

T.D. n°1

1. Ecrire les tables d'addition et de multiplication dans $Z/13Z$ et $Z/14Z$.
2. Résoudre dans $Z/13Z$ et $Z/14Z$ les équations
 - a) $x^2 = 2$
 - b) $x^2 = -2$
3. Donnez tous les éléments de $(Z/15Z)^*$ ainsi que sa table de multiplication.
4. Calculer la fonction de Euler $\Phi(n)$ pour n qui va de 1000 à 1010.

T.D. n°2

1. Dessiner le graphe orienté dont les sommets sont $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et dont les arêtes sont données par les couples $(1, 3), (2, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (5, 6)$.
 - a) S'agit-il d'un graphe simple ?
 - b) Quel est le degré de chaque sommet ?

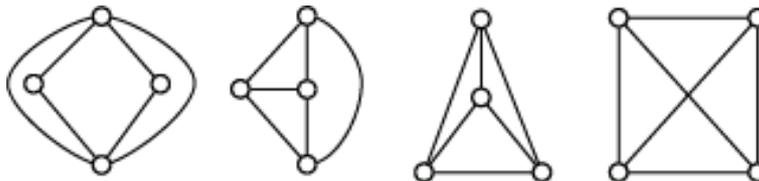
2. Quel est le nombre maximal d'arêtes dans un graphe orienté simple ayant :
 - a) 3 sommets
 - b) 4 sommets
 - c) 5 sommets
 - d) n sommets
 Même question pour un graphe non orienté sans arêtes parallèles.

3. Dire pour quelle raison il ne peut pas exister de graphe non orienté simple avec les caractéristiques suivantes :
 - a) 6 sommets de degrés 2, 3, 3, 4, 4, 5
 - b) 5 sommets de degrés 2, 3, 4, 4, 5
 - c) 4 sommets de degrés 1, 3, 3, 3

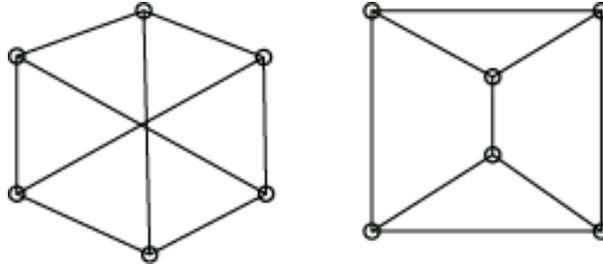
4. Donner tous les différents (à isomorphisme près) graphes non orientés d'ordre 4 et de degré 3.

5. Donner deux graphes d'ordre 4 et de degré 2 non isomorphes. Peut-on en trouver un 3^{ème} ?

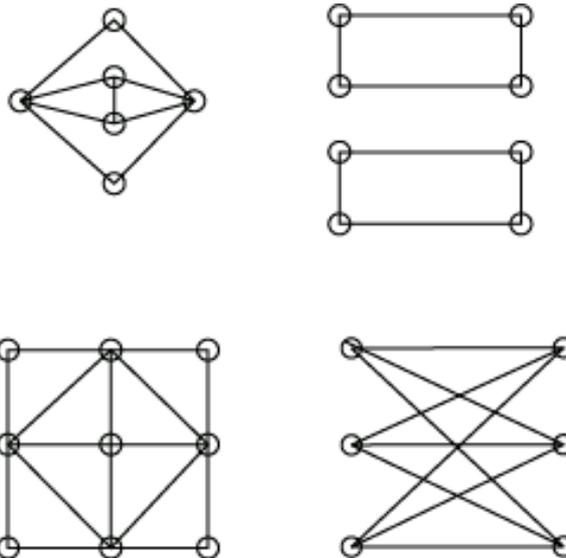
6. Est ce que les graphes suivants sont isomorphes ?



7. Prouver que les graphes suivants ne sont pas isomorphes. Est-ce $K_{3,3}$ est isomorphe à l'un d'entre eux ?

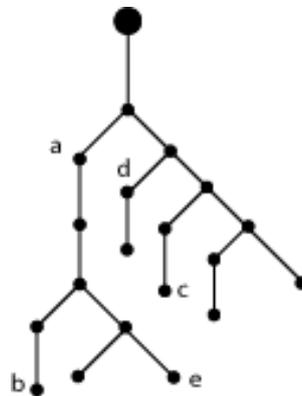


8. Dans un graphe r -régulier d'ordre p et de degré q , exprimez q en fonction de p et r .
9. Parmi les graphes suivants, lesquels admettent un circuit eulérien ? un cycle hamiltonien ?



T.D. n°3

1. Ecrire les matrices d'adjacence et d'incidence des graphes K_4 , K_5 , $K_{3,3}$.
2. Parmi les graphes représentant les 26 lettres de l'alphabet (les sommets sont les points anguleux ou les croisements) lesquels sont des arbres ?
A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z
3. Dessiner tous les arbres différents (à isomorphisme près) d'ordre 5. Puis donner la liste des arbres **enracinés** différents d'ordre 5.
4. Dans l'arbre binaire suivant :



- a) Quel est le numéro binaire des feuilles a, b, c, d, e ?
 - b) Quel sommet a pour numéro binaire 000010 ?
5. Quelle est la formule dont l'écriture polonaise inverse est

$$\times \times + x \sqrt{\quad} y + y \sqrt{\quad} x \sqrt{\quad} + \sqrt{\quad} x \sqrt{\quad} y$$

6. La *notation polonaise* d'une expression consiste à parcourir l'arbre binaire de l'expression en ordre lexicographique inverse c'est à dire de la droite à la gauche au lieu de la gauche à la droite.
 - a) Récrire la formule de l'exercice 4 en notation polonaise
 - b) Quelle est la formule dont l'écriture polonaise est

$$\sqrt{\quad} \times + y \times x x + x \sqrt{\quad} y$$

7. En utilisant le code de Huffman du cours
 - a) Coder le message DINDON DANDINANT

- b) Décoder les mots 10000111100101111 et 00100110010010011
8. Dans le message suivant calculer les fréquences de chaque lettre, construire l'arbre des fréquences et appliquer le code de Huffman pour compresser le texte.
« BONJOUR, MON NOM EST BOND, JAMES BOND »