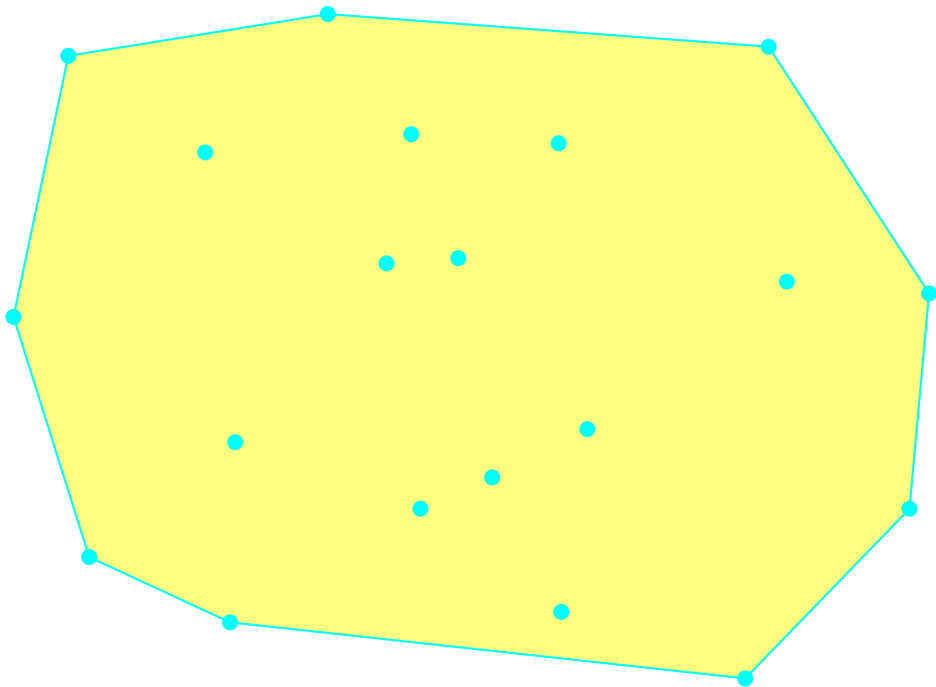


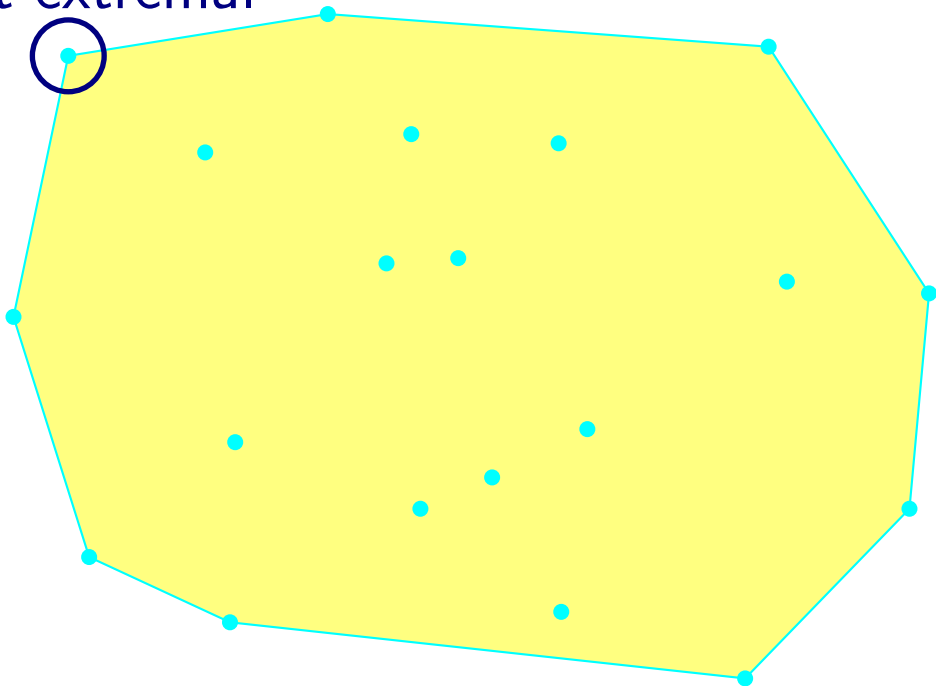




Enveloppe convexe



Point extremal



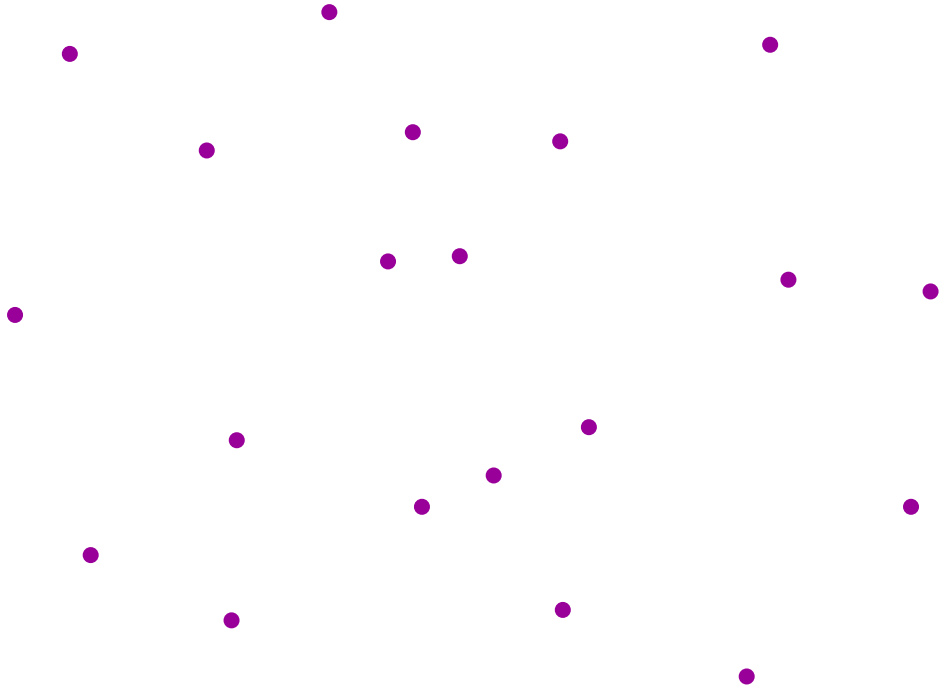
Point extremal



Tangente, droite support

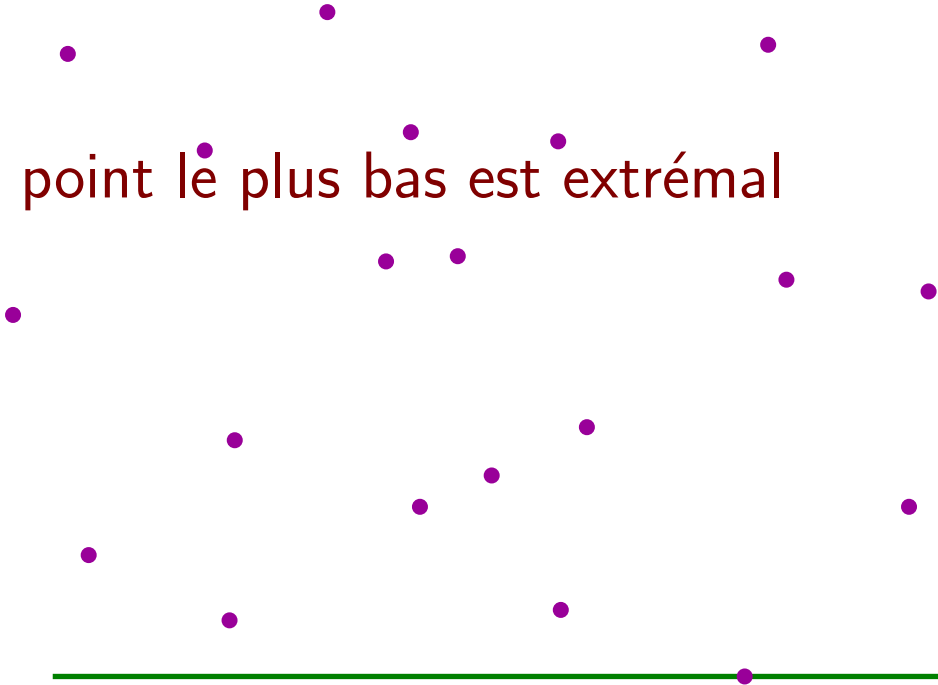


# Premier algorithme : Jarvis

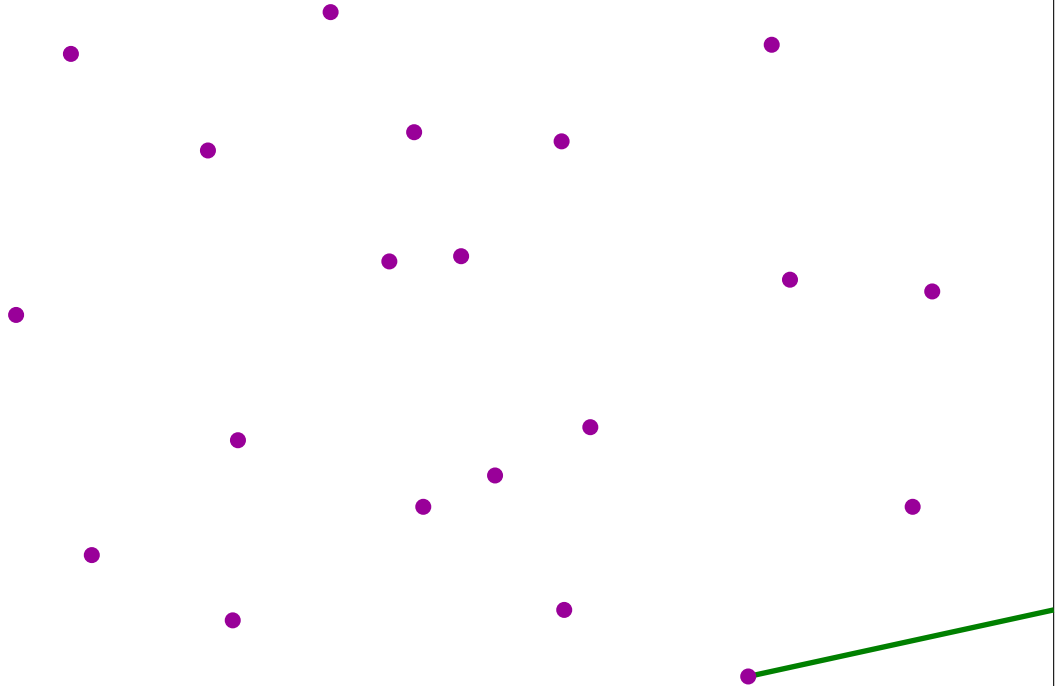


# Premier algorithme : Jarvis

Le point le plus bas est extrémal

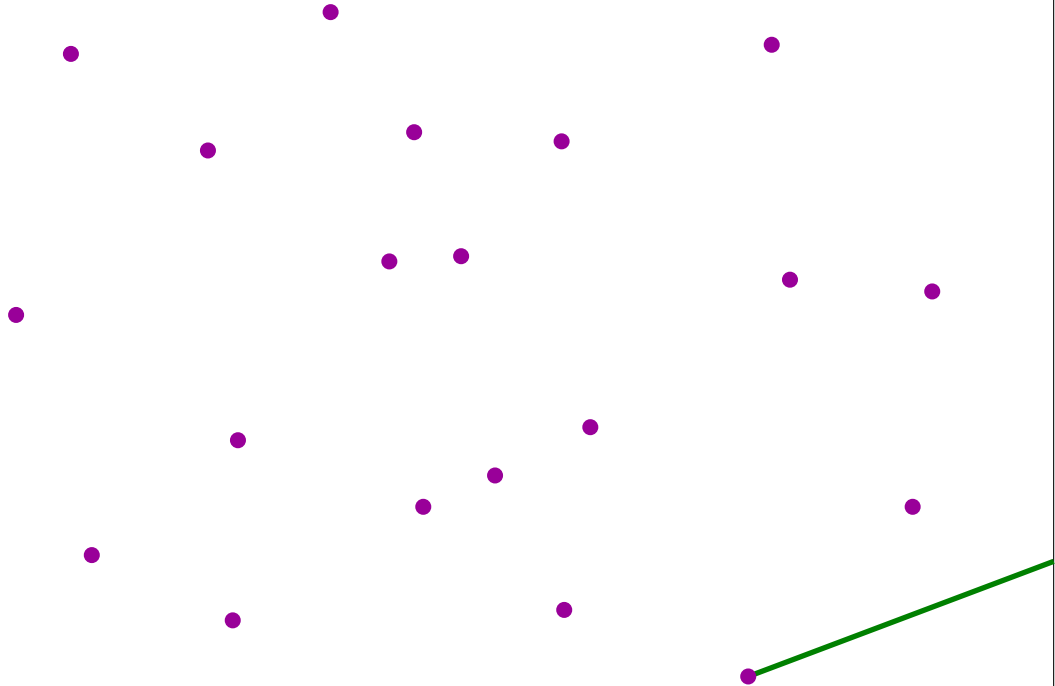


# Premier algorithme : Jarvis

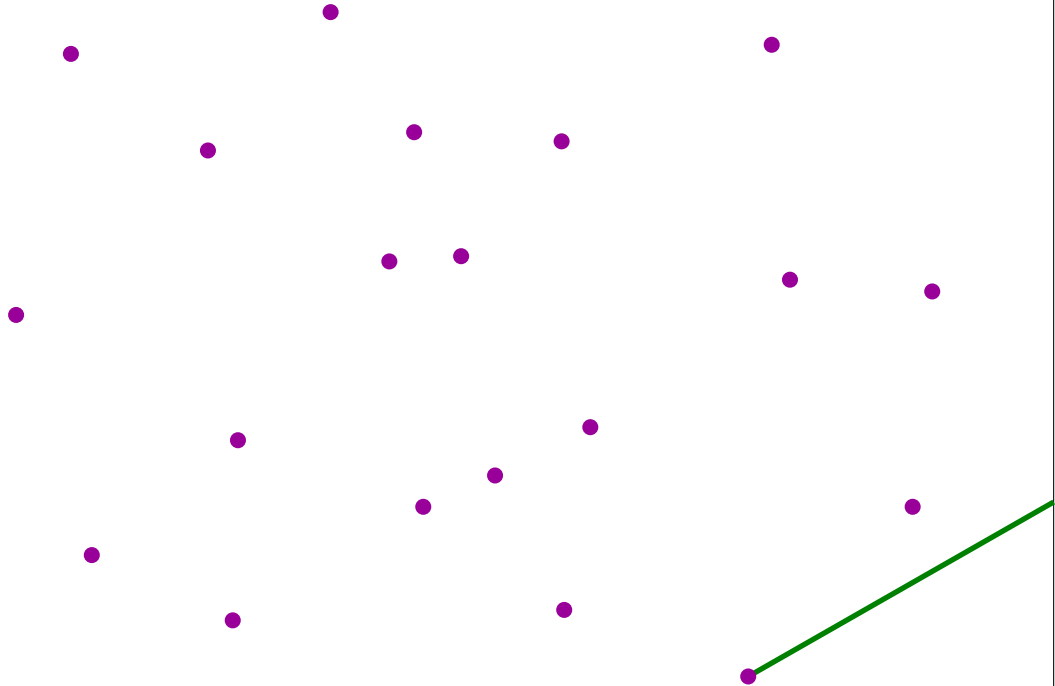




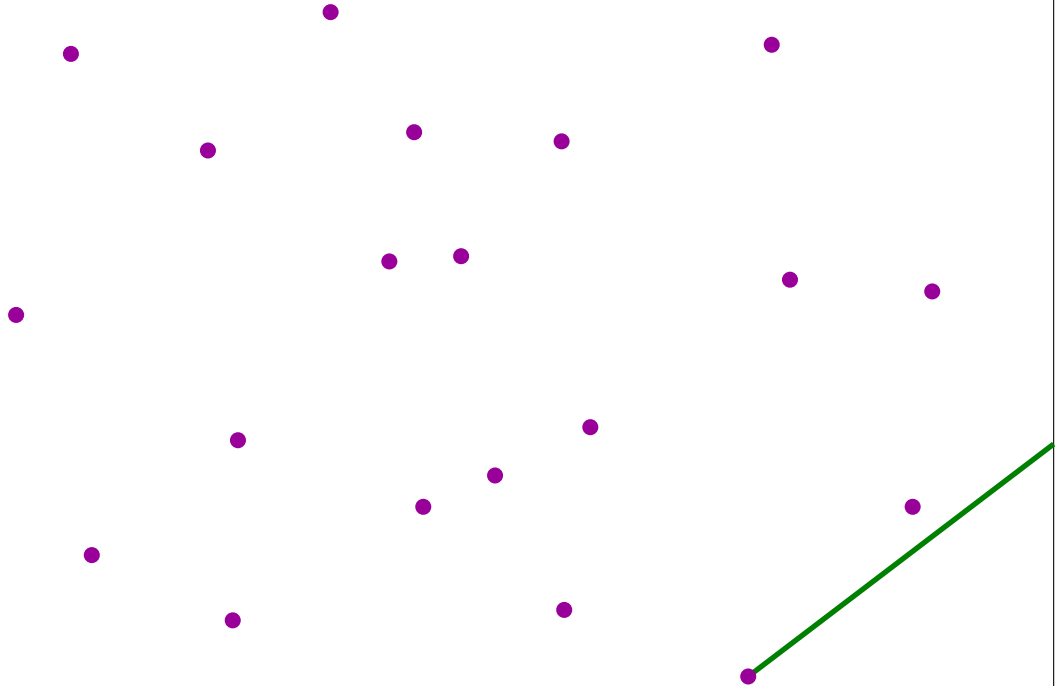
# Premier algorithme : Jarvis



# Premier algorithme : Jarvis



# Premier algorithme : Jarvis



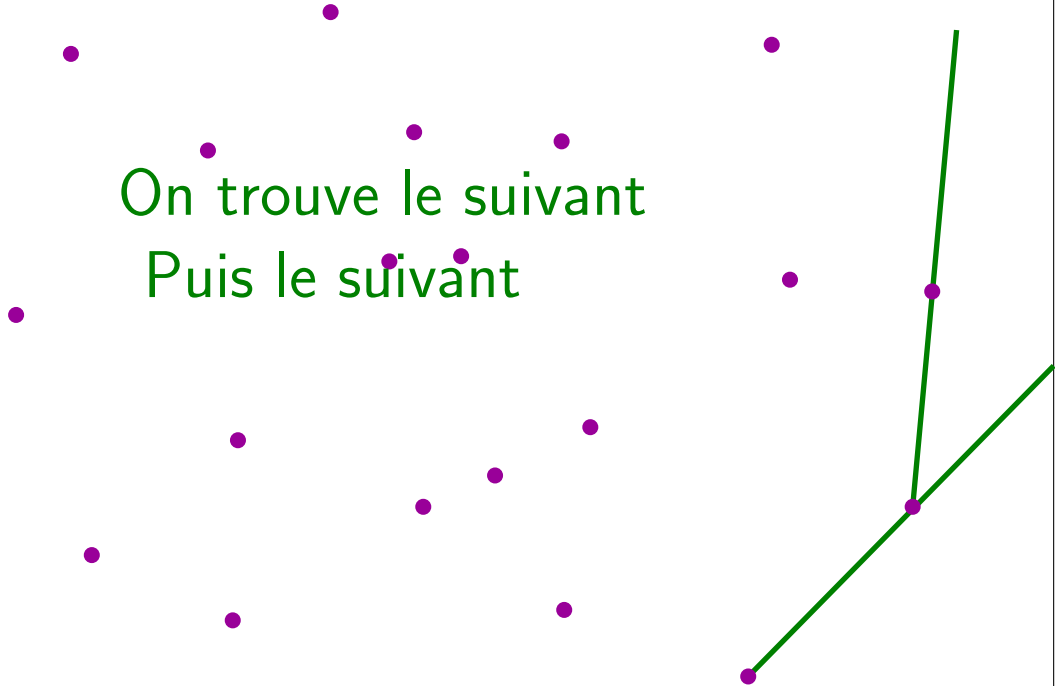
# Premier algorithme : Jarvis

On trouve le suivant

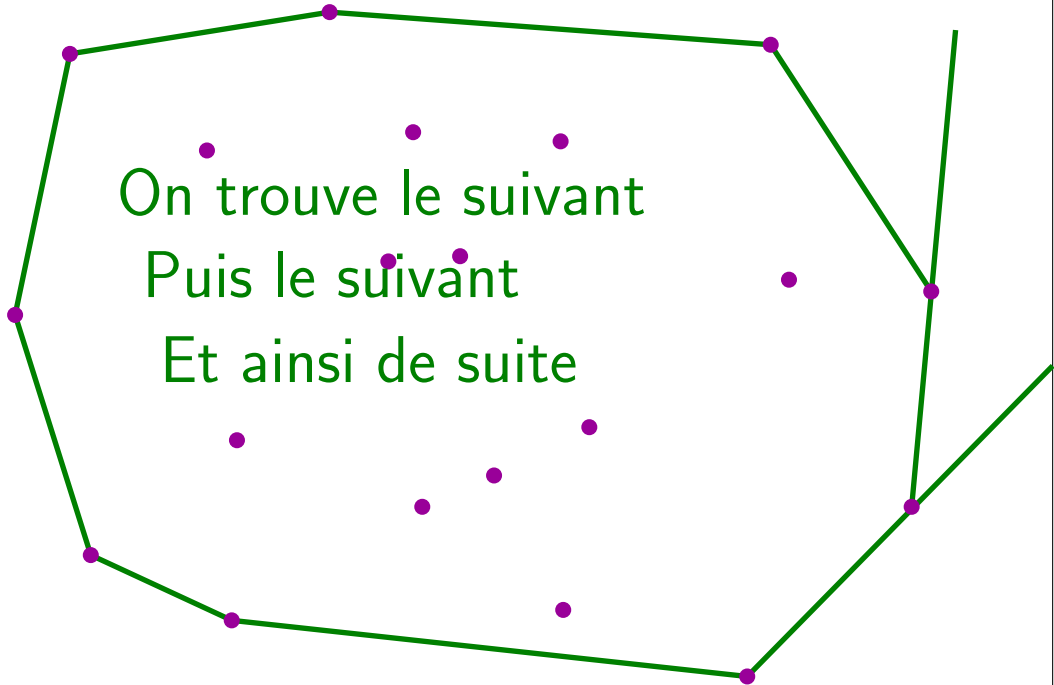


# Premier algorithme : Jarvis

On trouve le suivant  
Puis le suivant



# Premier algorithme : Jarvis



# Premier algorithme : Jarvis

entrée :  $S$  un ensemble de points.

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$min = \infty$

Pour tout  $w \in S \setminus \{u\}$

    si  $angle(ux, uw) < min$  alors  $min = angle(ux, uw)$ ;  $v = w$ ;

$u.suivant = v$ ;

Faire

$S = S \setminus \{v\}$

    Pour tout  $w \in S$

$min = \infty$

        si  $angle(v.pred\ v, vw) < min$  alors

$min = angle(v.pred\ v, vw)$ ;  $v.suivant = w$ ;

$v = v.suivant$ ;

Tant que  $v \neq u$

# Premier algorithme : Jarvis

## Complexité ?

entrée :  $S$  un ensemble de points.

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$min = \infty$

Pour tout  $w \in S \setminus \{u\}$

si  $angle(ux, uw) < min$  alors  $min = angle(ux, uw)$ ;  $v = w$ ;

$u.suivant = v$ ;

Faire

$S = S \setminus \{v\}$

Pour tout  $w \in S$

$min = \infty$

si  $angle(v.pred v, vw) < min$  alors

$min = angle(v.pred v, vw)$ ;  $v.suivant = w$ ;

$v = v.suivant$ ;

Tant que  $v \neq u$



# Premier algorithme : Jarvis

## Complexité ?

entrée :  $S$  un ensemble de points.

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$min = \infty$

Pour tout  $w \in S \setminus \{u\}$

si  $angle(ux, uw) < min$  alors  $min = angle(ux, uw)$ ;  $v = w$ ;

$u.suivant = v$ ;

Faire

$S = S \setminus \{v\}$

Pour tout  $w \in S$

$min = \infty$

si  $angle(v.pred v, vw) < min$  alors

$min = angle(v.pred v, vw)$ ;  $v.suivant = w$ ;

$v = v.suivant$ ;

Tant que  $v \neq u$

$O(n)$

# Premier algorithme : Jarvis

## Complexité ?

entrée :  $S$  un ensemble de points.

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$min = \infty$

Pour tout  $w \in S \setminus \{u\}$

si  $angle(ux, uw) < min$  alors  $min = angle(ux, uw)$ ;  $v = w$ ;

$u.suivant = v$ ;

Faire

$S = S \setminus \{v\}$

Pour tout  $w \in S$

$min = \infty$

si  $angle(v.pred v, vw) < min$  alors

$min = angle(v.pred v, vw)$ ;  $v.suivant = w$ ;

$v = v.suivant$ ;

Tant que  $v \neq u$

$O(n)$

# Premier algorithme : Jarvis

## Complexité ?

entrée :  $S$  un ensemble de points.

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$min = \infty$

Pour tout  $w \in S \setminus \{u\}$

si  $angle(ux, uw) < min$  alors  $min = angle(ux, uw)$ ;  $v = w$ ;

$u.suivant = v$ ;

Faire

$S = S \setminus \{v\}$

Pour tout  $w \in S$

$min = \infty$

si  $angle(v.pred\ v, vw) < min$  alors

$min = angle(v.pred\ v, vw)$ ;  $v.suivant = w$ ;

$v = v.suivant$ ;

Tant que  $v \neq u$

# Premier algorithme : Jarvis

## Complexité ?

entrée :  $S$  un ensemble de points.

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$min = \infty$

Pour tout  $w \in S \setminus \{u\}$

si  $angle(ux, uw) < min$  alors  $min = angle(ux, uw)$ ;  $v = w$ ;

$u.suivant = v$ ;

Faire

$S = S \setminus \{v\}$

Pour tout  $w \in S$

$min = \infty$

si  $angle(v.pred\ v, vw) < min$  alors

$min = angle(v.pred\ v, vw)$ ;  $v.suivant = w$ ;

$v = v.suivant$ ;

Tant que  $v \neq u$

$O(n)$

# Premier algorithme : Jarvis

## Complexité ?

$$O(n^2)$$

entrée :  $S$  un ensemble de points.

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$min = \infty$

Pour tout  $w \in S \setminus \{u\}$

si  $angle(ux, uw) < min$  alors  $min = angle(ux, uw)$ ;  $v = w$ ;

$u.suivant = v$ ;

Faire

$S = S \setminus \{v\}$

Pour tout  $w \in S$

$min = \infty$

si  $angle(v.pred v, vw) < min$  alors

$min = angle(v.pred v, vw)$ ;  $v.suivant = w$ ;

$v = v.suivant$ ;

Tant que  $v \neq u$

# Premier algorithme : Jarvis

## Complexité ?

$O(nh)$

entrée :  $S$  un ensemble de points.

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$min = \infty$

Pour tout  $w \in S \setminus \{u\}$

    si  $angle(ux, uw) < min$  alors  $min = angle(ux, uw)$ ;  $v = w$ ;

$u.suivant = v$ ;

Faire

$S = S \setminus \{v\}$

    Pour tout  $w \in S$

$min = \infty$

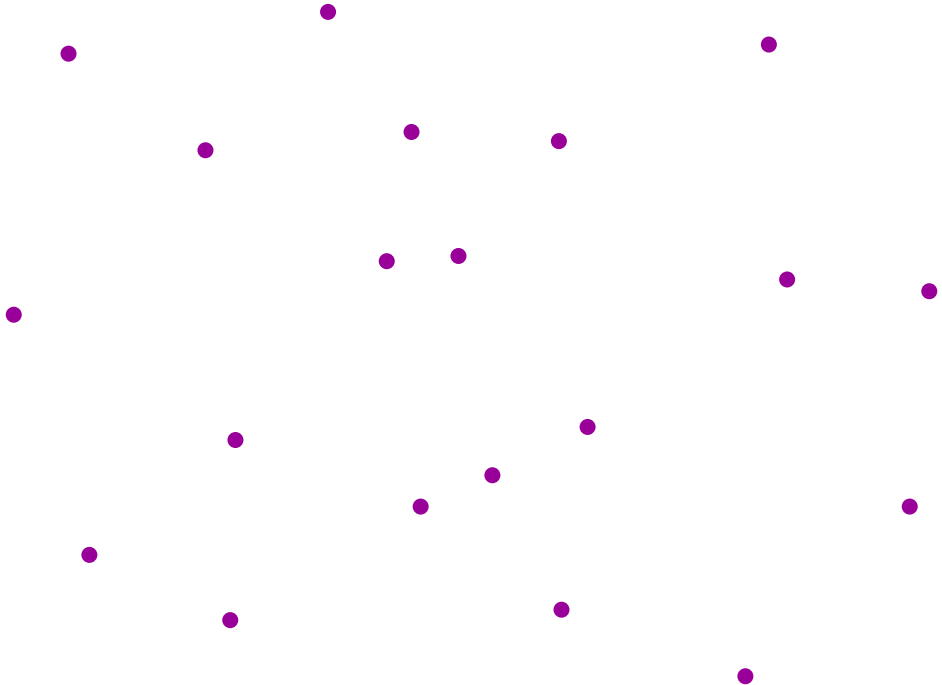
        si  $angle(v.pred\ v, vw) < min$  alors

$min = angle(v.pred\ v, vw)$ ;  $v.suivant = w$ ;

$v = v.suivant$ ;

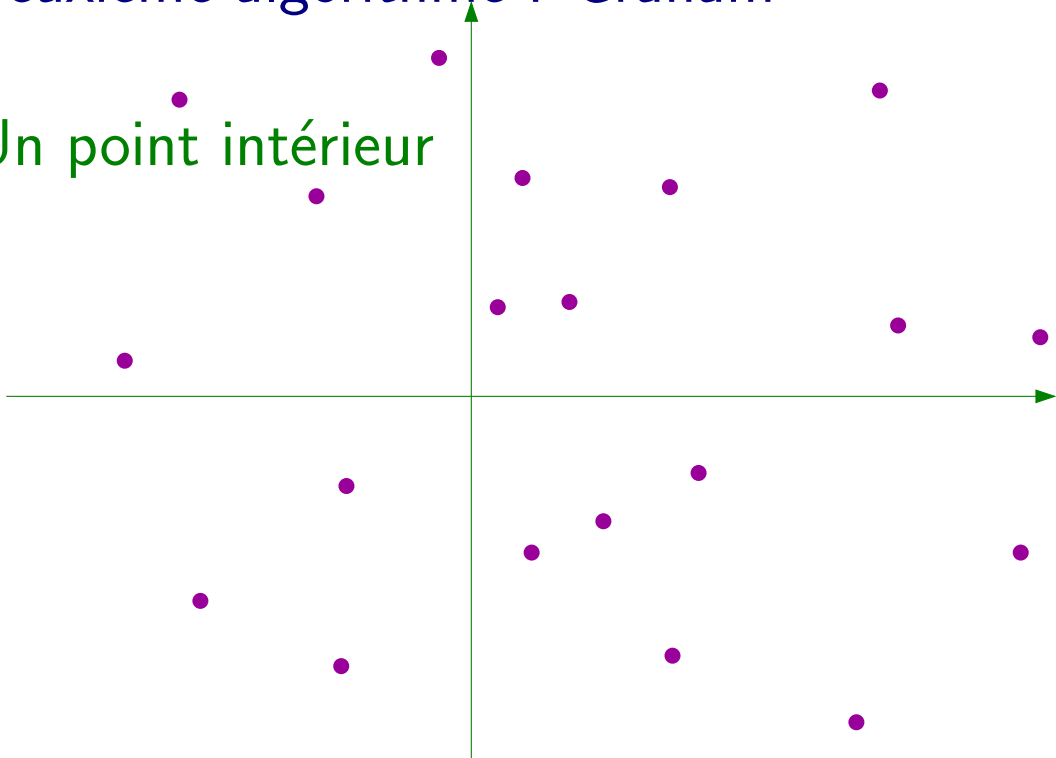
Tant que  $v \neq u$

# Deuxième algorithme : Graham



# Deuxième algorithme : Graham

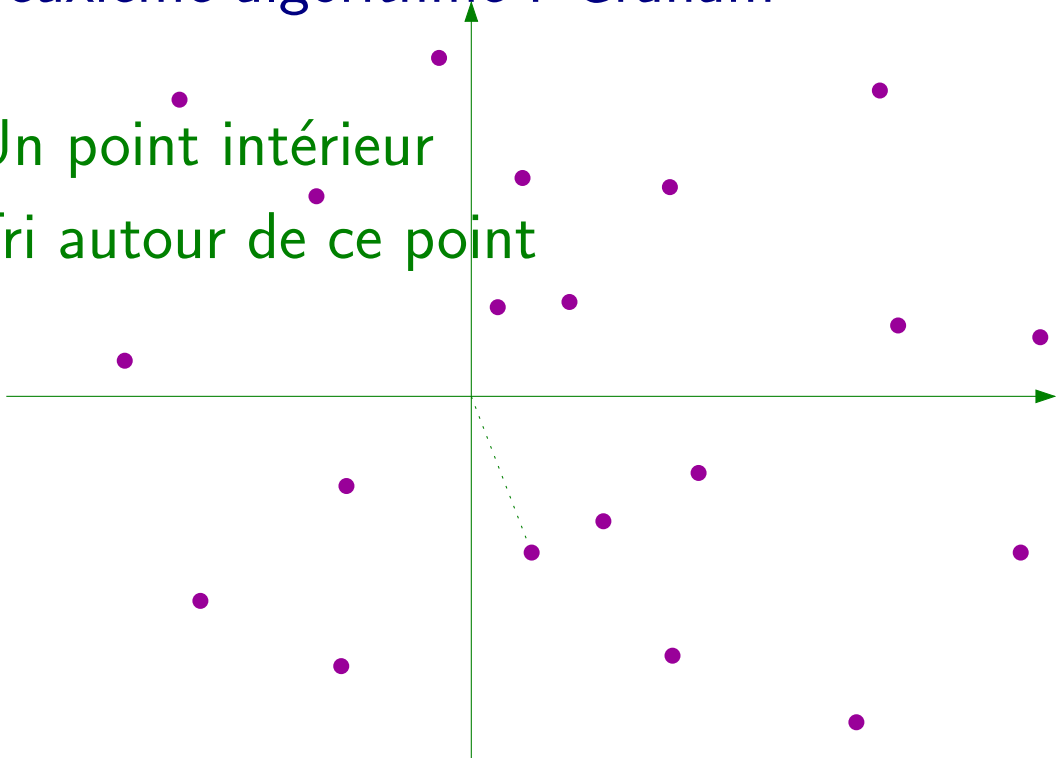
Un point intérieur





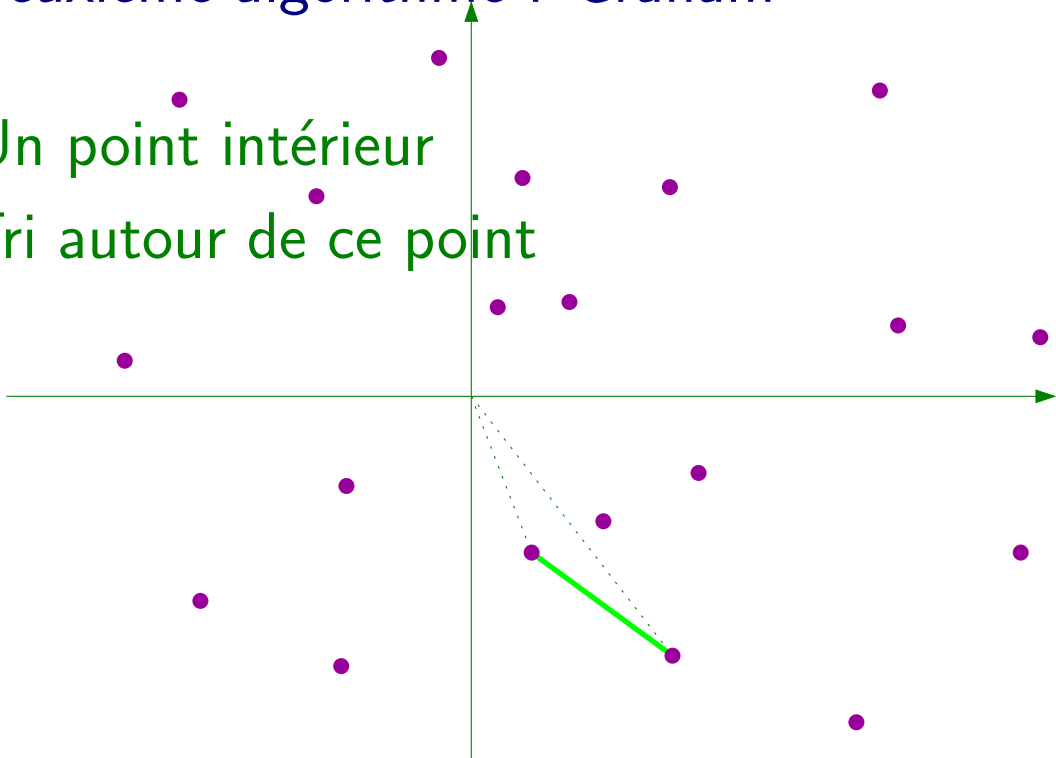
# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point



