. Minimisation d'un coût secondaire sous contrainte

● Principe : Minimiser $h_s = h_\ell + h_r$ sous la contrainte $e_m = 0$

● $e(\cdot) := \frac{\partial e_m}{\partial q, r_b}(\cdot)^T e_m(\cdot) + P_m(\cdot) \frac{\partial h_s}{\partial q, r_b}(\cdot)$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} \bar{u}_q \\ \bar{u}_b \end{pmatrix} = \left(\frac{\partial e}{\partial q} \quad \frac{\partial e}{\partial r_b} \right)^{-1} \left(Ge - \frac{\partial e}{\partial t} \right)$$

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Deux propositions pour la synthèse de tâches globales

1. Minimisation d'un coût global

● $h(\bar{q}, \bar{r}_b, t) = h_m(\bar{q}, \bar{r}_b, t) + h_\ell(\bar{q}) + h_r(\bar{q}, \bar{r}_b, t)$ convexe

● $e := \left(\frac{\partial h}{\partial q} \quad \frac{\partial h}{\partial r_b} \right)^T$

2. Minimisation d'un coût secondaire sous contrainte

● Principe : Minimiser $h_s = h_\ell + h_r$ sous la contrainte $e_m = 0$

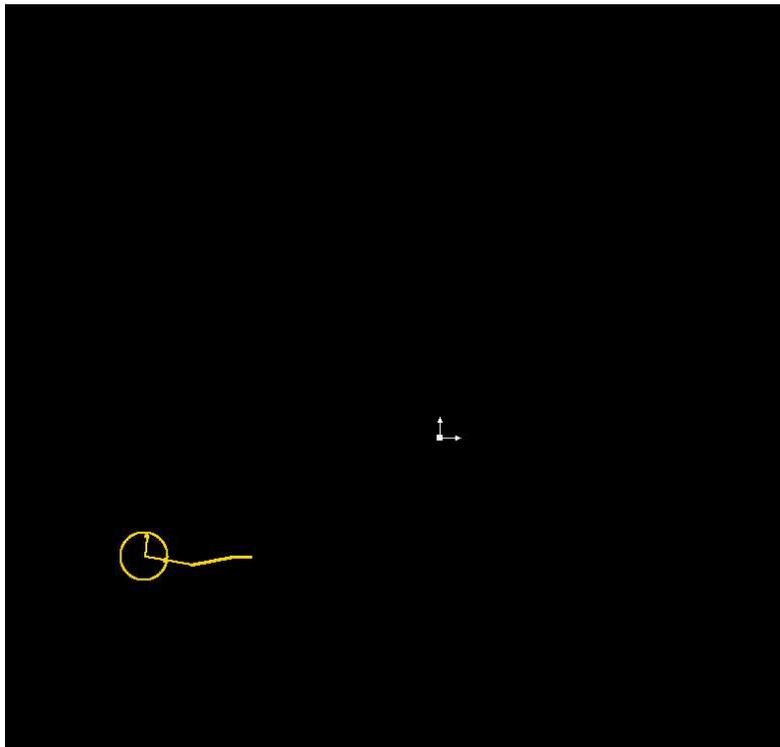
● $e(\cdot) := \frac{\partial e_m}{\partial q, r_b}(\cdot)^T e_m(\cdot) + P_m(\cdot) \frac{\partial h_s}{\partial q, r_b}(\cdot)$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \bar{u}_q \\ \bar{u}_b \end{pmatrix} = \left(\frac{\partial e}{\partial q} \quad \frac{\partial e}{\partial r_b} \right)^{-1} \left(Ge - \frac{\partial e}{\partial t} \right)$$

