

# Optimisation de l'arithmétique d'intervalles dans le compilateur GCC

Sylvain Pion

Sylvain.Pion@sophia.inria.fr

Les algorithmes géométriques comme les enveloppes convexes, les triangulations ou les maillages, sont des utilisateurs intensifs de calculs numériques certifiés, comme de nombreux autres domaines d'ailleurs.

La certification numérique fait souvent appel à de l'arithmétique d'intervalles pour contrôler les erreurs d'arrondis causés par le calcul flottant approché fourni par les ordinateurs. Cette technique consiste à encadrer la valeur d'un nombre réel exact  $x$  par deux nombres flottants  $[\underline{x}; \bar{x}]$ , et d'effectuer des opérations arithmétiques ( $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $/$ ,  $\sqrt{\dots}$ ) en conservant la propriété d'inclusion, c'est-à-dire que l'intervalle résultat d'une opération est garanti de contenir la valeur exacte du résultat.

Implémenter une arithmétique d'intervalles nécessite généralement l'utilisation des modes d'arrondis des FPU des ordinateurs: lorsqu'une opération arithmétique flottante est effectuée et que le résultat exact n'est pas représentable par un nombre flottant, alors il est arrondi à un des deux nombres flottants voisins de la valeur exacte, suivant une direction que l'on peut spécifier: au plus proche, vers  $+\infty$ , vers  $-\infty$  ou vers zéro. On obtient ainsi par exemple  $x + y \in [\underline{x} \pm y; \bar{x} \pm y]$ , où  $\pm$  symbolise l'addition de deux nombres flottants arrondie vers  $-\infty$ .

Pour obtenir une implémentation efficace, il faut minimiser le nombre de changements de modes d'arrondis, qui sont coûteux en termes de temps de calcul. Nous proposons dans ce sujet de stage d'implémenter, dans le compilateur GCC, une optimisation qui reconnaisse les changements de modes d'arrondis dans les programmes, et effectue les optimisations qui élimine le plus de changements possibles.

Dans l'optique de la standardisation ISO en C++ d'une arithmétique d'intervalles, nous aimerions apporter la preuve qu'il est possible pour un compilateur d'optimiser ces changements de modes d'arrondis, ce qui permet de fournir une classe nettement plus simple comme proposition de standardisation. Plus d'informations sur la standardisation de l'arithmétique d'intervalles se trouvent sur <http://www-sop.inria.fr/geometrica/team/Sylvain.Pion/cxx/>.

Connaissances souhaitées : programmation C, techniques de compilation, arithmétique des ordinateurs, intérêt pour le C++, Linux.