# Deuxième algorithme : Graham

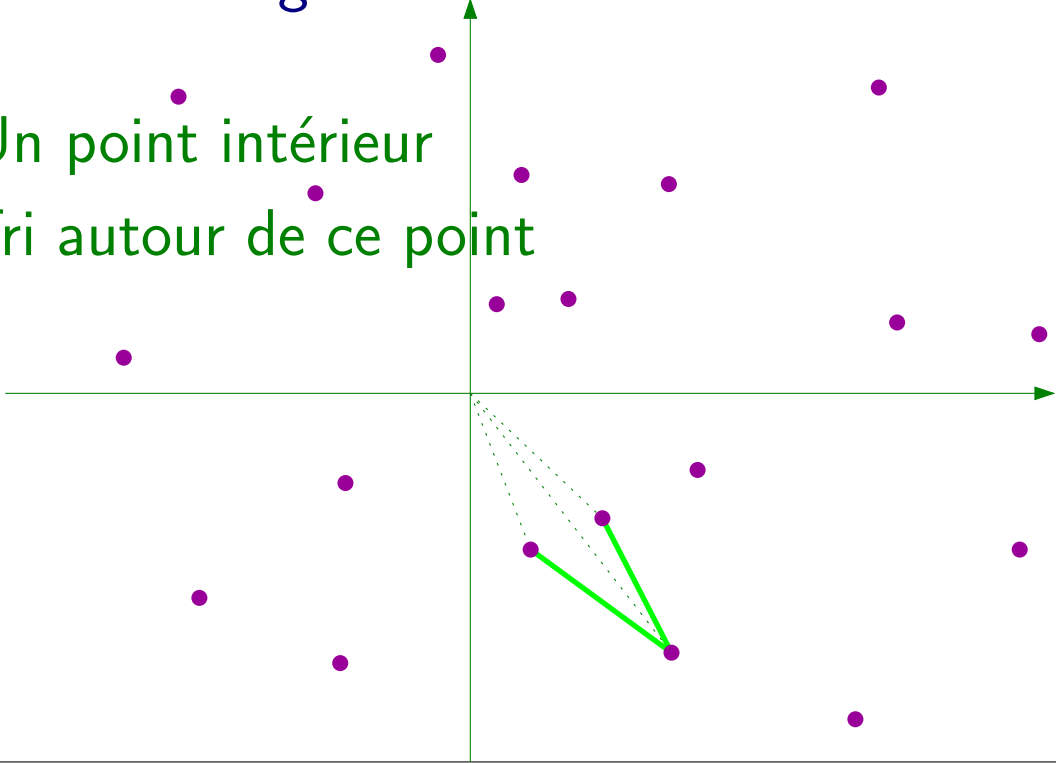
Un point intérieur  
Tri autour de ce point



# Deuxième algorithme : Graham

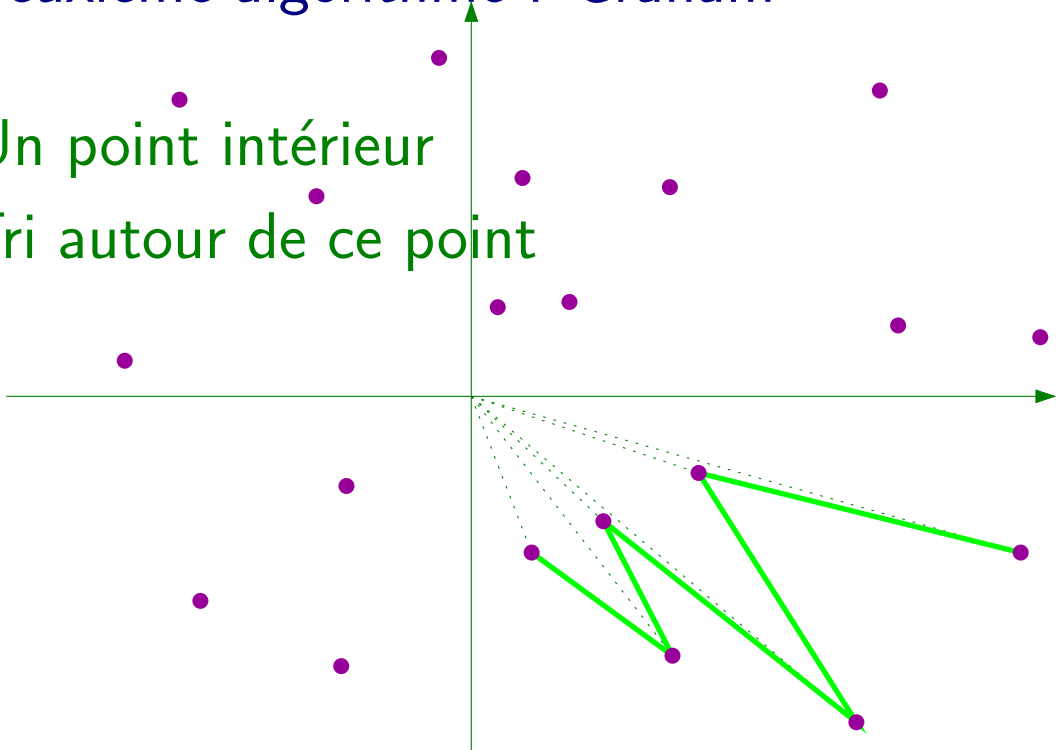
Un point intérieur

Tri autour de ce point



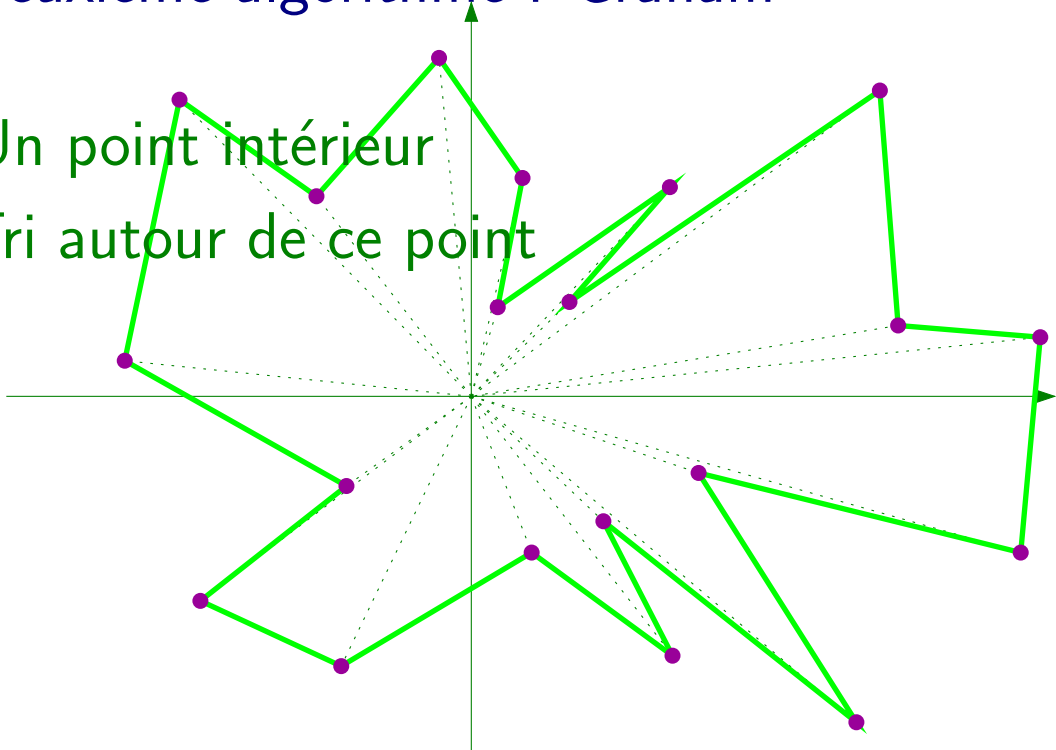
# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point



# Deuxième algorithme : Graham

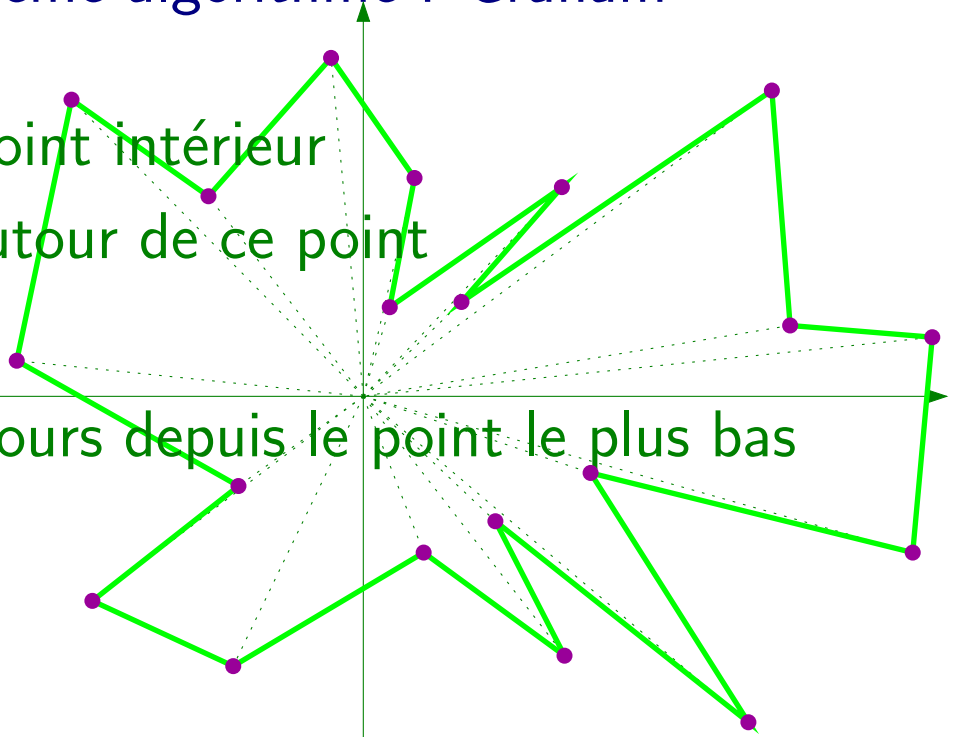
Un point intérieur  
Tri autour de ce point



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

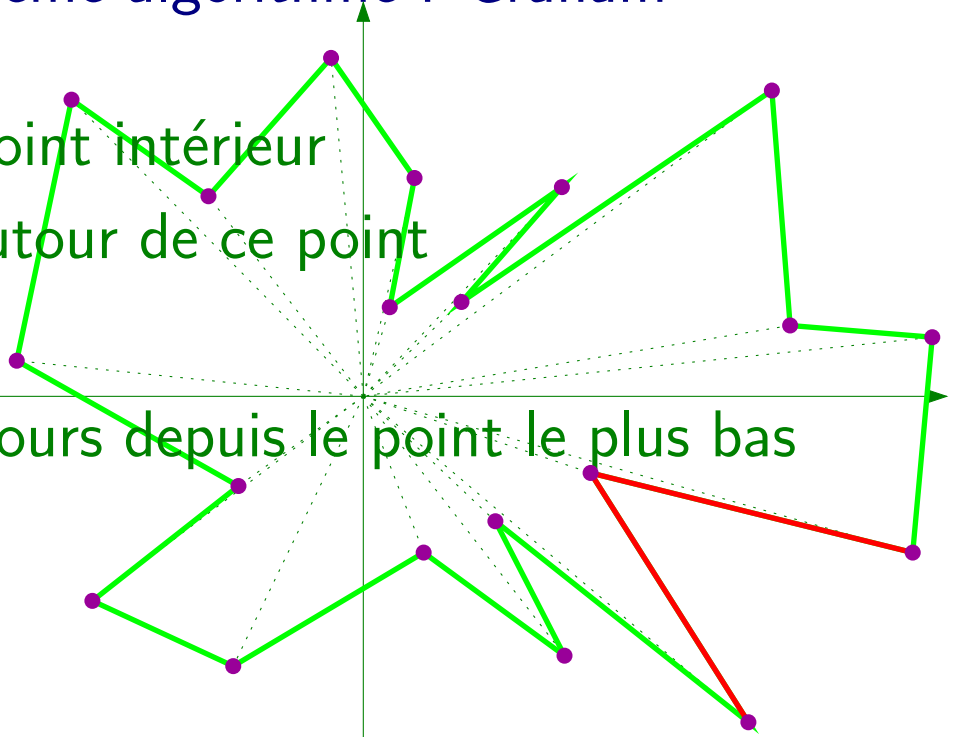
Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

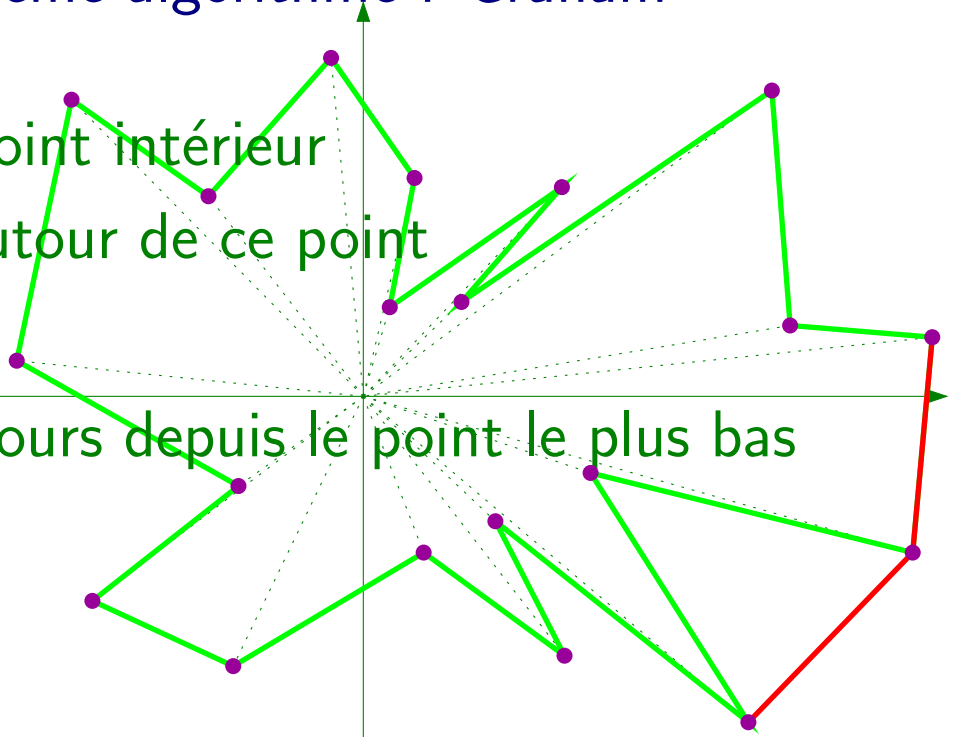
Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

Parcours depuis le point le plus bas

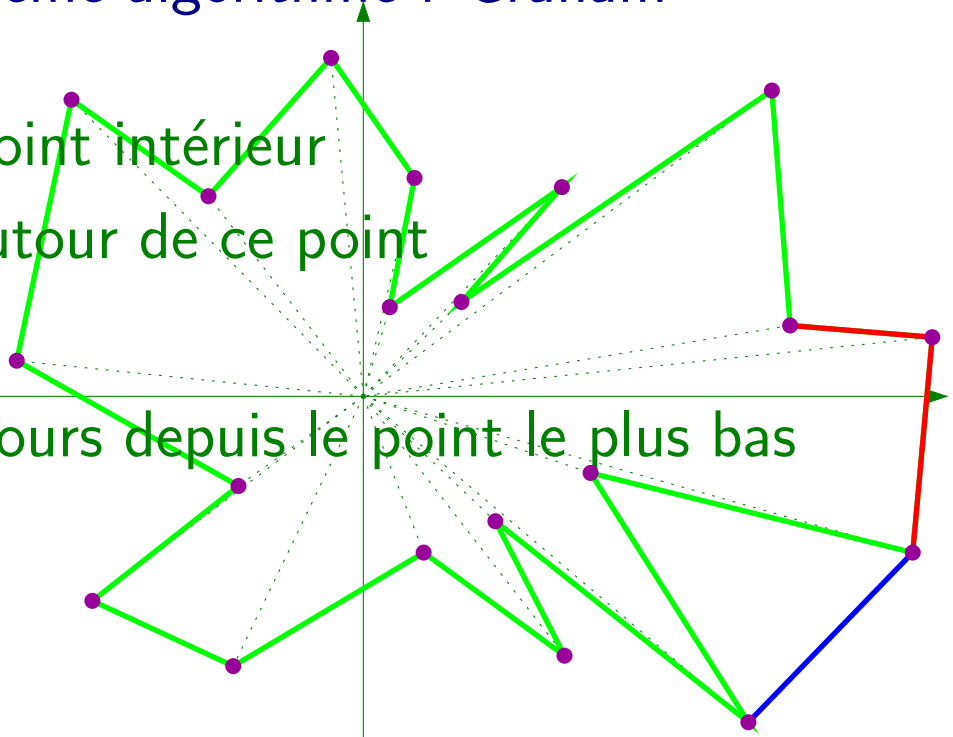




# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

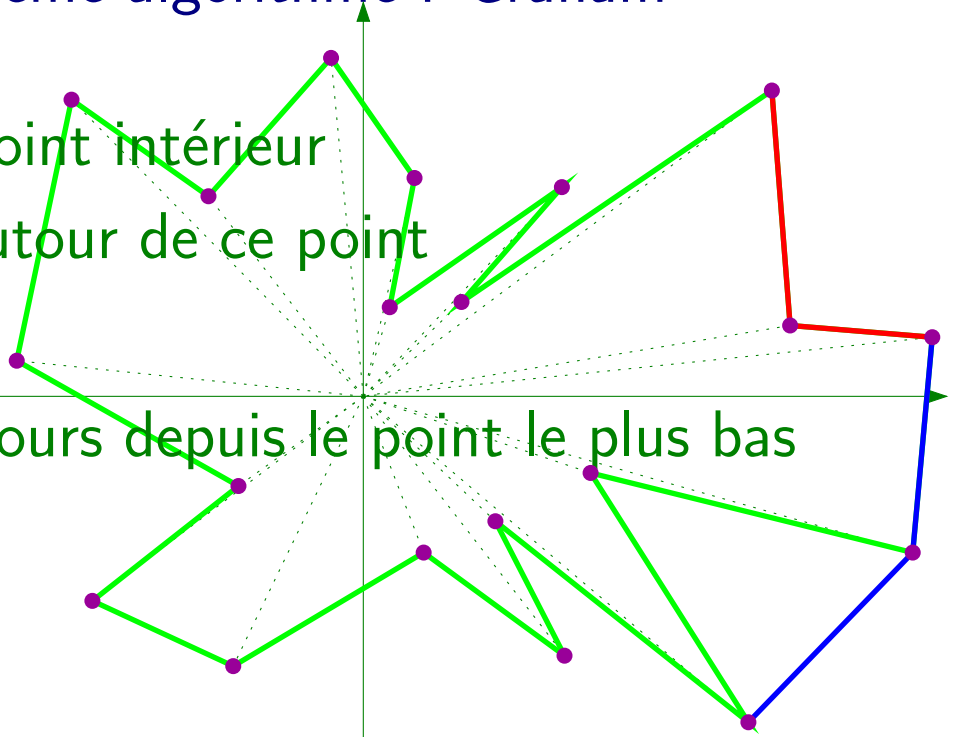
Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

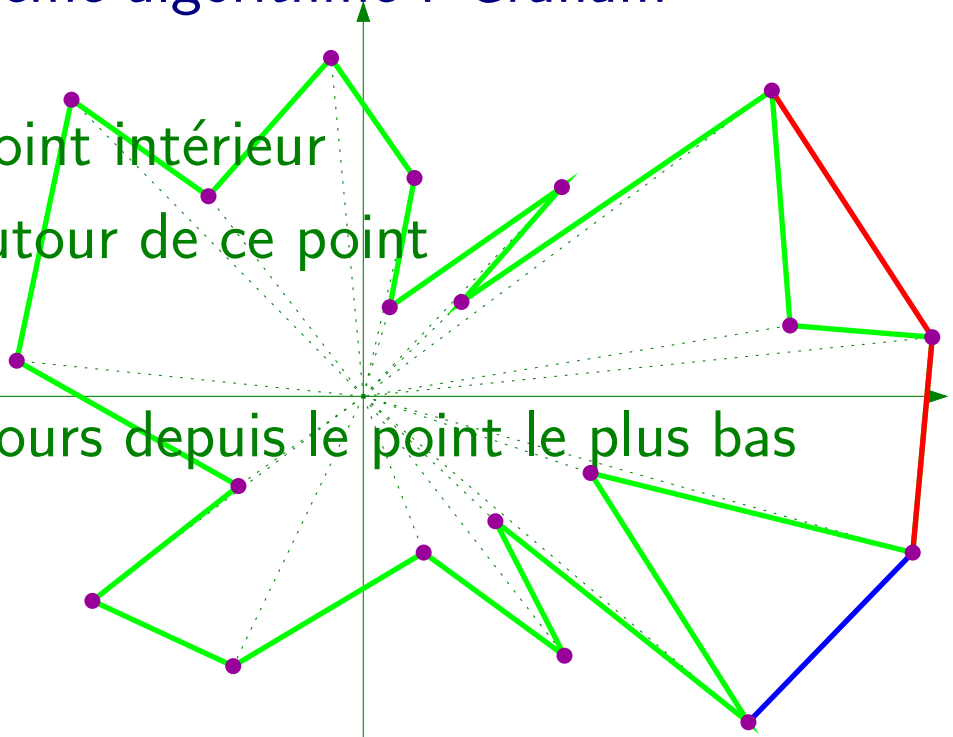
Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

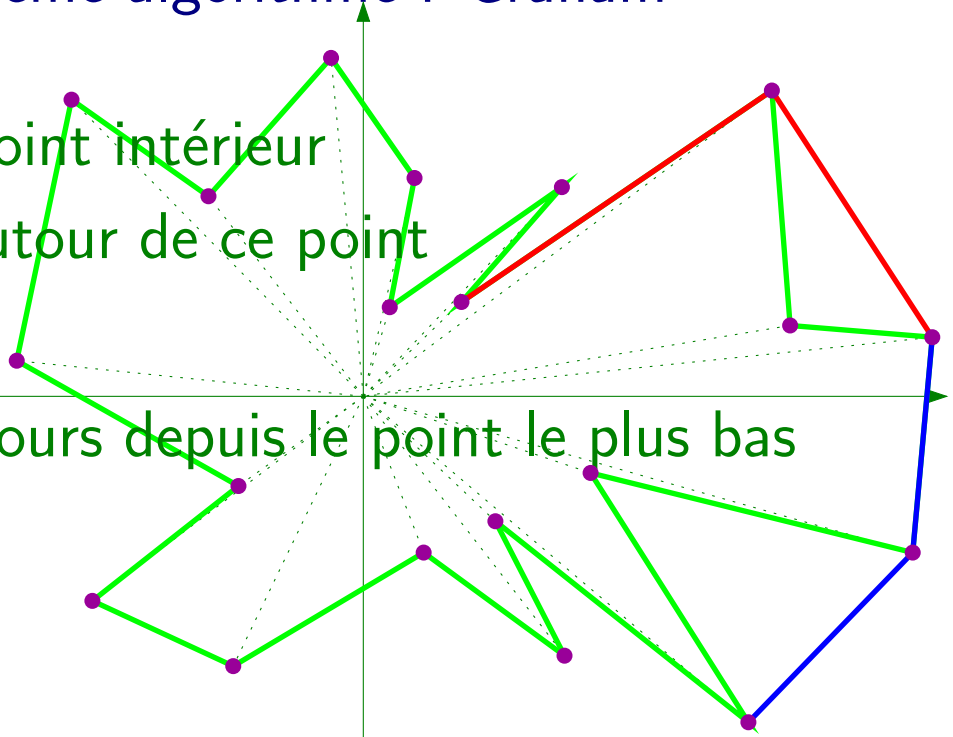
Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

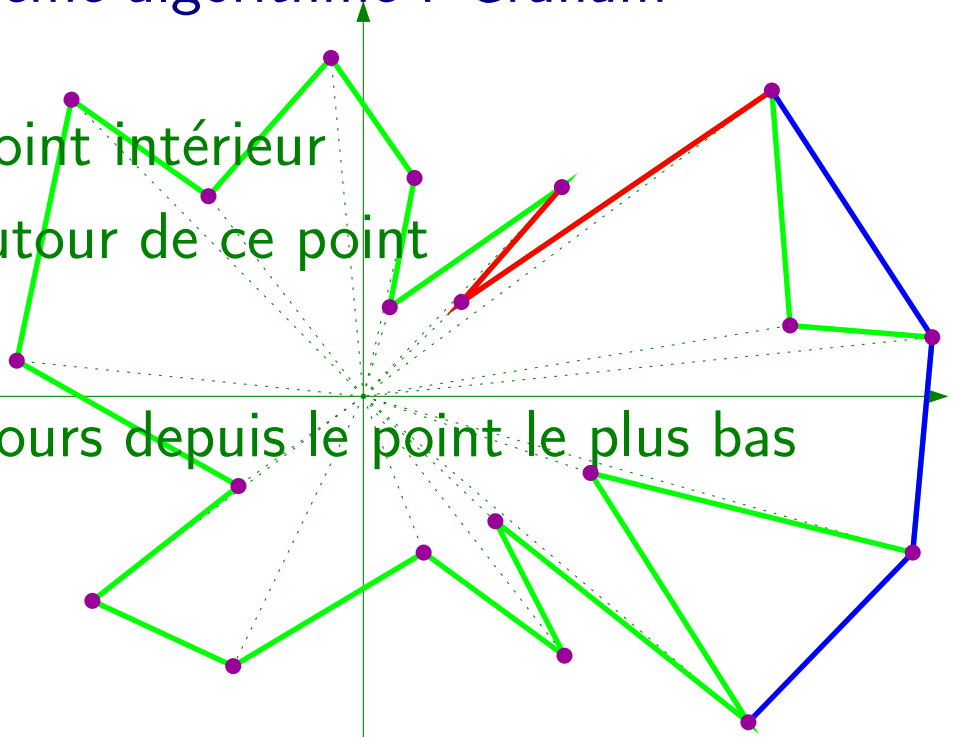
Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

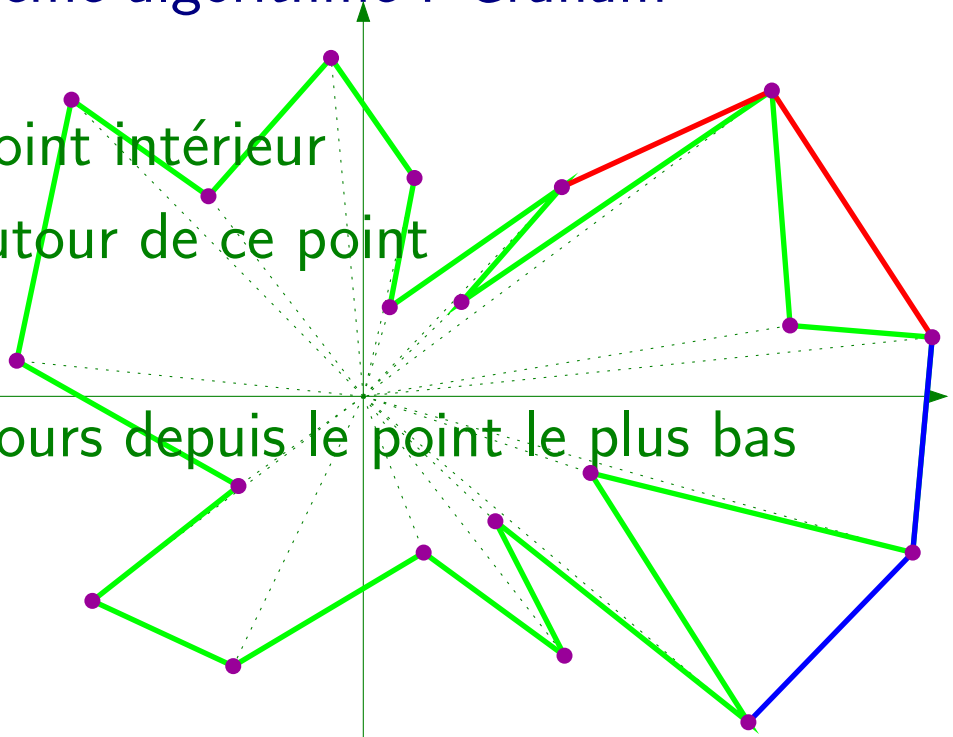
Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

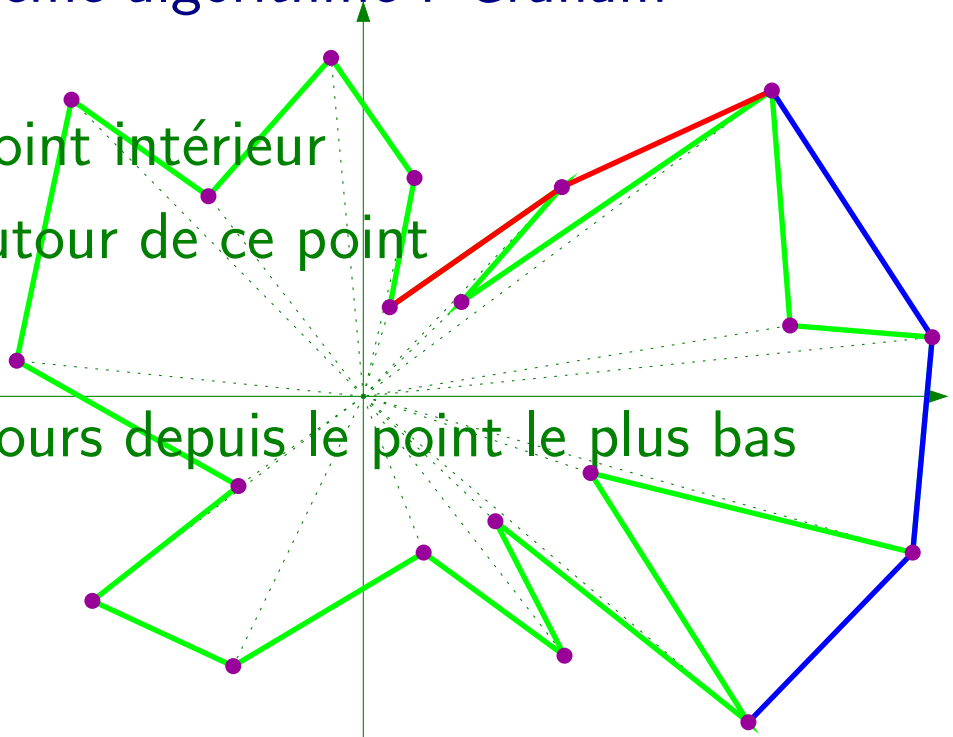
Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

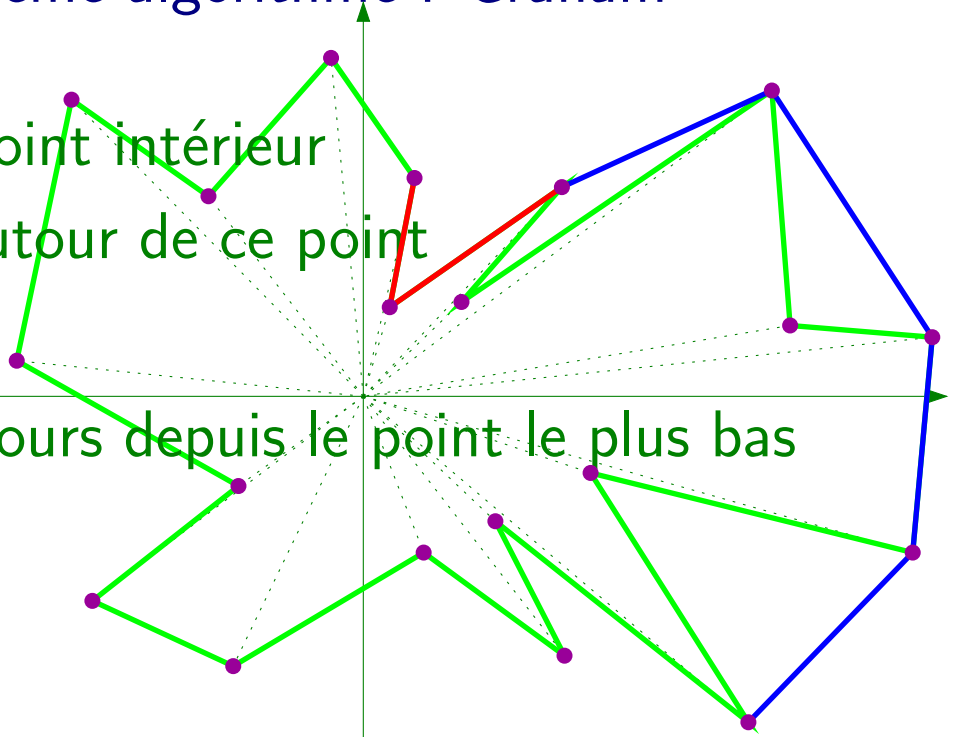
Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

Parcours depuis le point le plus bas

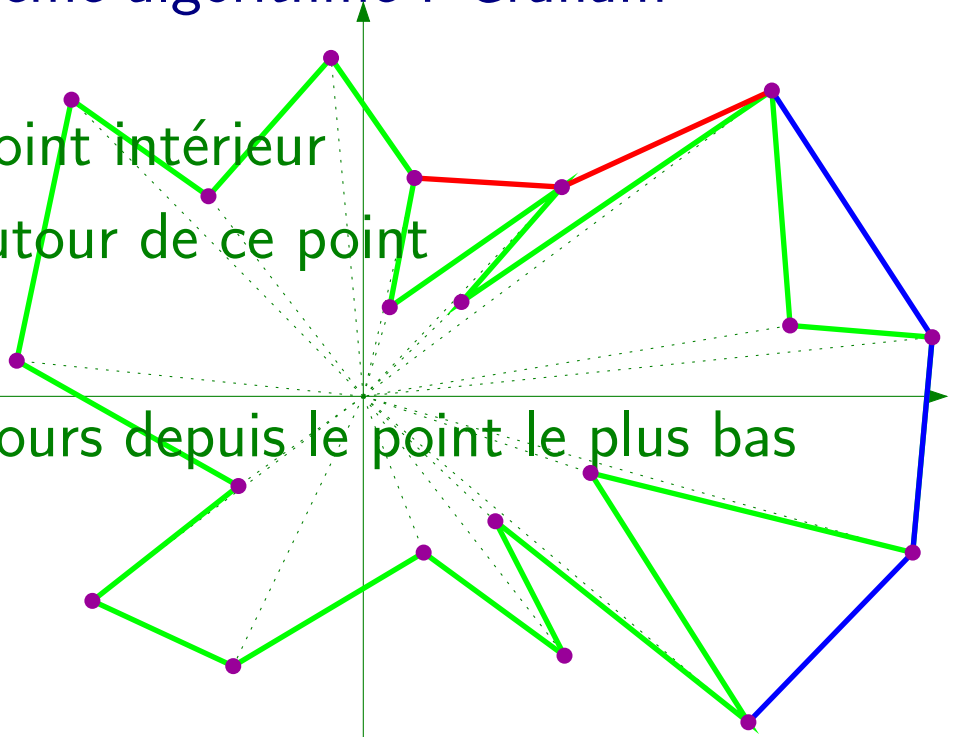




# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

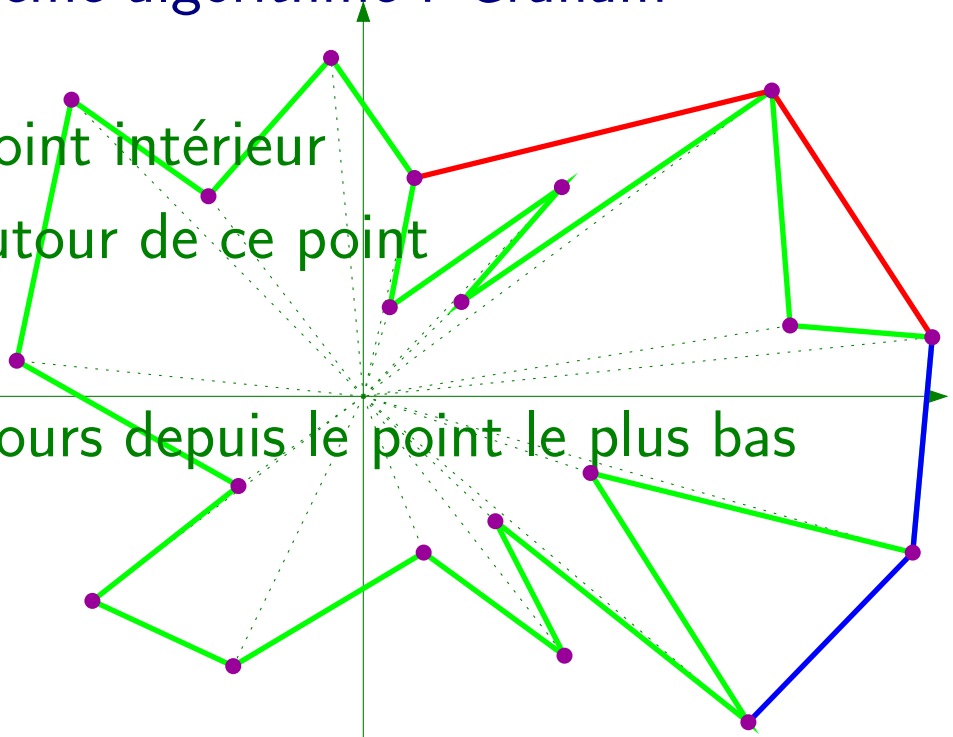
Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

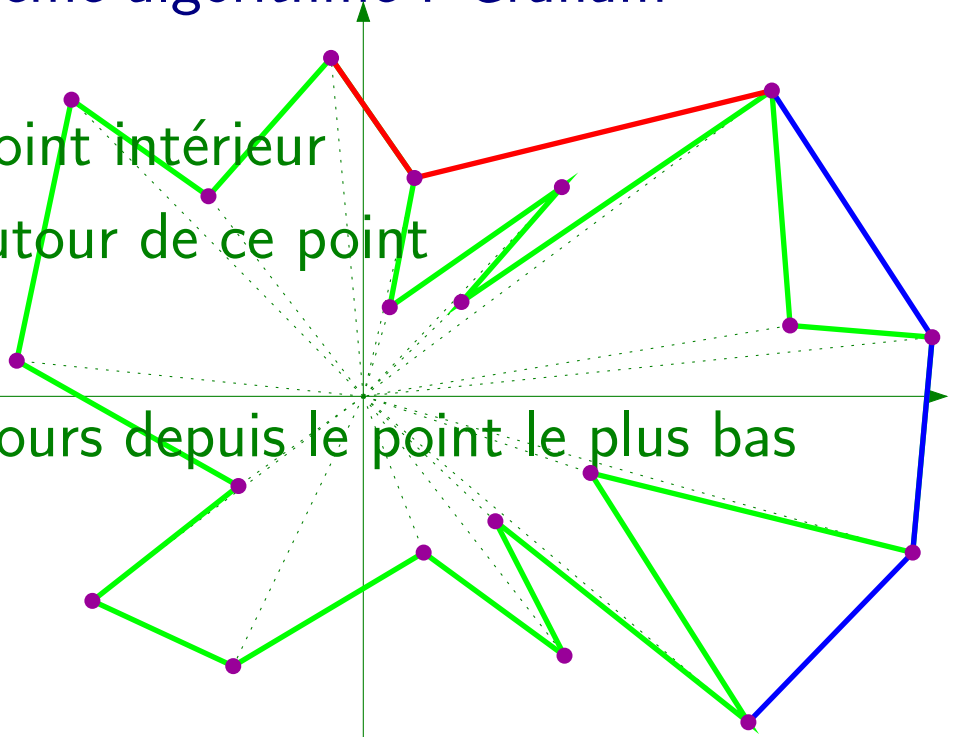
Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