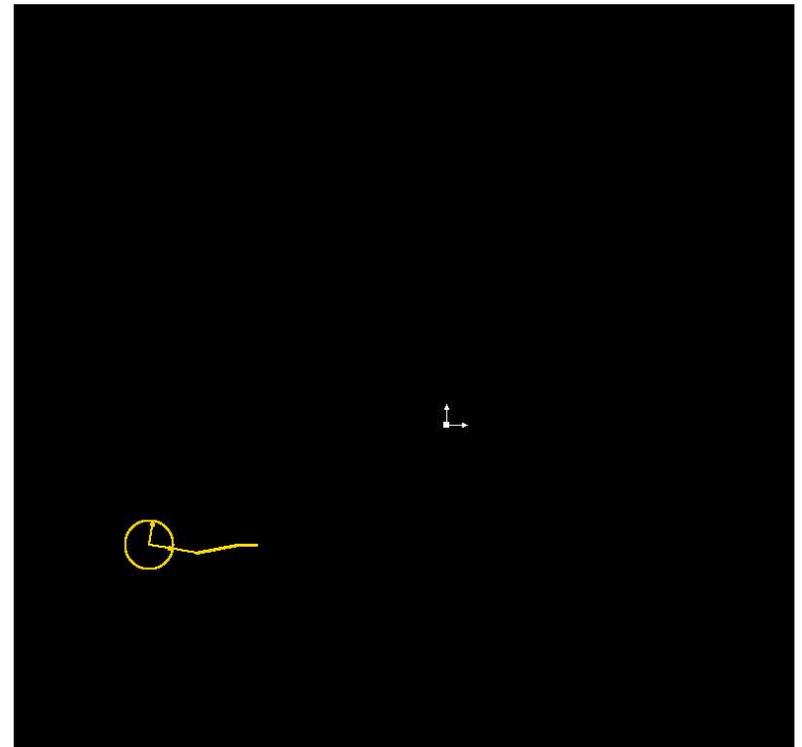
⇒ Stabilité exponentielle de $e = 0$

II. 3. Adaptation de l'approche par fonctions de tâche

Exemple applicatif de la base omnidirectionnelle avec bras RPR



Priorité au mouvement de la base



Priorité au mouvement du bras

II. 4. Exemple applicatif

Exemple de l'unicycle avec bras RPR

II. 4. Exemple applicatif

Exemple de l'unicycle avec bras RPR

! Tâche globale $e(\bar{q}, \bar{r}_b, t)$

II. 4. Exemple applicatif

Exemple de l'unicycle avec bras RPR

! Tâche globale $e(\bar{q}, \bar{r}_b, t)$

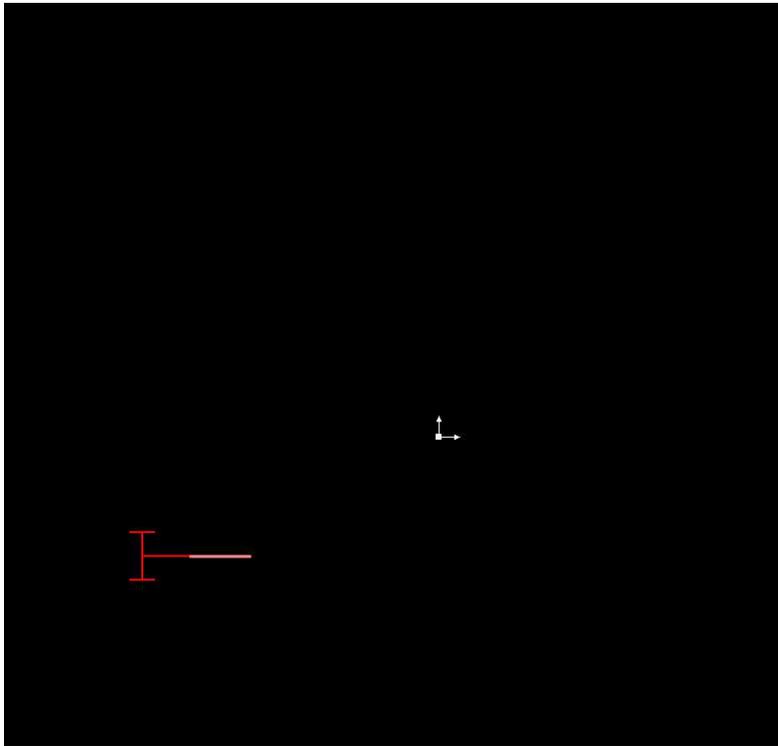
➔ Evitement de butées articulaires virtuelles

