T.D. n°7

1. On reprend la grammaire MIU vue en cours : V = { S, M, I, U }, $\Sigma = \{m, i, u\}$, le start symbol étant S et les productions (non *context free*) étant :

$$
\begin{aligned}
&S \to MI \\
&\alpha \to \alpha U \\
&M\alpha \to M\alpha\alpha \\
&\alpha III\beta \to \alpha\beta \\
&\alpha UU\beta \to \alpha\beta \\
&M \to m \\
&U \to u \\
&I \to i
\end{aligned}
$$

   a. montrer que $muiu \in L(G)$;
   b. montrer que tous les mots de *L(G)* ont un seul *m* et qu'il est début de phrase ;
   c. montrer que $mu \notin L(G)$; indication : on pourra montrer que dans les mots de *L(G)* le nombre de *i* n'est jamais multiple de 3.

2. Soit la grammaire G dont les productions P sont $S \to SaS \mid b$
   a. montrer que $L(G) = (ab)^* b$;
   b. dessiner un AFN à 3 états qui reconnaît ce langage ;
   c. donner une grammaire G' équivalente à G dont les productions ont la forme des grammaires rationnelles.

3. Quel est le langage engendré par la grammaire dont les productions sont

$$S \to aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid \varepsilon \ ?$$

4. Montrer que la grammaire G donnée par $S \to SAS \mid b$ est ambiguë (il suffit de donner un mot du langage engendré par G, avec deux arbres de dérivations non isomorphes). Donner une grammaire non ambiguë G' équivalente à G.

5. On reprend la grammaire de l'exercice 3 :
   a. écrire une grammaire G', équivalente à G, sans ε-productions ;
   b. donner une grammaire sous la forme normale de Chomsky équivalente à G'.