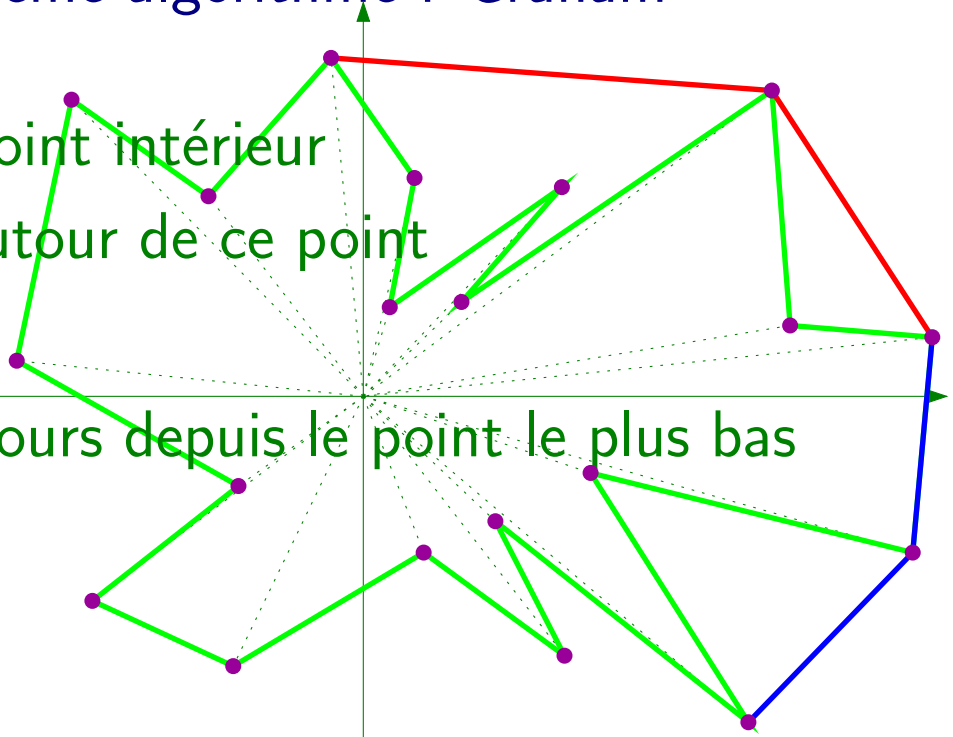
Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

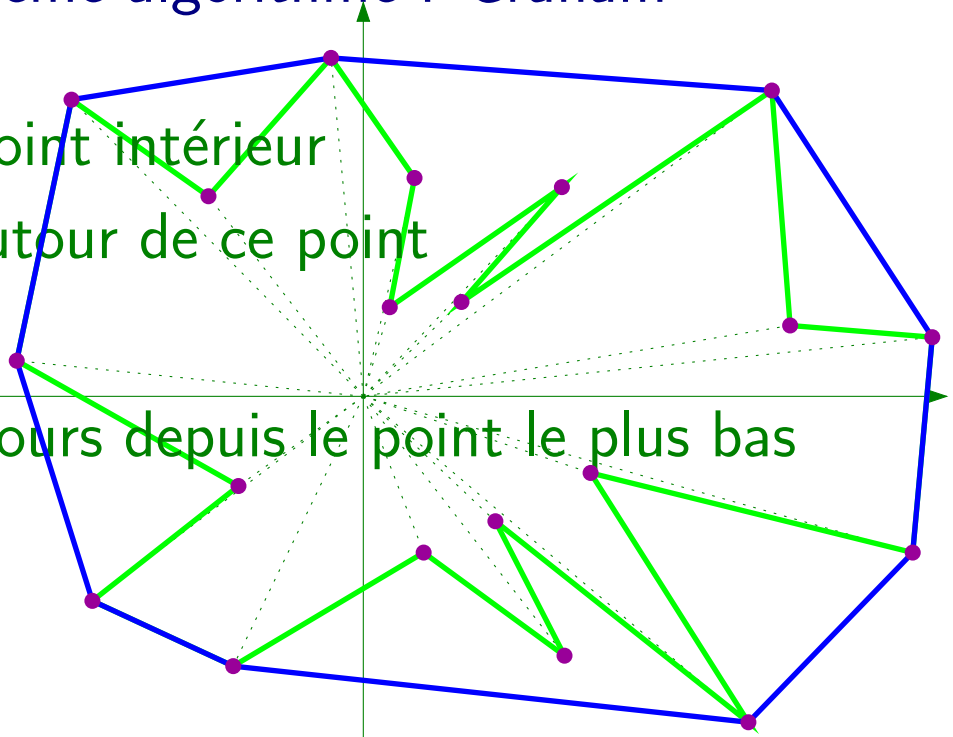
Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

Un point intérieur  
Tri autour de ce point

Parcours depuis le point le plus bas



# Deuxième algorithme : Graham

entrée :  $S$  un ensemble de points.

origine = barycentre de 3 points de  $S$ ;

trier  $S$  autour de l'origine;

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$v = u$ ;

tant que  $v.\text{suivant} \neq u$

    si  $(v, v.\text{suivant}, v.\text{suivant}.\text{suivant})$  tourne à gauche

$v = v.\text{suivant}$ ;

    sinon

$v.\text{suivant} = v.\text{suivant}.\text{suivant}$ ;

        si  $v \neq u$   $v = v.\text{precedent}$ ;

# Deuxième algorithme : Graham

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

origine = barycentre de 3 points de  $S$ ;

trier  $S$  autour de l'origine;

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$v = u$ ;

tant que  $v.\text{suivant} \neq u$

si  $(v, v.\text{suivant}, v.\text{suivant}.\text{suivant})$  tourne à gauche

$v = v.\text{suivant}$ ;

sinon

$v.\text{suivant} = v.\text{suivant}.\text{suivant}$ ;

si  $v \neq u$   $v = v.\text{precedent}$ ;

# Deuxième algorithme : Graham

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

origine = barycentre de 3 points de  $S$ ;

trier  $S$  autour de l'origine;

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$v = u$ ;

tant que  $v.\text{suivant} \neq u$

si  $(v, v.\text{suivant}, v.\text{suivant}.\text{suivant})$  tourne à gauche

$v = v.\text{suivant}$ ;

sinon

$v.\text{suivant} = v.\text{suivant}.\text{suivant}$ ;

si  $v \neq u$   $v = v.\text{precedent}$ ;



# Deuxième algorithme : Graham

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

origine = barycentre de 3 points de  $S$ ;

trier  $S$  autour de l'origine;

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$v = u$ ;

tant que  $v.\text{suivant} \neq u$

si  $(v, v.\text{suivant}, v.\text{suivant}.\text{suivant})$  tourne à gauche

$v = v.\text{suivant}$ ;

sinon

$v.\text{suivant} = v.\text{suivant}.\text{suivant}$ ;

si  $v \neq u$   $v = v.\text{precedent}$ ;

$O(n \log n)$

# Deuxième algorithme : Graham

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

origine = barycentre de 3 points de  $S$ ;

trier  $S$  autour de l'origine;

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$v = u$ ;

tant que  $v.\text{suivant} \neq u$

si  $(v, v.\text{suivant}, v.\text{suivant}.\text{suivant})$  tourne à gauche

$v = v.\text{suivant}$ ;

sinon

$v.\text{suivant} = v.\text{suivant}.\text{suivant}$ ;

si  $v \neq u$   $v = v.\text{precedent}$ ;

$O(1)$   
 $O(n \log n)$

# Deuxième algorithme : Graham

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

origine = barycentre de 3 points de  $S$ ;

trier  $S$  autour de l'origine;

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$v = u$ ;

tant que  $v.suivant \neq u$

si  $(v, v.suivant, v.suivant.suivant)$  tourne à gauche

$v = v.suivant$ ;

sinon

$v.suivant = v.suivant.suivant$ ;

si  $v \neq u$   $v = v.precedent$ ;

$O(1)$   
 $O(n \log n)$   
 $O(n)$

# Deuxième algorithme : Graham

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

origine = barycentre de 3 points de  $S$ ;

trier  $S$  autour de l'origine;

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$v = u$ ;

tant que  $v.suivant \neq u$

si  $(v, v.suivant, v.suivant.suivant)$  tourne à gauche

$v = v.suivant$ ;

sinon

$v.suivant = v.suivant.suivant$ ;

si  $v \neq u$   $v = v.precedent$ ;

$O(1)$   
 $O(n \log n)$   
 $O(n)$

# Deuxième algorithme : Graham

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

origine = barycentre de 3 points de  $S$ ;

trier  $S$  autour de l'origine;

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$v = u$ ;

tant que  $v.suivant \neq u$

si  $(v, v.suivant, v.suivant.suivant)$  tourne à gauche

$v = v.suivant$ ;

sinon

$v.suivant = v.suivant.suivant$ ;

si  $v \neq u$   $v = v.precedent$ ;

$O(1)$   
 $O(n \log n)$   
 $O(n)$

# Deuxième algorithme : Graham

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

origine = barycentre de 3 points de  $S$ ;

trier  $S$  autour de l'origine;

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$v = u$ ;

tant que  $v.suivant \neq u$

si  $(v, v.suivant, v.suivant.suivant)$  tourne à gauche

$v = v.suivant$ ;

sinon

$v.suivant = v.suivant.suivant$ ;

si  $v \neq u$   $v = v.precedent$ ;

au plus  $n$  suppressions

$O(1)$   
 $O(n \log n)$   
 $O(n)$

# Deuxième algorithme : Graham

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

origine = barycentre de 3 points de  $S$ ;

trier  $S$  autour de l'origine;

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$v = u$ ;

tant que  $v.suivant \neq u$

si  $(v, v.suivant, v.suivant.suivant)$  tourne à gauche

$v = v.suivant$ ;

sinon

$v.suivant = v.suivant.suivant$ ;

si  $v \neq u$   $v = v.precedent$ ;

au plus  $n$  suppressions

$O(1)$   
 $O(n \log n)$   
 $O(n)$

# Deuxième algorithme : Graham

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

origine = barycentre de 3 points de  $S$ ;

trier  $S$  autour de l'origine;

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$v = u$ ;

tant que  $v.\text{suivant} \neq u$

si  $(v, v.\text{suivant}, v.\text{suivant}.\text{suivant})$  tourne à gauche

$v = v.\text{suivant}$ ;

sinon

$v.\text{suivant} = v.\text{suivant}.\text{suivant}$ ;

si  $v \neq u$   $v = v.\text{precedent}$ ;

$O(1)$   
 $O(n \log n)$   
 $O(n)$

au plus  $n$  fois

au plus  $n$  suppressions



# Deuxième algorithme : Graham

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

origine = barycentre de 3 points de  $S$ ;

trier  $S$  autour de l'origine;

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$v = u$ ;

tant que  $v.\text{suivant} \neq u$

si  $(v, v.\text{suivant}, v.\text{suivant}.\text{suivant})$  tourne à gauche

$v = v.\text{suivant}$ ;

sinon

$v.\text{suivant} = v.\text{suivant}.\text{suivant}$ ;

si  $v \neq u$   $v = v.\text{precedent}$ ;

$O(1)$   
 $O(n \log n)$   
 $O(n)$

$O(n)$

# Deuxième algorithme : Graham

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

origine = barycentre de 3 points de  $S$ ;

trier  $S$  autour de l'origine;

$u$  = le point le plus bas de  $S$ ;

$v = u$ ;

tant que  $v.\text{suivant} \neq u$

si  $(v, v.\text{suivant}, v.\text{suivant}.\text{suivant})$  tourne à gauche

$v = v.\text{suivant}$ ;

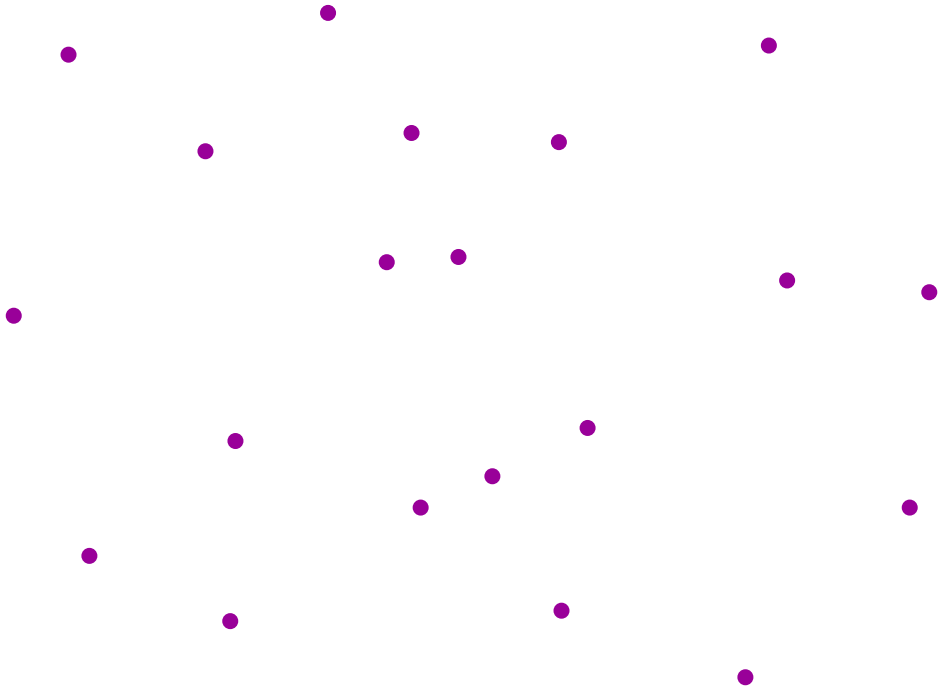
sinon

$v.\text{suivant} = v.\text{suivant}.\text{suivant}$ ;

si  $v \neq u$   $v = v.\text{precedent}$ ;

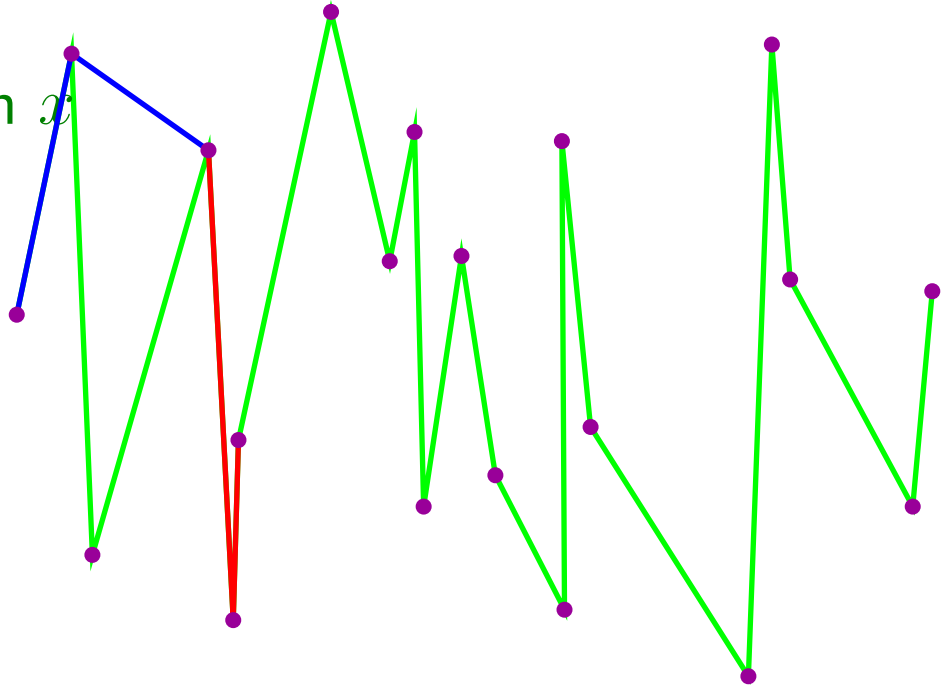
$O(n \log n)$

Variante: origine en  $y = -\infty$



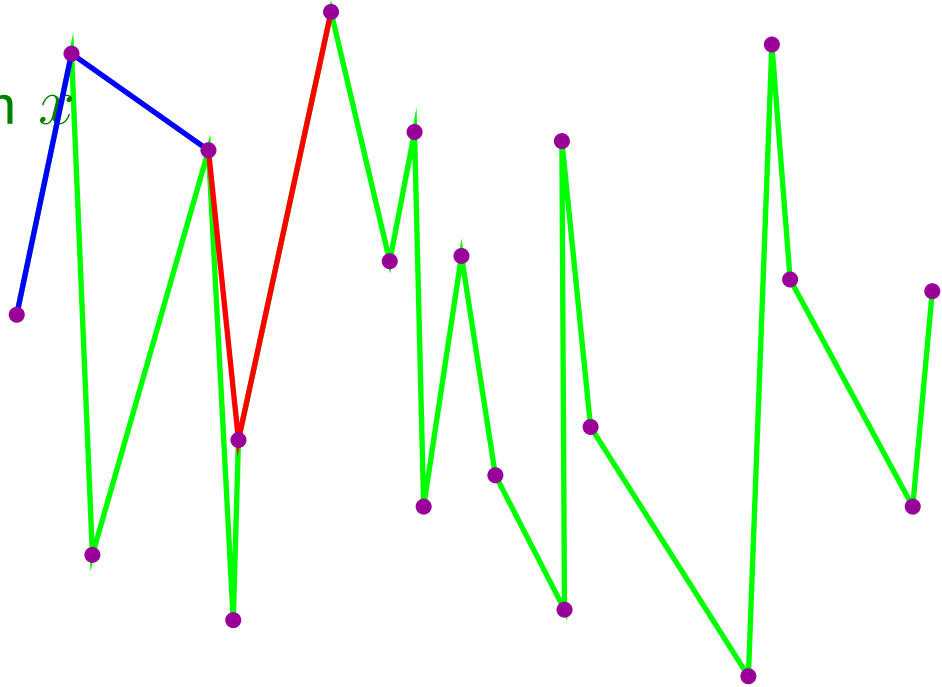
Variante: origine en  $y = -\infty$

Tri en  $\mathcal{X}$



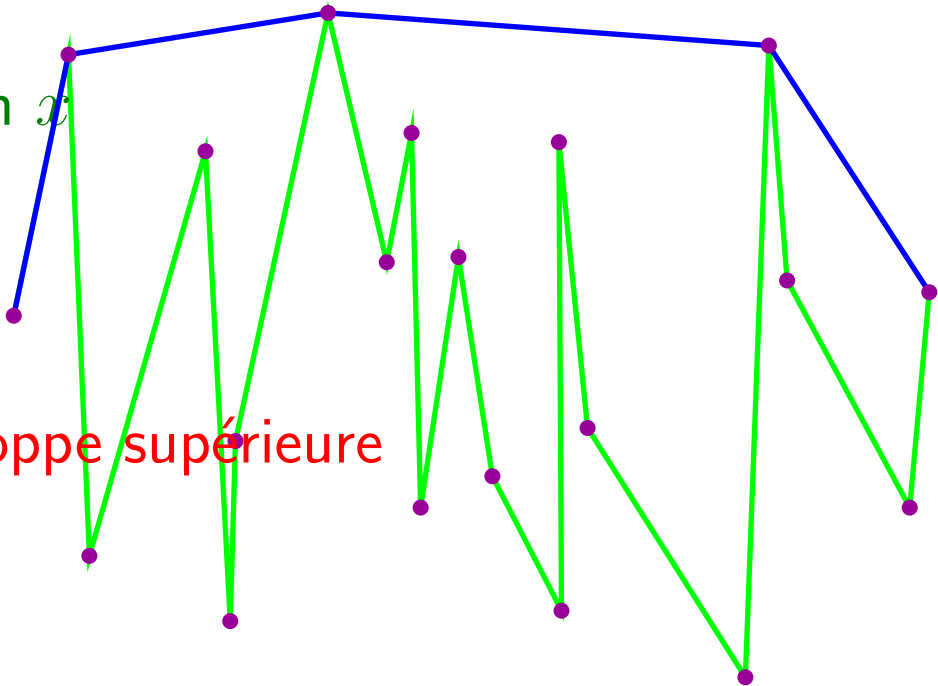
Variante: origine en  $y = -\infty$

Tri en  $\mathcal{D}$



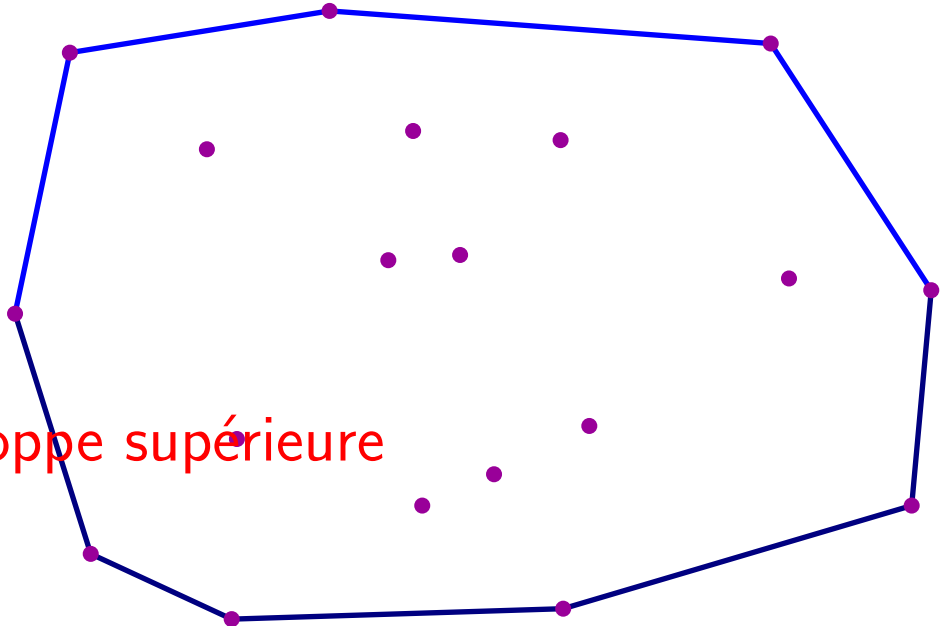
Variante: origine en  $y = -\infty$

Tri en  $x$



Enveloppe supérieure

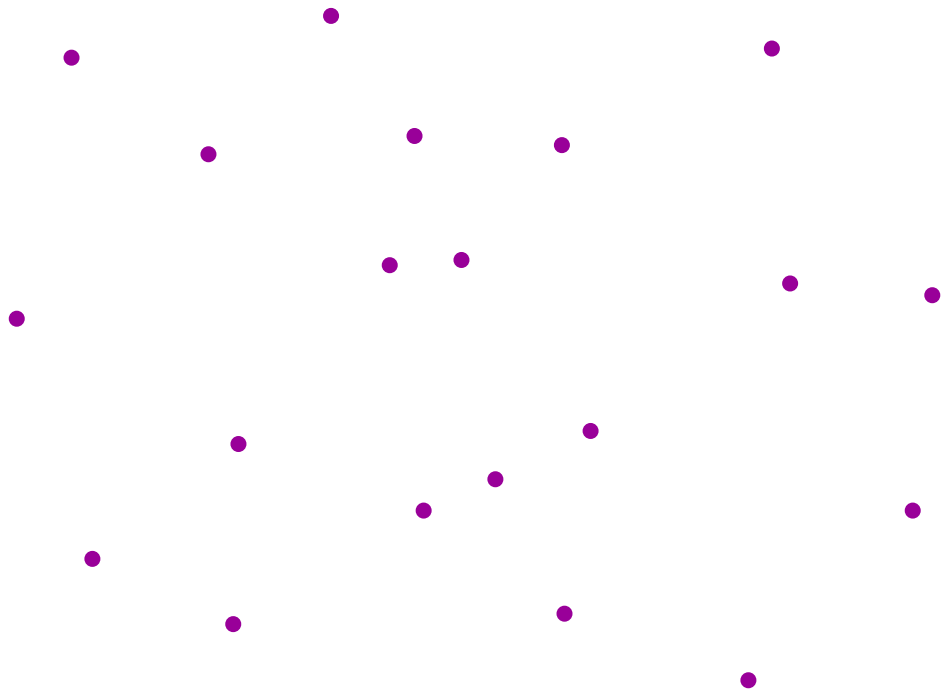
Variante: origine en  $y = -\infty$



Enveloppe supérieure

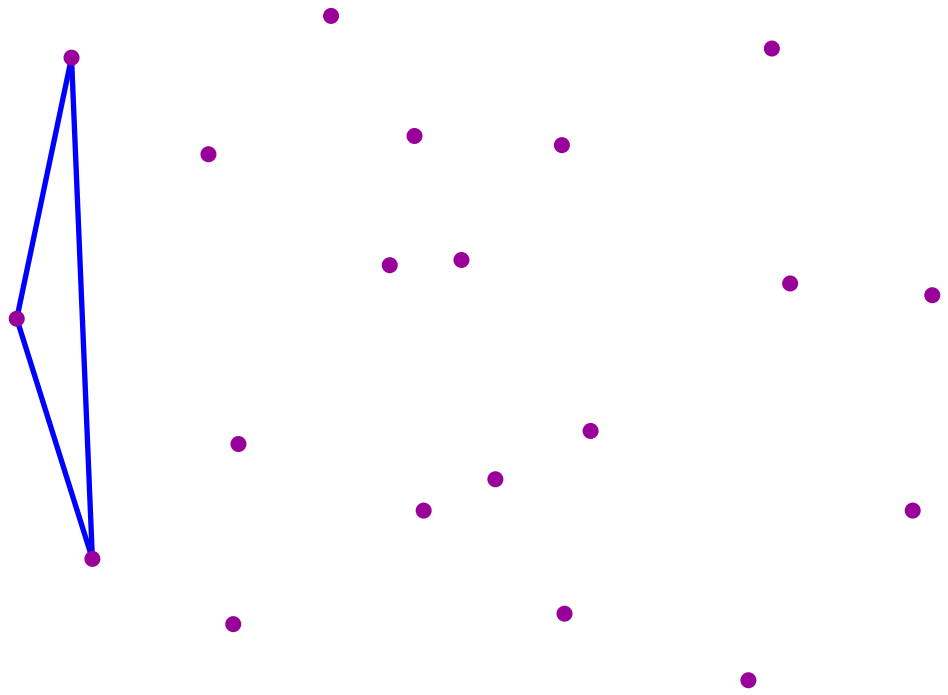
À recoler avec l'enveloppe inférieure

# Autre algorithme par tri en $x$

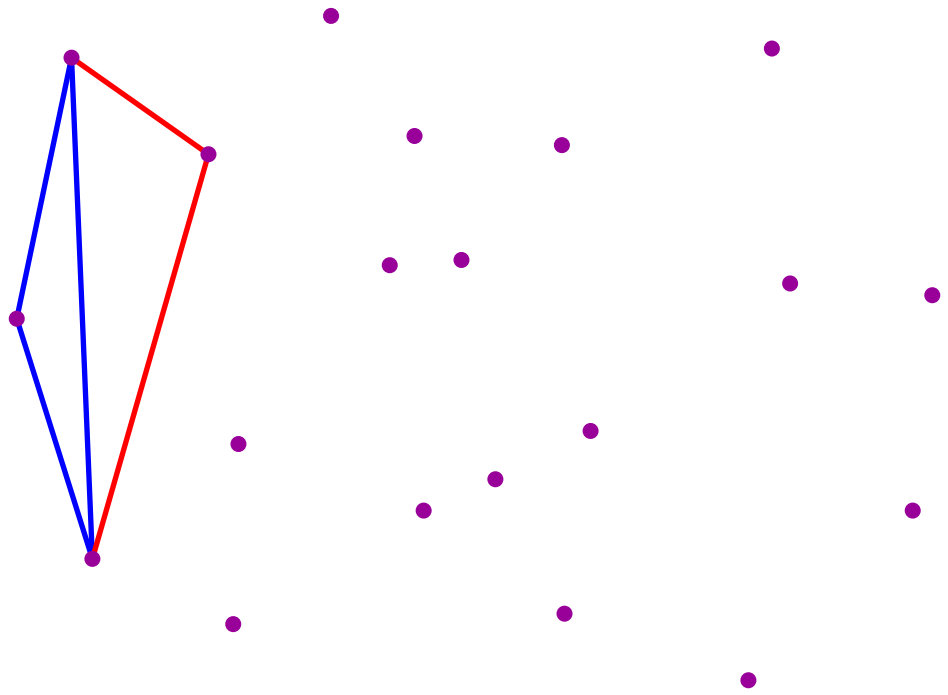




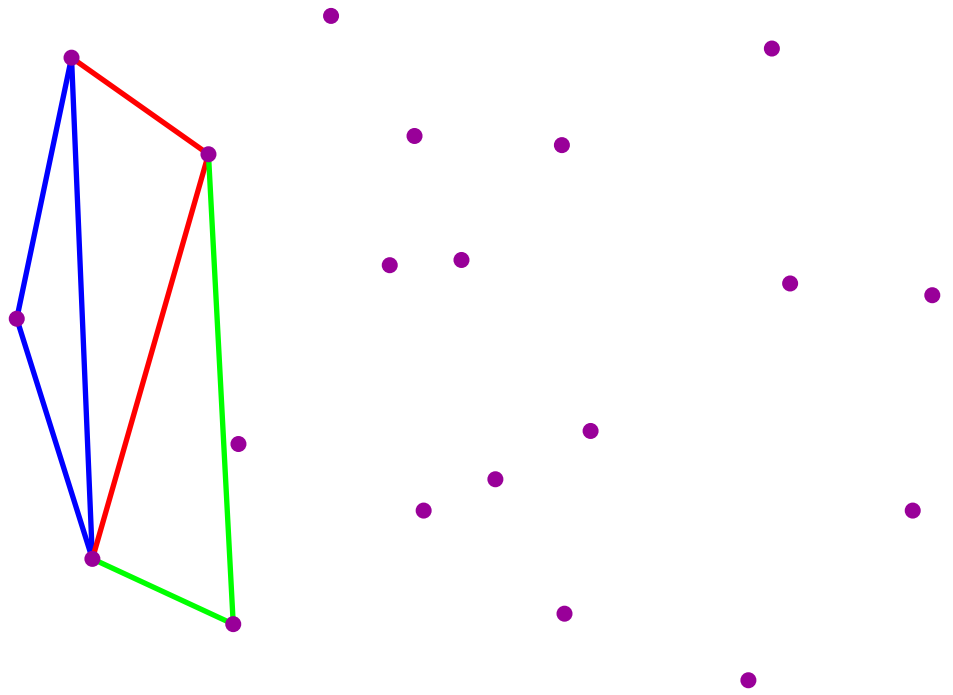
# Autre algorithme par tri en $x$



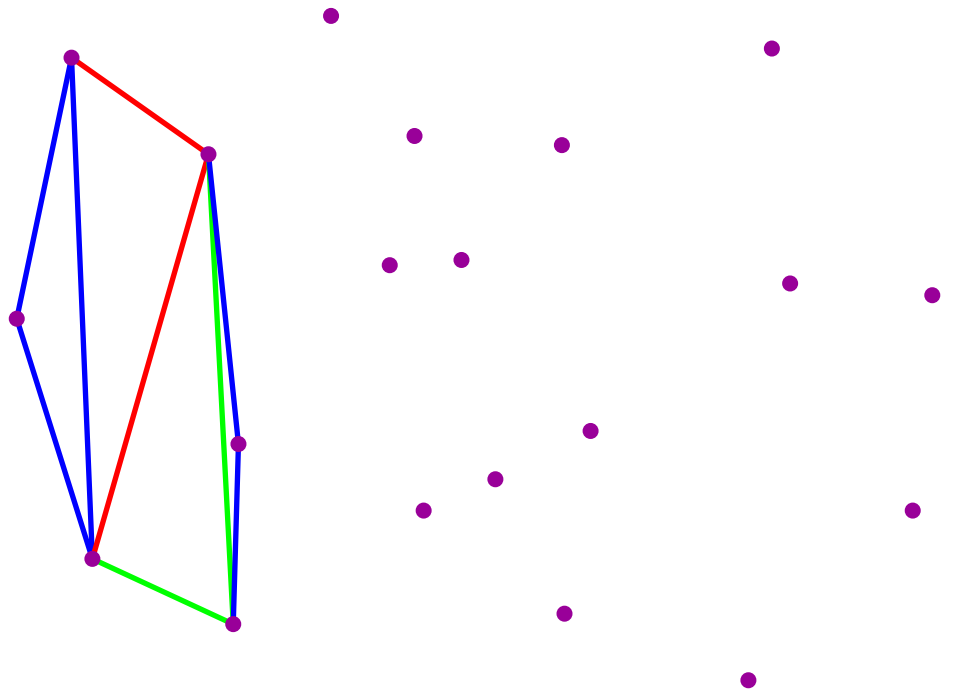
# Autre algorithme par tri en $x$



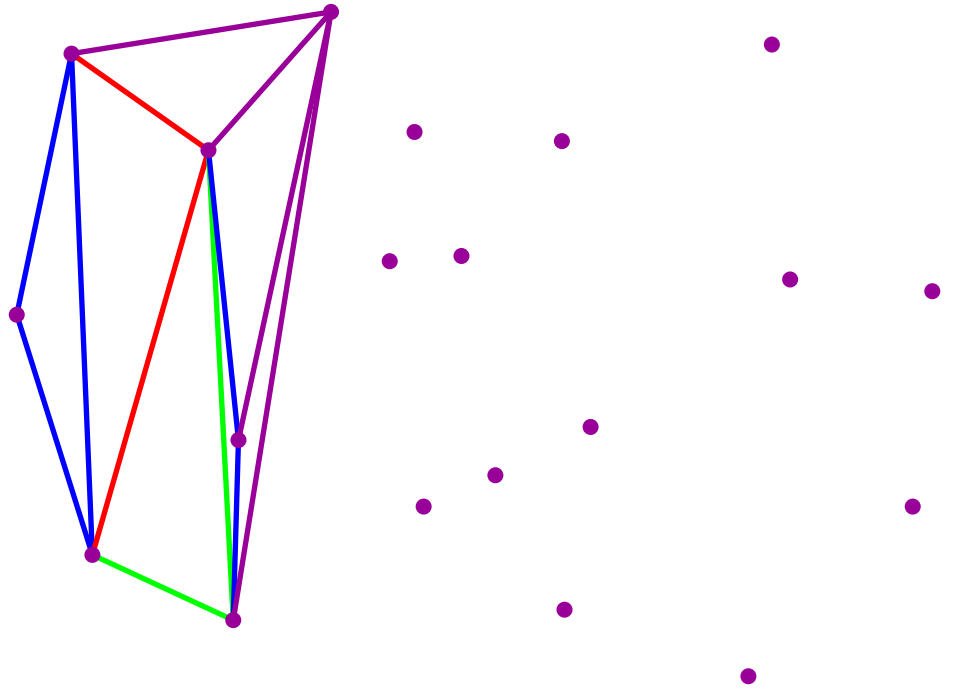
# Autre algorithme par tri en $x$



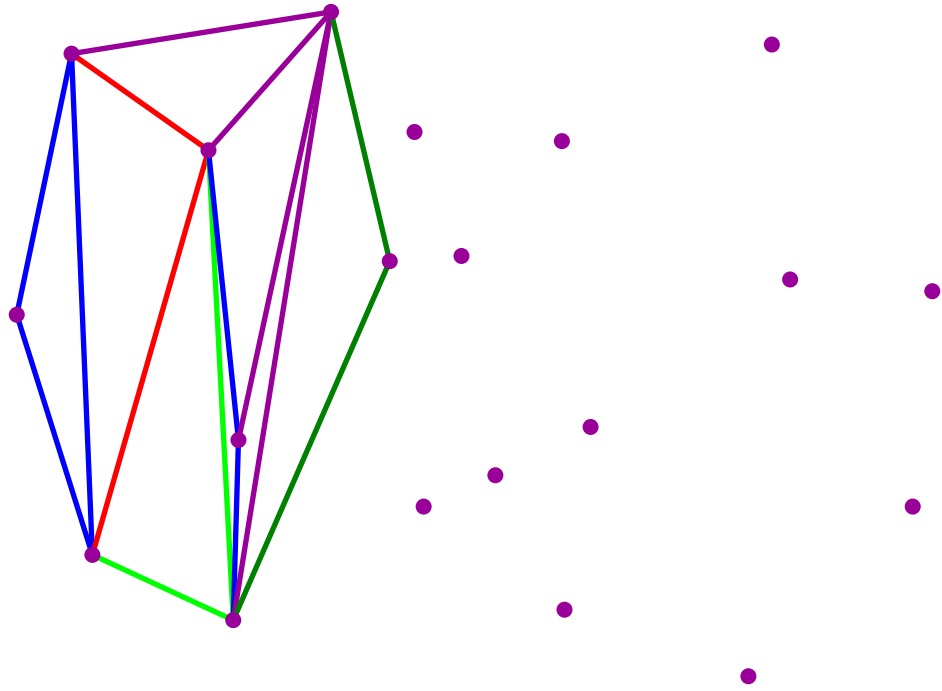
# Autre algorithme par tri en $x$



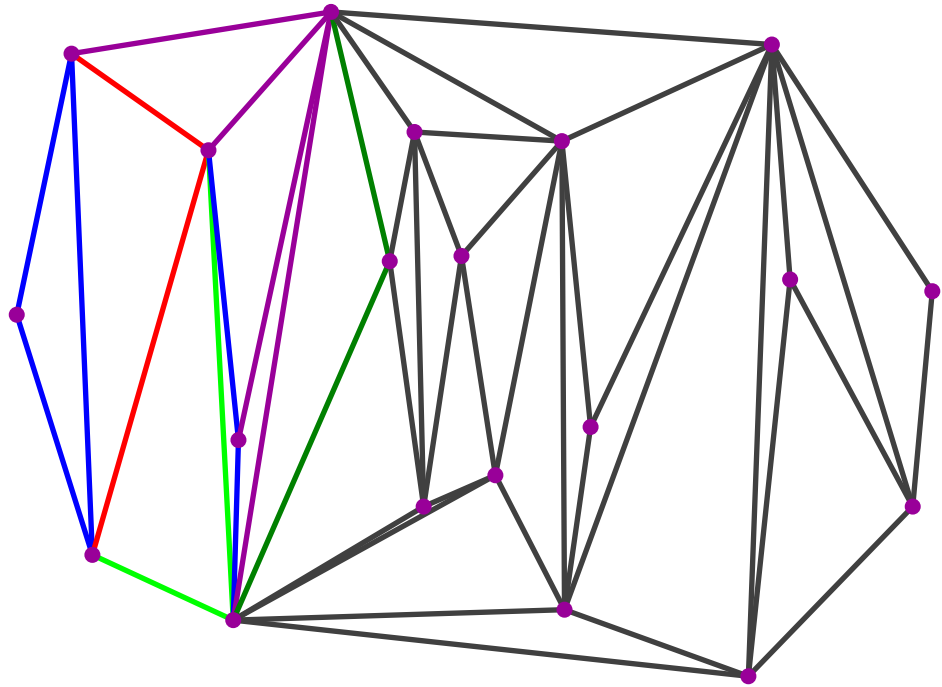
# Autre algorithme par tri en $x$



# Autre algorithme par tri en $x$



# Autre algorithme par tri en $x$



# Autre algorithme par tri en $x$

entrée :  $S$  un ensemble de points.