II. 4. Exemple applicatif

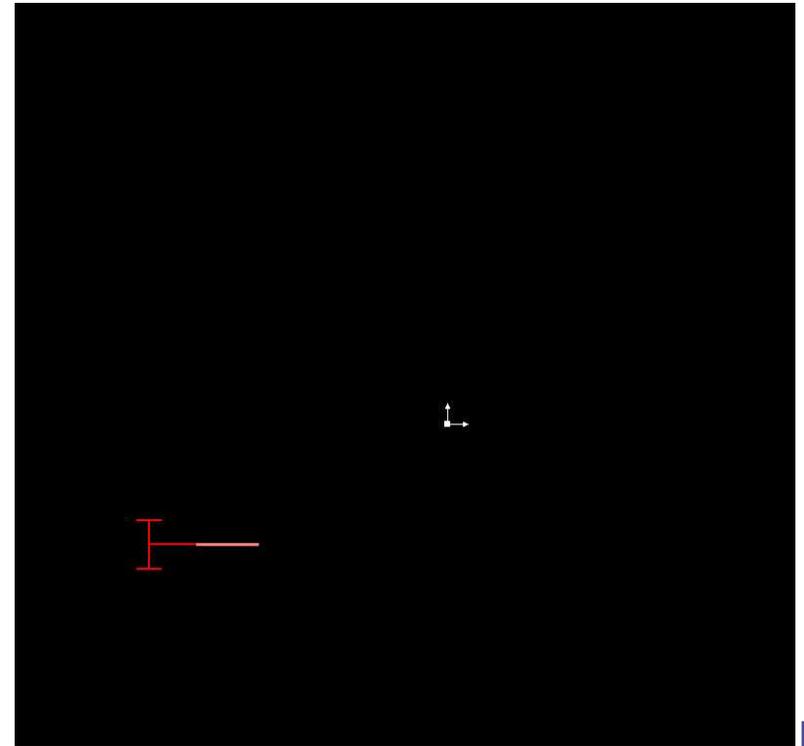
Exemple de l'unicycle avec bras RPR

! Tâche globale $e(\bar{q}, \bar{r}_b, t)$

➔ Evitement de butées articulaires virtuelles



Priorité au mouvement de la base



Priorité au mouvement du bras

II. 5. Limitations

II. 5. Limitations

- Résolution d'équations implicites

II. 5. Limitations

- Résolution d'équations implicites
 ➔ complexité

II. 5. Limitations

- Résolution d'équations implicites
 - ➔ complexité
 - ➔ résolution analytique ?

II. 5. Limitations

- Résolution d'équations implicites
 - ➔ complexité
 - ➔ résolution analytique ?
- Nécessité d'imposer des butées virtuelles

II. 5. Limitations

- Résolution d'équations implicites
 - ➔ complexité
 - ➔ résolution analytique ?
- Nécessité d'imposer des butées virtuelles
 - ➔ conservatives

II. 5. Limitations

- Résolution d'équations implicites
 - ➔ complexité
 - ➔ résolution analytique ?
- Nécessité d'imposer des butées virtuelles
 - ➔ conservatives
 - ➔ nombre élevé de manœuvres

II. 5. Limitations

- Résolution d'équations implicites
 - ➔ complexité
 - ➔ résolution analytique ?
- Nécessité d'imposer des butées virtuelles
 - ➔ conservatives
 - ➔ nombre élevé de manœuvres
- Inclure l'évitement des butées dans e_m ?

Rappel du Plan

- I. Introduction & Problématiques
- II. Synthèse de commandes par Système Omnidirectionnel Equivalent
- III. Approche générale de synthèse de lois de commande
 - 1. Principe & Méthodologie
 - 2. Objectifs de manipulation
 - 3. Objectifs de locomotion
 - 4. Exemples applicatifs
- IV. Conclusion

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

● Principe :

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire non-nécessairement réalisable

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire non-nécessairement réalisable
 - ➔ Trajectoire réalisable : S.A. difficile

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire non-nécessairement réalisable
 - ➔ Trajectoire réalisable : S.A. difficile
 - (\mathcal{P}) : Minimiser $h_s(\bar{r}_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire non-nécessairement réalisable
 - ➔ Trajectoire réalisable : S.A. difficile
 - (\mathcal{P}) : Minimiser $h_s(\bar{r}_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire réalisable par le RCO

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire non-nécessairement réalisable
 - ➔ Trajectoire réalisable : S.A. difficile
 - (\mathcal{P}) : Minimiser $h_s(\bar{r}_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire réalisable par le RCO
 - ➔ S.A. possible

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire non-nécessairement réalisable
 - ➔ Trajectoire réalisable : S.A. difficile
 - (\mathcal{P}) : Minimiser $h_s(\bar{r}_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire réalisable par le RCO
 - ➔ S.A. possible
- Méthode :

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire non-nécessairement réalisable
 - ➔ Trajectoire réalisable : S.A. difficile
 - (\mathcal{P}) : Minimiser $h_s(\bar{r}_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire réalisable par le RCO
 - ➔ S.A. possible
- Méthode :
 1. Objectifs de manipulation

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire non-nécessairement réalisable
 - ➔ Trajectoire réalisable : S.A. difficile
 - (\mathcal{P}) : Minimiser $h_s(\bar{r}_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire réalisable par le RCO
 - ➔ S.A. possible
- Méthode :
 1. Objectifs de manipulation
 - Sélection de la tâche prioritaire e_1

