Stage Informatique niveau Master

- Titre : **Complexité et implémentation robuste des algorithmes géométriques complexes**
- Thématique : géométrie algorithmique/arithmétique
- Laboratoire : INRIA Sophia Antipolis (France)
- Equipe du Laboratoire concernée : Geometrica (`http://www-sop.inria.fr/geometrica/`)
- Nom (et coordonnées) du directeur de stage : Sylvain Pion et Frédéric Cazals,
{`Sylvain.Pion|Frederic.Cazals`}`@sophia.inria.fr`, téléphone 04 92 38 50 25
- Nom (et coordonnées) du directeur de laboratoire : Michel Cosnard,
`Michel.Cosnard@sophia.inria.fr`, téléphone 04 92 38 78 70
- Compétences requises : goût pour la géométrie algorithmique, l'arithmétique, bonne maîtrise du C++ (templates)
- Contexte : Les algorithmes géométriques sont notoirement connus pour leurs problèmes de robustesse face aux instabilités numériques. Ceci est dû à la double nature de ces algorithmes : une partie combinatoire/discrète (construction d'un graphe), et une partie numérique (appels à des prédicats et constructions sur des objets géométriques de base comme les points, segments...).

  Les algorithmes géométriques classiques comme le calcul d'enveloppes convexes, triangulations de Delaunay, arrangements ont été bien étudiés sur l'aspect de la robustesse, et les meilleures techniques actuelles sont basées sur l'exactitude des prédicats géométriques, que l'on peut accélérer avec des méthodes de calcul arithmétique à précision adaptative (filtres arithmétiques...) [P99].

  Ce stage est centré sur l'étude des algorithmes qui effectuent des constructions en cascades : de tels algorithmes créent de nouveaux objets géométriques (par exemple intersections de droites avec des plans définis par des points). La profondeur de construction n'est pas nécessairement bornée, l'idée est donc d'étudier les conditions précises qui permettent de prouver que la partie combinatoire est correctement calculée dans le cas des constructions géométriques approchées (effectuées en calcul flottant, ou bien avec arrondis contrôlés). On pourrait imaginer une étude similaire à celle faite dans [KMPSY04]. D'autre part, dans le cadre du calcul exact, nous désirons mieux connaître les contraintes et les besoins sur l'arithmétique nécessaire (bit-complexité) en relation avec la profondeur de la recursivité (profondeur des constructions géométriques).

  Nous avons en particulier deux exemples de tels algorithmes :
  – le calcul du *flow complex*, qui est utilisé par exemple pour la reconstruction de surface et le docking de molécules [GJ03].
  – certains algorithmes de maillages, qui rajoutent incrémentalement des points pour affiner un maillage (par exemple d'une surface dans l'espace) [BGO05].

  Dans ces deux cas, nous ne connaissons pas de borne sur la profondeur des constructions cascadées utilisées, et donc pas de borne sur la bit-complexité exacte qu'une implémentation exacte aurait.

Le travail du stage consistera également en une étude pratique se basant sur des implémentations partiellement déjà réalisées, basées sur la bibliothèque C++ CGAL (www.cgal.org).

Bibliographie:

[GJ03] J. Giesen and M. John, *The Flow Complex: A Data Structure for Geometric Modeling.* Proceedings of the 14th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA), (2003) 285-294.

[BGO05] J.D. Boissonnat and L. Guibas and S. Oudot, *Surface learning by probing.* Proceedings of the 21st ACM Symposium on Computational Geometry (SoCG), (2005) 198-207.

[P99] S. Pion, *De la géométrie algorithmique au calcul géométrique.* Thèse de doctorat, Université de Nice (1999).

[KMPSY04] L. Kettner, K. Mehlhorn, S. Pion, S. Schirra and C. Yap, *Classroom Examples of Robustness Problems in Geometric Computations.* In Proc. 12th Annual European Symposium on Algorithms (ESA), LNCS vol. 3221, 702-713, Springer. Norway, 2004.