trier  $S$  en  $x$ ;

initier une liste circulaire avec les 3 points les plus à gauche

tel que  $u$  à droite et  $u, u.suivant, u.suivant$  tourne à gauche;

Pour  $v$  le prochain en  $x$

$w = u$

tant que  $(v, u, u.suivant)$  tourne à droite

$u = u.suivant$ ;

$v.suivant = u$ ;  $u.pred = v$ ;

tant que  $(v, w, w.pred)$  tourne à gauche

$w = w.pred$ ;

$v.pred = w$ ;  $w.suivant = v$ ;

$u = v$ ;



# Autre algorithme par tri en $x$

entrée :  $S$  un ensemble de points.

trier  $S$  en  $x$ ;

initier une liste circulaire avec les 3 points les plus à gauche

tel que  $u$  à droite et  $u, u.suivant, u.suivant$  tourne à gauche;

Pour  $v$  le prochain en  $x$

$w = u$

tant que  $(v, u, u.suivant)$  tourne à droite

$u = u.suivant$ ;

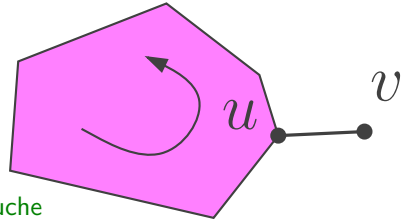
$v.suivant = u$ ;  $u.pred = v$ ;

tant que  $(v, w, w.pred)$  tourne à gauche

$w = w.pred$ ;

$v.pred = w$ ;  $w.suivant = v$ ;

$u = v$ ;



# Autre algorithme par tri en $x$

entrée :  $S$  un ensemble de points.

trier  $S$  en  $x$ ;

initier une liste circulaire avec les 3 points les plus à gauche

tel que  $u$  à droite et  $u, u.suivant, u.suivant$  tourne à gauche;

Pour  $v$  le prochain en  $x$

$w = u$

tant que  $(v, u, u.suivant)$  tourne à droite

$u = u.suivant$ ;

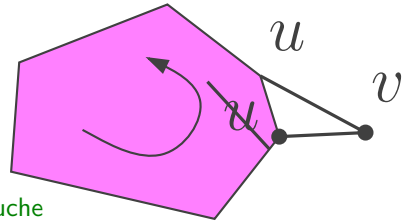
$v.suivant = u$ ;  $u.pred = v$ ;

tant que  $(v, w, w.pred)$  tourne à gauche

$w = w.pred$ ;

$v.pred = w$ ;  $w.suivant = v$ ;

$u = v$ ;



# Autre algorithme par tri en $x$

entrée :  $S$  un ensemble de points.

trier  $S$  en  $x$ ;

initier une liste circulaire avec les 3 points les plus à gauche

tel que  $u$  à droite et  $u, u.suivant, u.suivant$  tourne à gauche;

Pour  $v$  le prochain en  $x$

$w = u$

tant que  $(v, u, u.suivant)$  tourne à droite

$u = u.suivant$ ;

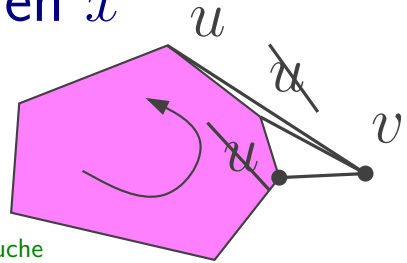
$v.suivant = u$ ;  $u.pred = v$ ;

tant que  $(v, w, w.pred)$  tourne à gauche

$w = w.pred$ ;

$v.pred = w$ ;  $w.suivant = v$ ;

$u = v$ ;



# Autre algorithme par tri en $x$

entrée :  $S$  un ensemble de points.

trier  $S$  en  $x$ ;

initier une liste circulaire avec les 3 points les plus à gauche

tel que  $u$  à droite et  $u, u.suivant, u.suivant$  tourne à gauche;

Pour  $v$  le prochain en  $x$

$w = u$

tant que  $(v, u, u.suivant)$  tourne à droite

$u = u.suivant$ ;

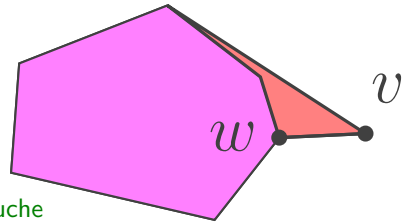
$v.suivant = u$ ;  $u.pred = v$ ;

tant que  $(v, w, w.pred)$  tourne à gauche

$w = w.pred$ ;

$v.pred = w$ ;  $w.suivant = v$ ;

$u = v$ ;



# Autre algorithme par tri en $x$

entrée :  $S$  un ensemble de points.

trier  $S$  en  $x$ ;

initier une liste circulaire avec les 3 points les plus à gauche

tel que  $u$  à droite et  $u, u.suivant, u.suivant$  tourne à gauche;

Pour  $v$  le prochain en  $x$

$w = u$

tant que  $(v, u, u.suivant)$  tourne à droite

$u = u.suivant$ ;

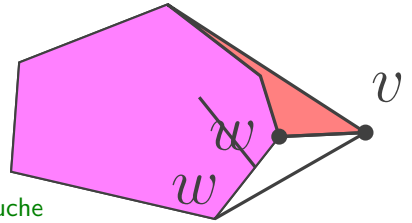
$v.suivant = u$ ;  $u.pred = v$ ;

tant que  $(v, w, w.pred)$  tourne à gauche

$w = w.pred$ ;

$v.pred = w$ ;  $w.suivant = v$ ;

$u = v$ ;



# Autre algorithme par tri en $x$

entrée :  $S$  un ensemble de points.

trier  $S$  en  $x$ ;

initier une liste circulaire avec les 3 points les plus à gauche

tel que  $u$  à droite et  $u, u.suivant, u.suivant$  tourne à gauche;

Pour  $v$  le prochain en  $x$

$w = u$

tant que  $(v, u, u.suivant)$  tourne à droite

$u = u.suivant$ ;

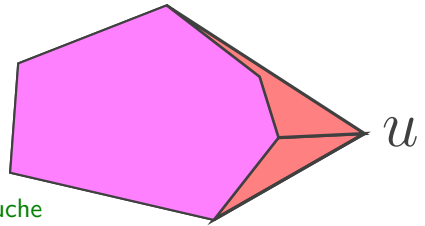
$v.suivant = u$ ;  $u.pred = v$ ;

tant que  $(v, w, w.pred)$  tourne à gauche

$w = w.pred$ ;

$v.pred = w$ ;  $w.suivant = v$ ;

$u = v$ ;



# Autre algorithme par tri en $x$

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

trier  $S$  en  $x$ ;

initier une liste circulaire avec les 3 points les plus à gauche

tel que  $u$  à droite et  $u, u.suivant, u.suivant$  tourne à gauche;

Pour  $v$  le prochain en  $x$

$w = u$

tant que  $(v, u, u.suivant)$  tourne à droite

$u = u.suivant$ ;

$v.suivant = u$ ;  $u.pred = v$ ;

tant que  $(v, w, w.pred)$  tourne à gauche

$w = w.pred$ ;

$v.pred = w$ ;  $w.suivant = v$ ;

$u = v$ ;

# Autre algorithme par tri en $x$

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

trier  $S$  en  $x$ ;

$O(n \log n)$

initier une liste circulaire avec les 3 points les plus à gauche

tel que  $u$  à droite et  $u, u.suivant, u.suivant$  tourne à gauche;

Pour  $v$  le prochain en  $x$

$w = u$

tant que  $(v, u, u.suivant)$  tourne à droite

$u = u.suivant$ ;

$v.suivant = u$ ;  $u.pred = v$ ;

tant que  $(v, w, w.pred)$  tourne à gauche

$w = w.pred$ ;

$v.pred = w$ ;  $w.suivant = v$ ;

$u = v$ ;



# Autre algorithme par tri en $x$

entrée :  $S$  un ensemble de points.

trier  $S$  en  $x$ ;

initier une liste circulaire avec les 3 points les plus à gauche

tel que  $u$  à droite et  $u, u.suivant, u.suivant$  tourne à gauche;

Pour  $v$  le prochain en  $x$

$w = u$

tant que  $(v, u, u.suivant)$  tourne à droite

$u = u.suivant$ ;

$v.suivant = u$ ;  $u.pred = v$ ;

tant que  $(v, w, w.pred)$  tourne à gauche

$w = w.pred$ ;

$v.pred = w$ ;  $w.suivant = v$ ;

$u = v$ ;

# Autre algorithme par tri en $x$

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

trier  $S$  en  $x$ ;

initier une liste circulaire avec les 3 points les plus à gauche  
tel que  $u$  à droite et  $u, u.suivant, u.suivant$  tourne à gauche;

Pour  $v$  le prochain en  $x$

$w = u$

tant que  $(v, u, u.suivant)$  tourne à droite

$u = u.suivant$ ;

$v.suivant = u$ ;  $u.pred = v$ ;

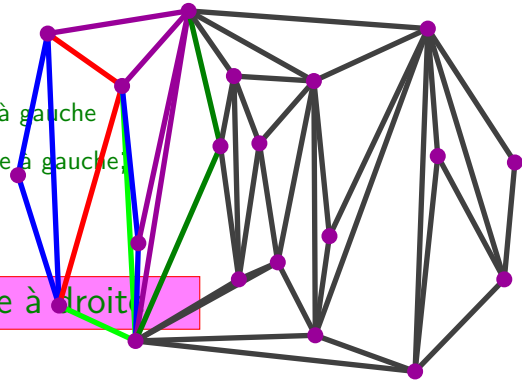
tant que  $(v, w, w.pred)$  tourne à gauche

$w = w.pred$ ;

$v.pred = w$ ;  $w.suivant = v$ ;

$u = v$ ;

Dessiner une arête dans la triangulation



# Autre algorithme par tri en $x$

## Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

trier  $S$  en  $x$ ;

initier une liste circulaire avec les 3 points les plus à gauche  
tel que  $u$  à droite et  $u, u.suivant, u.suivant$  tourne à gauche;

Pour  $v$  le prochain en  $x$

$w = u$

tant que  $(v, u, u.suivant)$  tourne à droite

$u = u.suivant$ ;

$v.suivant = u$ ;  $u.pred = v$ ;

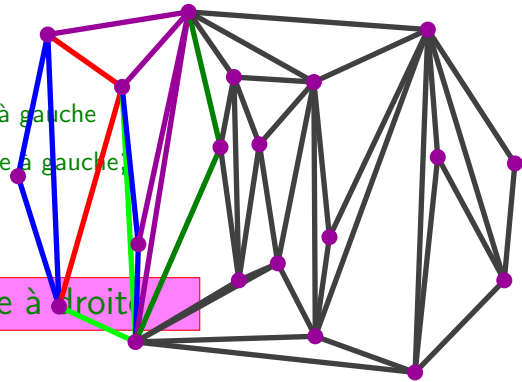
tant que  $(v, w, w.pred)$  tourne à gauche

$w = w.pred$ ;

$v.pred = w$ ;  $w.suivant = v$ ;

$w = u$ ;

Dessiner une arête dans la triangulation



nb d'arêtes  $\simeq 3n$

# Autre algorithme par tri en $x$

Complexité

entrée :  $S$  un ensemble de points.

trier  $S$  en  $x$ ;

initier une liste circulaire avec les 3 points les plus à gauche

tel que  $u$  à droite et  $u, u.suivant, u.suivant$  tourne à gauche;

Pour  $v$  le prochain en  $x$

$w = u$

tant que  $(v, u, u.suivant)$  tourne à droite

$u = u.suivant$ ;

$v.suivant = u$ ;  $u.pred = v$ ;

tant que  $(v, w, w.pred)$  tourne à gauche

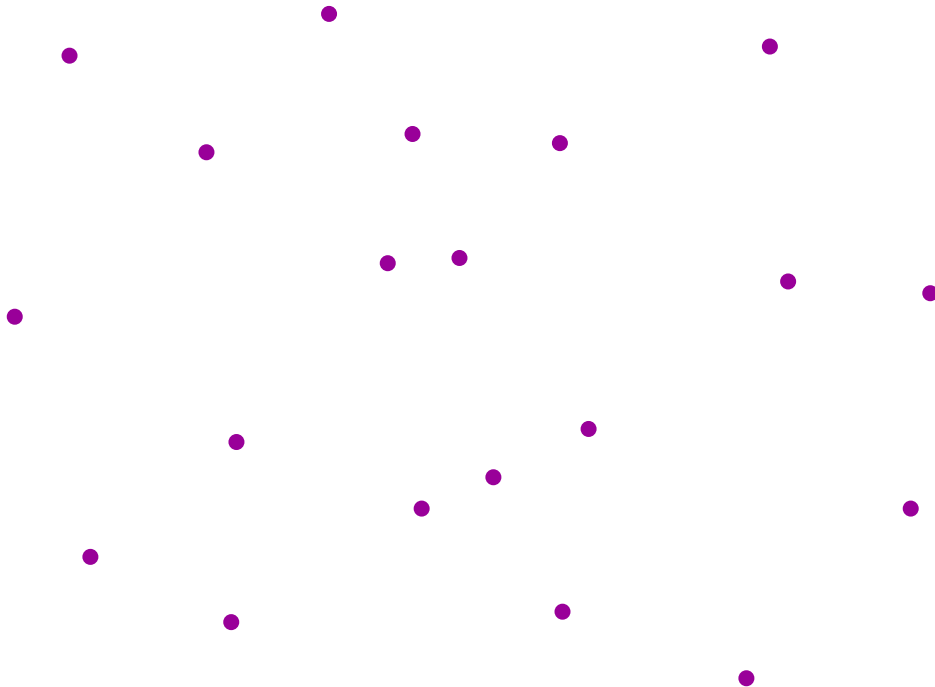
$w = w.pred$ ;

$v.pred = w$ ;  $w.suivant = v$ ;

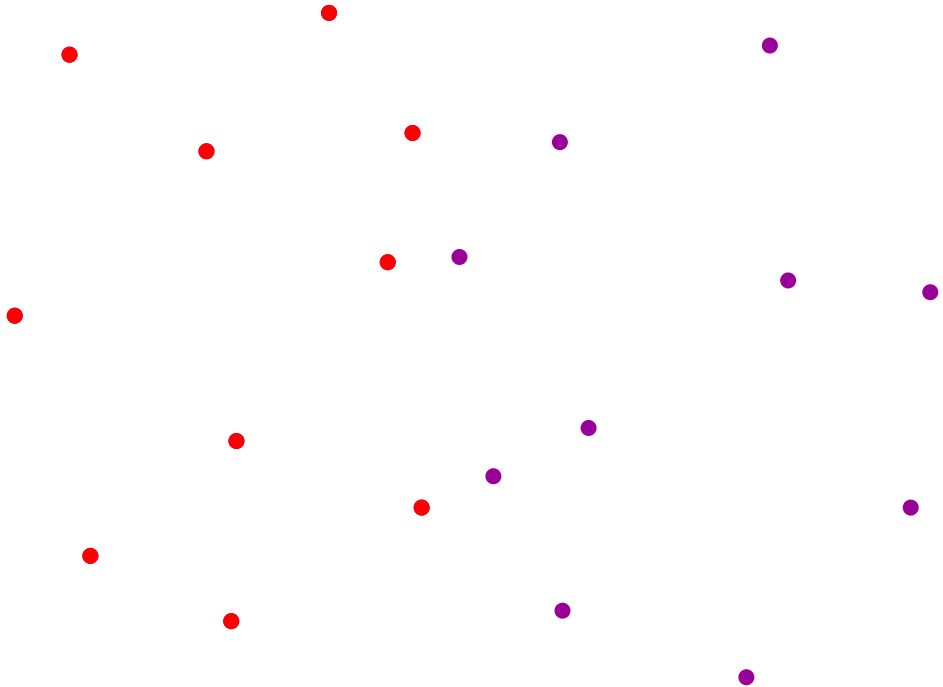
$u = v$ ;

$O(n \log n)$

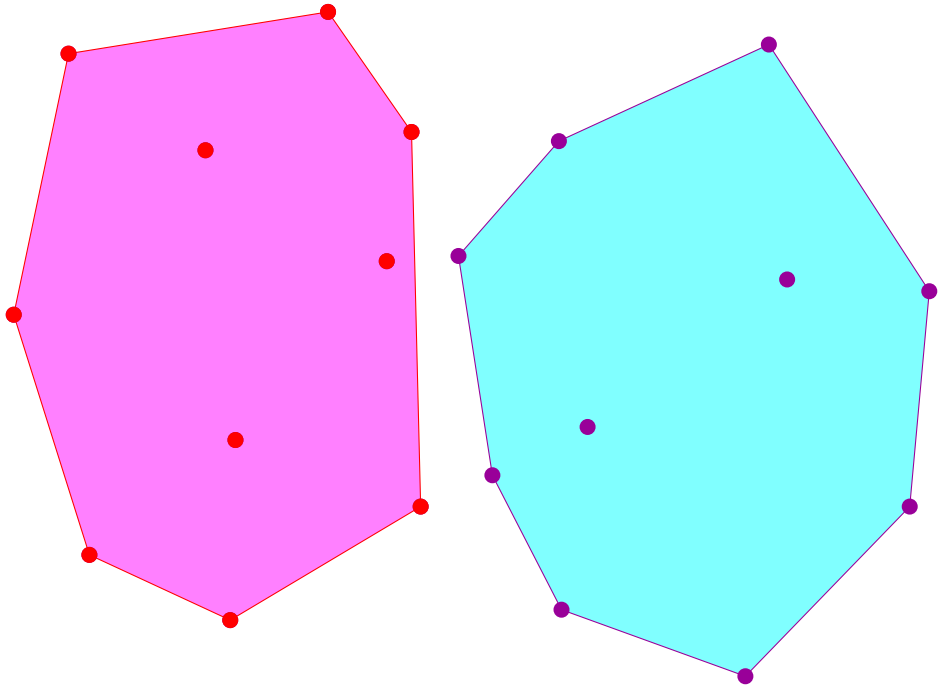
# Un algorithme division fusion



# Un algorithme division fusion

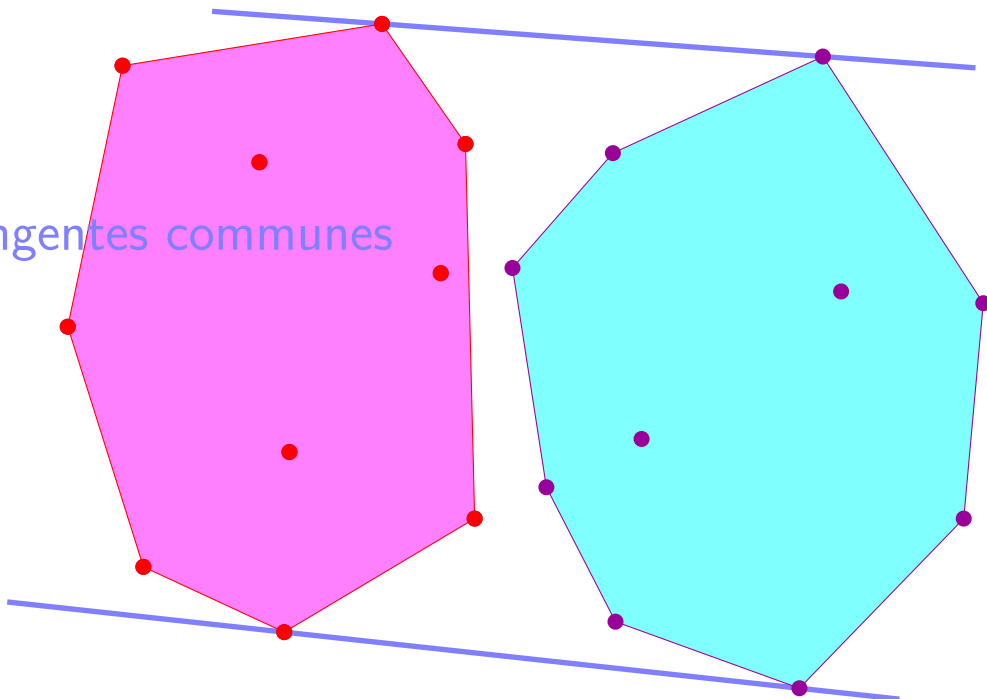


# Un algorithme division fusion



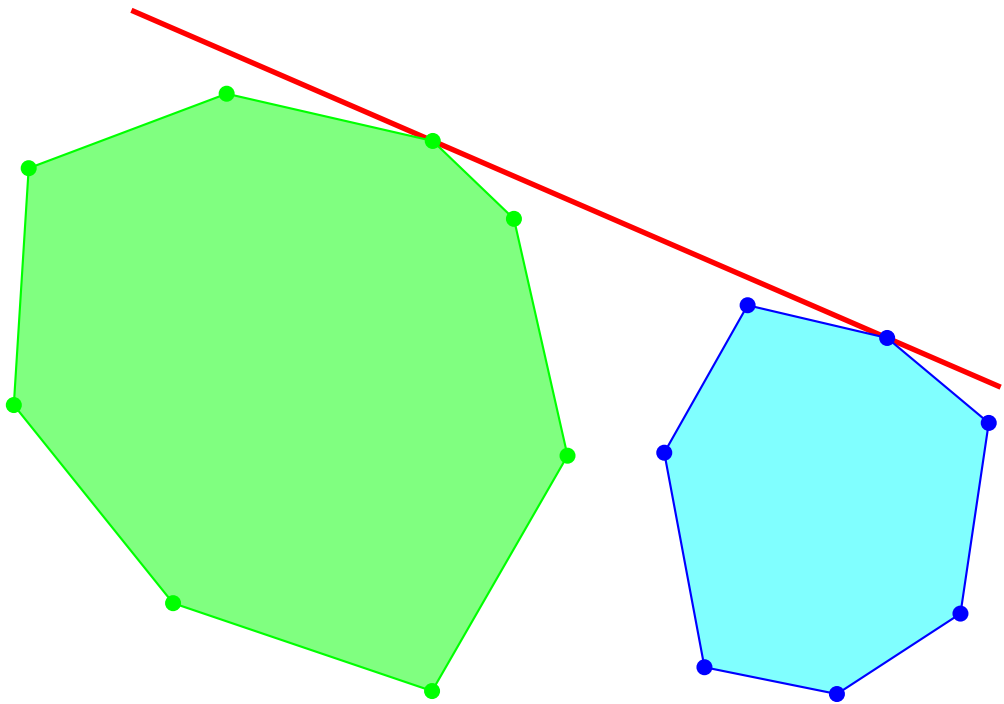
# Un algorithme division fusion

Tangentes communes

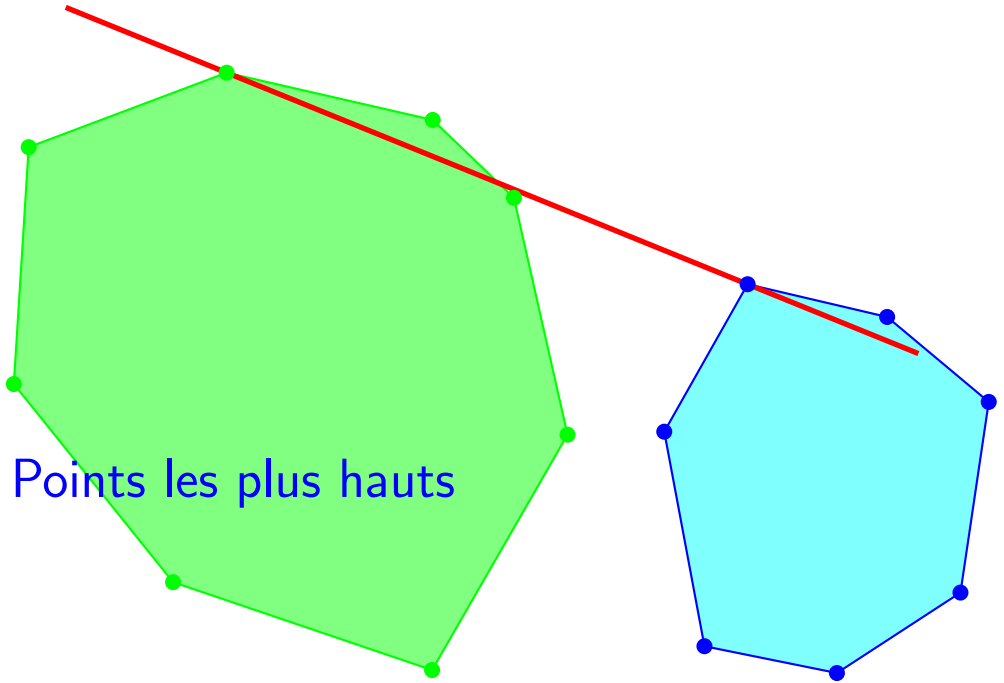




# Tangente supérieure

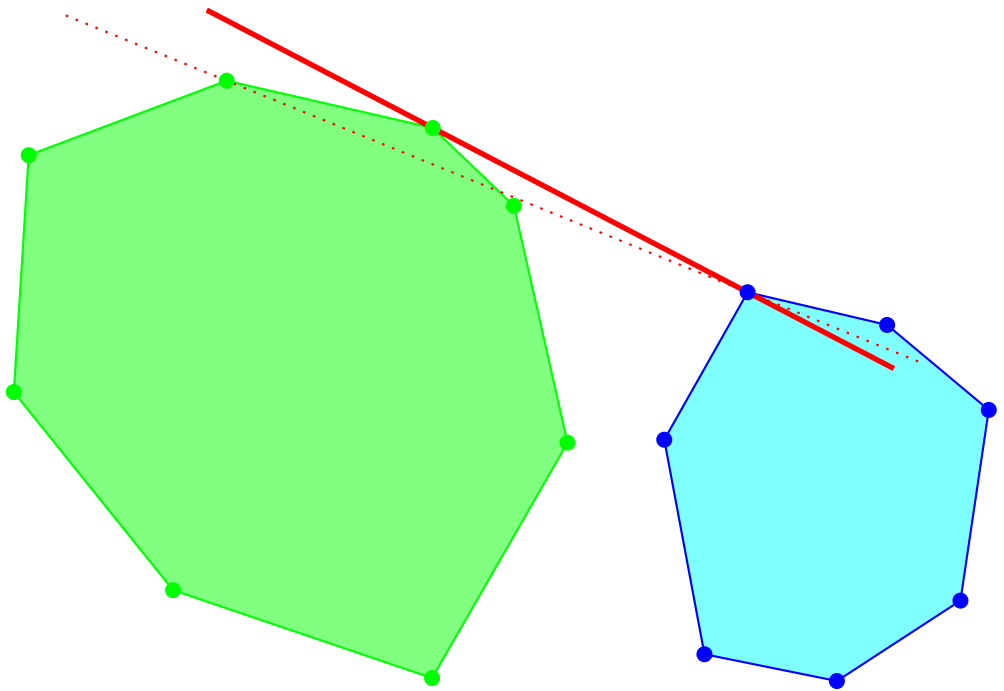


# Tangente supérieure

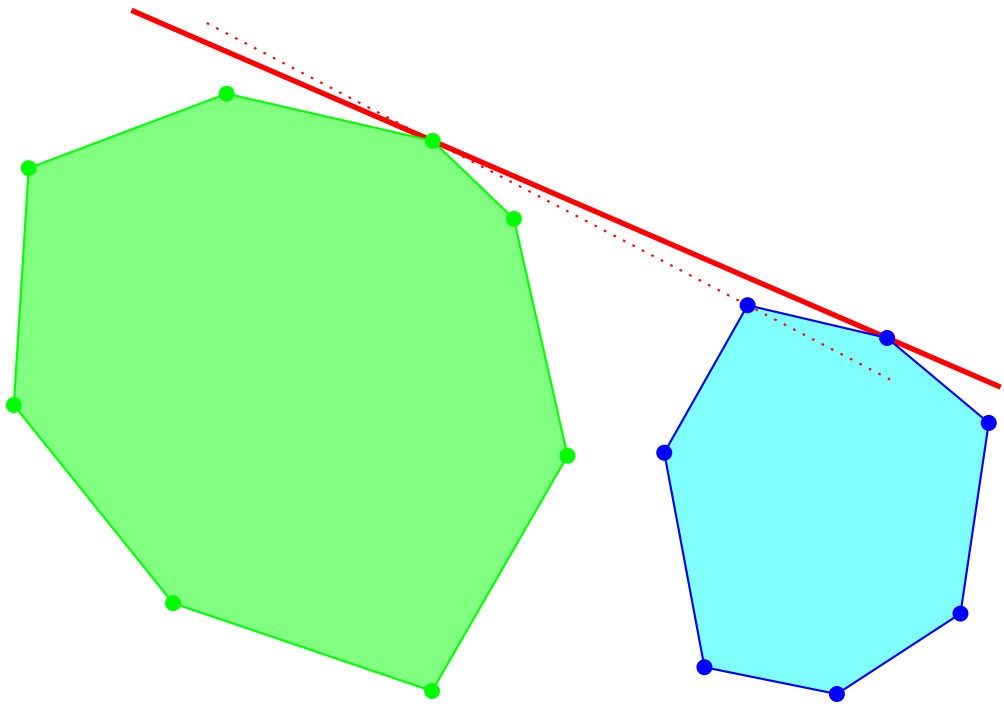


Points les plus hauts

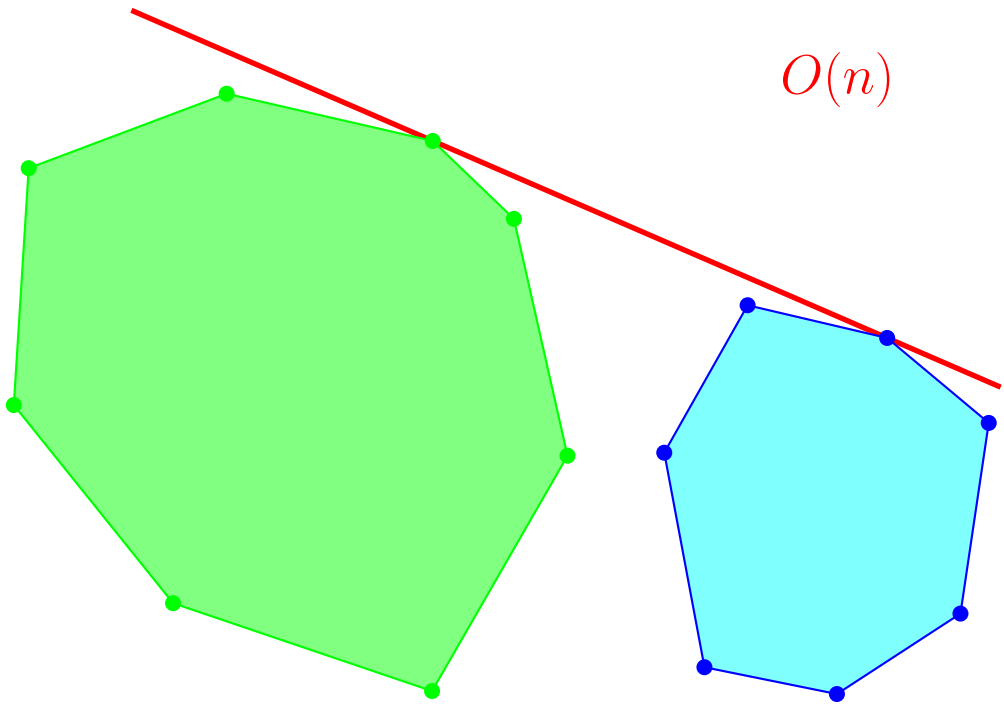
# Tangente supérieure



# Tangente supérieure



# Tangente supérieure



# Un algorithme division fusion

Complexité

$$f(n) =$$

# Un algorithme division fusion

## Complexité

$$f(n) = A \cdot n + f\left(\frac{n}{2}\right) + f\left(\frac{n}{2}\right)$$

# Un algorithme division fusion

## Complexité

$$f(n) = A \cdot n + f\left(\frac{n}{2}\right) + f\left(\frac{n}{2}\right)$$

$$= O(n \log n)$$



# Un algorithme division fusion

## Complexité

$$f(n) = A \cdot n + f\left(\frac{n}{2}\right) + f\left(\frac{n}{2}\right)$$

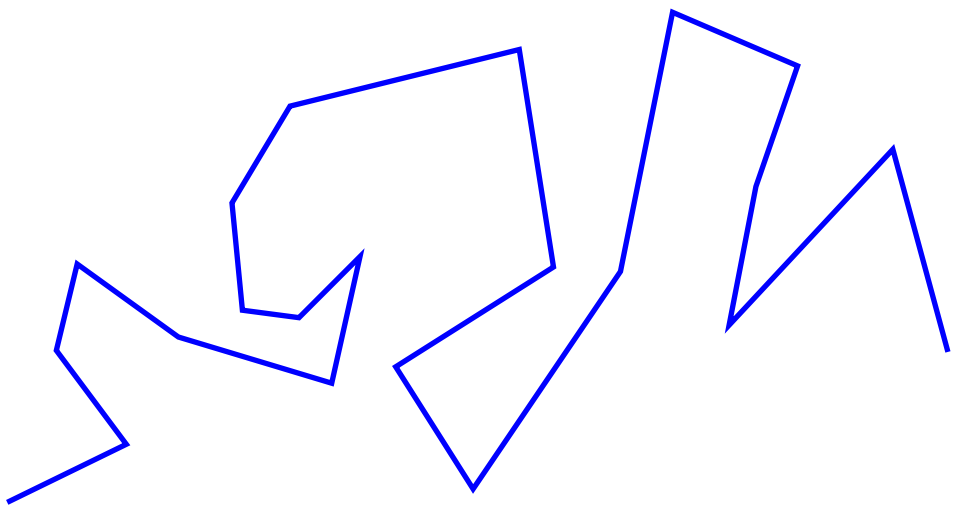
$$= O(n \log n)$$

Division et fusion en  $O(n)$

Partition équilibré

(prétraitement  $O(n \log n)$ )

Cas particulier : polygone simple



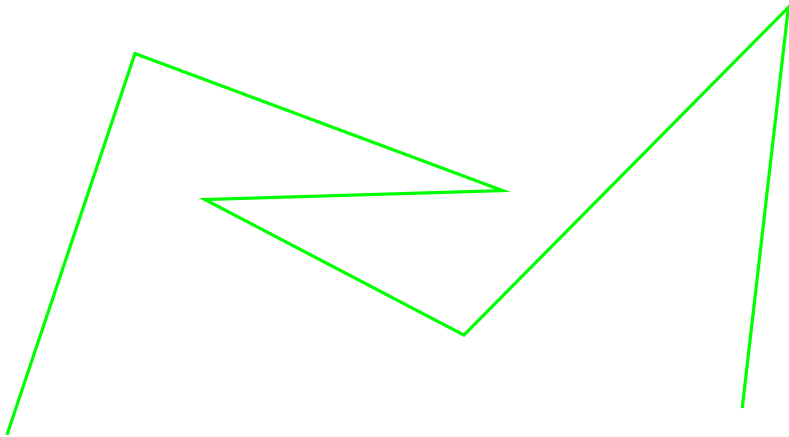
Cas particulier : polygone simple

(déjà vu : chaîne polygonale monotone)