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire non-nécessairement réalisable
 - ➔ Trajectoire réalisable : S.A. difficile
 - (\mathcal{P}) : Minimiser $h_s(\bar{r}_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire réalisable par le RCO
 - ➔ S.A. possible
- Méthode :
 1. Objectifs de manipulation
 - Sélection de la tâche prioritaire e_1
 - ➔ Inclure l'évitement des butées

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire non-nécessairement réalisable
 - ➔ Trajectoire réalisable : S.A. difficile
 - (\mathcal{P}) : Minimiser $h_s(\bar{r}_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire réalisable par le RCO
 - ➔ S.A. possible
- Méthode :
 1. Objectifs de manipulation
 - Sélection de la tâche prioritaire e_1
 - ➔ Inclure l'évitement des butées
 - Commande du manipulateur

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire non-nécessairement réalisable
 - ➔ Trajectoire réalisable : S.A. difficile
 - (\mathcal{P}) : Minimiser $h_s(\bar{r}_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire réalisable par le RCO
 - ➔ S.A. possible
- Méthode :
 1. Objectifs de manipulation
 - Sélection de la tâche prioritaire e_1
 - ➔ Inclure l'évitement des butées
 - Commande du manipulateur
 2. Objectifs de locomotion

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire non-nécessairement réalisable
 - ➔ Trajectoire réalisable : S.A. difficile
 - (\mathcal{P}) : Minimiser $h_s(\bar{r}_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire réalisable par le RCO
 - ➔ S.A. possible
- Méthode :
 1. Objectifs de manipulation
 - Sélection de la tâche prioritaire e_1
 - ➔ Inclure l'évitement des butées
 - Commande du manipulateur
 2. Objectifs de locomotion
 - Choix du coût secondaire $h_s(\bar{r}_b, t)$

III. 1. Deuxième Méthodologie : Principe

- Principe :
 - Coordination et hiérarchie des tâches
 - ➔ Objectif de manipulation prioritaire sur la locomotion
 - (\mathcal{P}_0) : Minimiser $h_s(r_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire non-nécessairement réalisable
 - ➔ Trajectoire réalisable : S.A. difficile
 - (\mathcal{P}) : Minimiser $h_s(\bar{r}_b, t)$ sous la contrainte $e_1(q, r_b, t) = 0$
 - ➔ Trajectoire réalisable par le RCO
 - ➔ S.A. possible
- Méthode :
 1. Objectifs de manipulation
 - Sélection de la tâche prioritaire e_1
 - ➔ Inclure l'évitement des butées
 - Commande du manipulateur
 2. Objectifs de locomotion
 - Choix du coût secondaire $h_s(\bar{r}_b, t)$
 - Commande de la plate-forme

III. 2. Objectifs de manipulation

1. Tâche prioritaire \Leftrightarrow Minimisation d'un coût global

III. 2. Objectifs de manipulation

1. Tâche prioritaire \Leftrightarrow Minimisation d'un coût global

● $h_1(q, r_b, t) = h_m(q, r_b, t)$

➔ Réalisation de la tâche de manipulation

III. 2. Objectifs de manipulation

1. Tâche prioritaire \Leftrightarrow Minimisation d'un coût global

● $h_1(q, r_b, t) = h_m(q, r_b, t)$

➔ Réalisation de la tâche de manipulation

➔ Ex : $h_m(q, r_b, t) := \frac{1}{2} \|e_m(q, r_b, t)\|^2$

III. 2. Objectifs de manipulation

1. Tâche prioritaire \Leftrightarrow Minimisation d'un coût global

● $h_1(q, r_b, t) = h_m(q, r_b, t) + h_e(q)$

➔ Evitement des butées articulaires

III. 2. Objectifs de manipulation

1. Tâche prioritaire \Leftrightarrow Minimisation d'un coût global

● $h_1(q, r_b, t) = h_m(q, r_b, t) + h_\ell(q) + h_r(q, t)$
 ➔ Régularisation \Rightarrow Admissibilité