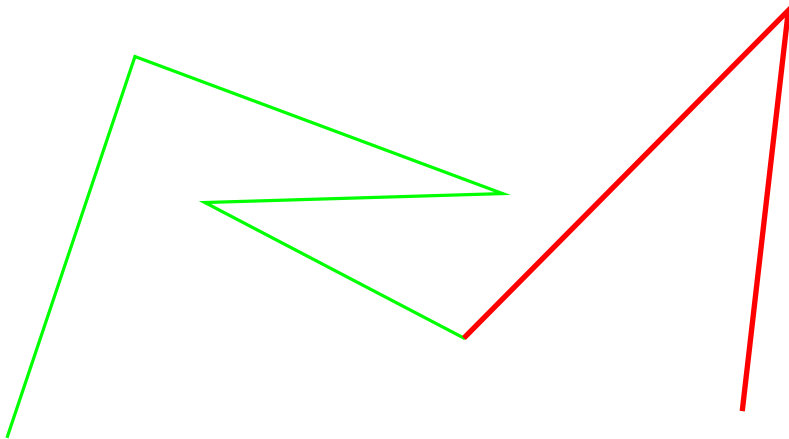
# Cas particulier : polygone simple

Graham marche pas



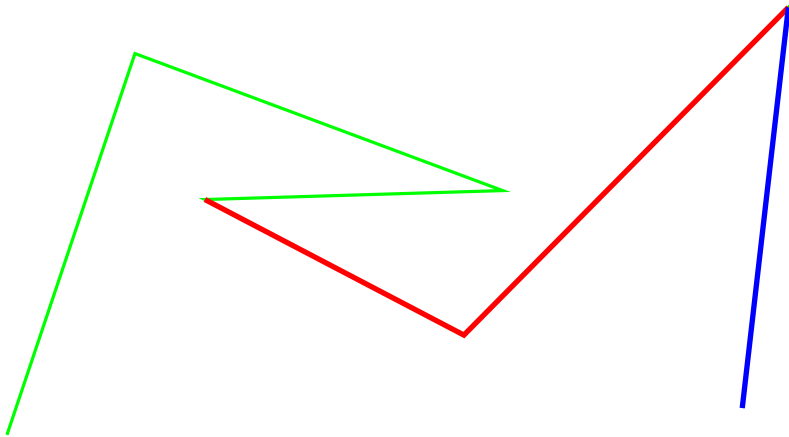
# Cas particulier : polygone simple

Graham marche pas



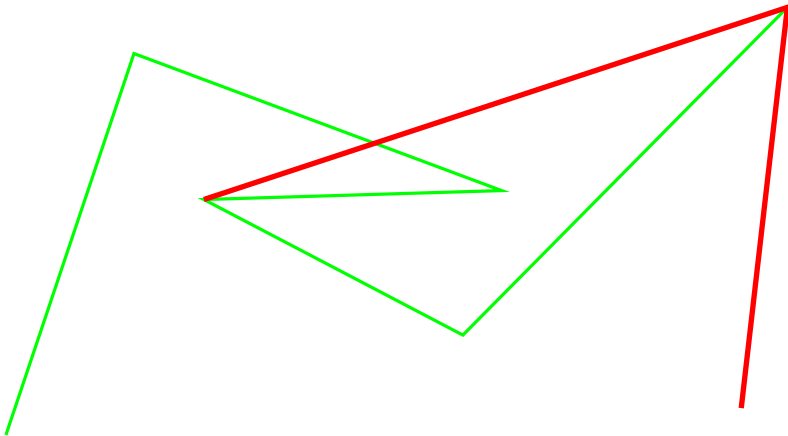
# Cas particulier : polygone simple

Graham marche pas



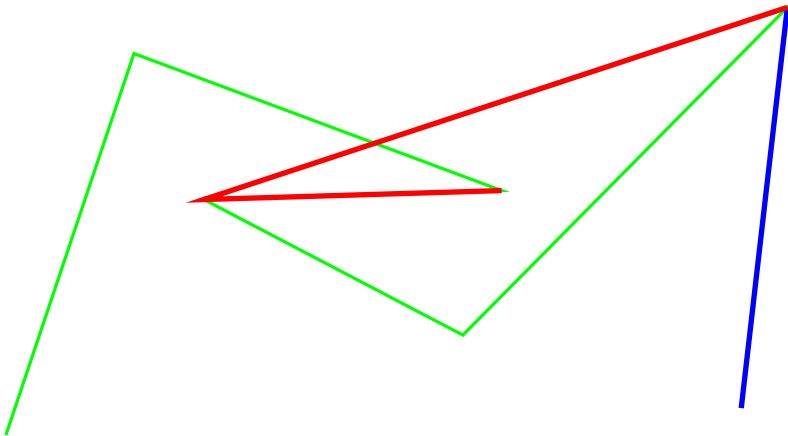
# Cas particulier : polygone simple

Graham marche pas



# Cas particulier : polygone simple

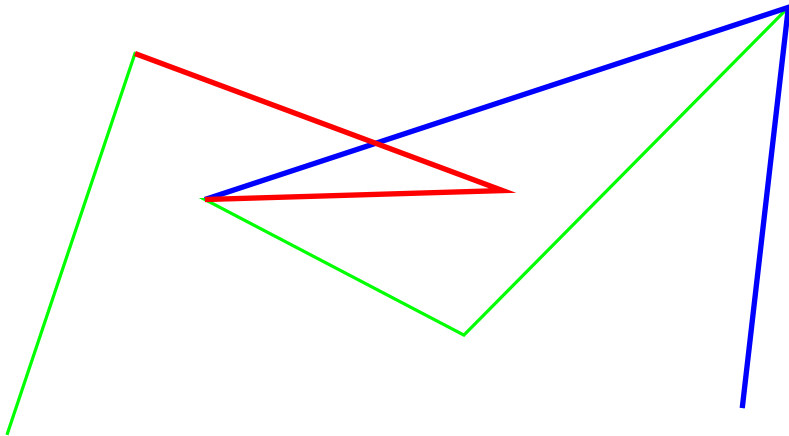
Graham marche pas





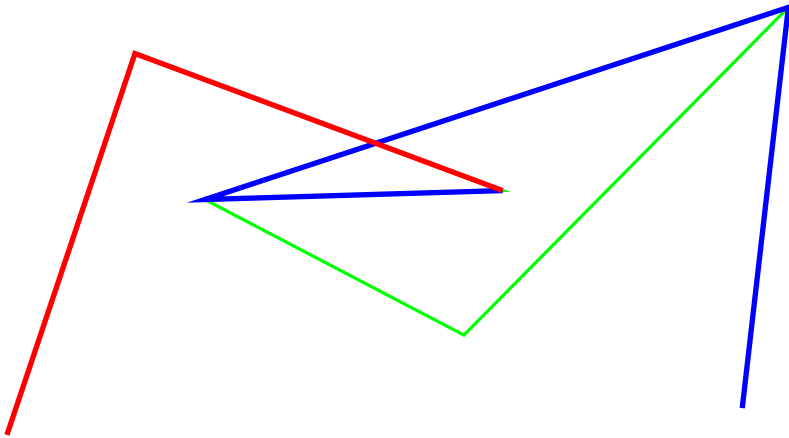
# Cas particulier : polygone simple

Graham marche pas



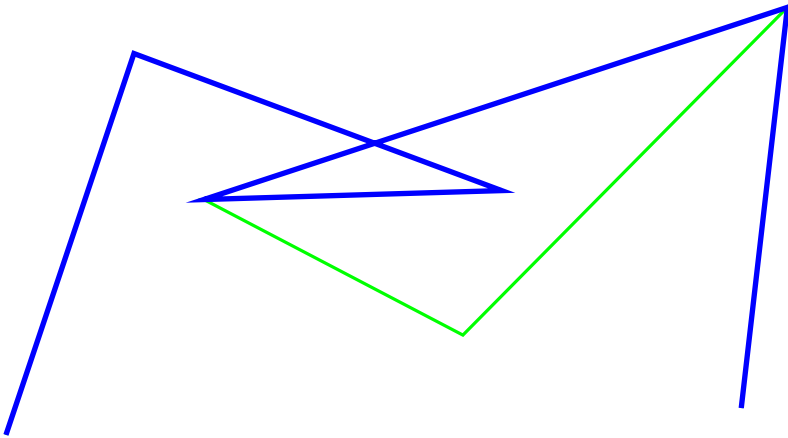
# Cas particulier : polygone simple

Graham marche pas

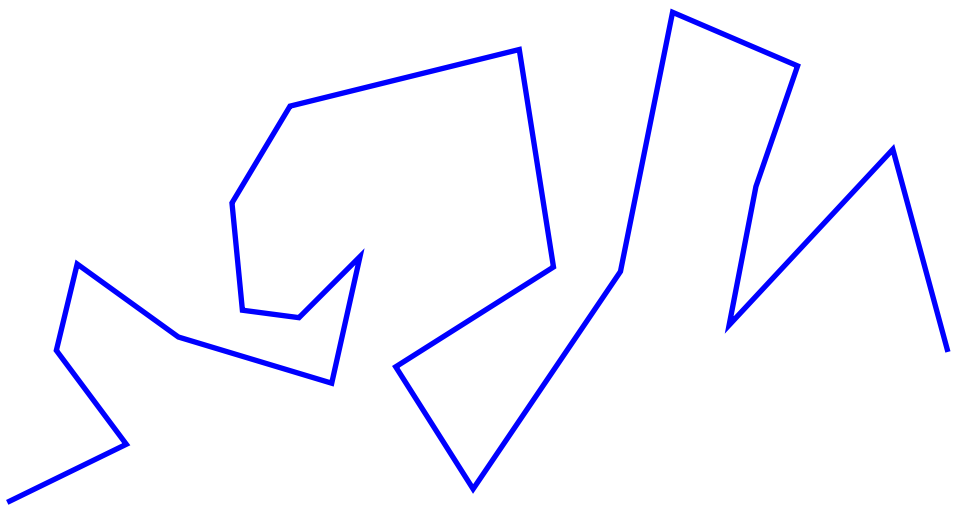


# Cas particulier : polygone simple

Graham marche pas

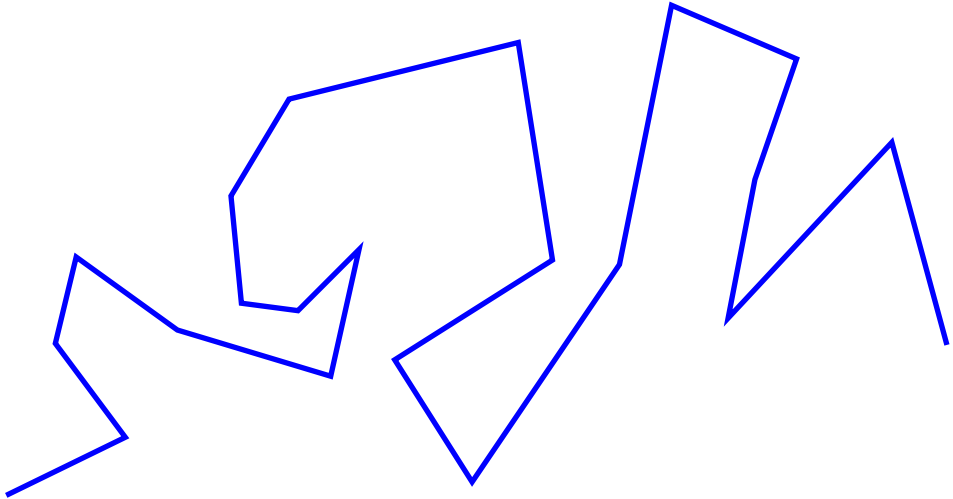


Cas particulier : polygone simple



Cas particulier : polygone simple

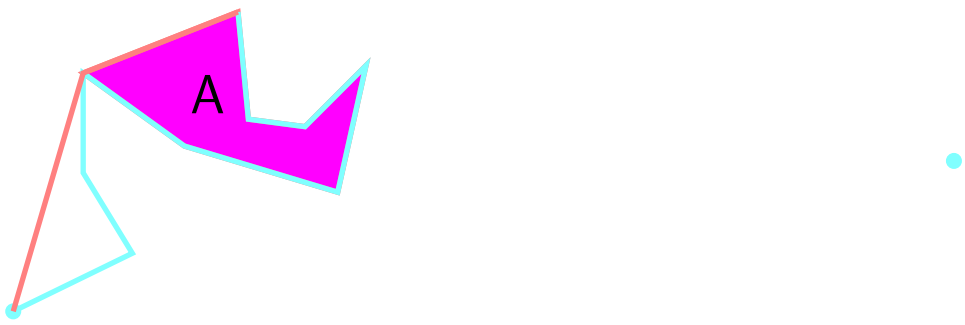
Principe : boucher les poches



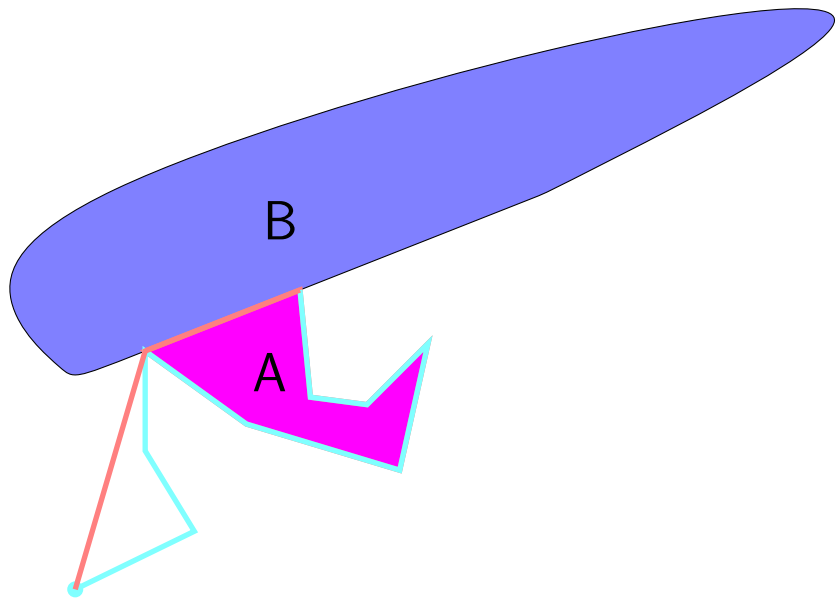
# Cas particulier : polygone simple



# Cas particulier : polygone simple

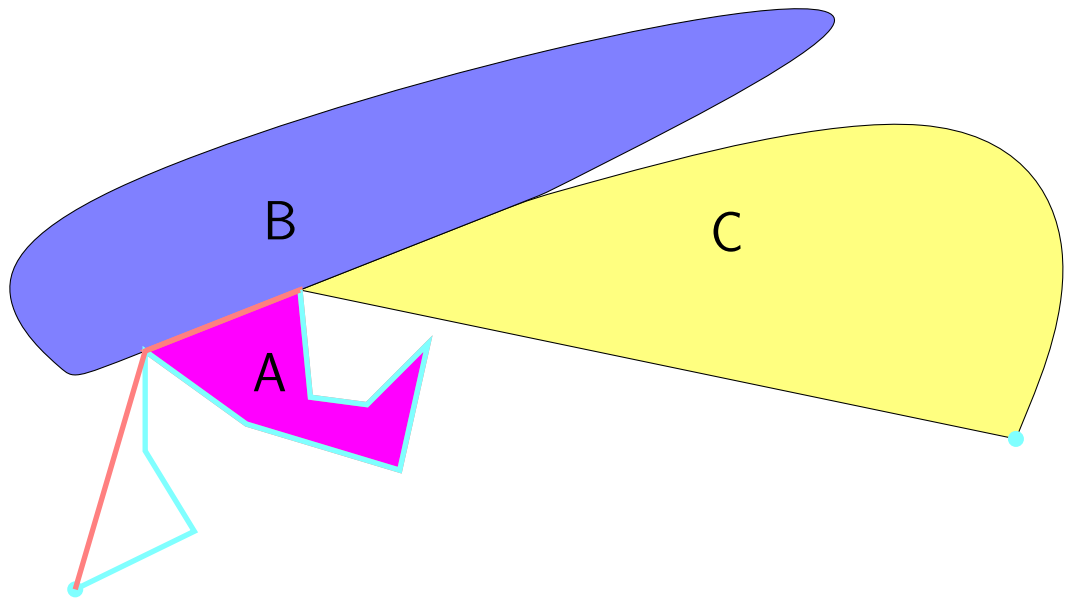


# Cas particulier : polygone simple

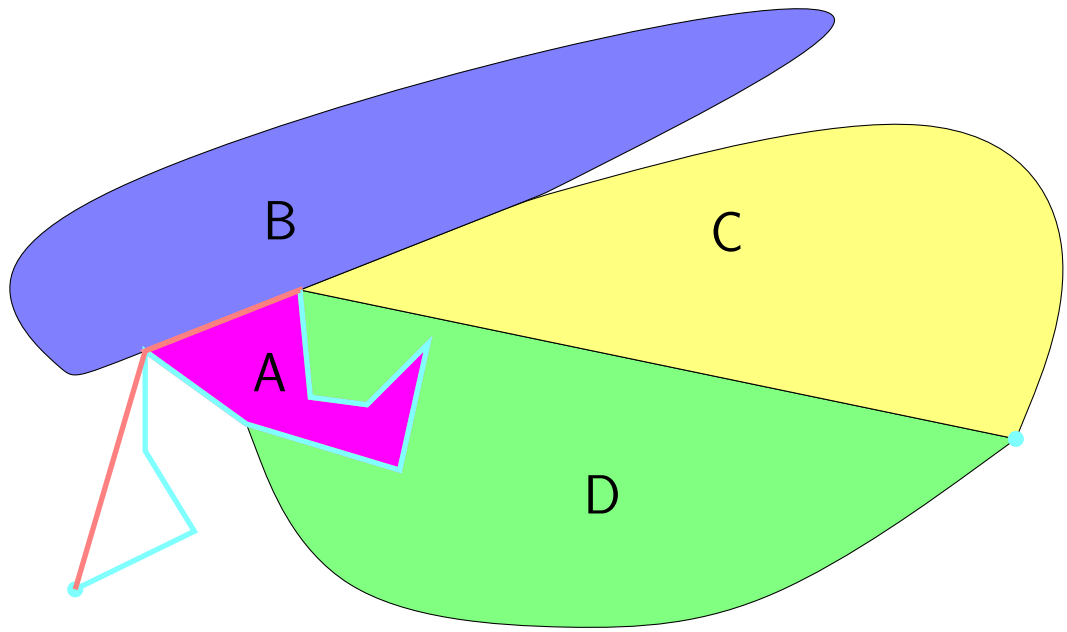




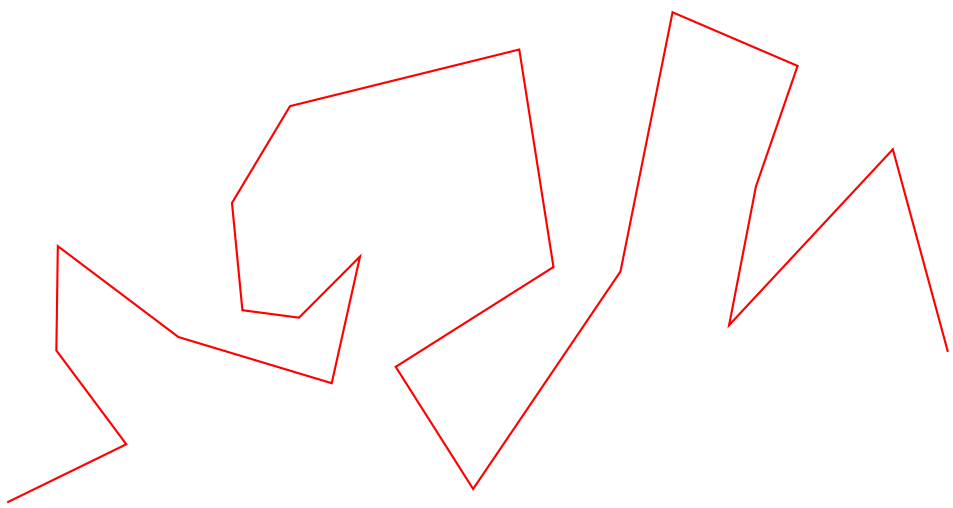
# Cas particulier : polygone simple



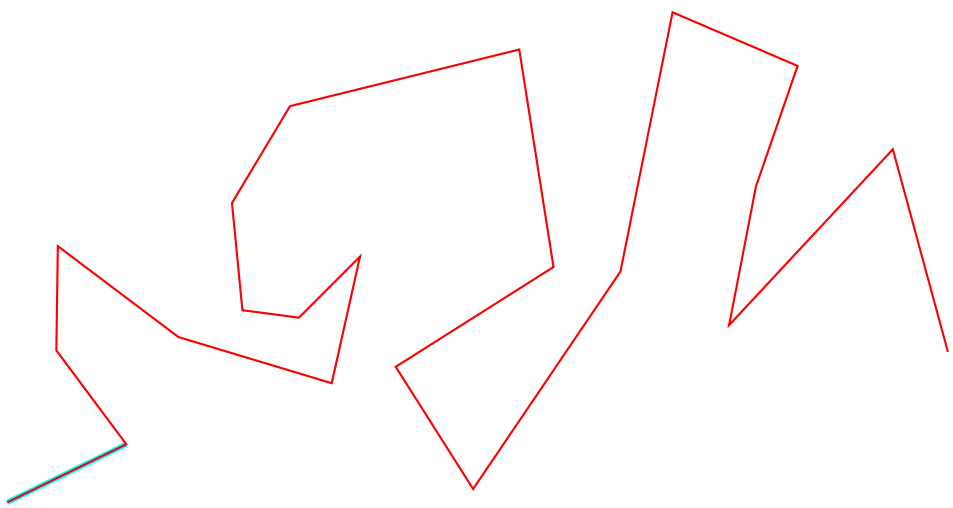
# Cas particulier : polygone simple



# Cas particulier : polygone simple

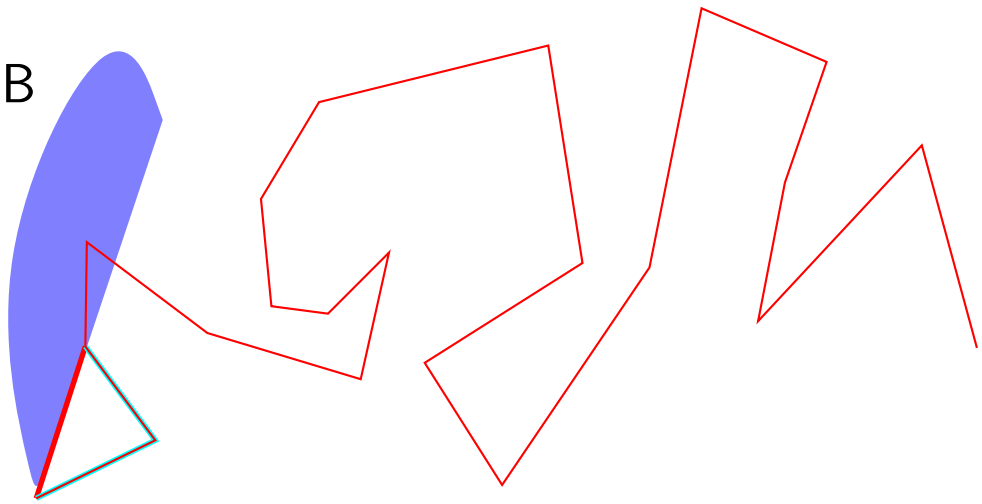


# Cas particulier : polygone simple

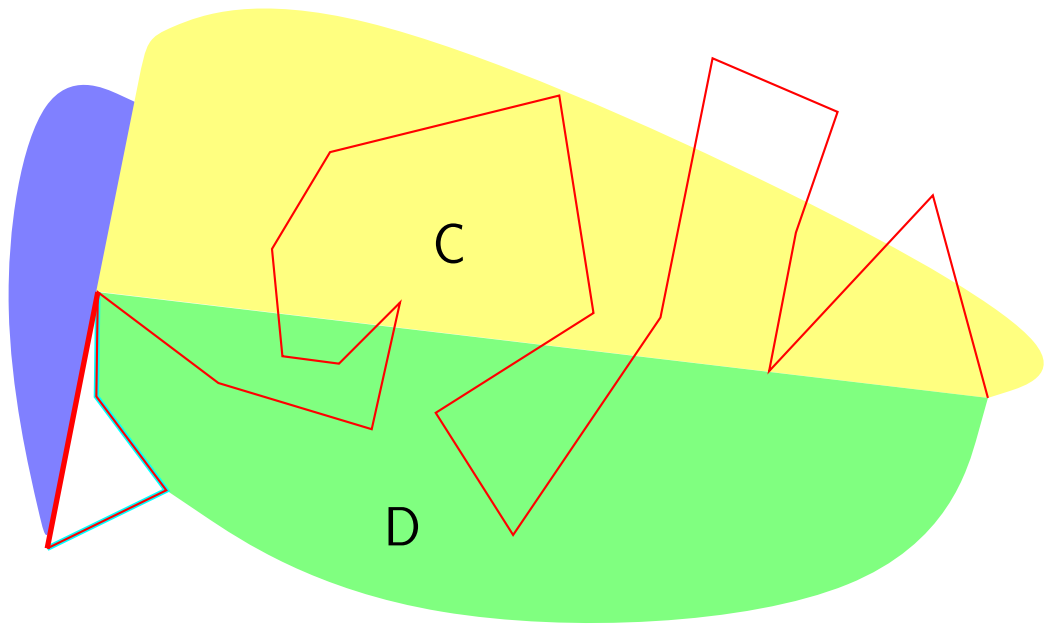


# Cas particulier : polygone simple

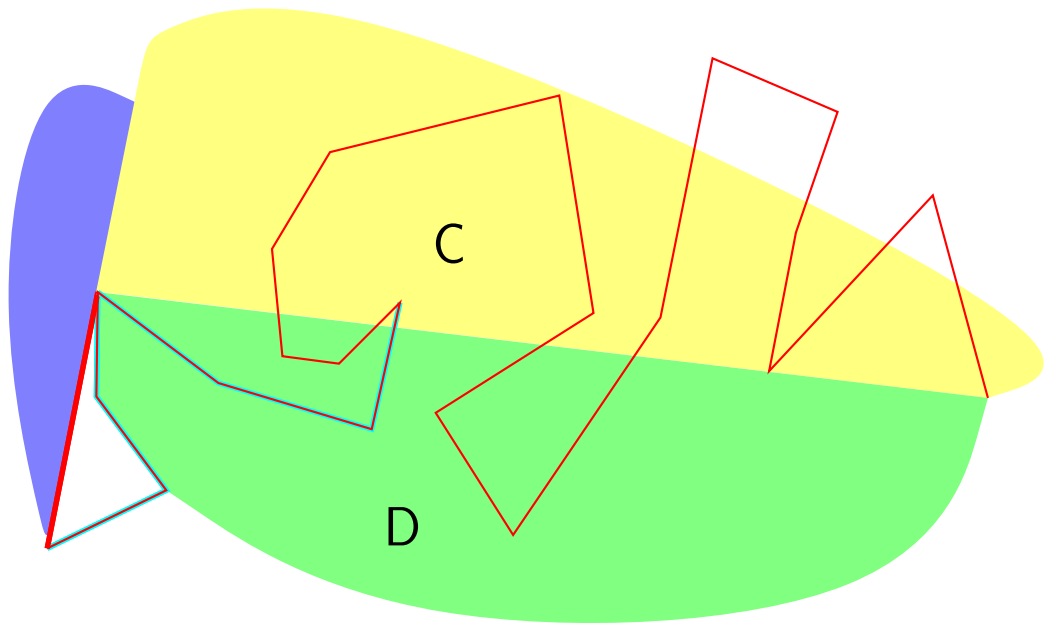
B



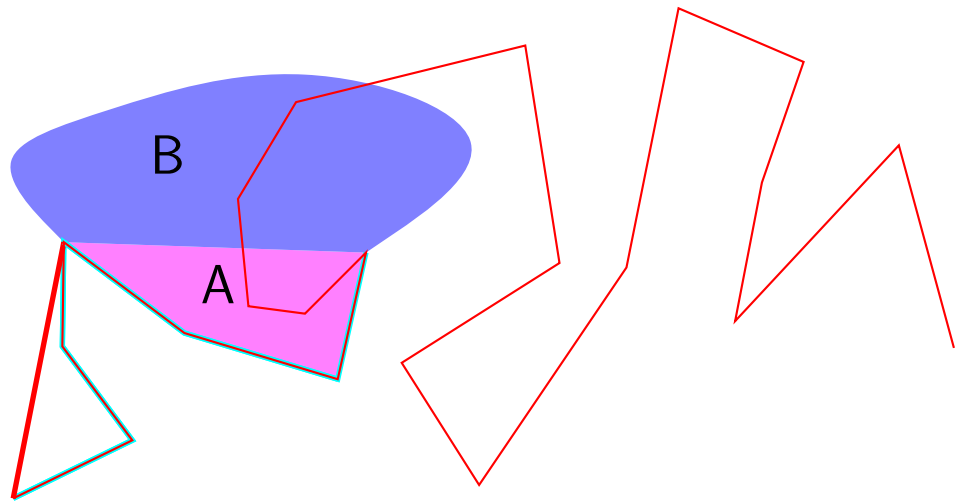
# Cas particulier : polygone simple



# Cas particulier : polygone simple

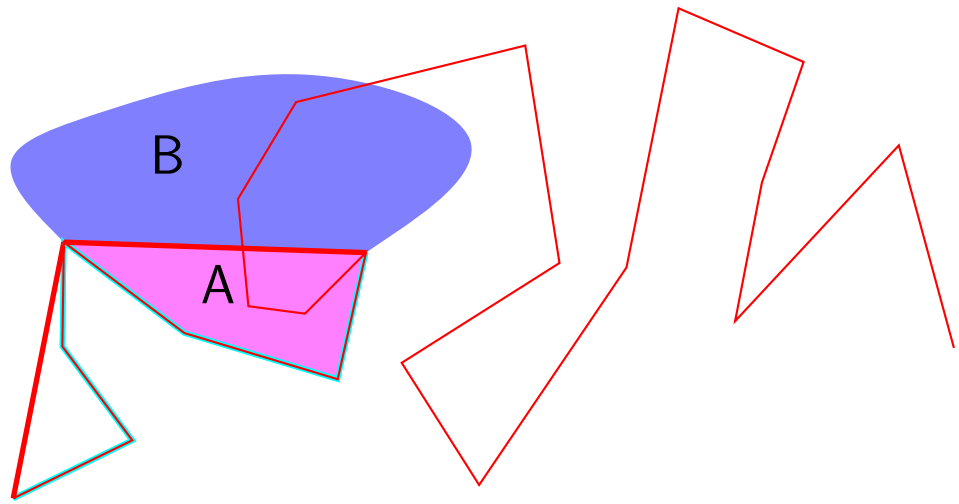


# Cas particulier : polygone simple

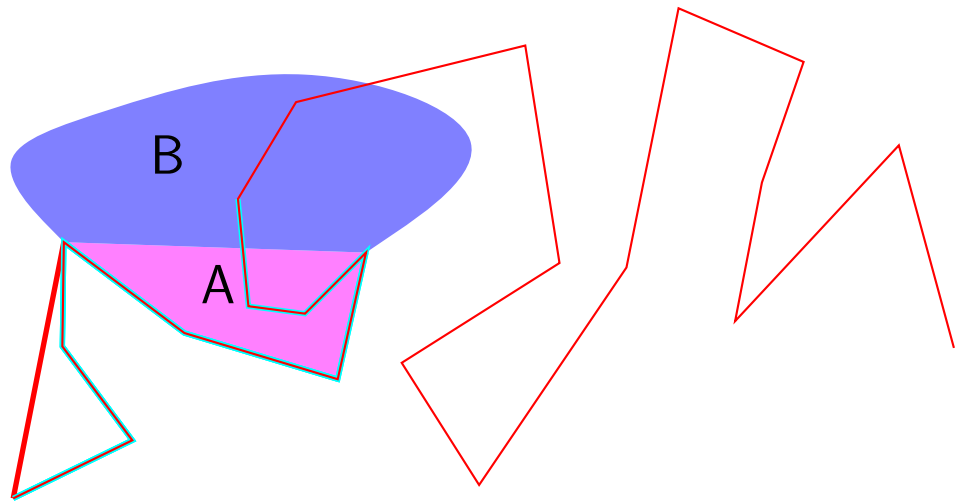




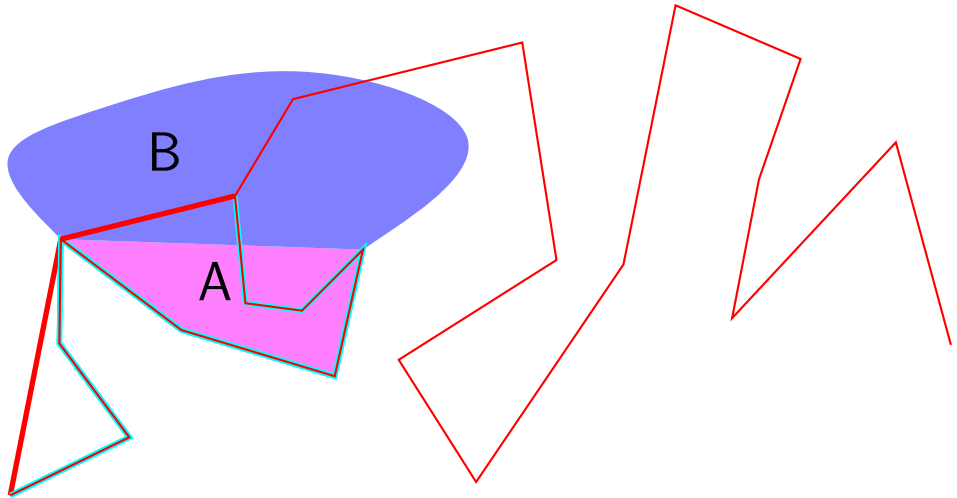
# Cas particulier : polygone simple



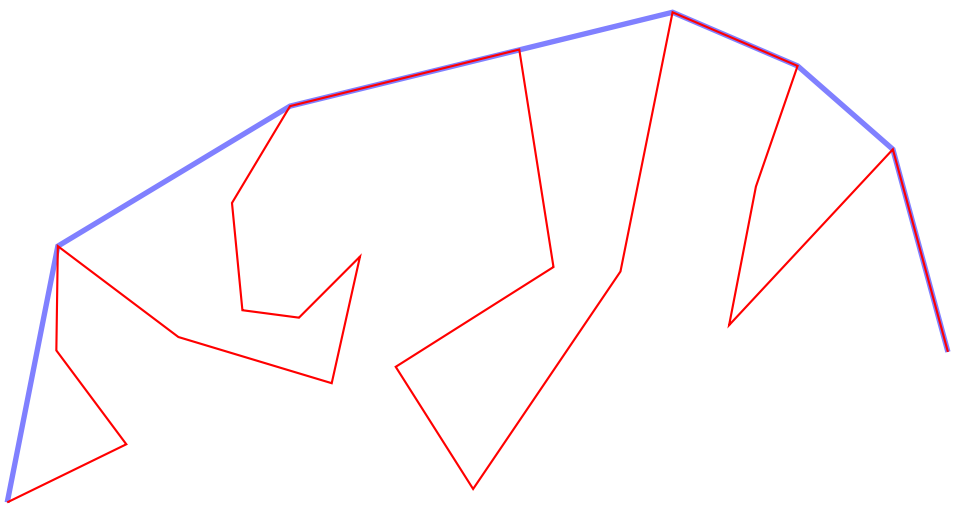
# Cas particulier : polygone simple



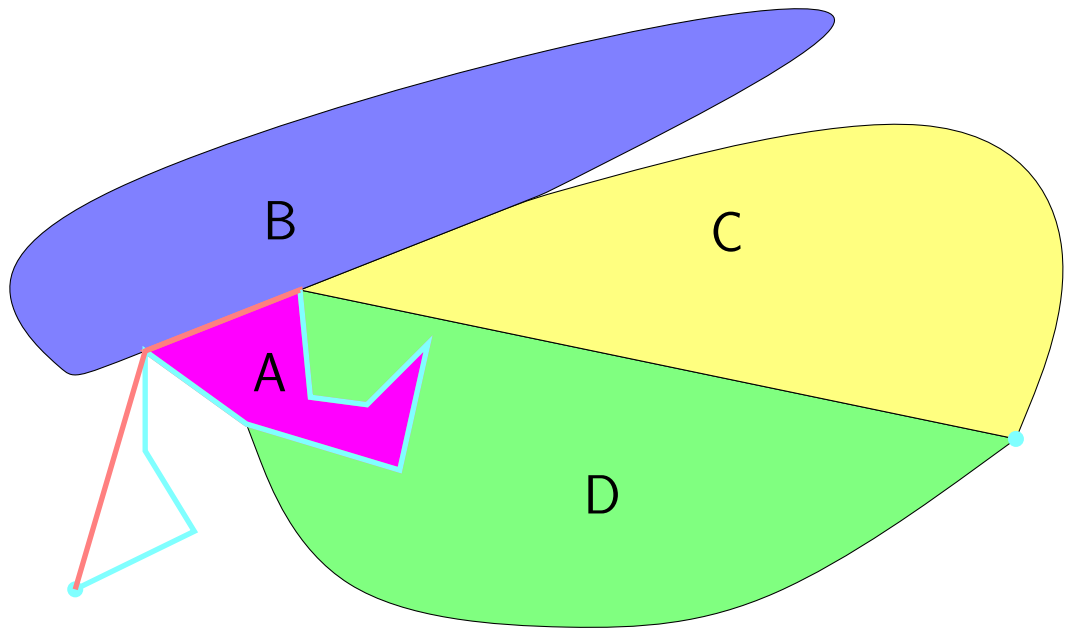
# Cas particulier : polygone simple



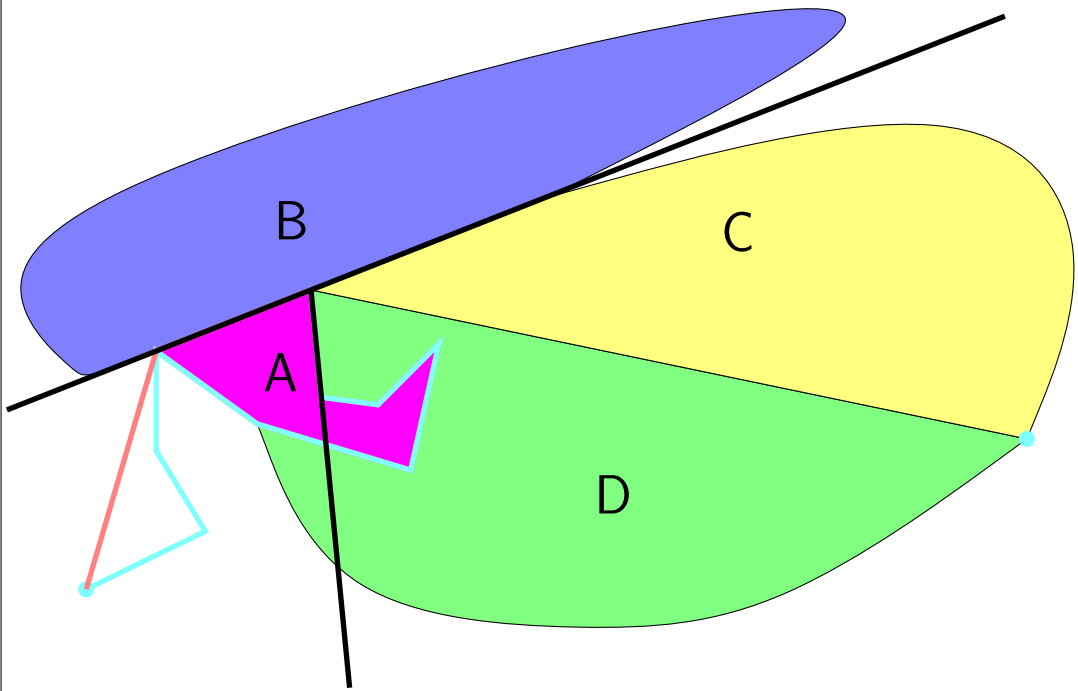
# Cas particulier : polygone simple



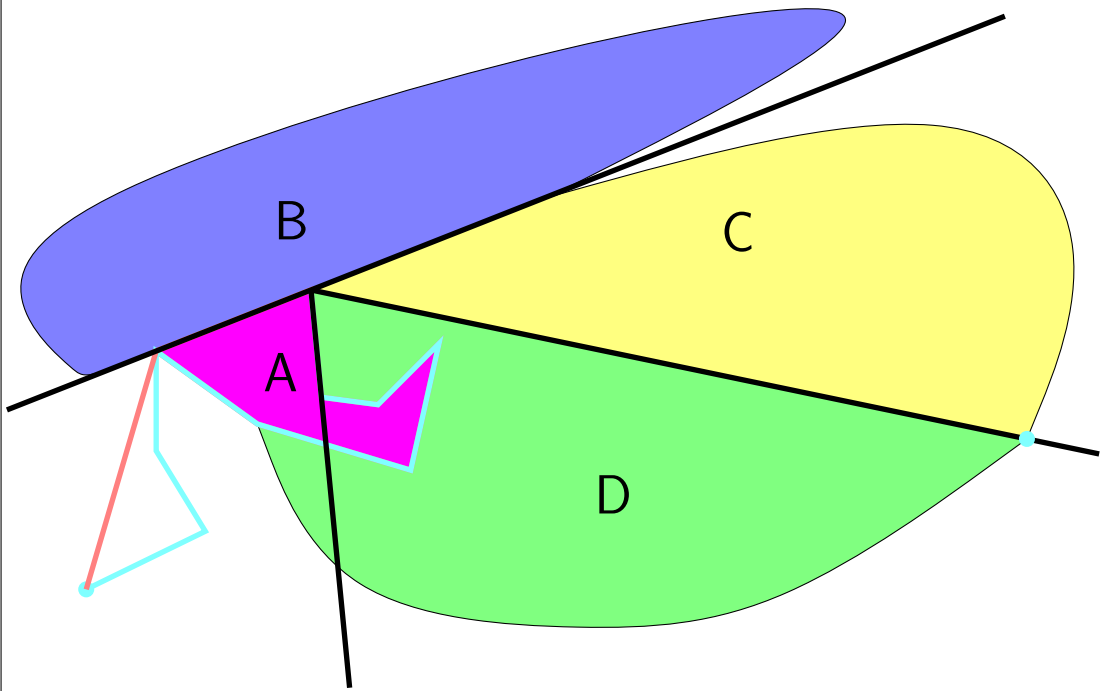