III. 2. Objectifs de manipulation

1. Tâche prioritaire \Leftrightarrow Minimisation d'un coût global

● $h_1(q, r_b, t) = h_m(q, r_b, t) + h_\ell(q) + h_r(q, t)$ convexe

III. 2. Objectifs de manipulation

1. Tâche prioritaire \Leftrightarrow Minimisation d'un coût global

● $h_1(q, r_b, t) = h_m(q, r_b, t) + h_\ell(q) + h_r(q, t)$ convexe

● $e_1 := \left(\frac{\partial h_1}{\partial q}\right)^T$

III. 2. Objectifs de manipulation

1. Tâche prioritaire \Leftrightarrow Minimisation d'un coût global

● $h_1(q, r_b, t) = h_m(q, r_b, t) + h_\ell(q) + h_r(q, t)$ convexe

● $e_1 := \left(\frac{\partial h_1}{\partial q}\right)^T$

➔ Evitement des butées physiques

III. 2. Objectifs de manipulation

1. Tâche prioritaire \Leftrightarrow Minimisation d'un coût global

● $h_1(q, r_b, t) = h_m(q, r_b, t) + h_\ell(q) + h_r(q, t)$ convexe

● $e_1 := \left(\frac{\partial h_1}{\partial q}\right)^T$

➔ Evitement des butées physiques

➔ au détriment de la réalisation de e_m

III. 2. Objectifs de manipulation

1. Tâche prioritaire \Leftrightarrow Minimisation d'un coût global

● $h_1(q, r_b, t) = h_m(q, r_b, t) + h_\ell(q) + h_r(q, t)$ convexe

● $e_1 := \left(\frac{\partial h_1}{\partial q}\right)^T$

➔ Evitement des butées physiques

➔ au détriment de la réalisation de e_m

2. Commande du manipulateur

III. 2. Objectifs de manipulation

1. Tâche prioritaire \Leftrightarrow Minimisation d'un coût global

● $h_1(q, r_b, t) = h_m(q, r_b, t) + h_\ell(q) + h_r(q, t)$ convexe

● $e_1 := \left(\frac{\partial h_1}{\partial q}\right)^T$

➔ Evitement des butées physiques

➔ au détriment de la réalisation de e_m

2. Commande du manipulateur

$$u_q = \frac{\partial e_1}{\partial q}^{-1} \left(G e_1 - \frac{\partial e_1}{\partial r_b} u_b - \frac{\partial e_1}{\partial t} \right)$$

III. 2. Objectifs de manipulation

1. Tâche prioritaire \Leftrightarrow Minimisation d'un coût global

● $h_1(q, r_b, t) = h_m(q, r_b, t) + h_\ell(q) + h_r(q, t)$ convexe

● $e_1 := \left(\frac{\partial h_1}{\partial q}\right)^T$

➔ Evitement des butées physiques

➔ au détriment de la réalisation de e_m

2. Commande du manipulateur

$$u_q = \frac{\partial e_1}{\partial q}^{-1} \left(G e_1 - \frac{\partial e_1}{\partial r_b} u_b - \frac{\partial e_1}{\partial t} \right)$$

➔ Reste à déterminer u_b

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

III. 3. Objectifs de locomotion

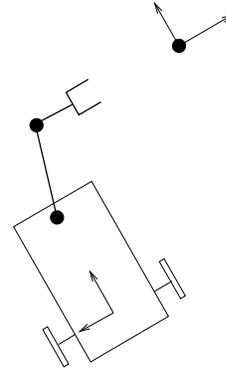
1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

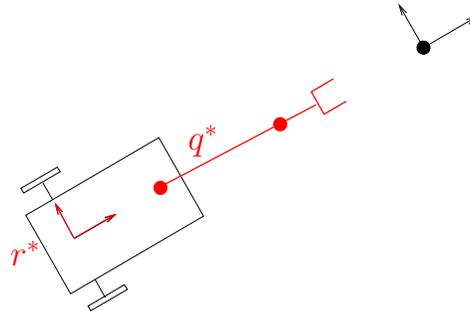
- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$



III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$



III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$
 - ➔ Raisons énergétiques

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$
 - ➔ Raisons énergétiques
 - ➔ Eviter les perturbations

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$
 - ➔ Raisons énergétiques
 - ➔ Eviter les perturbations
- Pondération de ces objectifs parfois contradictoires

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$
 - ➔ Raisons énergétiques
 - ➔ Eviter les perturbations
- Pondération de ces objectifs parfois contradictoires
 - ➔ $h_s := \Psi(t)h_{s,1} + (1 - \Psi(t))h_{s,2}$

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$
 - ➔ Raisons énergétiques
 - ➔ Eviter les perturbations
- Pondération de ces objectifs parfois contradictoires
 - ➔ $h_s := \Psi(t)h_{s,1} + (1 - \Psi(t))h_{s,2}$
 - ➔ $\Psi(t) = 0 \Leftrightarrow$ Bras loin de ses butées

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$
 - ➔ Raisons énergétiques
 - ➔ Eviter les perturbations
- Pondération de ces objectifs parfois contradictoires
 - ➔ $h_s := \Psi(t)h_{s,1} + (1 - \Psi(t))h_{s,2}$
 - ➔ $\Psi(t) = 0 \Leftrightarrow$ Bras loin de ses butées
 - ➔ $\Psi(t) = 1 \Leftrightarrow$ Proximité des butées