# Cas particulier : polygone simple



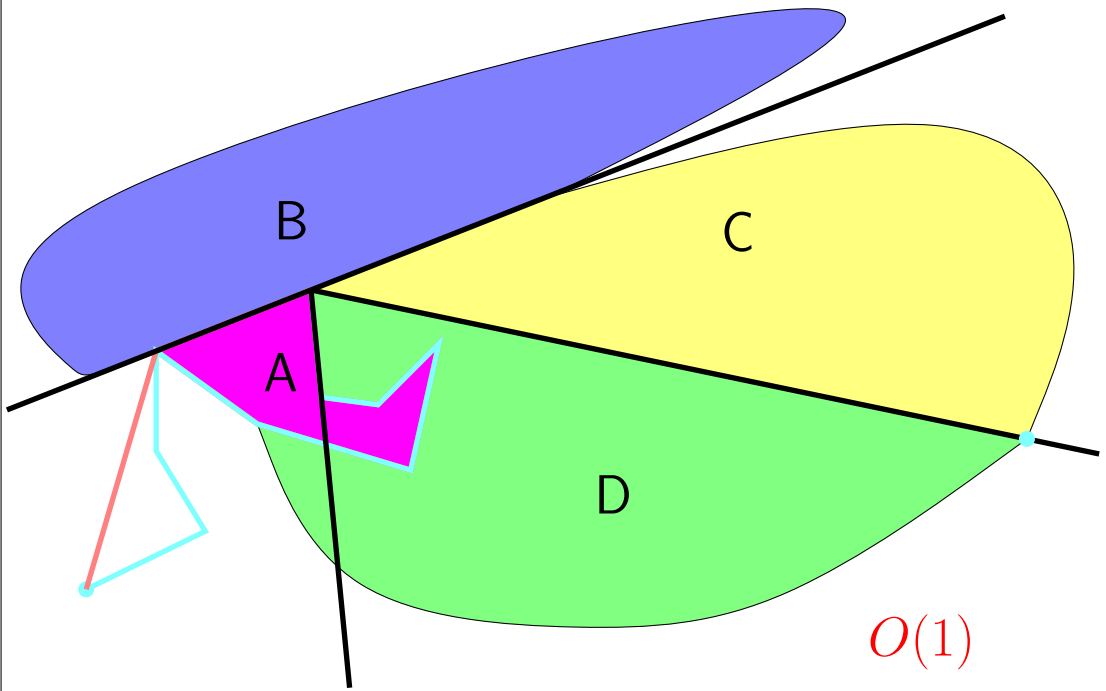
# Cas particulier : polygone simple



# Cas particulier : polygone simple

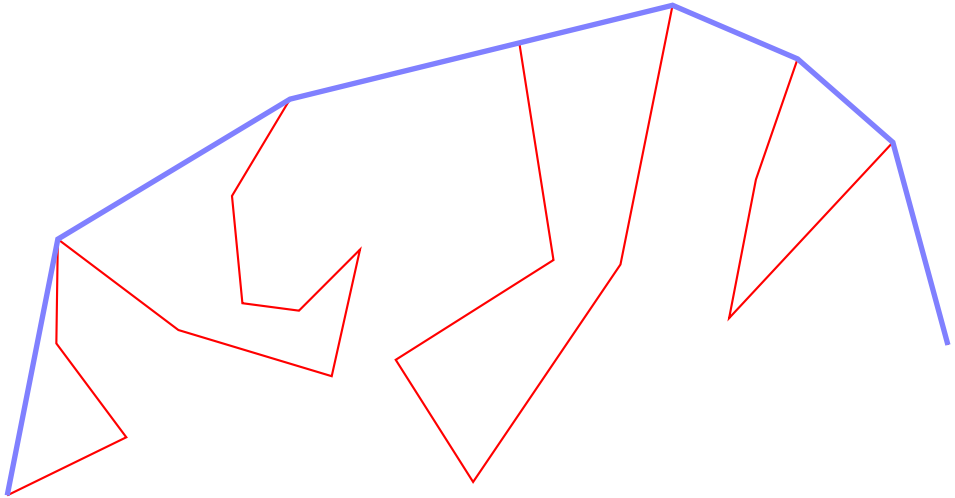


# Cas particulier : polygone simple



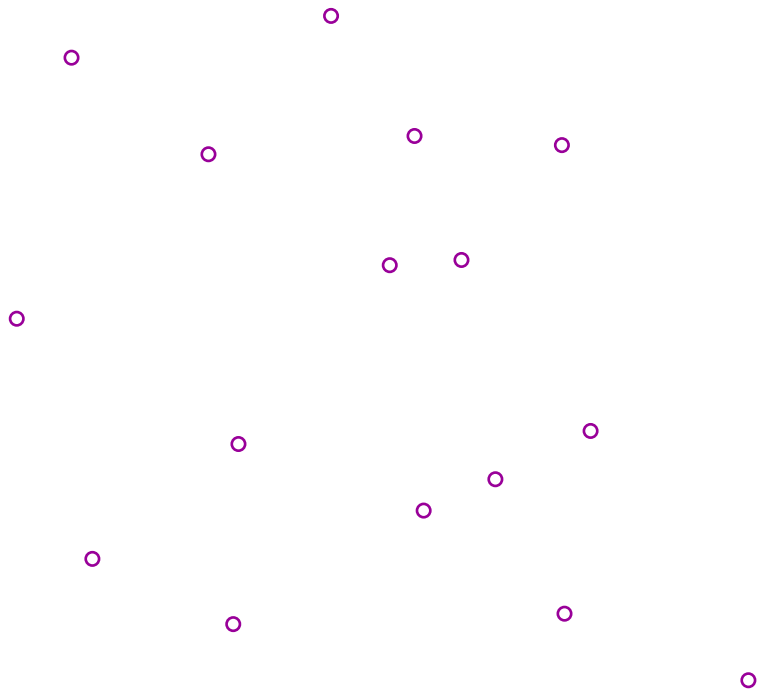


# Cas particulier : polygone simple

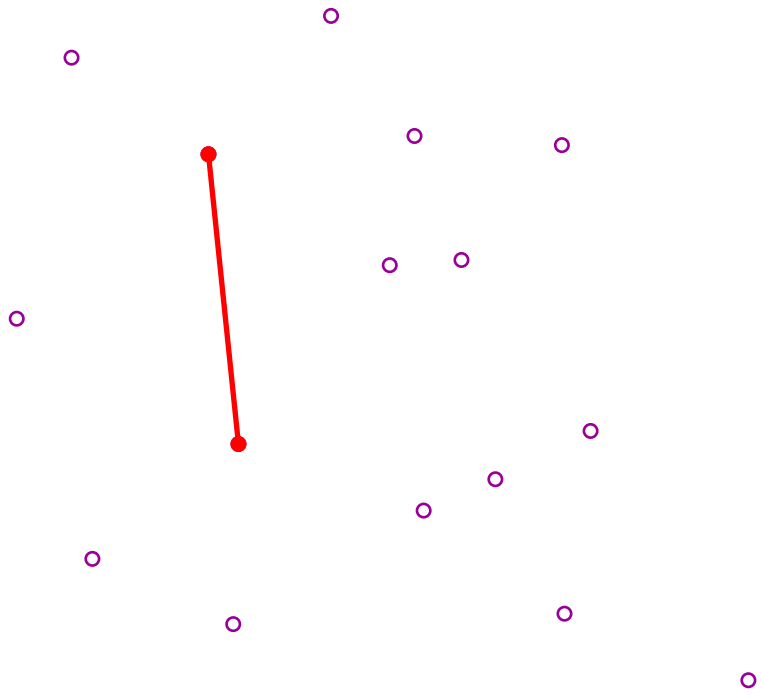


$$O(n)$$

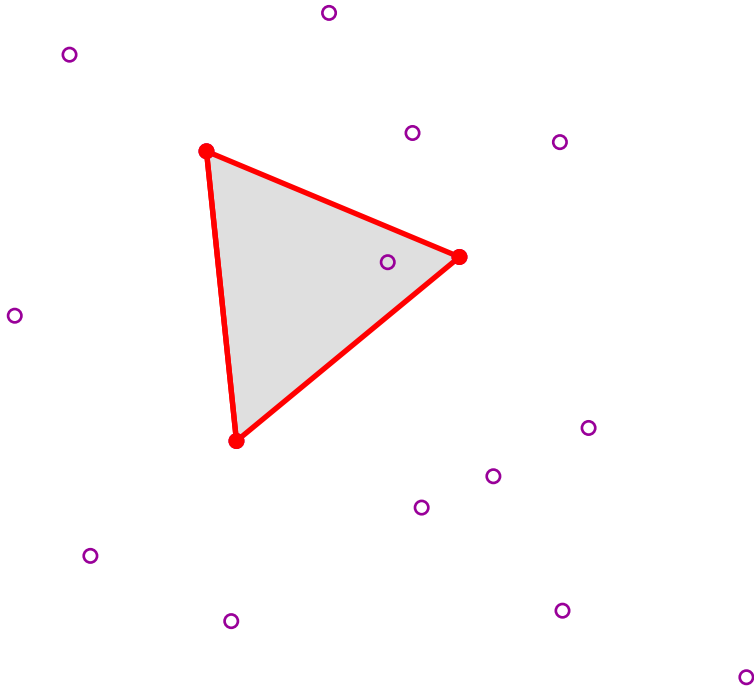
# Un algorithme incrémental



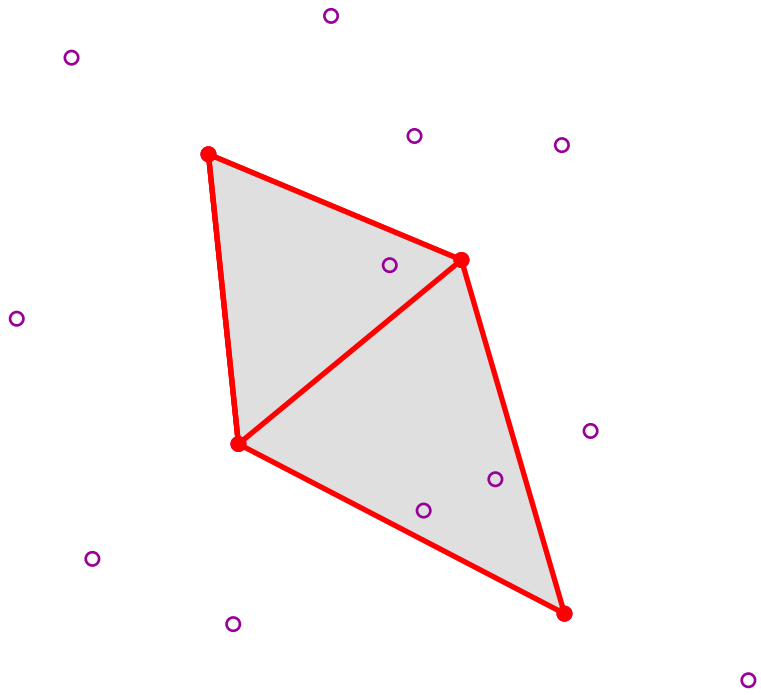
# Un algorithme incrémental



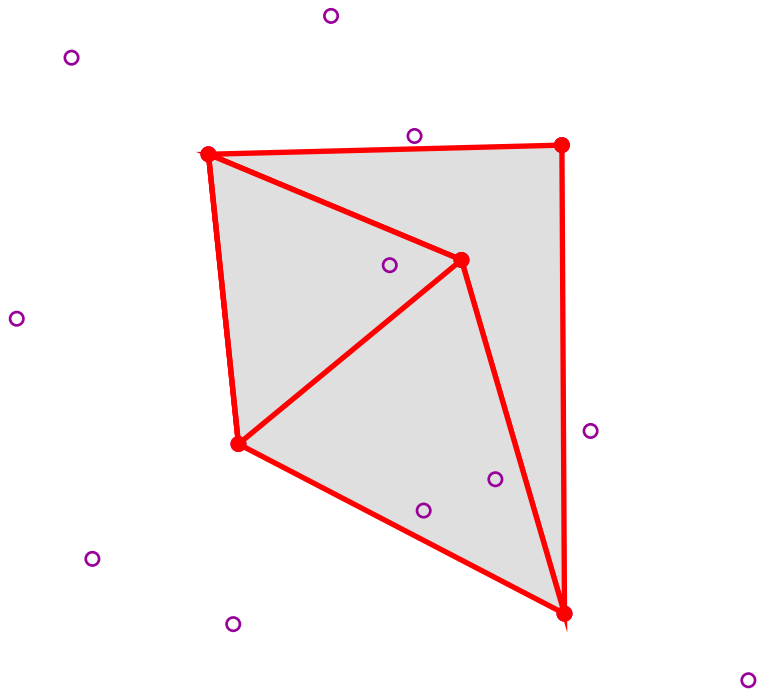
# Un algorithme incrémental



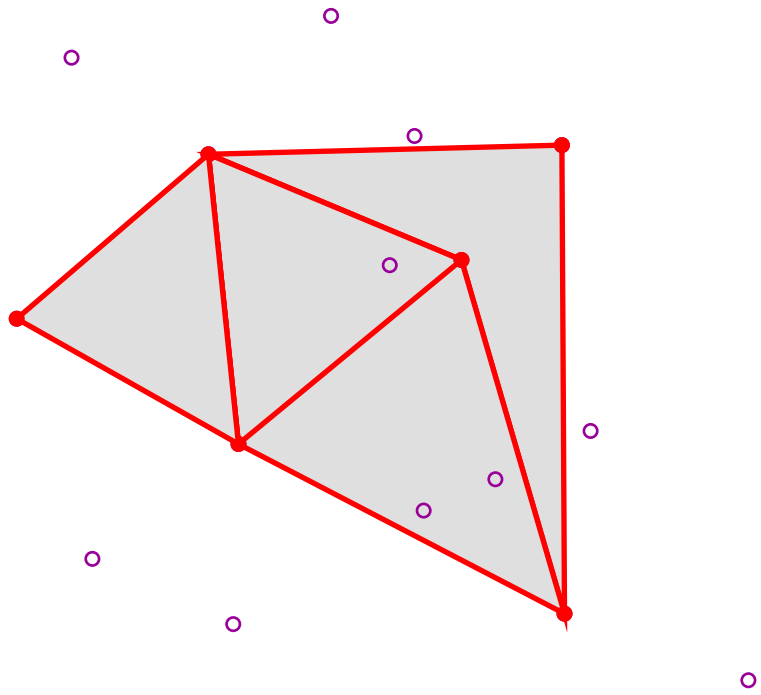
# Un algorithme incrémental



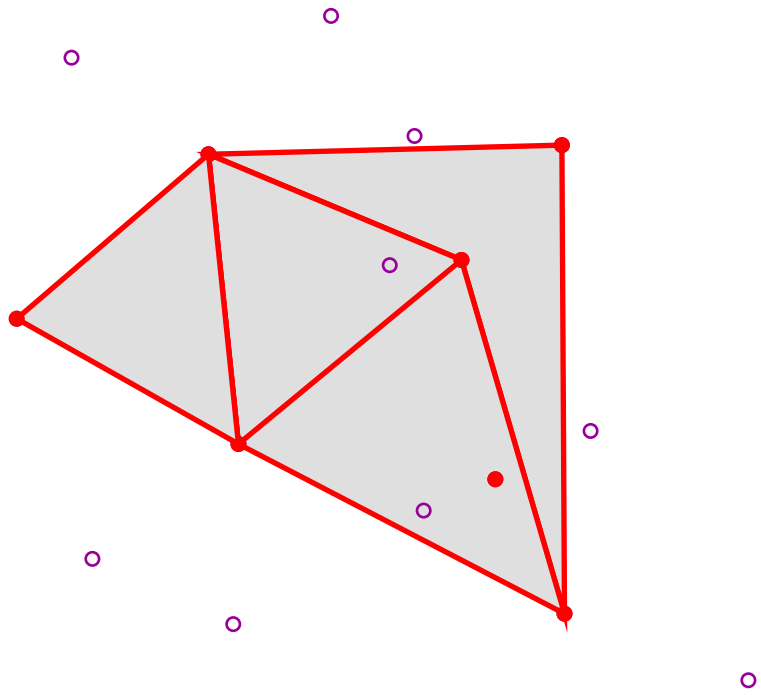
# Un algorithme incrémental



# Un algorithme incrémental

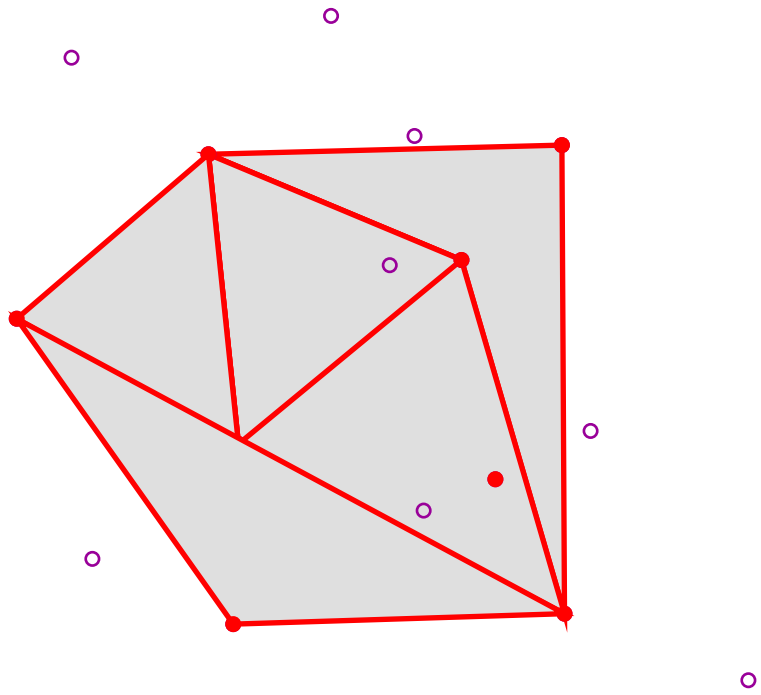


# Un algorithme incrémental



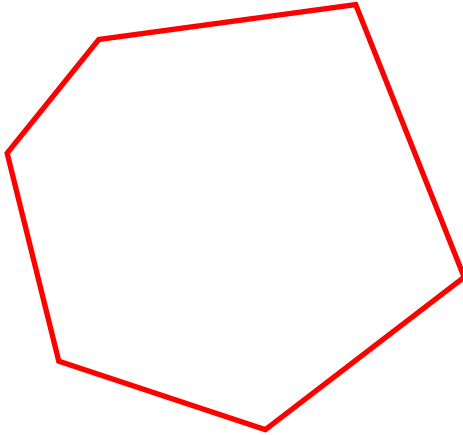


# Un algorithme incrémental



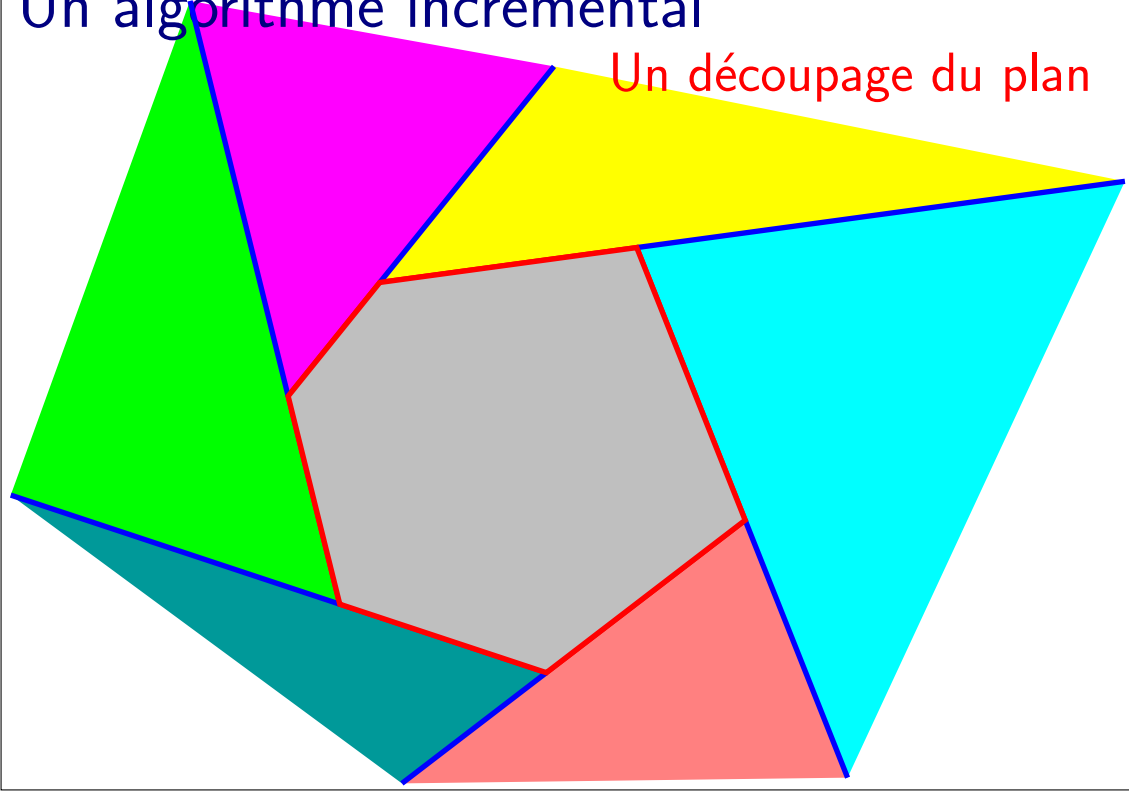
# Un algorithme incrémental

Un découpage du plan



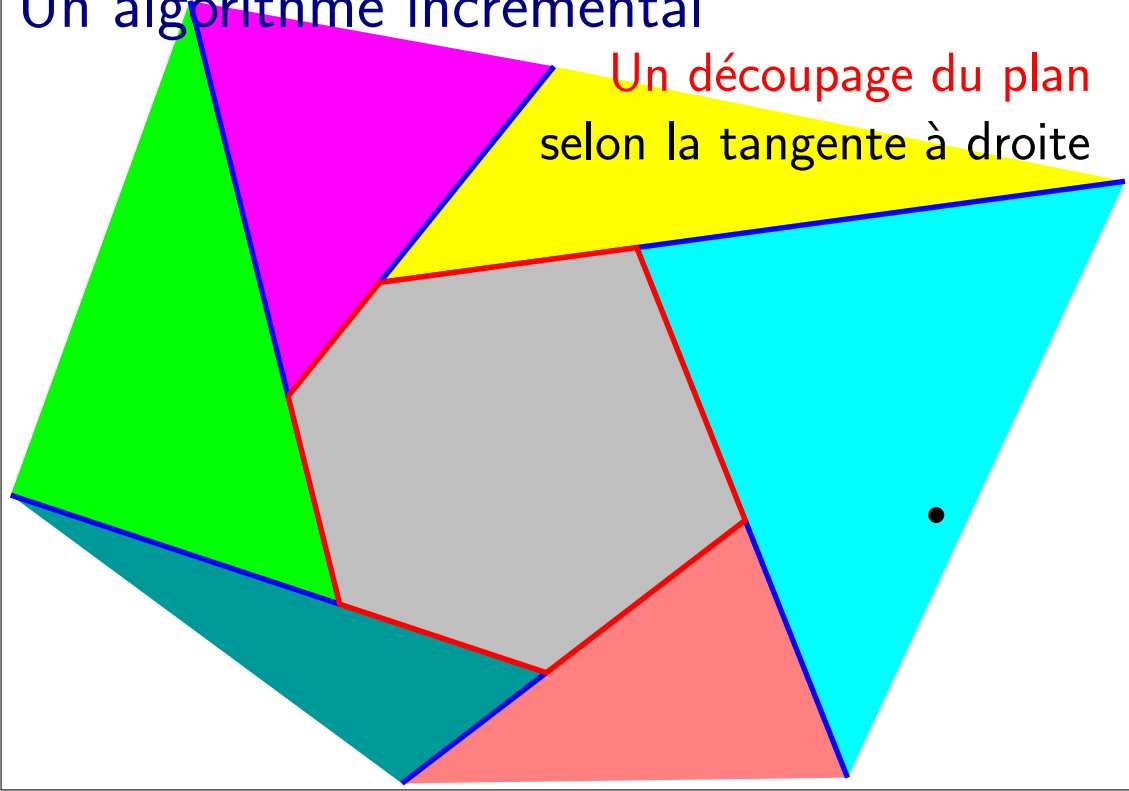
Un algorithme incrémental

Un découpage du plan



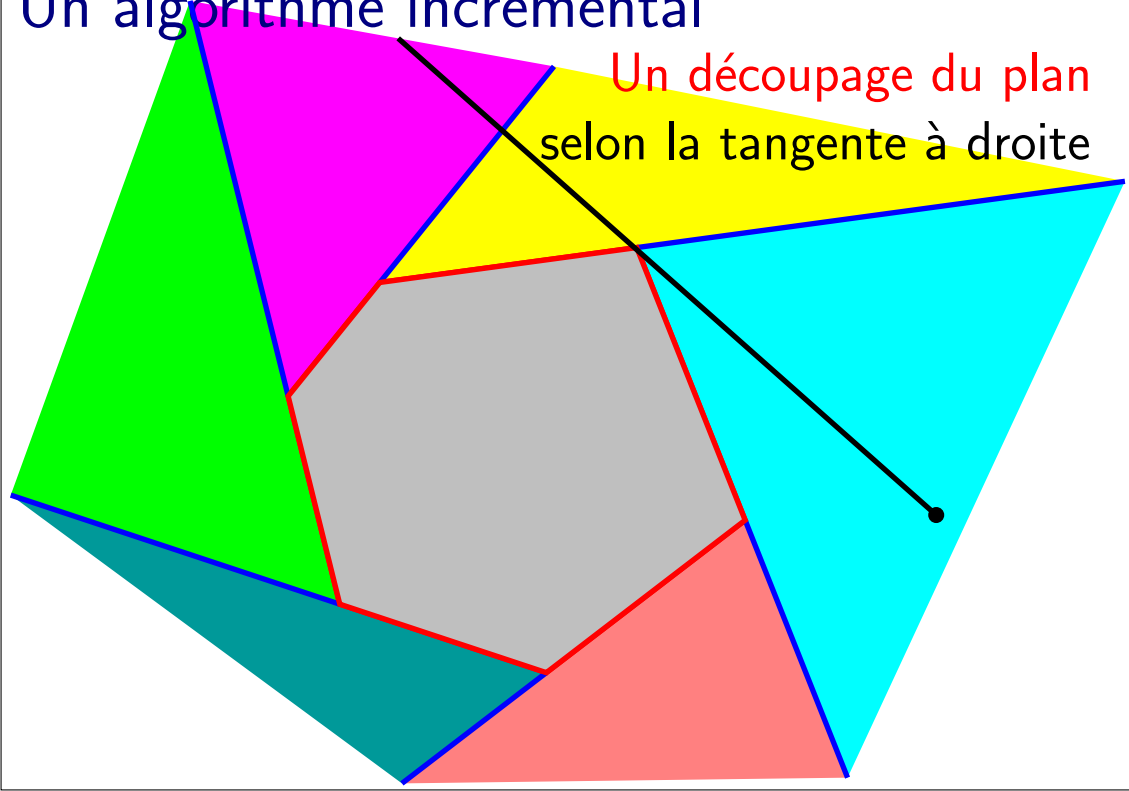
# Un algorithme incrémental

Un découpage du plan  
selon la tangente à droite



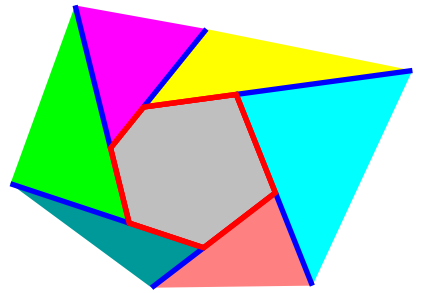
# Un algorithme incrémental

Un découpage du plan  
selon la tangente à droite

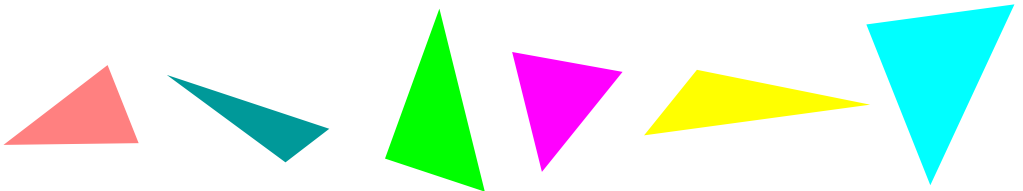
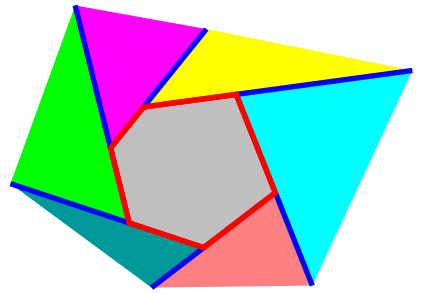


# Un algorithme incrémental

## Un découpage du plan

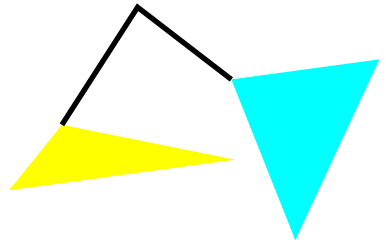
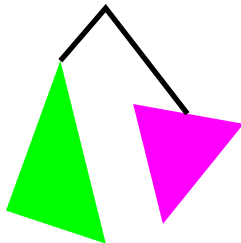
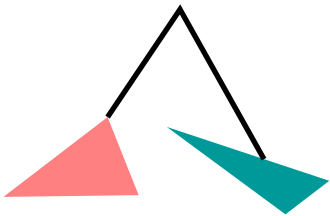
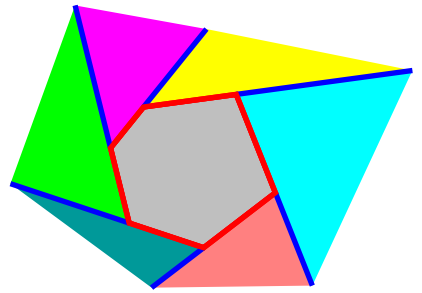


Un algorithme incrémental  
Un découpage du plan



# Un algorithme incrémental

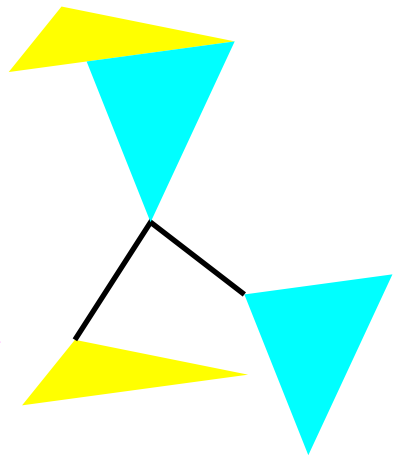
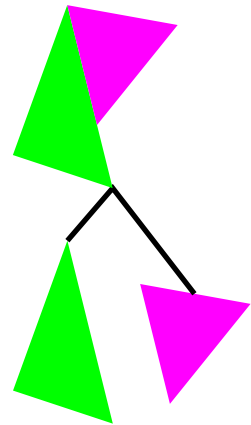
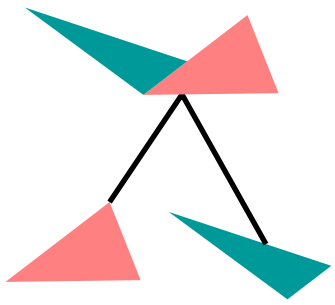
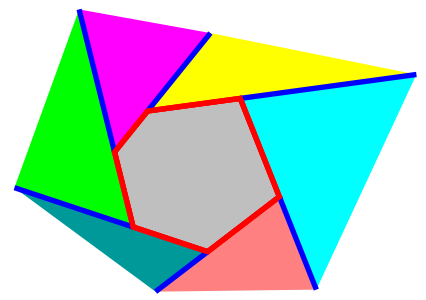
## Un découpage du plan





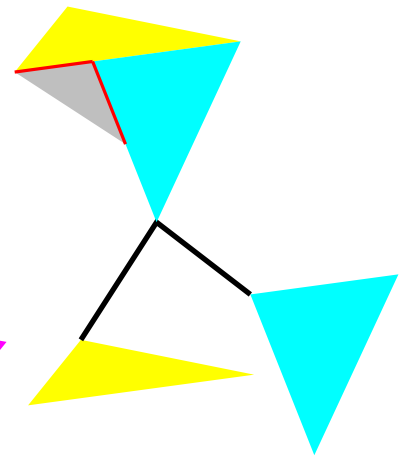
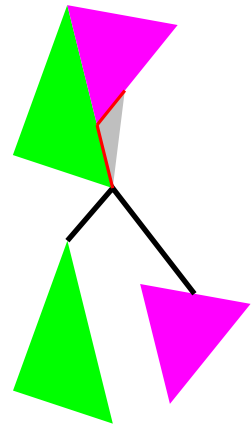
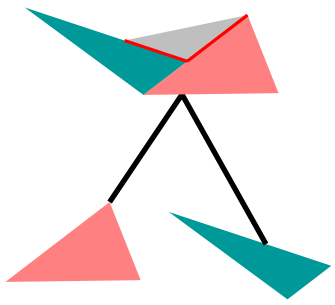
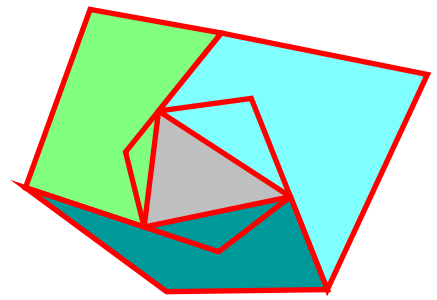
# Un algorithme incrémental

## Un découpage du plan



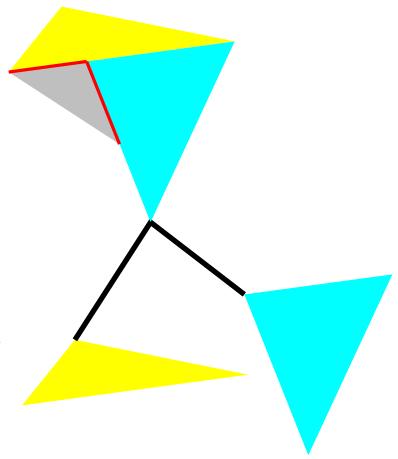
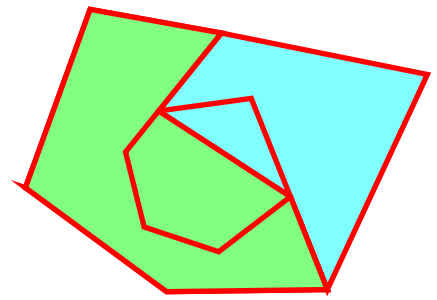
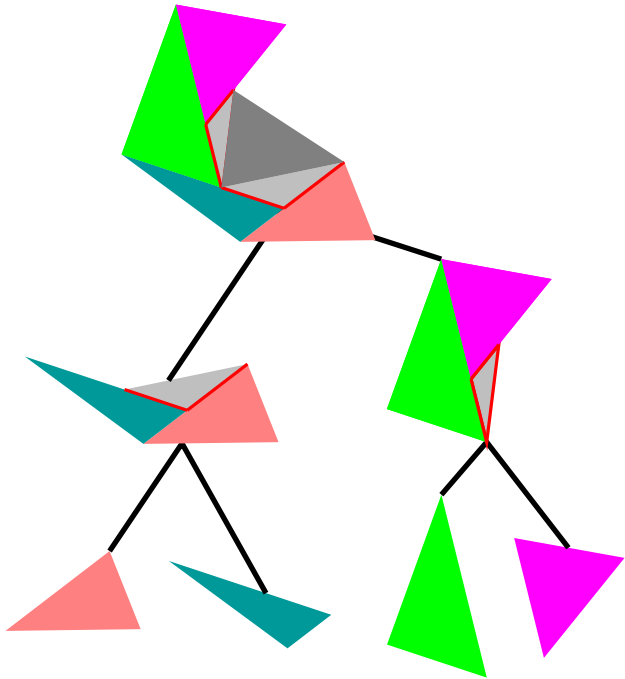
# Un algorithme incrémental

## Un découpage du plan

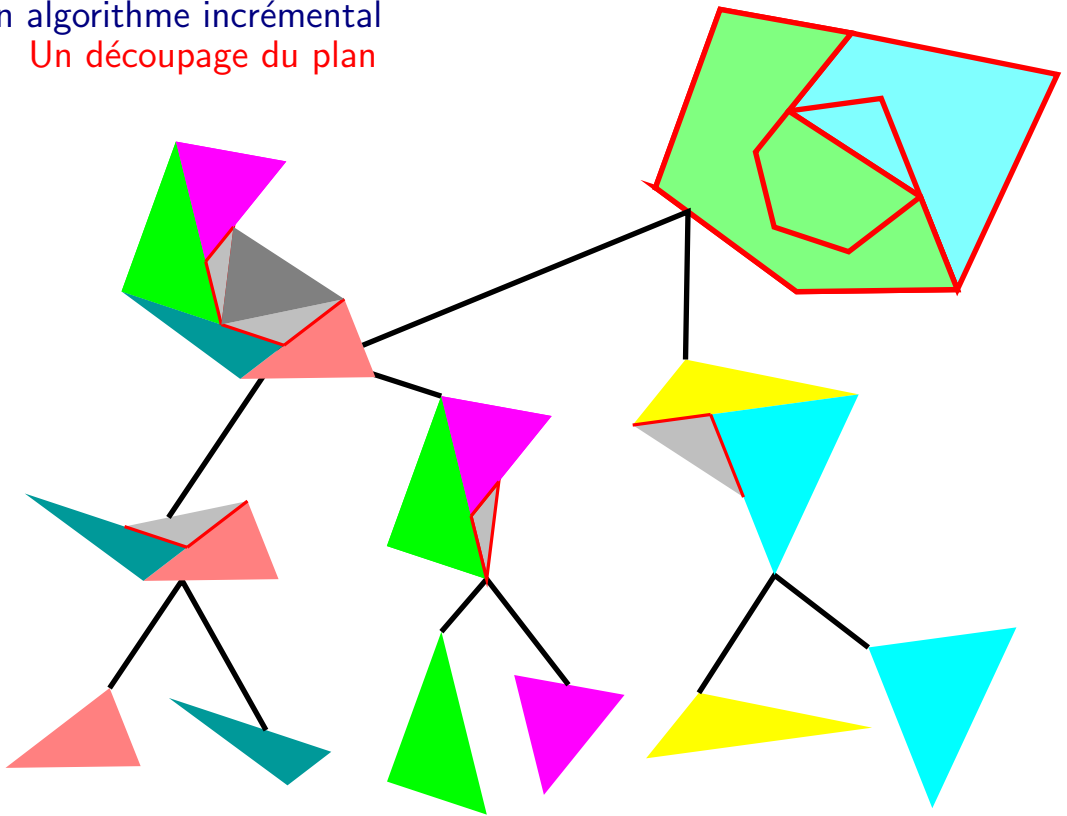


# Un algorithme incrémental

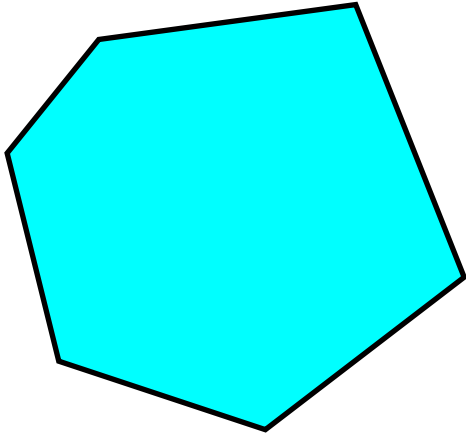
## Un découpage du plan



Un algorithme incrémental  
Un découpage du plan

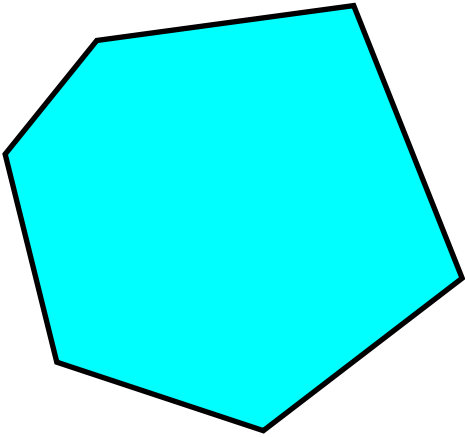


# Un algorithme incrémental

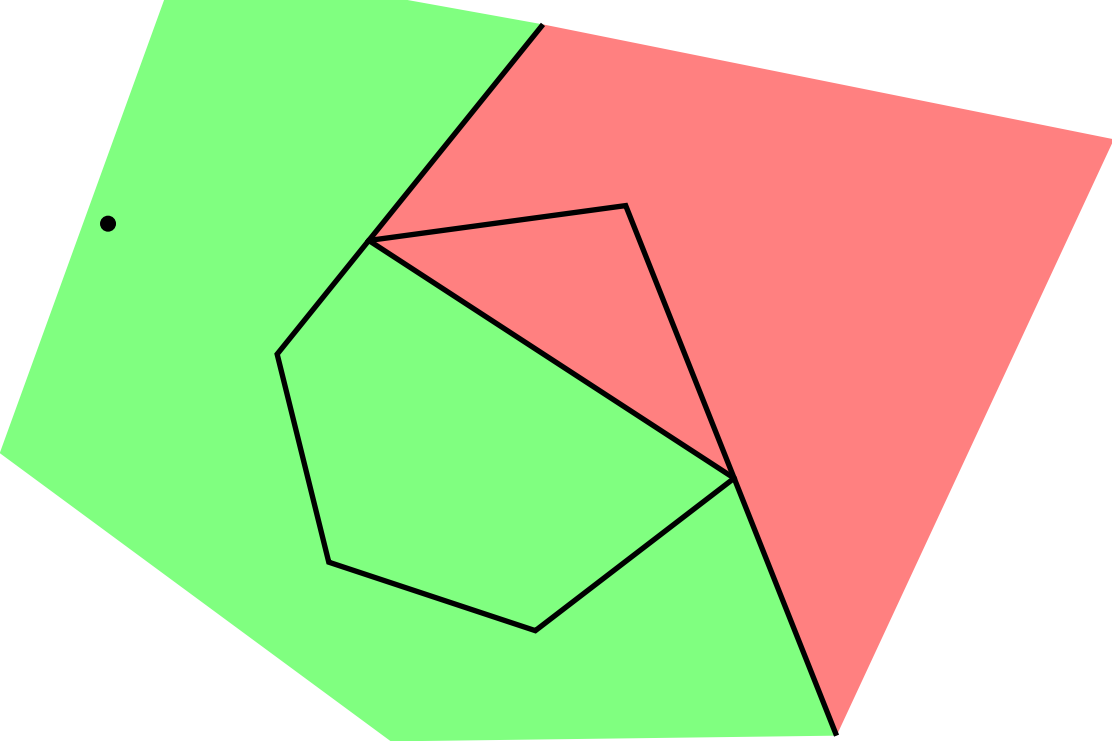


# Un algorithme incrémental

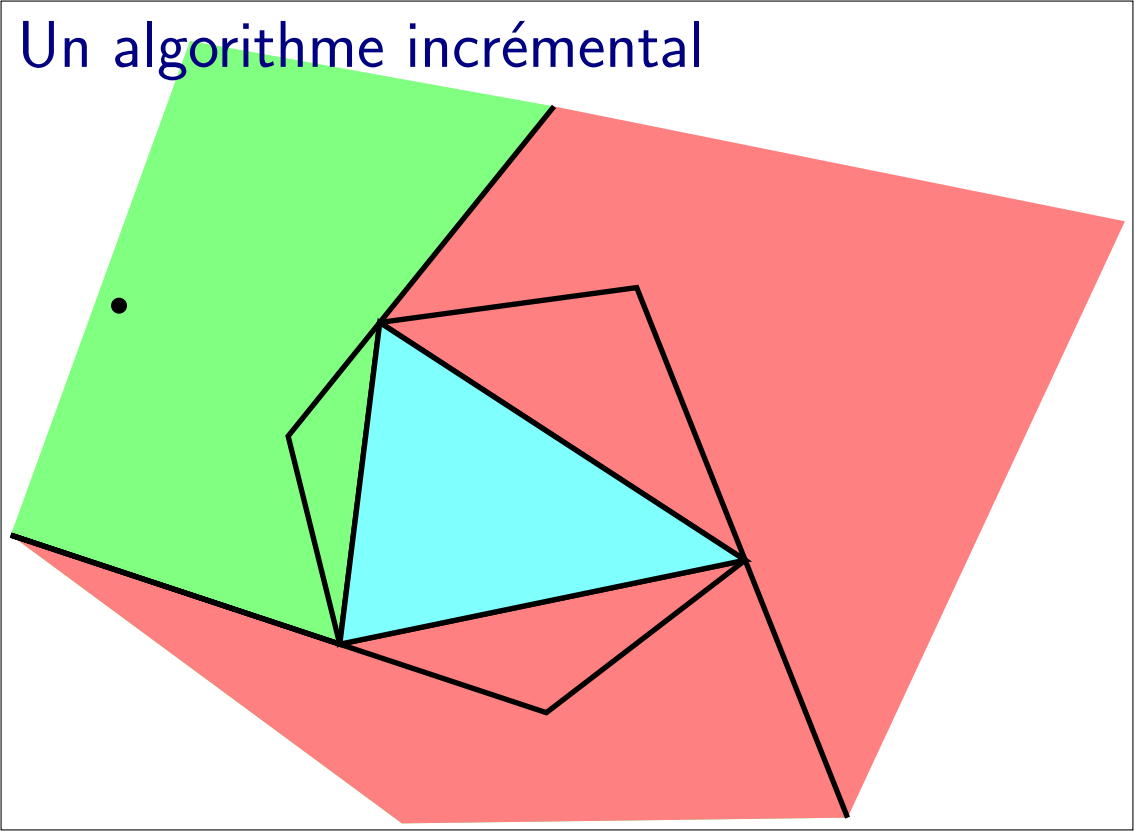
- 



# Un algorithme incrémental

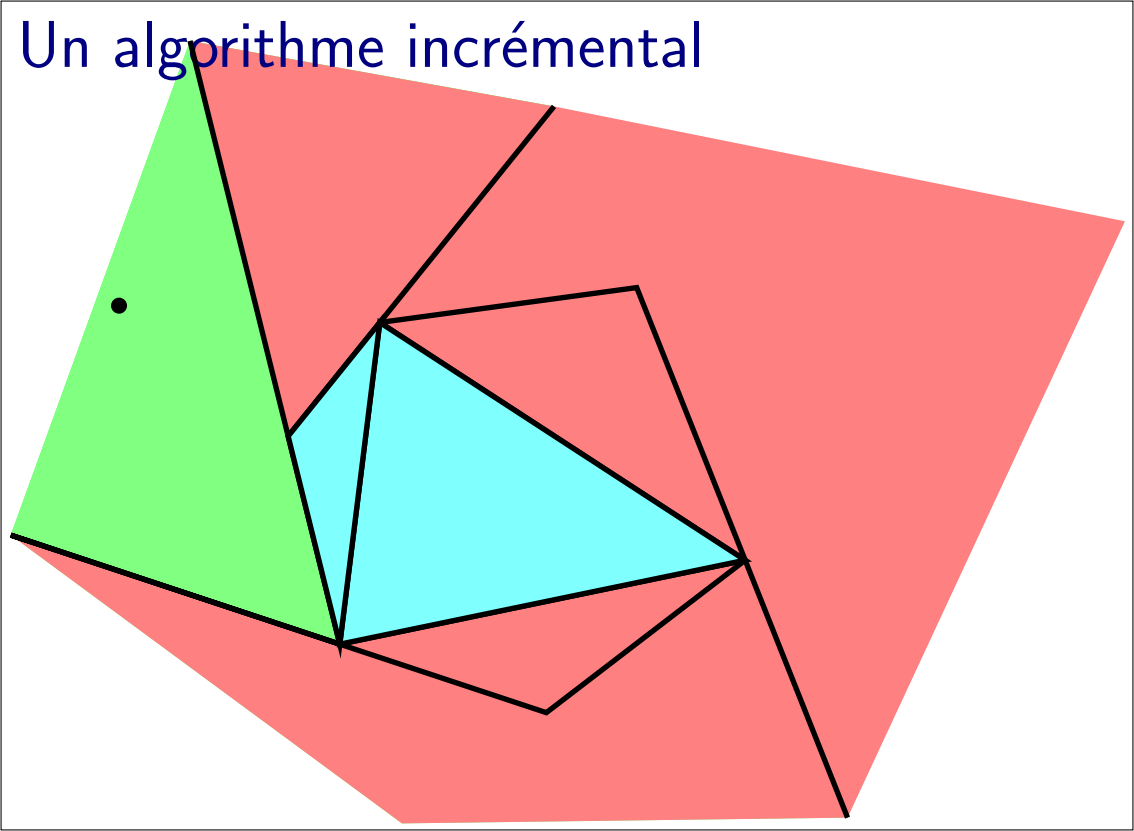


# Un algorithme incrémental

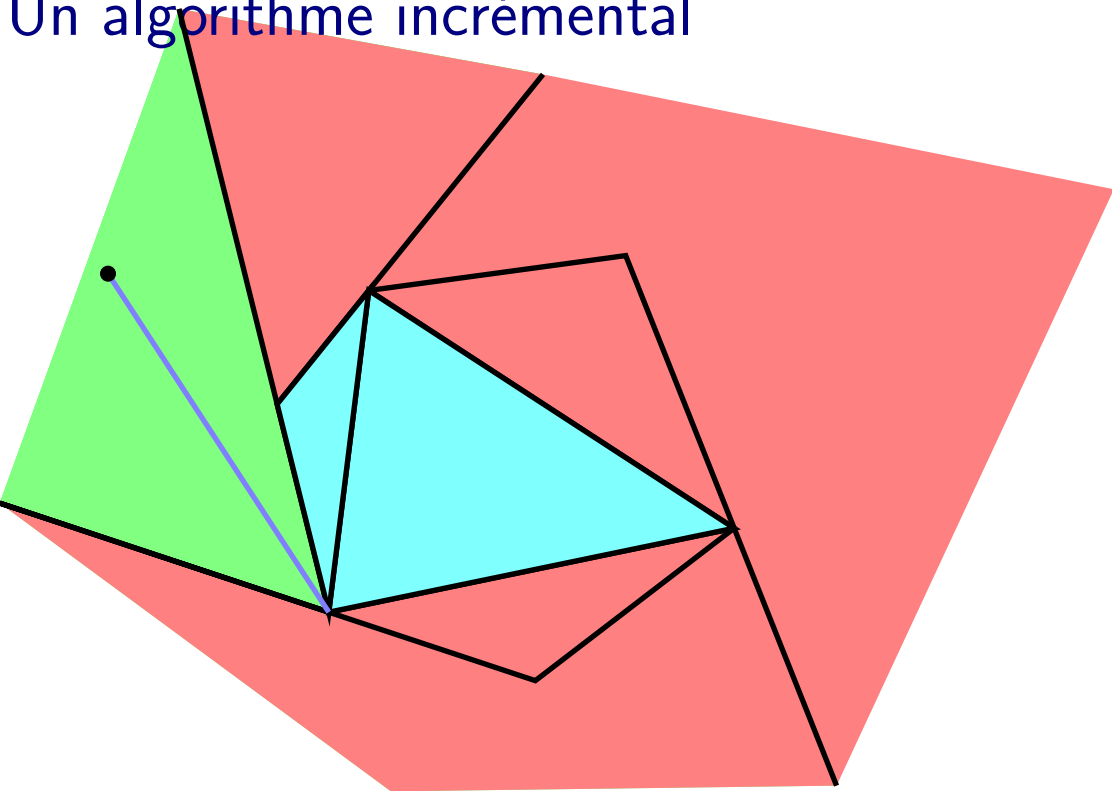




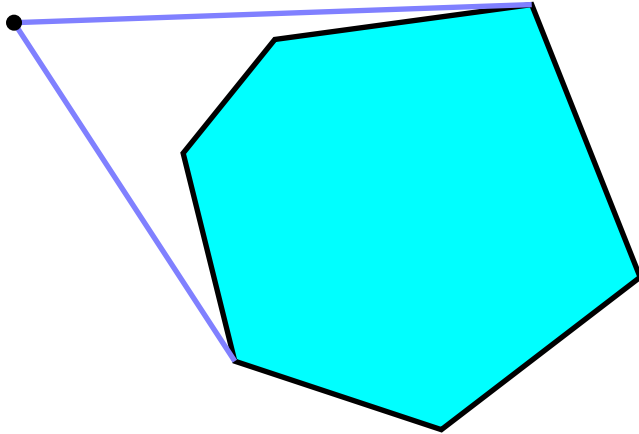
# Un algorithme incrémental



# Un algorithme incrémental

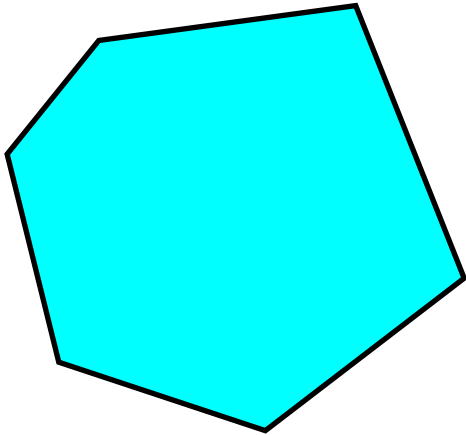


# Un algorithme incrémental

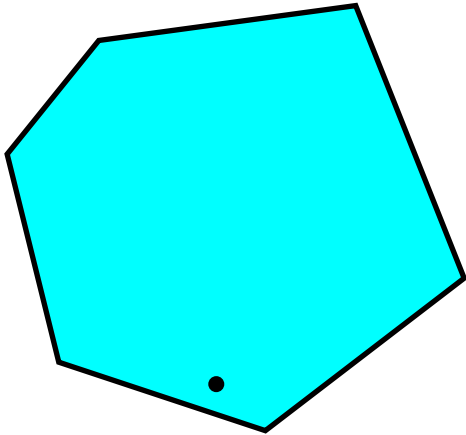


symétriquement

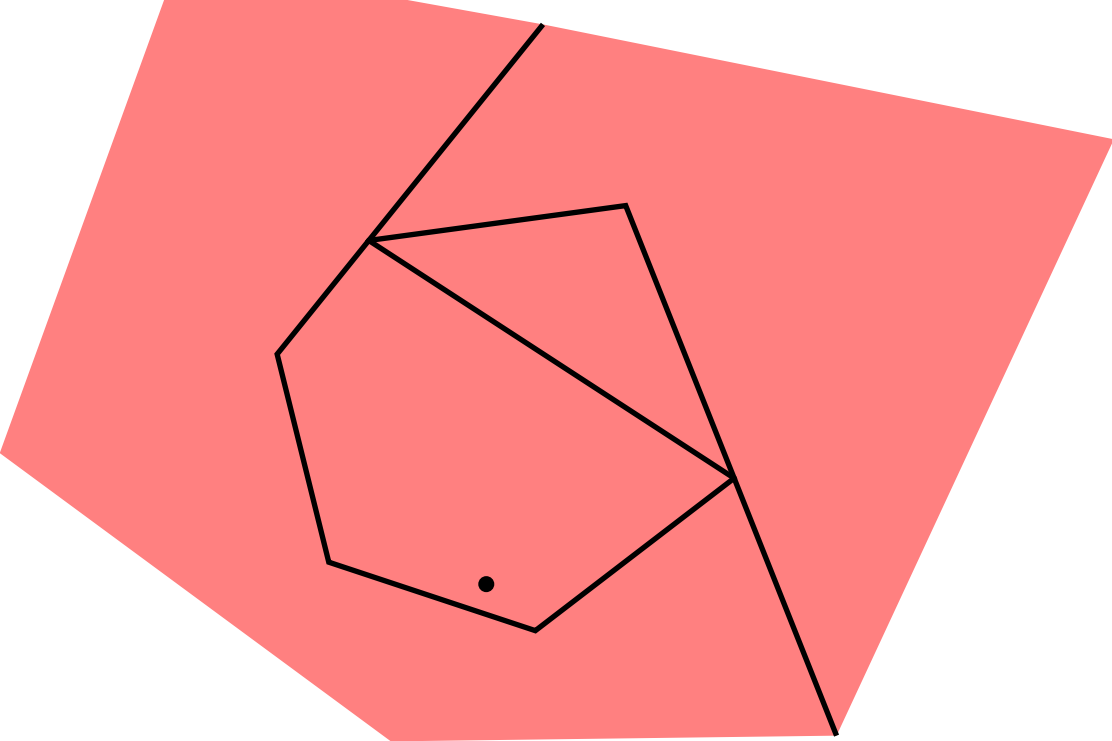
# Un algorithme incrémental



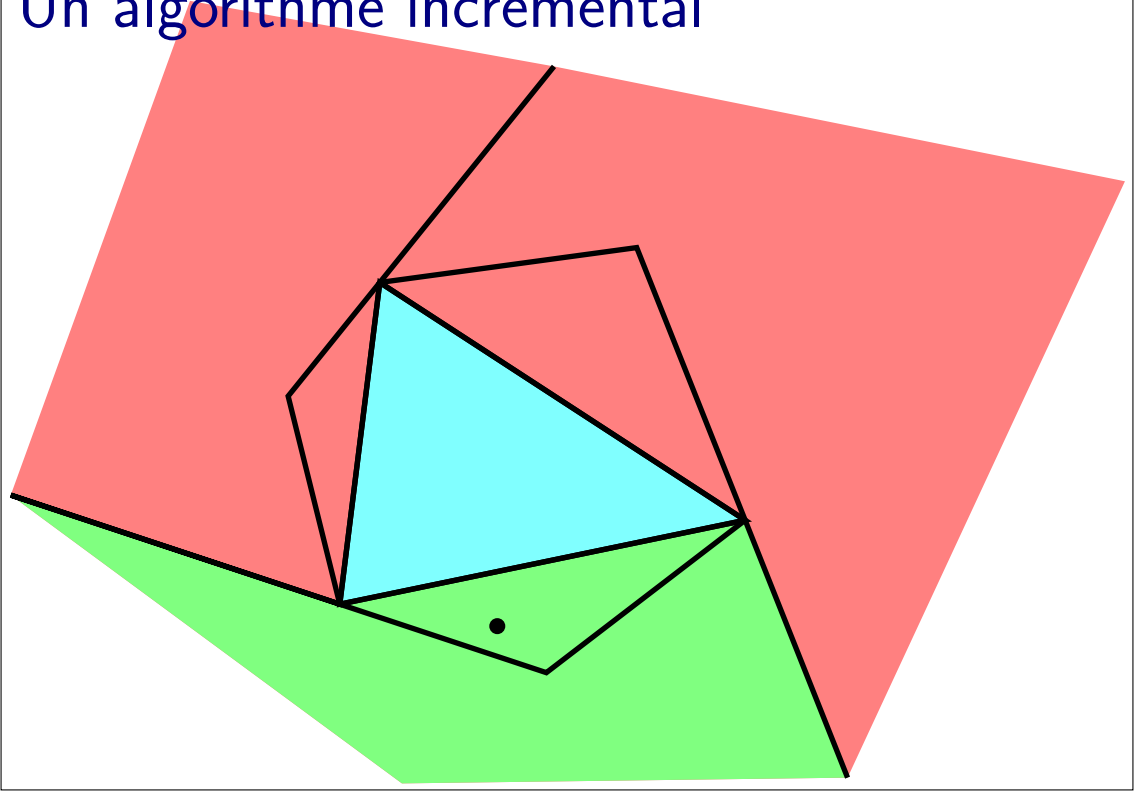
# Un algorithme incrémental



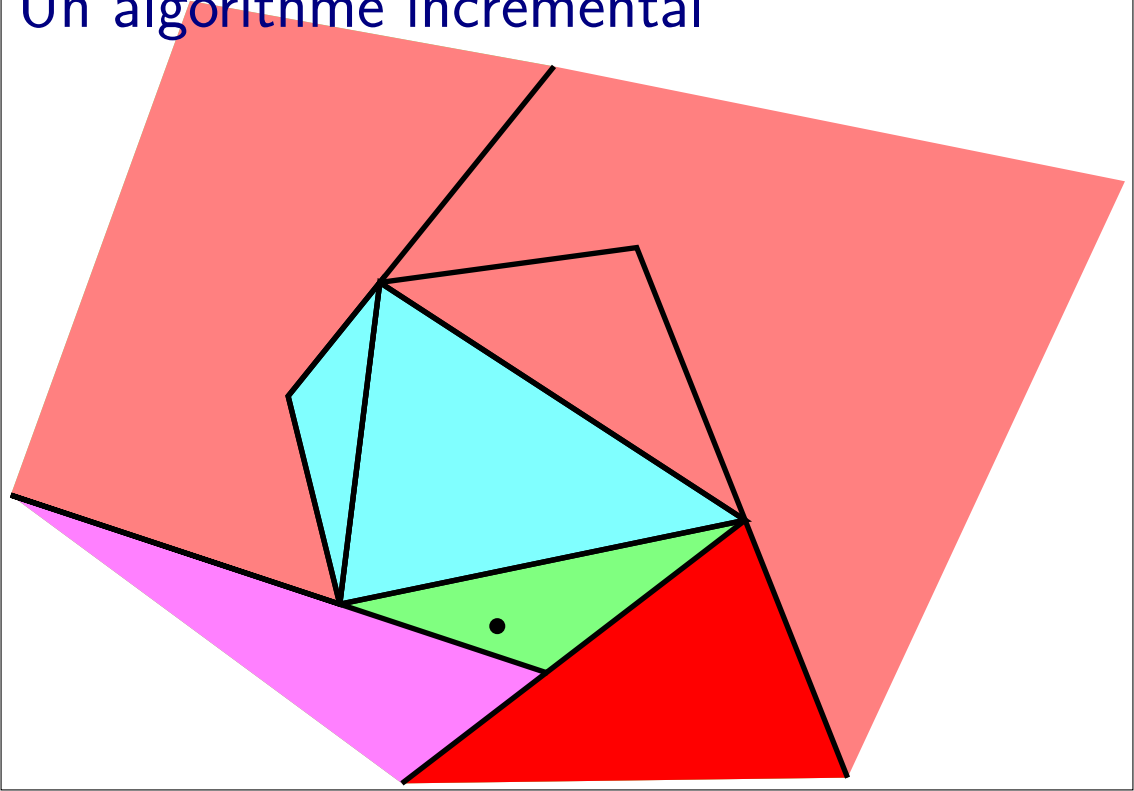
# Un algorithme incrémental



# Un algorithme incrémental



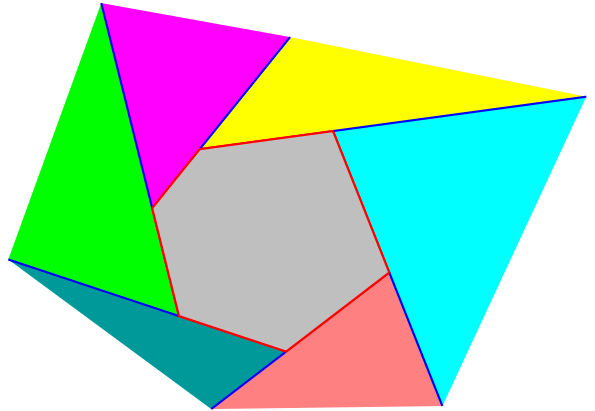
# Un algorithme incrémental





# Un algorithme incrémental

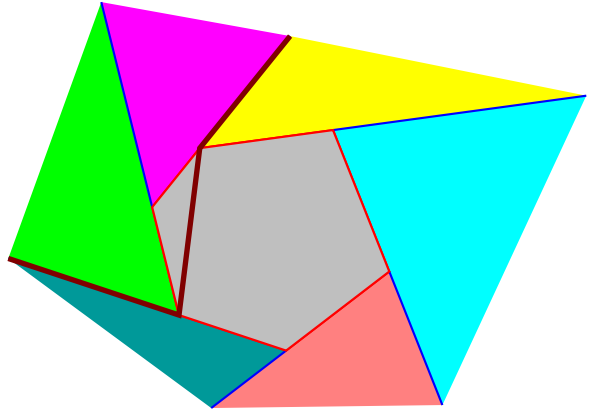
Complexité



# Un algorithme incrémental

Complexité

Complexité d'un nœud

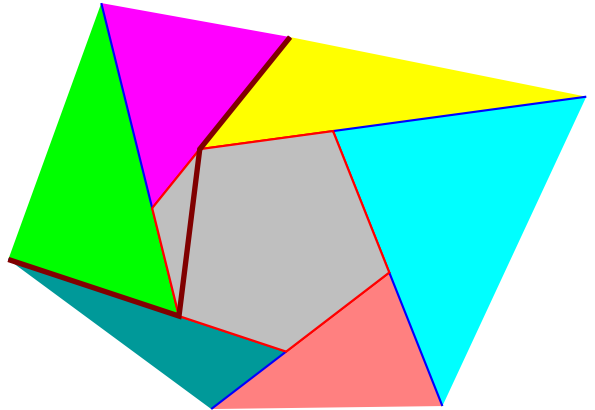


# Un algorithme incrémental

Complexité

Complexité d'un nœud

$$O(1)$$



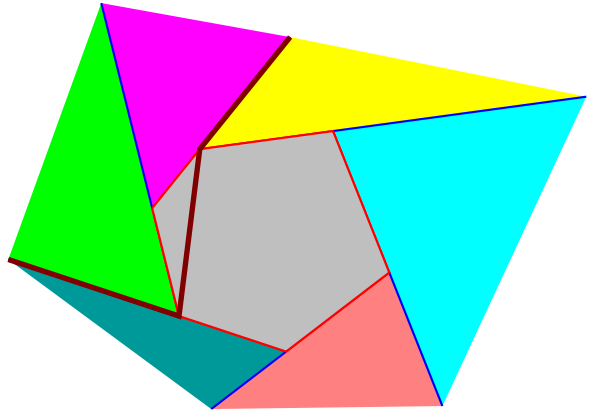
# Un algorithme incrémental

Complexité

Complexité d'un nœud

$$O(1)$$

Arbre équilibré



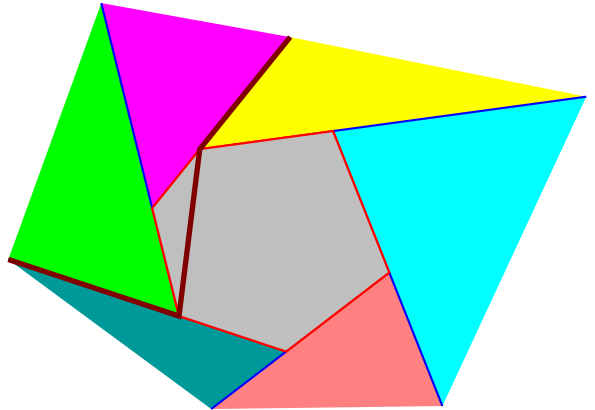
# Un algorithme incrémental

Complexité

Complexité d'un nœud

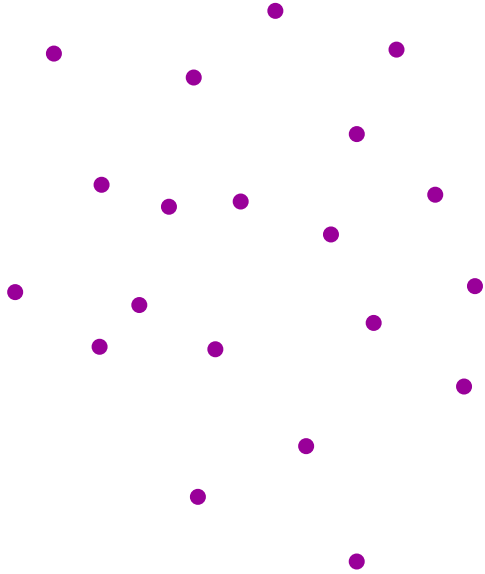
$$O(1)$$

Arbre équilibré

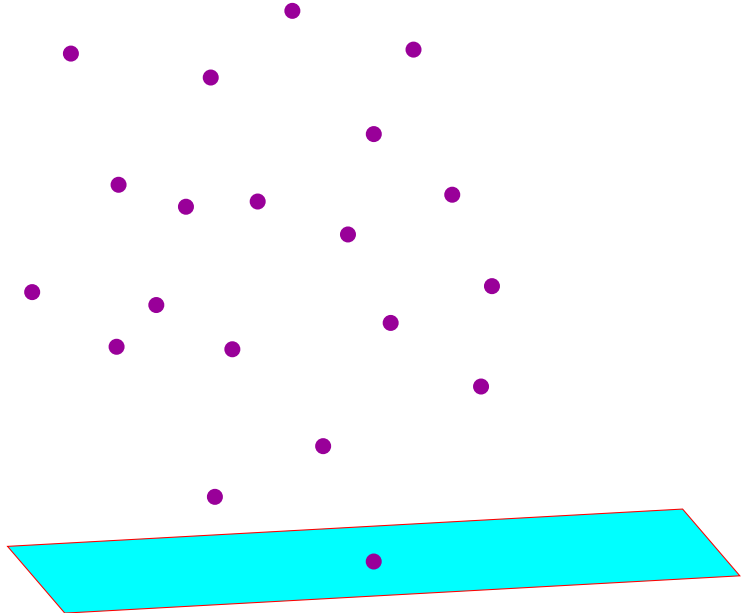


$O(\log n)$  par insertion

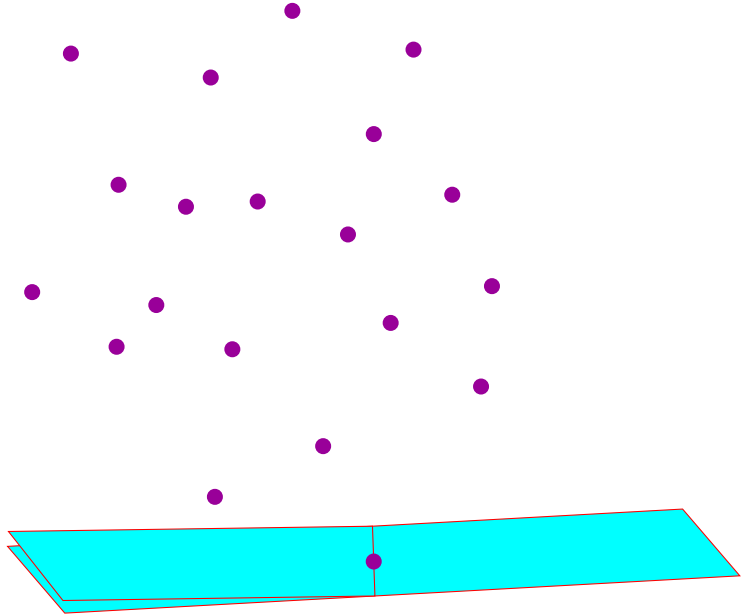
# L'algorithme du paquet cadeau



# L'algorithme du paquet cadeau

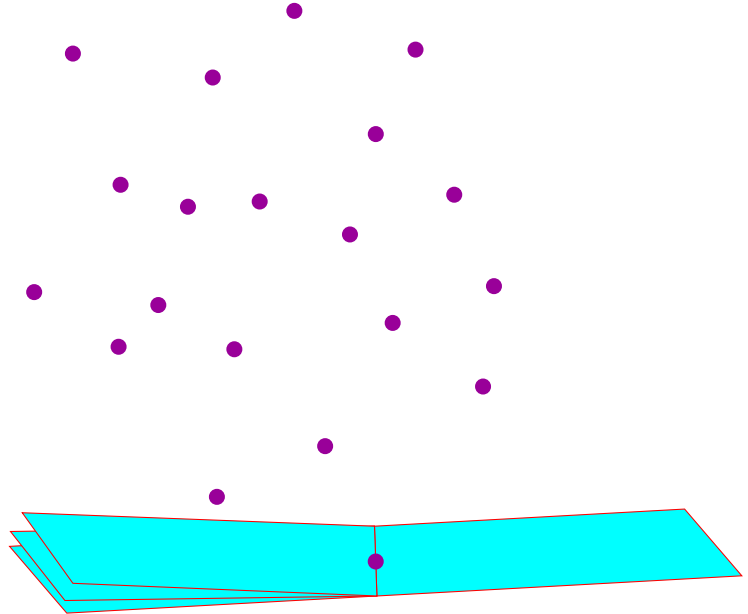


# L'algorithme du paquet cadeau

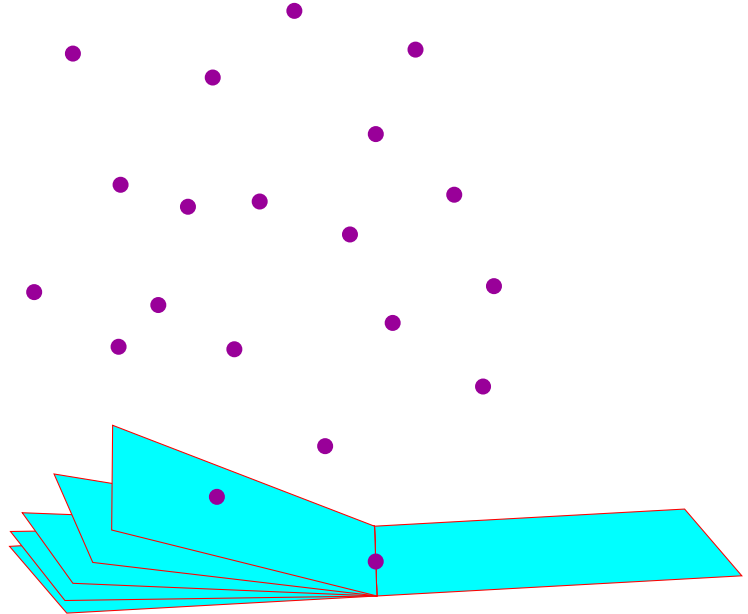




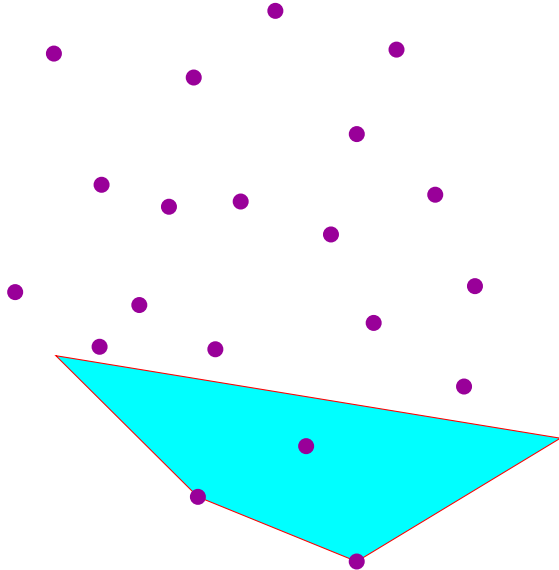
# L'algorithme du paquet cadeau



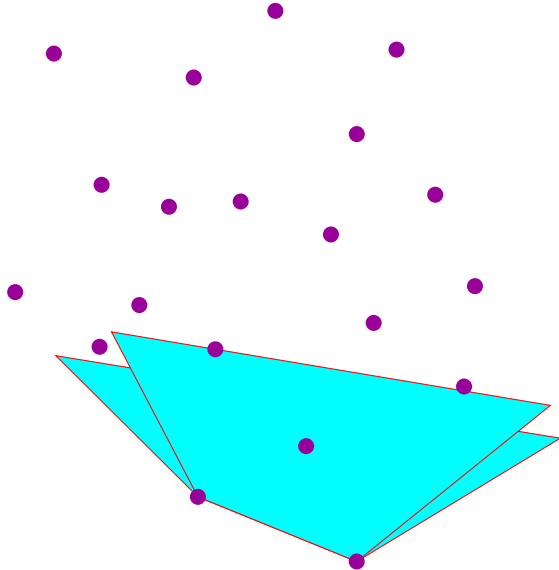