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$
 - ➔ Raisons énergétiques
 - ➔ Eviter les perturbations
- Pondération de ces objectifs parfois contradictoires
 - ➔ $h_s := \Psi(t)h_{s,1} + (1 - \Psi(t))h_{s,2}$

2. Commande u_b de la plate-forme : déduite de \bar{u}_b

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$
 - ➔ Raisons énergétiques
 - ➔ Eviter les perturbations
- Pondération de ces objectifs parfois contradictoires
 - ➔ $h_s := \Psi(t)h_{s,1} + (1 - \Psi(t))h_{s,2}$

2. Commande u_b de la plate-forme : déduite de \bar{u}_b

- Dérivation de h_s : $\dot{h}_s = a^T \bar{u}_b + \frac{\partial h_s}{\partial t}$

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$
 - ➔ Raisons énergétiques
 - ➔ Eviter les perturbations
- Pondération de ces objectifs parfois contradictoires
 - ➔ $h_s := \Psi(t)h_{s,1} + (1 - \Psi(t))h_{s,2}$

2. Commande u_b de la plate-forme : déduite de \bar{u}_b

- Dérivation de h_s : $\dot{h}_s = a^T \bar{u}_b + \frac{\partial h_s}{\partial t}$
 - ➔ Problème quand $a = 0$

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$
 - ➔ Raisons énergétiques
 - ➔ Eviter les perturbations
- Pondération de ces objectifs parfois contradictoires
 - ➔ $h_s := \Psi(t)h_{s,1} + (1 - \Psi(t))h_{s,2}$

2. Commande u_b de la plate-forme : déduite de \bar{u}_b

- Dérivation de h_s : $\dot{h}_s = a^T \bar{u}_b + \frac{\partial h_s}{\partial t}$
 - ➔ Problème quand $a = 0$
- Différentes stratégies de précompensation de la dérive
 - Précompensation complète

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$
 - ➔ Raisons énergétiques
 - ➔ Eviter les perturbations
- Pondération de ces objectifs parfois contradictoires
 - ➔ $h_s := \Psi(t)h_{s,1} + (1 - \Psi(t))h_{s,2}$

2. Commande u_b de la plate-forme : déduite de \bar{u}_b

- Dérivation de h_s : $\dot{h}_s = a^T \bar{u}_b + \frac{\partial h_s}{\partial t}$
 - ➔ Problème quand $a = 0$
- Différentes stratégies de précompensation de la dérive
 - Précompensation complète
 - Précompensation partielle

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$
 - ➔ Raisons énergétiques
 - ➔ Eviter les perturbations
- Pondération de ces objectifs parfois contradictoires
 - ➔ $h_s := \Psi(t)h_{s,1} + (1 - \Psi(t))h_{s,2}$

2. Commande u_b de la plate-forme : déduite de \bar{u}_b

- Dérivation de h_s : $\dot{h}_s = a^T \bar{u}_b + \frac{\partial h_s}{\partial t}$
 - ➔ Problème quand $a = 0$
- Différentes stratégies de précompensation de la dérive
 - Précompensation complète
 - Précompensation partielle
 - Pas de précompensation

III. 3. Objectifs de locomotion

1. Coût secondaire

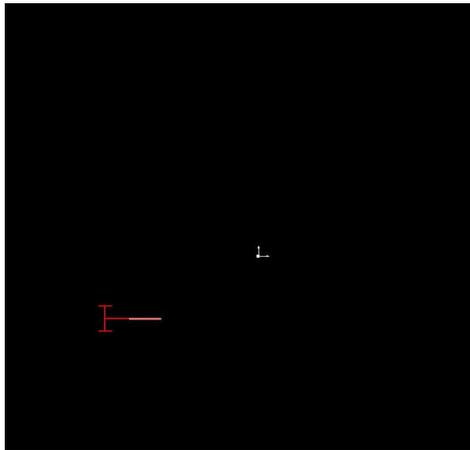
- Situation relative préférentielle r^* : $h_{s,1}$
- Immobilisation de la plate-forme : $h_{s,2}$
 - ➔ Raisons énergétiques
 - ➔ Eviter les perturbations
- Pondération de ces objectifs parfois contradictoires
 - ➔ $h_s := \Psi(t)h_{s,1} + (1 - \Psi(t))h_{s,2}$

2. Commande u_b de la plate-forme : déduite de \bar{u}_b

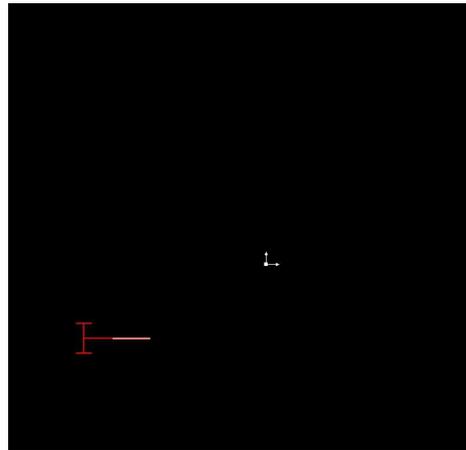
- Dérivation de h_s : $\dot{h}_s = a^T \bar{u}_b + \frac{\partial h_s}{\partial t}$
 - ➔ Problème quand $a = 0$
- Différentes stratégies de précompensation de la dérive
 - Précompensation complète
 - Précompensation partielle
 - Pas de précompensation
- Minimisation de la commande u_b sur la plate-forme

III. 4. Exemple applicatif

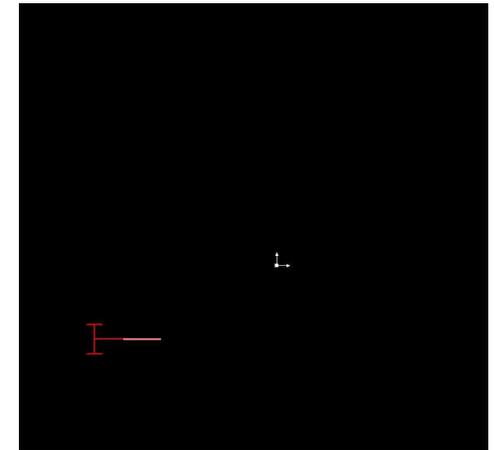
Exemple de l'unicycle avec bras RPR



Situation Préférentielle
et précompensation complète



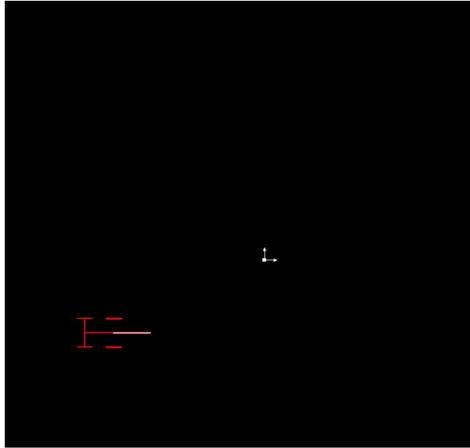
Objectifs pondérés
et précompensation



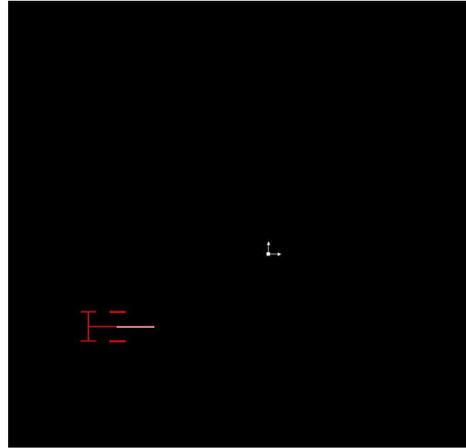
Objectifs pondérés
pas de précompensation

III. 4. Exemple applicatif

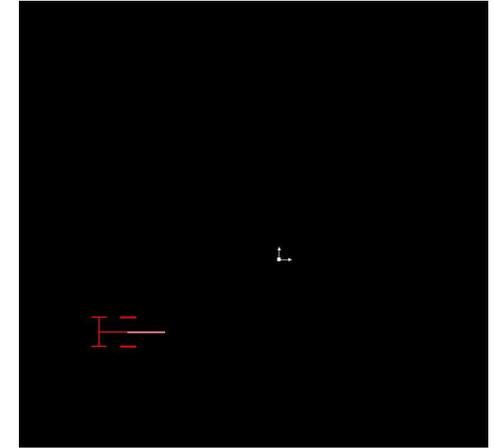
Exemple de la voiture équipée d'un bras RPR