# L'algorithme du paquet cadeau



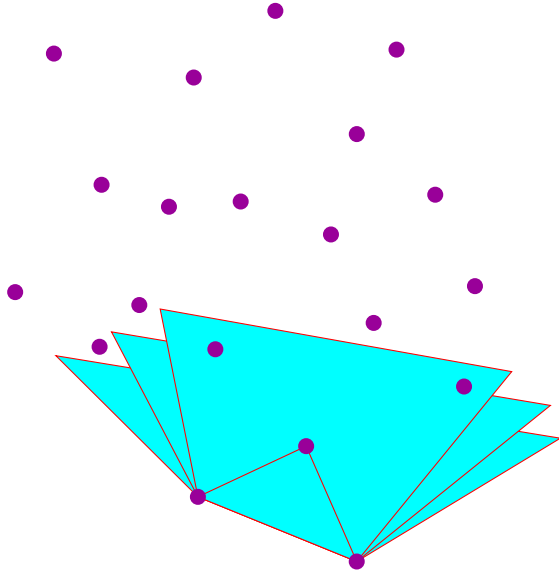
# L'algorithme du paquet cadeau



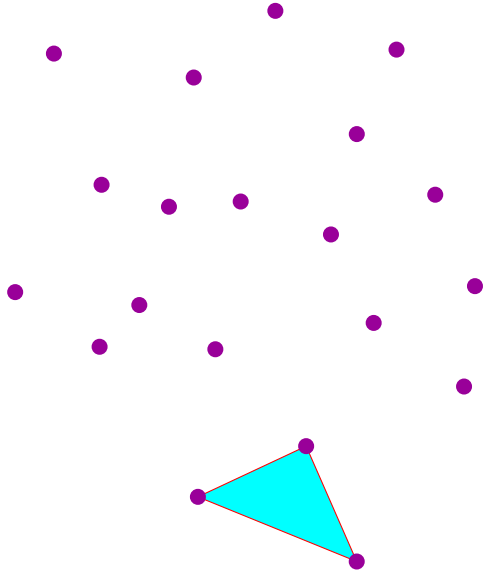
# L'algorithme du paquet cadeau



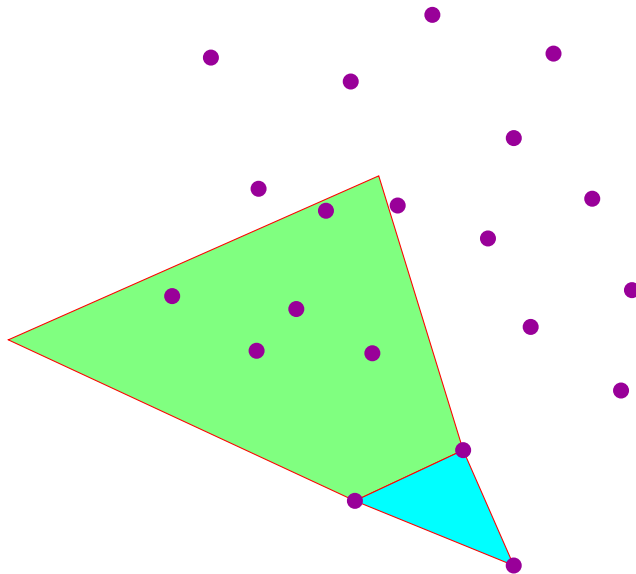
# L'algorithme du paquet cadeau



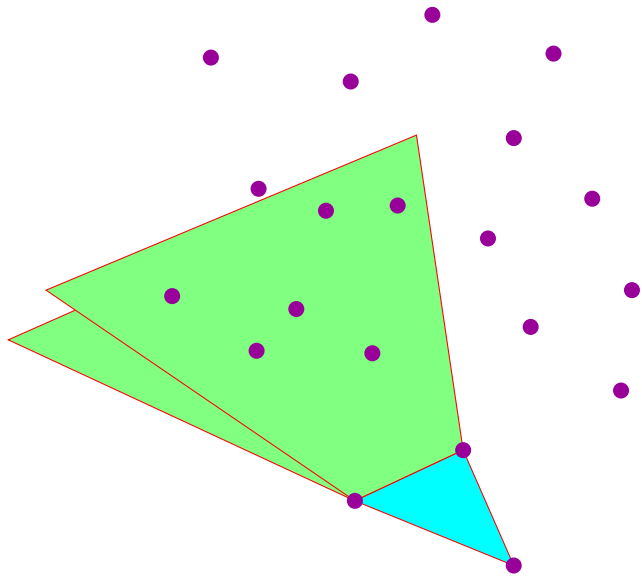
# L'algorithme du paquet cadeau



# L'algorithme du paquet cadeau

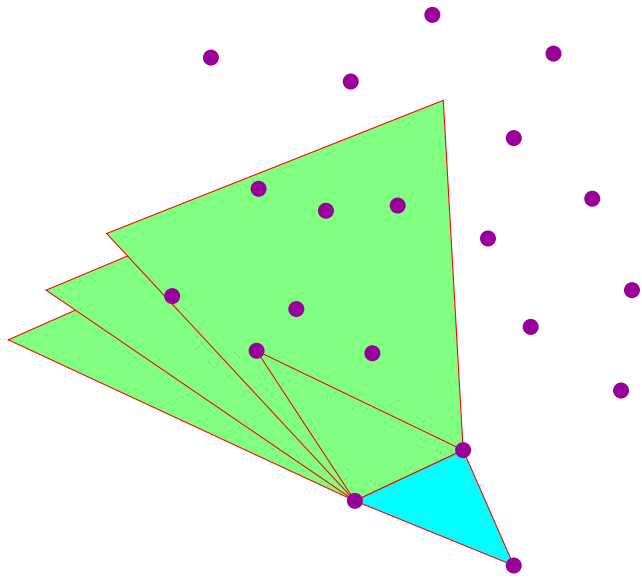


# L'algorithme du paquet cadeau

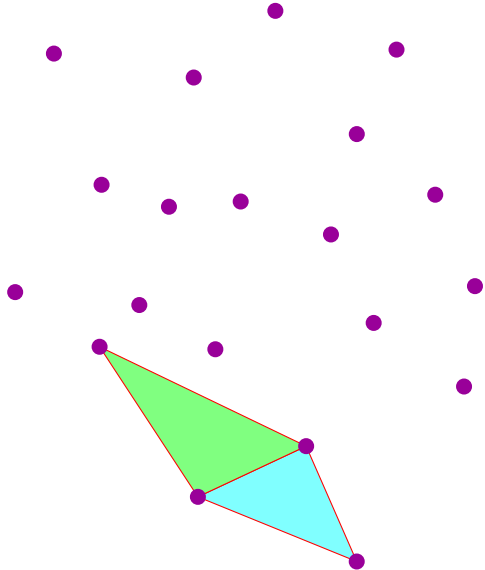




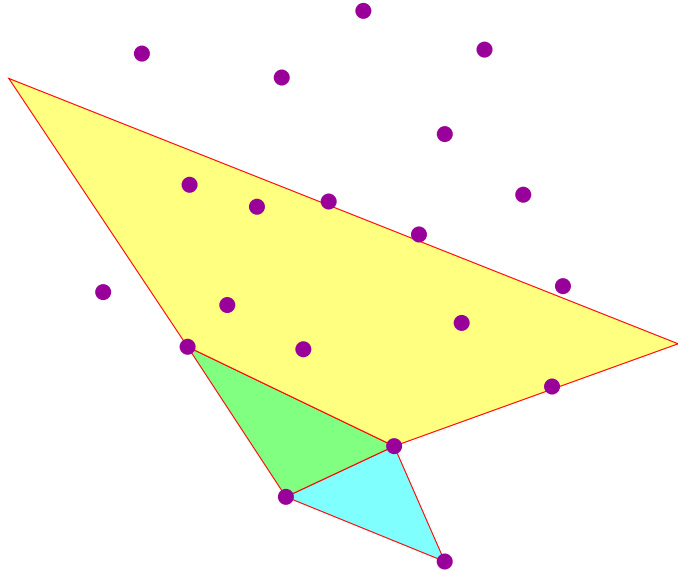
# L'algorithme du paquet cadeau



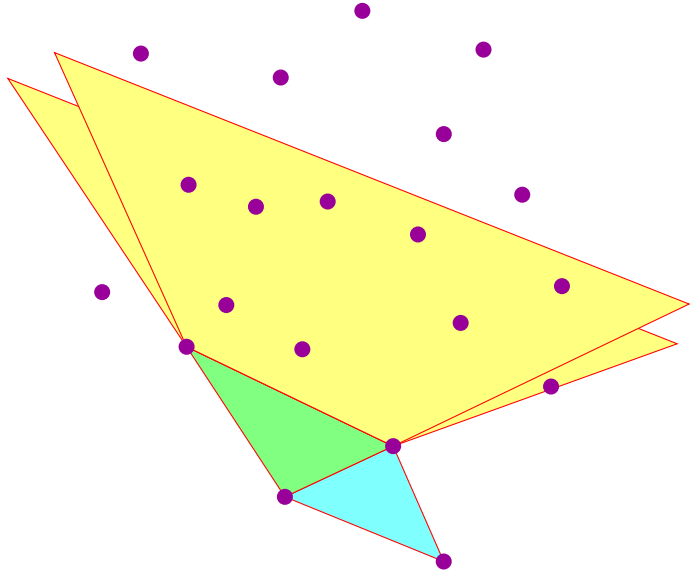
# L'algorithme du paquet cadeau



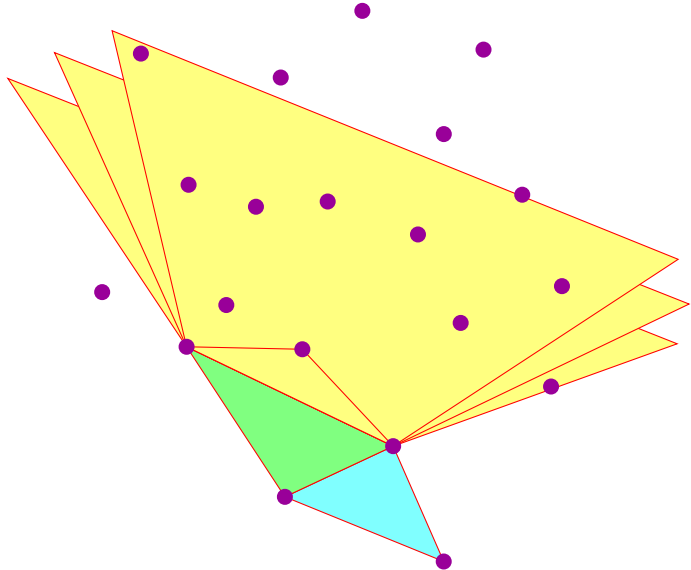
# L'algorithme du paquet cadeau



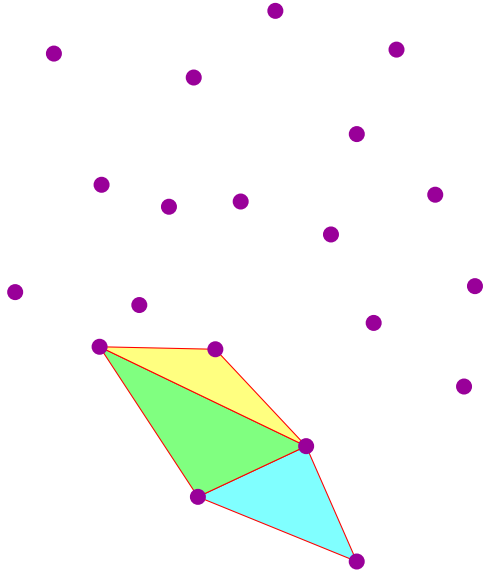
# L'algorithme du paquet cadeau



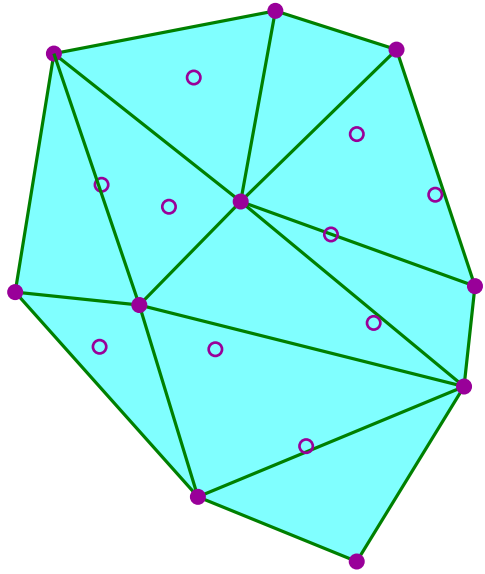
# L'algorithme du paquet cadeau



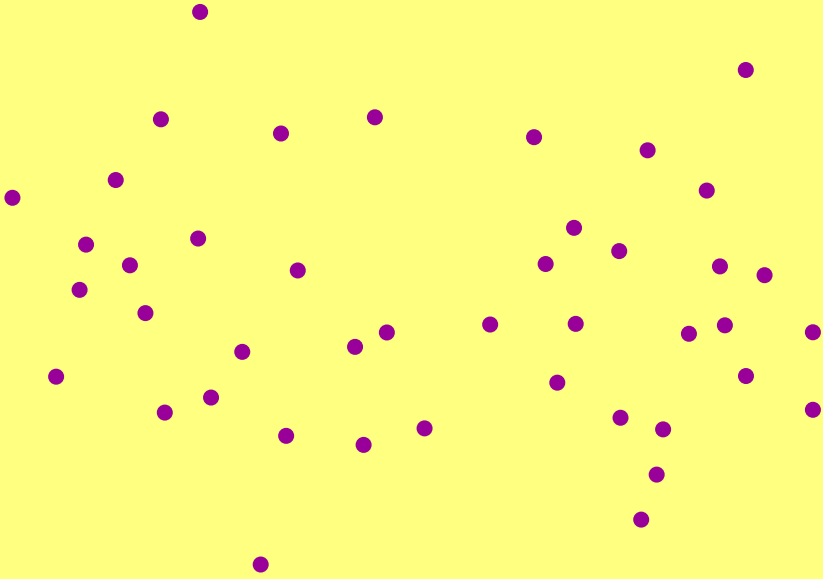
# L'algorithme du paquet cadeau



# L'algorithme du paquet cadeau

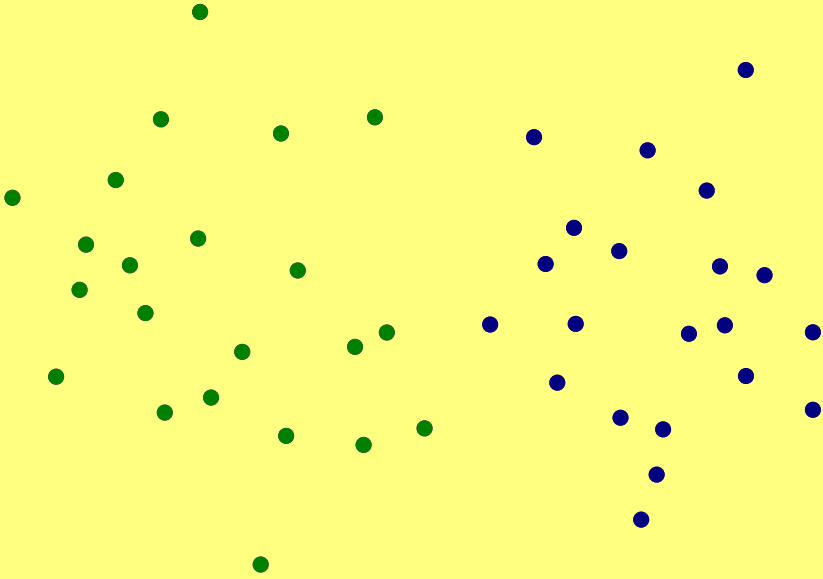


# Algorithm division fusion

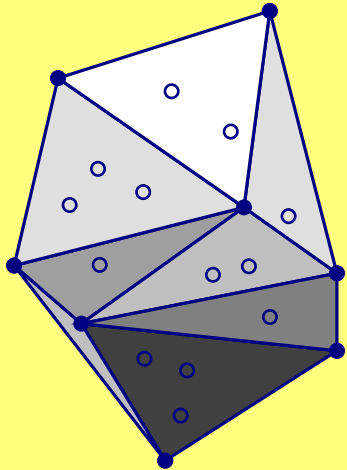
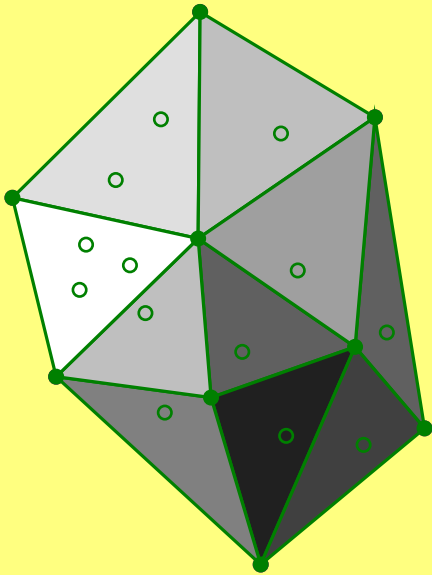




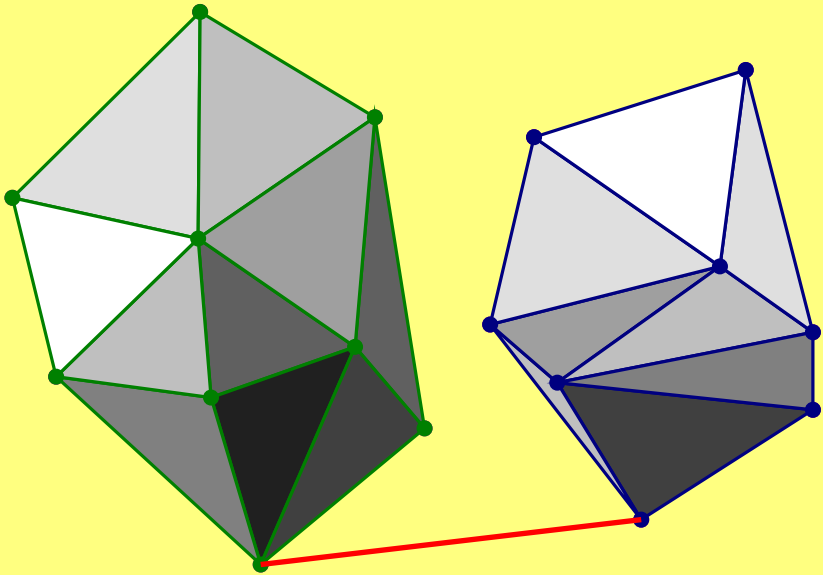
# Algorithm division fusion



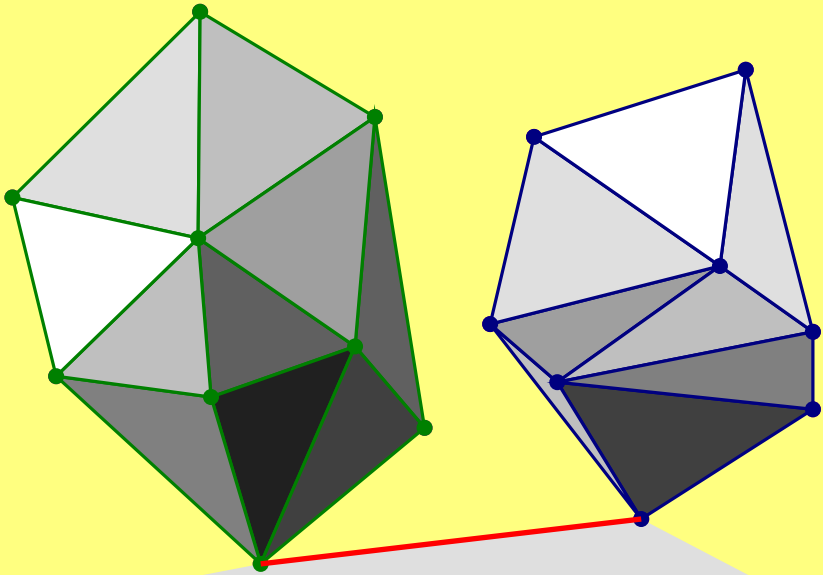
# Algorithm division fusion



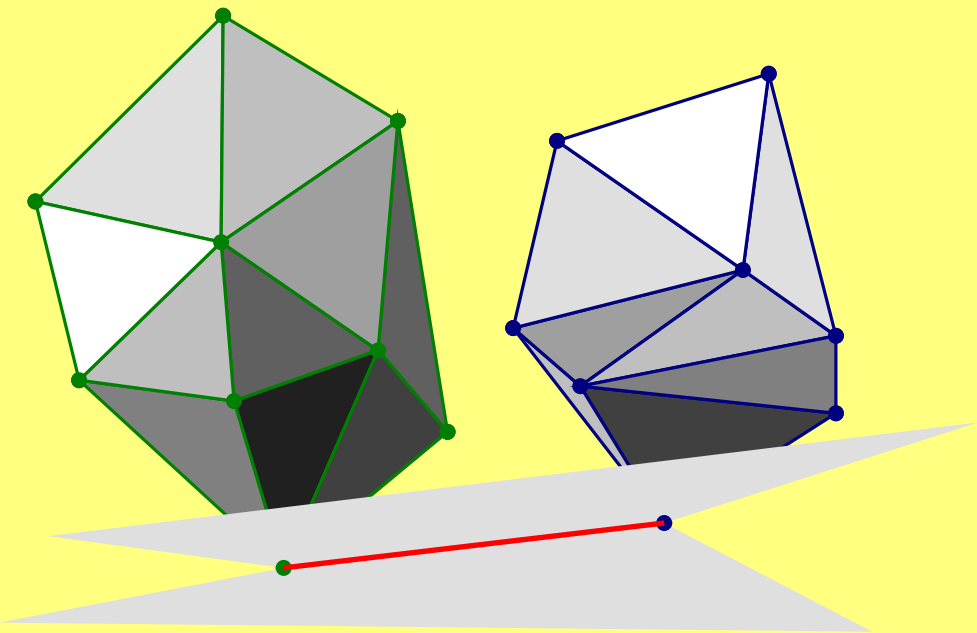
# Algorithm division fusion



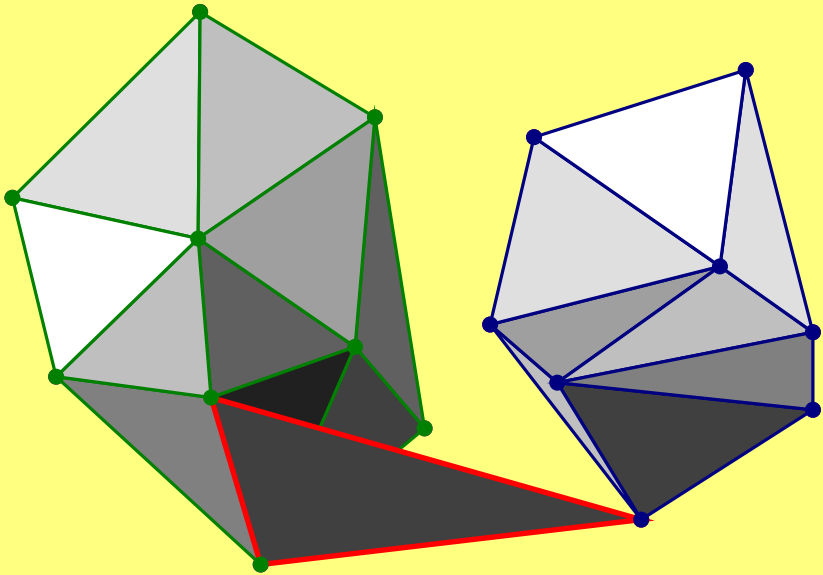
# Algorithm division fusion



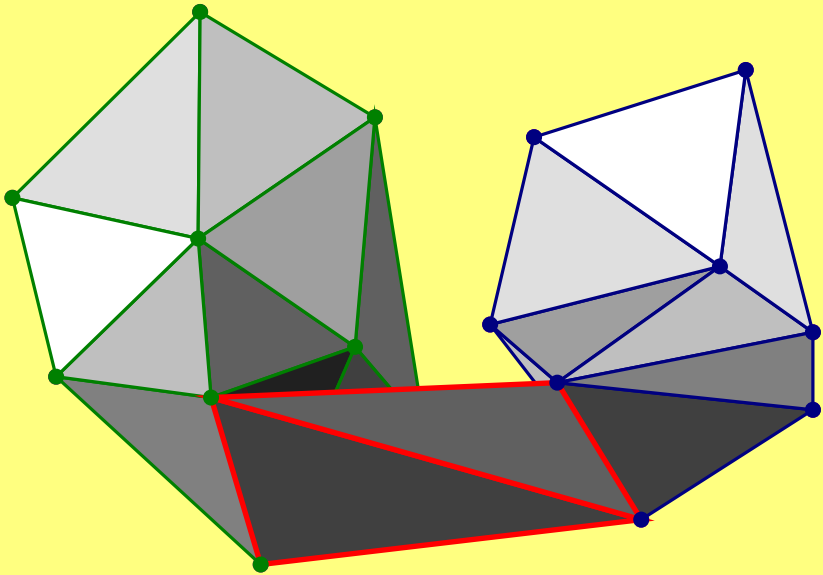
# Algorithm division fusion



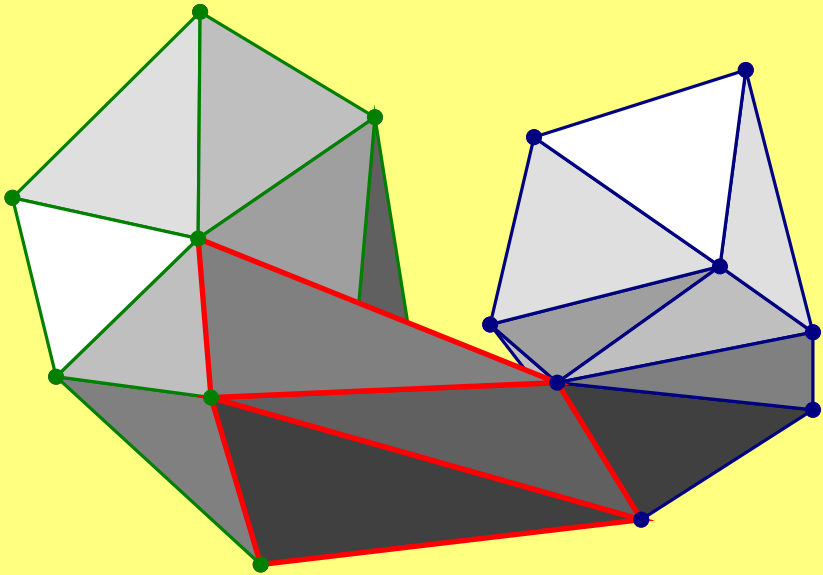
# Algorithm division fusion



# Algorithm division fusion

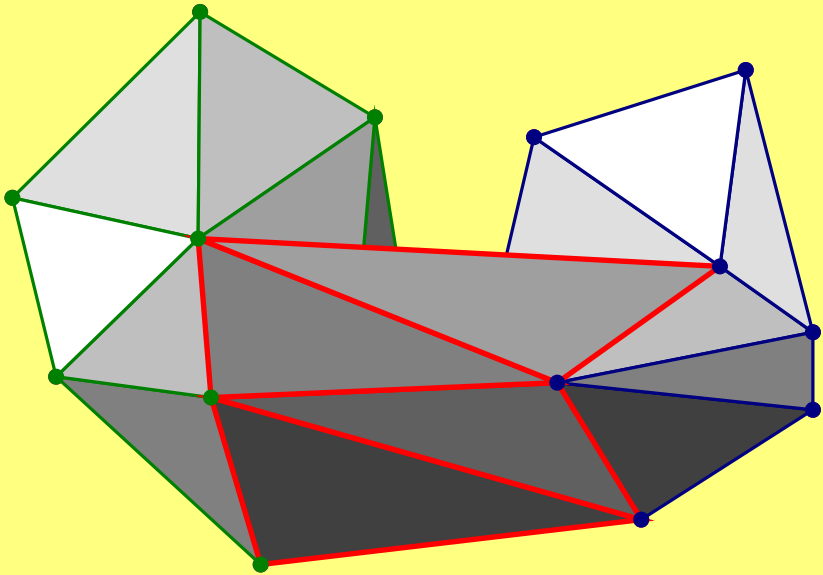


# Algorithm division fusion

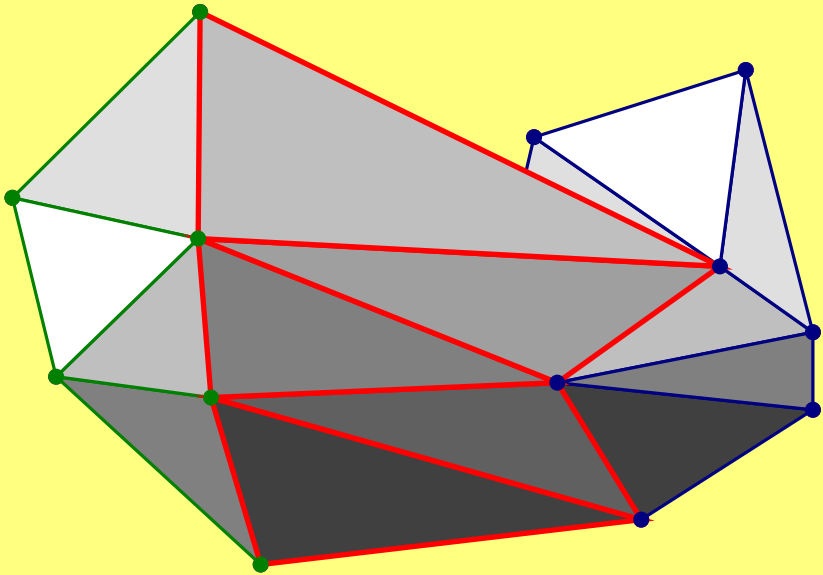




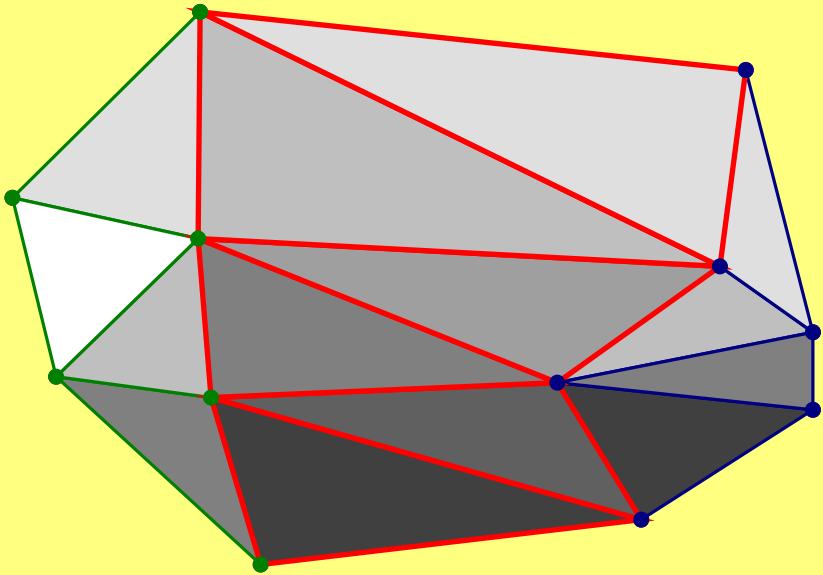
# Algorithm division fusion



# Algorithm division fusion

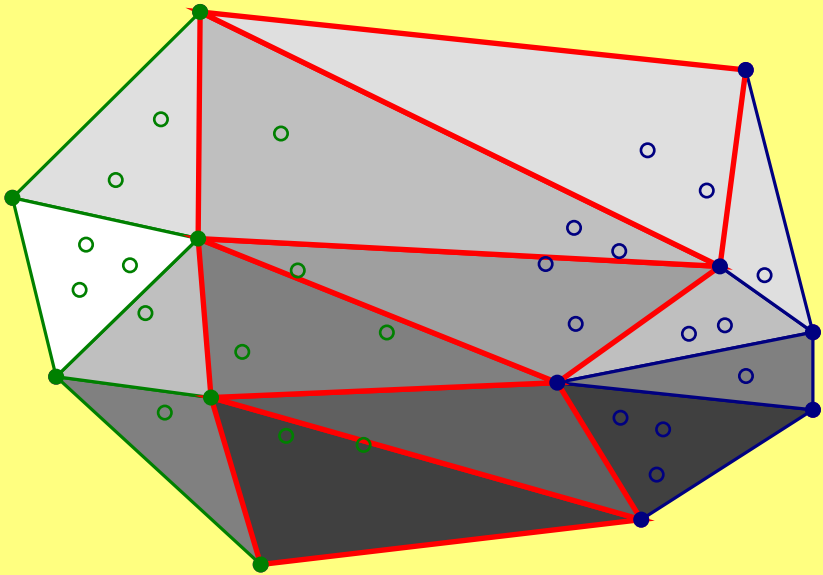


# Algorithm division fusion

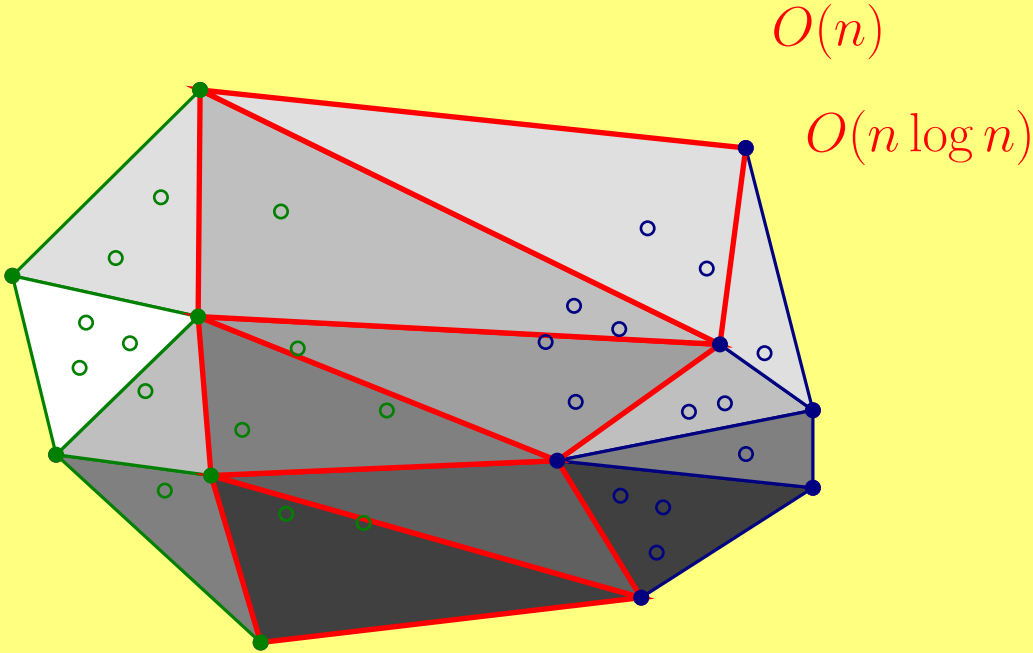


# Algorithm division fusion

$O(n)$



# Algorithm division fusion



C'est tout pour aujourd'hui