Situation Préférentielle
et précompensation complète



Objectifs pondérés
et précompensation



Objectifs pondérés
pas de précompensation

Conclusion & Perspectives

1. Contributions

- Apports conceptuels : RCO et SOE
- Apports méthodologiques

Conclusion & Perspectives

1. Contributions

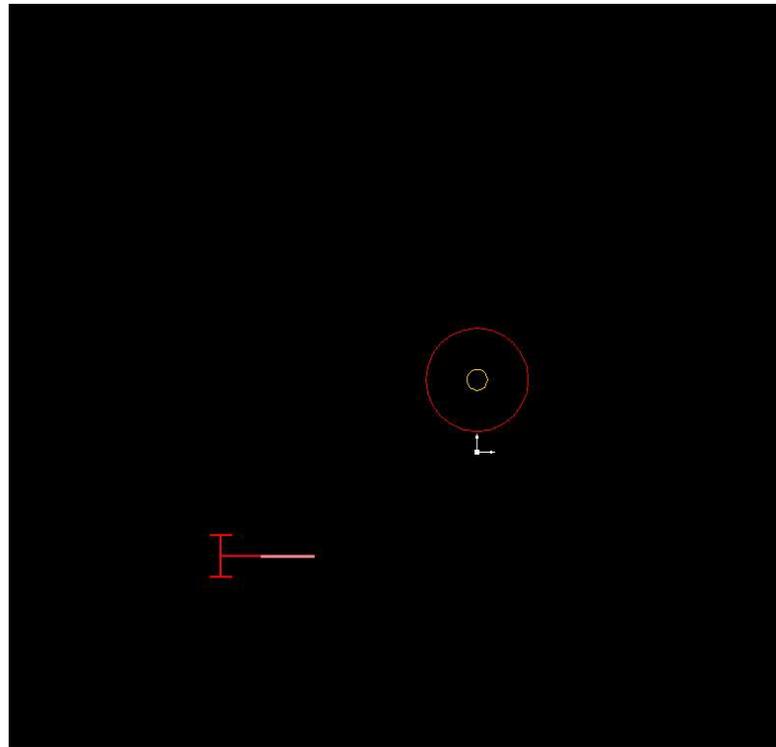
- Apports conceptuels : RCO et SOE
- Apports méthodologiques

2. Axes de recherche et problèmes ouverts

- Extension à d'autres types de plate-formes
- Etudes en vue de validation expérimentale

Exemple de prise en compte de l'évitement d'obstacles

Evitement d'obstacle par un unicycle équipé d'un bras RPR



Références

- BAYLE, B., FOURQUET, J.-Y., et RENAUD, M. (2001). « Génération de mouvements des manipulateurs mobiles ». *Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)*, 35 :809–845.
- BROCK, O. et KHATIB, O. (1997). « Elastic strips : real-time path modification for mobile manipulation ». Dans *Int. Symp. of Robotics Research'97*, pages 117–122.
- CARRIKER, W., KHOSLA, P., et KROGH, B. (1991). « Path planning for mobile manipulators for multiple task execution ». *IEEE Trans. on Automatic Control (ITAC)*, 7(3) :403–408.
- DESAI, J., WANG, C., ZEFRAN, M., et KUMAR, V. (1996). « Motion planning for multiple mobile manipulators ». Dans *IEEE Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 2073–2078.
- KHATIB, O., YOKOI, K., CHANG, K., RUSPINI, D., HOLMBERG, R., et CASAL, A. (1996). « Vehicle/ Arm coordination and multiple mobile manipulators decentralized cooperation. ». pages 546–553, Osaka.
- LAMIRAUX, F. et BONNAFOUS, D. (2002). « Reactive trajectory deformation for nonholonomic systems : Application to mobile robots ». Dans *IEEE Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 3099–3104, Washington DC.

- MORIN, P. et SAMSON, C. (2001). « Practical stabilization of driftless homogeneous systems based on the use of transverse periodic functions ». Dans *IEEE Conf. on Decision and Control (CDC)*, pages 1761–1766.
- MORIN, P. et SAMSON, C. (2003). « Practical stabilization of driftless systems on Lie groups : the transverse function approach ». *IEEE Trans. on Automatic Control (ITAC)*, 48 :1496–1508.
- PAPADOPOULOS, E. et DUBOWSKY, S. (1991). « Coordinated manipulator/ spacedraft motion control for space robotic systems ». Dans *IEEE Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 1696–1701.
- QUINLAN, S. et KHATIB, O. (1993). « Elastic bands : connecting path planning and control ». Dans *IEEE Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, volume 2, pages 802–807, Atlanta, Georgia.
- SAMSON, C., LEBORGNE, M., et ESPIAU, B. (1991). *Robot Control : The Task-function Approach*. Oxford Engineering. Oxford University Press.
- WANG, C.-C. et KUMAR, V. (1993). « Velocity control of mobile manipulators ». Dans *IEEE Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, volume 2, pages 713–718.
- YAMAMOTO, Y. et YUN, X. (1994). « Coordinating locomotion

and manipulation of a mobile manipulator ». *IEEE Trans. on Automatic Control (ITAC)*, 39(6) :1326–1332.